

Lista de Exercícios 03: Filtragem Linear Ótima

Sumário

- [Problema 1](#)
- [Problema 2](#)
- [Problema 3](#)
- [Problema 4](#)
- [Problema 5](#)
- [Problema 6](#)

Problema 1

Deseja-se minimizar a função objetivo utilizando-se um algoritmo do gradiente estocástico do tipo LMS. O algoritmo resultando é chamado de algoritmo least mean fourth (LMF). Derive tal algoritmo. Derive também o filtro ótimo para tal critério e compare as soluções.

SOLUÇÃO:

Podemos inicialmente definir a função erro para esse filtro como

Problema 2

Considere o uso de um a sequência de ruído branco com média nula e variância como entrada do algoritmo LMS. Avalie

(a) a condição para convergência do algoritmo em média quadrática.

(b) o erro em excesso em média quadrática.

Problema 3

Avalie a questão anterior para o caso do algoritmo LMS-Normalizado. Compare os dois casos.

Problema 4

Considere um sinal branco gaussiano de variância unitária transmitido por um canal de comunicação de função de transferência . Para compensar este canal utiliza-se um equalizador dado por .

(a) Forneça o equalizador ótimo segundo o critério de Wiener. Esboce a posição dos zeros do canal e do equalizador no plano Z.

Considerando um sinal gaussiano branco a saída do canal pode ser prontamente obtida por

e a matriz de correlação será então dada por

Já o vetor de correlação cruzada

(b) Obtenha o filtro de erro de predição direta de passo unitário, correspondente ao sinal à saída do canal. Calcule os zeros deste filtro e compare com os do equalizador.

(c) Obtenha as trajetórias sobre as curvas de nível, tendo condições iniciais nulas para os coeficientes do equalizador, para os seguintes algoritmos

- Algoritmo de Newton
- Gradiente Determinístico

- Least Means Square
- Least Means Square Normalizado

- (d) Obtenha também a evolução do erro quadrático médio para cada um dos algoritmos anteriores.
- (e) Qual o número de condicionamento para o problema em questão?
- (f) Qual deveria ser o canal para que o número de condicionamento fosse menor/maior que 5? Comente os resultados.

Problema 5

Utilize o algoritmo LMS para identificar um sistema com a função de transferência dada abaixo.

O sinal de entrada é um ruído branco distribuído uniformemente com variância σ_x^2 , e o ruído de medida é assumido gaussiano branco descorrelacionado da entrada e com variância de entrada σ_v^2 . O filtro adaptativo tem 12 coeficientes.

- (a) Calcule o limite superior para μ (ou seja μ_{max}) para garantir a estabilidade do algoritmo.
- (b) Execute o algoritmo para $\mu = 0.01$, $\mu = 0.05$ e $\mu = 0.1$. Comente sobre o comportamento da convergência de cada caso.
- (c) Meça o desajuste (misadjustment) em cada exemplo e comparar com os resultados obtidos pela solução teórica (Eq. (3.50) do livro texto)
- (d) Mostre o gráfico da resposta em frequência do filtro FIR em qualquer uma das iterações após a convergência ser obtida e compare com o sistema desconhecido.

Problema 6

Seja o canal de comunicações dado por

e deseja-se projetar um equalizar para o mesmo. A estrutura do equalizador é mostrada na Figura abaixo. Os símbolos s_k são transmitidos através de um canal e corrompidos por ruído aditivo gaussiano branco complexo n_k . O sinal recebido r_k é processado pelo equalizador FIR para gerar estimativas \hat{s}_k , as quais são passados por um dispositivo decisor gerando símbolos \hat{s}_k . O equalizador possui dois modos de operação: um modo de treinamento durante o qual uma versão atrasada e replicada da sequência de entrada é usada como o sinal de referência (desejado) e um modo dirigido por decisão no qual a saída do dispositivo de decisão substitui a sequência de referência. O sinal de entrada x_k é escolhido de uma constelação QAM (por exemplo, 4-QAM, 16-QAM, 64-QAM ou 256-QAM).

- (a) Faça um programa que treine o filtro adaptativo com 500 símbolos de uma constelação 4-QAM, seguindo de uma operação dirigida por decisão de 5000 símbolos de uma constelação 16-QAM. Escolha a variância do ruído σ_v^2 de maneira que ela promova uma relação sinal ruído de 30 db na entrada do equalizador. Note que os símbolos escolhidos não têm variância unitária. Por esta razão, a a variância do ruído necessita ser ajustada adequadamente para cada uma das diferentes modulações (constelações) QAM para fornecer o nível de SNR desejado. Escolha $\mu = 0.01$ e o comprimento do equalizador $M = 15$. Mostre os gráficos da evolução temporal de μ , μ_{max} e $J(n)$. Use o LMS-normalizado com um fator de passo de $\mu = 0.01$.
- (b) Para os mesmos parâmetros do item (a), plote e compare os gráficos de evolução que seriam resultante se o equalizador fosse treinado com 150, 300 e 500 iterações. Use o LMS com um $\mu = 0.01$.
- (c) Assuma agora que os dados transmitidos foram gerados de uma constelação 256-QAM ao invés de 16-QAM. Plote os gráficos da evolução do sinal na saída do equalizador quando treinado usando o LMS-normalizado e 500 símbolos de treinamento.
- (d) Gerar as curvas de taxa de erro de símbolo (SER, do inglês Symbol Error Rate) versus SNR na entrada do equalizador para símbolos de constelações 4, 16, 64 e 256-QAM. Faça SNR variar de 5dB a 30dB.