# Black-Scholes Option Pricing Model

**1. Plain-vanilla 옵션의 블랙-숄즈 이론가격을 계산하는 함수를 구현하시오.**

- price = bsprice(params)
- params : 인풋 파라미터 (평가일, 옵션만기일, 행사가격, 기초자산가격, 금리, 배당, 변동성)
- price['Call'] : 콜옵션가격, price['Put'] : 풋옵션가격

**2. 동일 옵션의 가격을 Monte-Carlo 시뮬레이션을 이용해서 계산하는 함수를 구현하시오.**

- price = mcprice(params)
- params : 인풋 파라미터 (평가일, 옵션만기일, 행사가격, 기초자산가격, 금리, 배당, 변동성, 시뮬레이션회수)
- price['Call'] : 콜옵션가격, price['Put'] : 풋옵션가격

**3. otioninfo.txt 파일에 저장된 옵션 정보와 시장 데이터 정보를 입력 받아 다음과 같이 화면에 출력하는 코드를 작성하시오. (가격은 소수점 이하 4자리까지 출력)**

- Monte-Carlo 시뮬레이션의 가격은 시뮬레이션 path의 개수를 10,000로 입력함
- 문자열 formatting을 이용해서 출력할 것

```
=======================================================
No Type  Strike  Mat          Analytic  MonteCarlo
-------------------------------------------------------
1  Put     100   16/Aug/24      6.6080      6.6934
2  Call     95   16/Oct/15     10.9749     10.4860
3  Call    105   17/Feb/24      8.4225      8.4215
4  Put      95   16/Dec/29      6.0612      6.0507
=======================================================
```

## Black-Scholes 옵션 가격 공식:

$$C = Se^{-q(T-t)}N(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2)$$

$$P = Ke^{-r(T-t)}N(-d2) - Se^{-q(T-t)}N(-d_1)$$

*where*

$$d_1 = \frac{log\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - q + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

S: 기초자산의 현재가격 (ex: 100) r : 연속복리금리 (ex: 0.025) q : 연속배당률 (ex: 0.01)

σ: 연변동성 (ex: 0.25) T − t: 옵션의 연환산 잔여 만기 (ex: 0.24)

## Monte-Carlo 시뮬레이션

$$\mathrm{S_i(T) = S(t) \times exp}\left[\left(r - q - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t) + \sigma\sqrt{T-t} \times \epsilon_i\right]$$

(1) 위의 식을 이용하여 기초자산의 가격을 생성하여 i번째 path를 구함 ($\epsilon_i$는 표준정규분포에서 생성한 임의의 난수임)

(2) 각 path에 대해 옵션의 만기 Payoff를 계산함 (예: 행사가격이 K인 콜옵션의 경우 S(T)>K 라면 S(T) − K, 아니라면 0)

(3) Path를 시뮬레이션 회수(M)만큼 생성하여 payoff를 구하고 다음 식으로 Monte-Carlo 시뮬레이션 옵션 가격을 계산함

$$\mathrm{Price} = \frac{1}{\mathrm{M}}\sum_{i=1}^{M} \mathrm{payoff(i)}$$

## Tips

1. N(d) 함수는 표준정규분포의 누적분포함수 값이고, 다음과 같이 계산할 수 있다.

```
import scipy
scipy.stats.norm.cdf(d)
```

2. 표준정규분포에서 임의의 난수는 random 모듈을 이용할 수 있다.

```
import random
e = random.gauss(0,1)   #평균 0, 표준편차 1인 정규분포의 난수 발생
```

3. 옵션의 연환산 잔여 만기는 평가일과 만기일 사이의 calendar days를 365로 나눈 값으로 한다.