Proyecto Final

Solución de Sistemas de Ecuaciones Lineales aplicadas a Circuitos Eléctricos

Nombre(s):

Joel Alejandro Espinoza Sánchez

Dariana Gómez Garza

Fernando Francisco González Arenas

Objetivo:

Con la realización de este proyecto se pretende: implementar al menos dos ejemplos resueltos de análisis de circuitos eléctricos puramente resistivos alimentados con corriente directa mediante la solución de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales.

Fundamento Teórico:

- Los problemas de matemáticas aplicadas sobre ciencia e ingeniería en muchos casos pueden reducirse a **sistemas de ecuaciones algebraicas lineales** que podrían llegar a incorporar miles de ecuaciones
- Para resolver problemas que involucran sistemas de ecuaciones lineales pueden utilizarse métodos directos y métodos indirectos:

- La **solución de un sistema de ecuaciones** es un conjunto de valores de las incógnitas que satisfacen simultáneamente a todas las ecuaciones del sistema

$$\begin{bmatrix} a_{11} + a_{12} + a_{13} \dots + a_{1n} \\ a_{11} + a_{12} + a_{13} \dots + a_{1n} \\ a_{11} + a_{12} + a_{13} \dots + a_{1n} \\ \vdots \\ a_{11} + a_{12} + a_{13} \dots + a_{1n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

- Las soluciones para un sistema compatible de la forma *Ax=c* permanecen invariantes ante las siguientes operaciones elementales:
- Intercambio de dos filas o renglones cualesquiera
- Multiplicación de una fila por un escalar no nulo
- Suma a una fila de una combinación lineal no nula de otro renglón

Métodos directos

- También llamados **exactos** proporcionan soluciones exactas del problema después de un número de operaciones algebraicas básicas, no presentan errores por truncamiento, y son usados cuando la mayoría de los coeficientes de la matriz *A* son distintos de cero y las matrices no son demasiado grandes, suelen ser algoritmos complicados de implementar

REGLA DE CRAMER

- Un sistema de ecuaciones se denomina **sistema de Cramer** si tiene tantas ecuaciones como incógnitas (en ese caso la matriz es una matriz cuadrada)
- Un sistema de ecuaciones es *compatible determinado* si tiene solución única
- Un sistema de Cramer es compatible determinado si y sólo si *det*(A) ≠ 0
- En ese caso, se define la matriz A_j como la que se obtiene a partir de *A* sustituyendo la columna *0* por el vector *c*, esto es, si c_j es la columna *j* de *A*
- Bajo estas condiciones, la **regla de Cramer** es la siguiente:
- La incógnita x_i del sistema es:

$$x_i = \frac{|A_i|}{|A|}$$

- Donde A_i es la matriz *A* pero cambiando la columna *i* de *A* por la columna de términos independientes *c*

Métodos indirectos

- También llamados iterativos encuentran una solución *x* para un problema dado por el límite de una secuencia de soluciones aproximadas x_k, tienen asociado un error de truncamiento y se usan preferiblemente para matrices grandes (*n>>1000*) cuando los coeficientes de *A* son la mayoría nulos (matrices dispersas), son algoritmos sencillos de implementar que requieren una aproximación inicial y que en general no tiene porqué converger por lo que requieren un análisis de convergencia previo
- A diferencia de los métodos directos, en los cuales se debe terminar el proceso para tener la respuesta, en los métodos iterativos se puede suspender el proceso al término de una iteración y se obtiene una aproximación a la solución.

MÉTODO DE GAUSS-SEIDEL

- Partiendo del modelo de sistemas de ecuaciones lineales (ec. 3.12) simbolizado por:

$$Ax = c \qquad (3.27)$$

- Se procede a descomponer la matriz de coeficientes *A* en:

$$A = D - E - F \qquad (3.28)$$

Donde:

- *D* es la diagonal principal de *A*
- *E* es estrictamente la matriz triangular inferior de *A*
- *F* es estrictamente la matriz triangular superior de *A*
- Sustituyendo la ec.3.28 en la ec.3.29 se tiene:

$$(D - E - F)x = c \qquad (3.29)$$

- Despejando *x* de la ec.3.29 se tiene:

$$x = D^{-1}(E + F)x + D^{-1}c \qquad (3.30)$$

- Reescribiendo la ec.3.29 se tiene:

$$(D - F)x = Ex + c \qquad (3.31)$$

- Reemplazando la *x* de la derecha por $x^{(k)}$, que es la solución aproximada en el paso de iteración *k*, y la *x* de la izquierda por $x^{(k+1)}$, que es la solución aproximada en el paso de iteración *k+1*, se tiene:

$$x^{(k+1)} = (D - F)Ex^{(k)} + (D - F)^{-1}c \qquad (3.32)$$

Forma de trabajo:

Colaborativa en equipos de máximo 3 personas

Material:

1. Computadora
2. Compilador de lenguaje ANSI C

Procedimiento:

Para la creación del programa deberán realizarse los siguientes pasos:

1. En las primeras líneas elaborar comentarios con la siguiente información:
    a. Nombre de la institución
    b. Nombre del centro al que pertenece la carrera
    c. Nombre del departamento al que pertenece la carrera
    d. Nombre de la materia
    e. Nombre(s) de quien(es) realiza(n) la práctica
    f. Nombre del profesor
    g. Una descripción breve de lo que realiza el programa
2. Incluir las librerías necesarias.
3. Se debe desplegar un menú para ejecutar los dos métodos anteriormente señalados y una opción para salir del sistema.
4. Al seleccionar ejecutar el método el usuario debe proporcionar: los valores de la resistencia de cada uno de los 10 resistores los cuales están integrados en la siguiente configuración y del voltaje de la fuente.

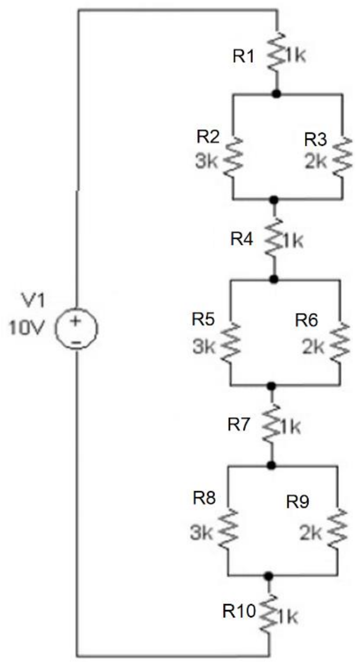

Fig. 1 Circuito puramente resistivo alimentado con voltaje de corriente directa

5. Y calcular el valor de las corrientes en cada resistor I_{Rx}(x=1, 2, 3,…, 10)
6. Una vez aplicado el método y obtenidos los valores de corriente deberán desplegarse en pantalla.
7. Una vez realizado cualquier análisis se debe regresar al menú principal.
8. Al salir se debe detener el programa y luego regresar el control al sistema inicial.

Resultados:

Realizar al menos dos corridas de prueba para cada operación y mostrar imágenes de las pantallas de texto generadas.

```
-----------------------------------PROYECTO FINAL-----------------------------------

------Solucion de Sistemas de Ecuaciones Lineales aplicadas a circuitos electricos------


           MENU

1.- Ejecutar la Regla de Cramer
2.- Ejecutar el Metodo de Gauss-Seidel
3.- Salir
Ingrese una opcion: 1

Los valores por defecto del problema son los que se encuentran en la Figura 1
del documento del proyecto, como puede observarse a continuacion:

-------------------------------------
| Opcion | Variable |     Valor
|   1    |    V1    | 10.000 Volts
|   2    |    R1    | 1000.000 Ohms
|   3    |    R2    | 3000.000 Ohms
|   4    |    R3    | 2000.000 Ohms
|   5    |    R4    | 1000.000 Ohms
|   6    |    R5    | 3000.000 Ohms
|   7    |    R6    | 2000.000 Ohms
|   8    |    R7    | 1000.000 Ohms
|   9    |    R8    | 3000.000 Ohms
|   10   |    R9    | 2000.000 Ohms
|   11   |    R10   | 1000.000 Ohms
-------------------------------------

Seleccione uno de los numeros al comienzo del renglon si quiere cambiar el valor del
renglon correspondiente. De lo contrario, seleccione 0 para continuar con el programa:

0
```

```
-----------------------------------PROYECTO FINAL-----------------------------------

------Solucion de Sistemas de Ecuaciones Lineales aplicadas a circuitos electricos------


           MENU

1.- Ejecutar la Regla de Cramer
2.- Ejecutar el Metodo de Gauss-Seidel
3.- Salir
Ingrese una opcion: 2

Los valores por defecto del problema son los que se encuentran en la Figura 1
del documento del proyecto, como puede observarse a continuacion:

-------------------------------------
| Opcion | Variable |     Valor
|   1    |    V1    | 10.000 Volts
|   2    |    R1    | 1000.000 Ohms
|   3    |    R2    | 3000.000 Ohms
|   4    |    R3    | 2000.000 Ohms
|   5    |    R4    | 1000.000 Ohms
|   6    |    R5    | 3000.000 Ohms
|   7    |    R6    | 2000.000 Ohms
|   8    |    R7    | 1000.000 Ohms
|   9    |    R8    | 3000.000 Ohms
|   10   |    R9    | 2000.000 Ohms
|   11   |    R10   | 1000.000 Ohms
-------------------------------------

Seleccione uno de los numeros al comienzo del renglon si quiere cambiar el valor del
renglon correspondiente. De lo contrario, seleccione 0 para continuar con el programa:

0
```

```
---------------REGLA DE CRAMER---------------


Matriz original:

 1000.000000  0.000000  0.000000  1.315789
 0.000000  3000.000000  0.000000  1.578947
 0.000000  0.000000  2000.000000  1.578947

Valores de las intensidades en cada resistencia:

----------------------------------
| Resistencia |     Intensidad
|      1      | 0.001316 Amperes
|      2      | 0.000526 Amperes
|      3      | 0.000789 Amperes
|      4      | 0.001316 Amperes
|      5      | 0.000526 Amperes
|      6      | 0.000789 Amperes
|      7      | 0.001316 Amperes
|      8      | 0.000526 Amperes
|      9      | 0.000789 Amperes
|      10     | 0.001316 Amperes
----------------------------------

Presione ENTER para volver al menu
```

```
---------------METODO DE GAUSS-SEIDEL---------------

Ingrese la cantidad de iteraciones (se recomiendan
iteraciones mayores a 100 para una mayor precision): 100


Valores de las intensidades en cada resistencia:

----------------------------------
| Resistencia |     Intensidad
|      1      | 0.001426 Amperes
|      2      | 0.000637 Amperes
|      3      | 0.000900 Amperes
|      4      | 0.001426 Amperes
|      5      | 0.000637 Amperes
|      6      | 0.000900 Amperes
|      7      | 0.001426 Amperes
|      8      | 0.000637 Amperes
|      9      | 0.000900 Amperes
|      10     | 0.001426 Amperes
----------------------------------

Presione ENTER para volver al menu
```

Una vez terminado el programa debe subirse a la plataforma de **aulavirtual** junto con este reporte.

Conclusiones:

Este programa como conclusión de los métodos desarrollados durante el curso, nos permite observar, comparar y contrastar el funcionamiento de los métodos que consiguen soluciones analíticas con los métodos que consiguen soluciones numéricas. Podemos concluir que los métodos numéricos nos facilitan los procedimientos a operaciones aritméticas a costa de un margen de error, mismo que podemos eliminar al hacer iteraciones en aquellos métodos que son iterativos