

Номер билета	Вопрос 1	Вопрос 2	Задачи 1-2 (интегралы/ряды) + разложение в ряд Фурье	Экзаменатор	Что ожидал получить (перед экзаменом)	Что получил	Доп. инф	@
1	Ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда. Ряды с неотрицательными членами: критерий сходимости, признак сравнения, теорема о совместной сходимости. Гармонический ряд. Эйлерова постоянная. Признак сходимости Коши. Следствие: признак Коши в предельной форме. Признак сходимости Даламбера. Следствие: признак Даламбера в предельной форме. Интегральный признак сходимости монотонно убывающей числовой последовательности.	Определение первообразной, общий вид первообразной, обозначения неопределенных интегралов. Основные свойства операции интегрирования. Таблица неопределенных интегралов. Формула интегрирования по частям. Замена переменной интегрирования. Интегрирование рациональных функций.	4 определенных интеграла (1 из которых вообще табличный), 1 несобственный. Несложные, решаются заменой переменной, формулой Ньютона-Лейбница. Разложение в ряд Фурье функции $f(x)=x$ на $(-\pi, \pi)$ с периодом $T=2\pi$ .	Шваб	люлей	4	Билет максимально простой. Шваб почти не смотрит на задачи; вместо этого будет задавать элементарные вопросы типа "а что такое 0 большое", но отвечать на них надо аккуратно и скорее всего с подобострастием. Лично я офигела писать так много теории, так что успеть дорешать задачи надо постараться.	
2	Пространство интегрируемых с квадратом функций. Определение и структура пространства $L_2$ . Неравенство Коши-Буняковского. Сходимость. Неравенство Бесселя и свойство минимальности коэффициентов Фурье. Полные в $L_2$ системы функций. Ряды Фурье функций из $L_2$ . Равенство Парсеваля	Определенный интеграл. Разбиения промежутка: узлы разбиения, сетка, свойства разбиений. Интегральные суммы Дарбу и Римана. Определение интеграла Римана. Пример: интеграл ступенчатой функции. Критерий Римана интегрируемости.	$\int_0^{\pi} (2x + \sin(2x)) dx \quad \int_0^1 \log^3\left(\frac{1}{x}\right) dx$ $\int_1^5 \frac{x}{1+x^2} dx \quad \int_0^{+\infty} \frac{1}{e^x} dx$ $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 1, & 0 \leq x < a, \\ \frac{1}{2}, & x = a, \\ x, & x > 0 \end{cases}$	Рудометова	4-5	5		
3	Аффинные пространства до определения аффинных преобразований	Интеграл Римана, начиная с определения колебания функции	4 простых интеграла на одну замену переменной (2 несобственных). 1 интеграл на несколько применений замены переменных $\ln^4(1/x)$ от 0 до 1. Кусочно заданная функция для ряда Фурье на $(0;4)$ не чётная, ни нечётная	Шваб	5	5	Достаточно простой билет. Когда у Шваб хорошее настроение, принимает лояльно, задачи пробежала глазами, не разбирала. Может задушить по теме, которую хорошо знает, а которую не знает примет и так. Доказательства не спрашивала	
4	Определение Аффинного преобразования и его общий вид в произвольном базисе Аффинного пространства. Примеры. Свойства Аффинных преобразований. Группа $A(n)$ . Подгруппа собственных преобразований	Свойства определенного интеграла (до интеграла с переменным верхним пределом + приращения)	Ряд супер простой (разложить $ x $ от -1 до 1), первые три интеграла также очень легкие, решаются одним интегрированием по частям. Оставшиеся два неопределенные интегралы вида $x^n \ln x / (1+x^2)^2$ и $\ln(1/x)^6$	Рудометова	4	5	Сам билет простой, если не тупить как я. Из сложного можно выделить два неприятных несобственных интеграла. Из-за двух нерешенных хотела поставить 4, но посмотрела на баллы и поставила 5	
5	Интеграл по определённому промежутку - Формула Тейлора.	Кватернионы до вращения	5 интегралов, 4 несобственных + разложить в ряд Фурье	Васкевич	3-4	3	Лёгкий билет	
6								

7								
8	См. 20 билет	См. 20 билет	Легчайшие интегралы: неопределённый от $(1 / (x^3 + x))$ , определённый от $(x \sin x)$ и определённый от $(x \cos x)$ + ряд Фурье от $f(x) = (x + \pi)$ , $[-\pi; \pi]$	Рудомётова	4-5	5	Рудомётова лучшая как и этот билет	
9								
10								
11	Периодические функции и гармонический анализ. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Ряды Фурье по ортогональным системам функций. Определение тригонометрического ряда Фурье. Примеры разложений функции в ряд Фурье.	Кватернионы. Определение, сложение, умножение, некоммутативность умножения, группы $H_0, H_1$ , свойства, модуль кватерниона. Скалярная и векторная часть кватерниона. Скалярное и векторное произведение кватернионов.	$\int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx, \quad \int_1^3 \ln x dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx.$ $f(x) = 10 - x \quad \text{при } 5 < x < 15, \quad f(x + 10) = f(x).$	Рудометова	5	5	Рудометова лапочка. Хорошо работал в семестре (13 группа) , она сказала , что вопросов ко мне будет немного. Посмотрела интегралы, согласилась с тем что ряд Фурье неприятный, но ход решения понятен (bk не досчитал). Посмотрела лист с теорией по рядам Фурье и отпустила.	
12	Ряд Фурье в комплексной форме, ядро Дирихле, аппроксимация абсолютно интегрируемых функций.	Вращение в трёхмерном пространстве с помощью кватернионов.	1: интеграл $\sin^5 x \cdot \cos x \, dx$ , 2: интеграл от 0 до $2\pi$ $\cos^2 x \, dx$ , 2: интеграл $\ln x + \sqrt{x^2 + 1} \, dx$ ; ряд Фурье: $f(x) = x - (x^2)/2$ на $[0, 2]$	Васкевич		3		

13								
14								
15	Интеграл Фурье как предельный случай ряда Фурье. Косинус и синус преобразование. Локально интегрируемые функции. Интеграл в смысле главного значения + пример.	Аффинные преобразования до определения аффинного преобразования включительно	5 интегралов: собственные и несобственные. Разложение в ряд Фурье функции, по сути, $ \cos x $ , только заданной кусочно на $(0, \pi)$ .	Васкевич	?	4	Интеграл Фурье довольно неприятный билет, аффинные - нормальный. Интегралы простые, но есть парочка на знание элементарных формул ( $\arcsin$ , $\arctg$ , высокий и длинный логарифмы). Разложение тоже несложное.	
16	Числовые ряды. Ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда. Ряды с неотрицательными членами. Гармонический ряд. Признак сходимости Коши. Признак сходимости Даламбера. Интегральный признак сходимости. Признак Лейбница.	Тригонометрические ряды Фурье. Комплексная форма тригонометрических рядов Фурье. Частичные суммы. Интегральные представления частичных сумм. Ядра Дирихле. Носитель функции, финитные функции, ступенчатые функции. Теорема об аппроксимации абсолютно интегрируемых функций финитными ступенчатыми функциями.	<p>Определить сходимость рядов</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n} \lg \frac{1}{n}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n^2})$ <p><i>I forgot...</i></p> <p>Разложить в ряд Фурье и нарисовать график функции</p> $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$	Васкевич	4	3	Васкевич вопросов не задавал, потому что билет был подробно расписан. Разъебал по фактам за задачи, поэтому такая оценка. Пишите как можно больше комментариев в билете словами, чтобы не отвечать на уточняющие вопросы с последующими дополнительными.	
17								
18	Кватернионы до векторного произведения	Интеграл по ориентированному промежутку	3 интеграла + разложение в ряд Фурье	Васкевич	3	4	Написал 1 вопрос + немного криво решил задачи. Фулл билет - <a href="https://drive.google.com/file/d/1W68LlieWeJzkoJqBlsc2Zxospl-Ba3_a/view?usp=sharing">https://drive.google.com/file/d/1W68LlieWeJzkoJqBlsc2Zxospl-Ba3_a/view?usp=sharing</a>	
19								

20	Всё про числовые ряды (от определения числового ряда до признака Лейбница)	Несобственные интегралы	3 очень лёгких интеграла (неопределённый с корнями, определённый от логарифма и определённый от квадрата косинуса) + разложение в ряд Фурье функции $f(x) = 10 - x$ ( $5 < x < 15$ ) и $f(x + 10) = f(x)$	Рудомётова	Что угодно	Отл	Лучший билет всем советую
21	Тригонометрические ряды Фурье (до теоремы об аппроксимации ф-ции финитными ступенчатыми ф-циями)	Преобразование Фурье	2 определенных интеграла, 2 неопределенных интеграла, интеграл $(\ln(1/x))^3$ + разложение в ряд Фурье функции $f(x) = 10 - x$ ( $5 < x < 15$ ) и $f(x + 10) = f(x)$				
22	Теорема Котельникова полностью	Несобственные интегралы	Интегралы: $x^*e^x(-x)$ , $\ln x$ , $(\ln(1/x))^6$ , ещё один простой и один средненький + разложение в ряд Фурье функции $ x $ на $(-1,1)$	Шваб		4	4 Шваб будто бы не заметила отсутствие док-ва Котельникова, задачи мельком просмотрела, не обращая внимания на недоделанные. В целом принимала довольно лояльно.
23							
24							
25							

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Общий вид аффинного преобразования в произвольном базисе аффинного пространства. Геометрические свойства аффинного преобразования. Группа  $A^n$ . Собственные преобразования. Примеры аффинных преобразований (сдвиги, подобия, сжатия).

2. Свойства интегрируемых функций. Достаточные признаки интегрируемости функций. Линейность, аддитивность и монотонность интеграла. Интегральная теорема о среднем. Интеграл по ориентированному промежутку. Интеграл с переменным верхним пределом: определение, непрерывность, оценка приращения.

3. Найти интегралы

$$\int_{-1}^0 xe^{-x} dx, \quad \int_0^1 x^2 z^3 dx, \quad \int_0^1 \ln x dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x \ln x dx}{(1+x^2)^2}, \quad \int_0^1 \left( \ln \frac{1}{x} \right)^6 dx.$$

Какие из этих интегралов являются несобственными?

4. Нарисовать график и разложить в ряд Фурье функцию с периодом  $T = 2$ , заданную на интервале  $(-1, 1)$  формулой  $f(x) = |x|$ .

Составитель

(подпись)

В.Л. Васкевич

Ответственный за  
образовательную программу

(подпись)

М.М. Даврентьев

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.