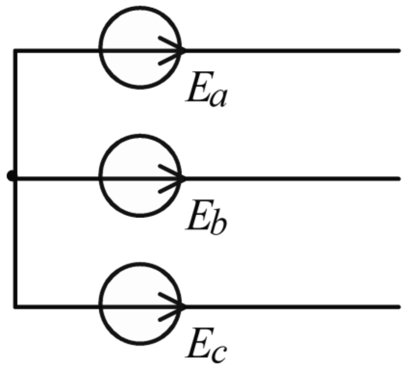
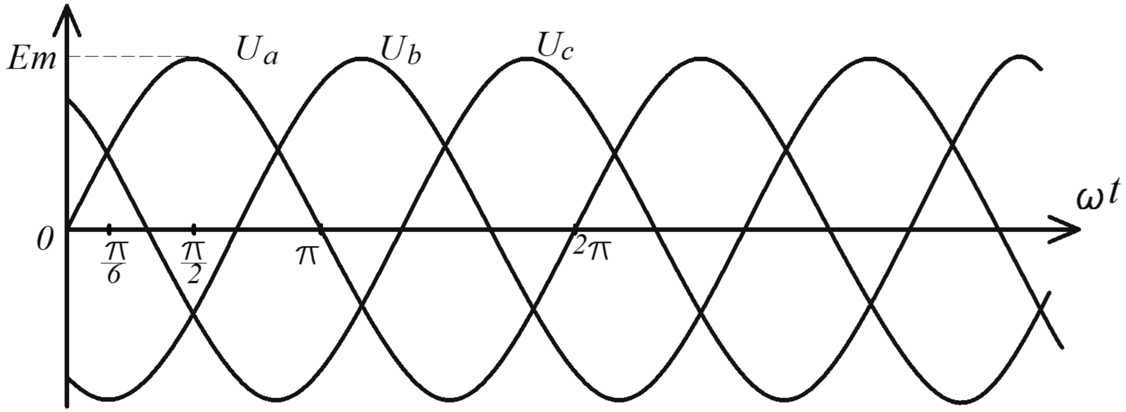
Аналоговая электроника и техника измерений.

Трехфазные цепи переменного синусоидального тока.
Резонансные явления в цепях переменного синусоидального тока.

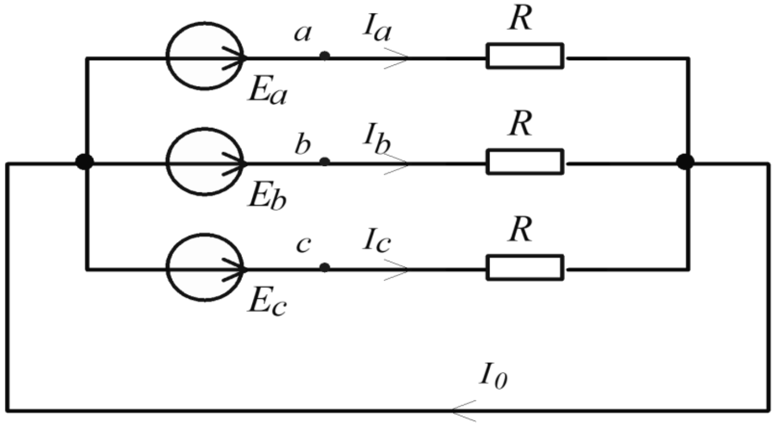
Трехфазные цепи переменного синусоидального тока.

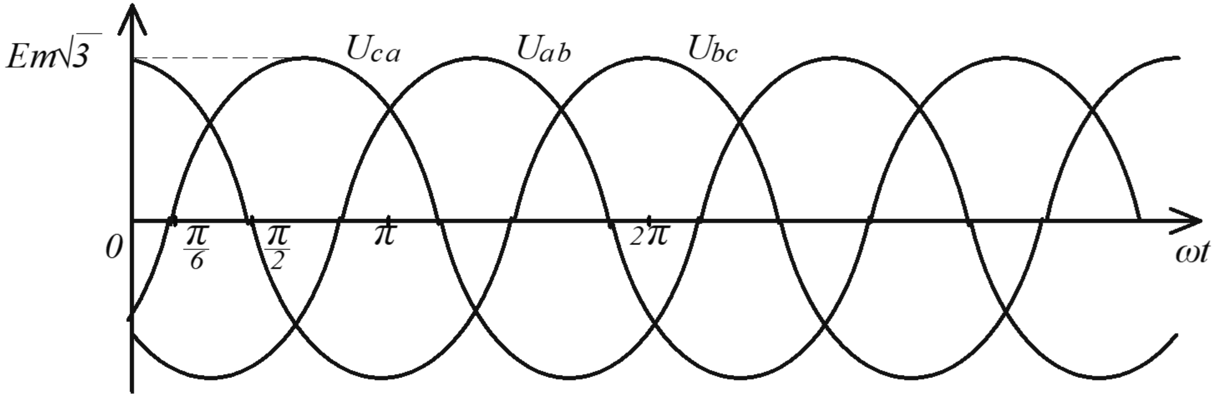




Трехфазный источник изображается с помощью трех однофазных источников.
ЭДС источников - называются **фазные ЭДС ,** токи в источниках – **фазные токи**.
Падения напряжений на нагрузках называются **фазными напряжениями.**
Провода, соединяющие источники и нагрузки, называются **линейными**,
а напряжения между ними - **линейными напряжениями,**
токи в линейных проводах – **линейные токи.**
Провод, соединяющий среднюю точку источников со средней точкой нагрузок, называется **нулевым проводом**.

Соединение звезда -звезда





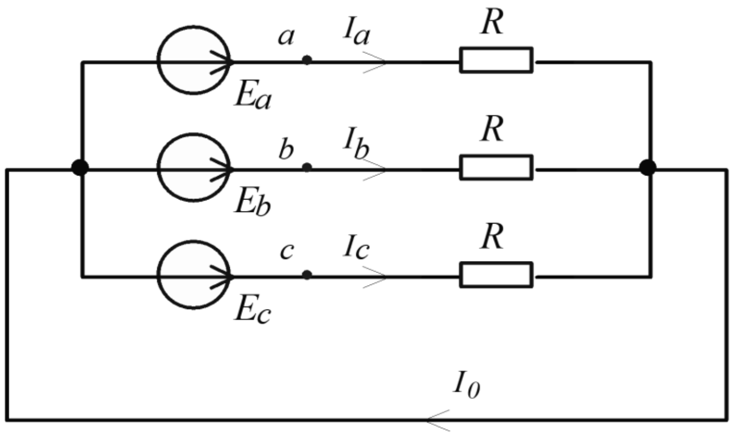
$$\dot{U}_{ab} = \dot{E}_b - \dot{E}_a = E_m \cdot \left(e^{j120°} - 1\right) = E_m \cdot (cos120° + jsin120° - 1) = E_m \cdot \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)$$

$$= E_m\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) = E_m\sqrt{3} \cdot e^{j150°}$$

$$\dot{U}_{bc} = E_m\sqrt{3} \cdot e^{j270°}, \qquad \dot{U}_{ca} = E_m\sqrt{3} \cdot e^{j30°}$$

При соединении «звезда» фазные и линейные напряжения различаются в $\sqrt{3}$ раз по амплитуде.

Соединение звезда -звезда

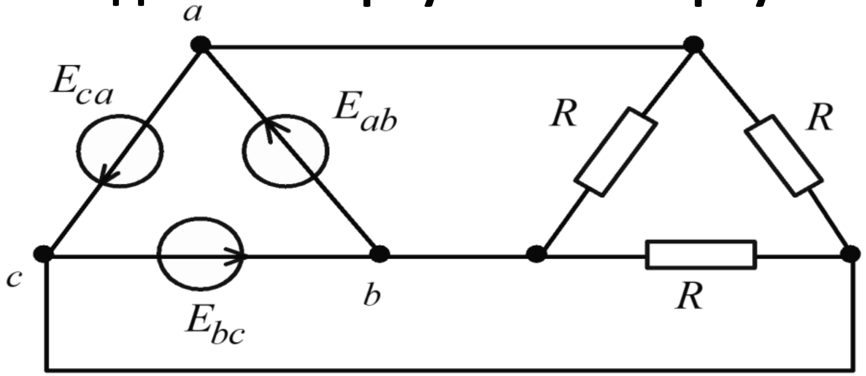


$$\dot{I}_a = \frac{E_m}{R}, \quad \dot{I}_b = \frac{E_m}{R} \cdot e^{j120°}, \quad \dot{I}_c = \frac{E_m}{R} \cdot e^{j240°}$$

Для соединения «звезда» фазные и линейные токи совпадают.
Ток в нулевом проводе:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \frac{E_m}{R} \cdot \left(1 + e^{j120°} + e^{j240°}\right) = 0$$

Соединение треугольник -треугольник



При соединении треугольник фазные и линейные напряжения совпадают.
Вычислим контурную ЭДС:

$$\dot{E}_0 = \dot{E}_{ab} + \dot{E}_{bc} + \dot{E}_{ca} = E_m \cdot \left(1 + e^{j120^\circ} + e^{j240^\circ}\right) = 0$$

Фазные токи:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{E_m}{R}, \quad \dot{I}_{bc} = \frac{E_m}{R} \cdot e^{j120^\circ}, \quad \dot{I}_{ca} = \frac{E_m}{R} \cdot e^{j240^\circ}$$

Линейные токи:

$$\dot{I}_a = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{ab} = \frac{E_m\sqrt{3}}{R} \cdot e^{j210^\circ}, \dot{I}_b = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{bc} = \frac{E_m\sqrt{3}}{R} \cdot e^{j330^\circ},$$

$$\dot{I}_c = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ca} = \frac{E_m\sqrt{3}}{R} \cdot e^{j90^\circ}$$

Мощность в трехфазных цепях

Мгновенная мощность в симметричной трехфазной сети:

$$\boldsymbol{p(t)} = \boldsymbol{p_a(t)} + \boldsymbol{p_b(t)} + \boldsymbol{p_c(t)} = U_m I_m (sin^2\omega t + sin^2(\omega t + 120°) + sin^2(\omega t + 240°) =$$

$$= \frac{U_m I_m}{2}(3 + cos2\omega t + cos2(\omega t + 120°) + cos2(\omega t + 240°) =$$

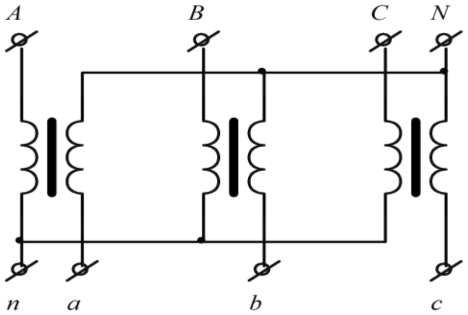
$$= \frac{U_m I_m}{2}\left(3 + \frac{e^{j2\omega t}}{2}\left(1 + e^{j120°} + e^{j240°}\right) + \frac{e^{-j2\omega t}}{2}\left(1 + e^{-j120°} + e^{-j240°}\right)\right) = \boldsymbol{\frac{3U_m I_m}{2}} = \boldsymbol{3U_{rms} I_{rms}}$$

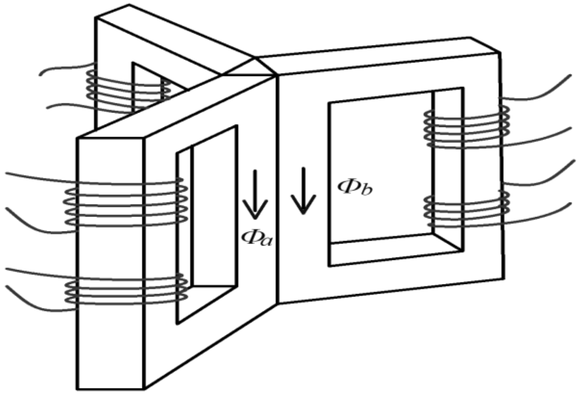
В общем случае для активной мощности: $P = 3 \cdot U_ф \cdot I_ф cos\varphi$

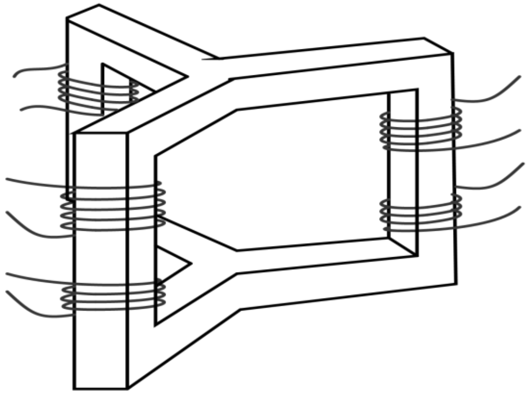
Через линейные напряжения и токи: $P = \sqrt{3} U_л \cdot I_л cos\varphi$

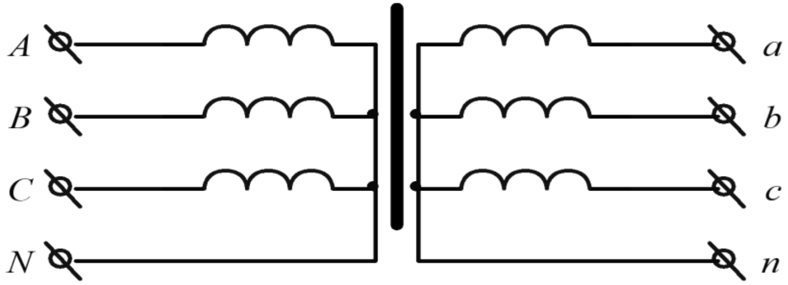
Для реактивной и полной мощностей: $Q = \sqrt{3} U_л \cdot I_л sin\varphi$ $S = \sqrt{3} U_л \cdot I_л$

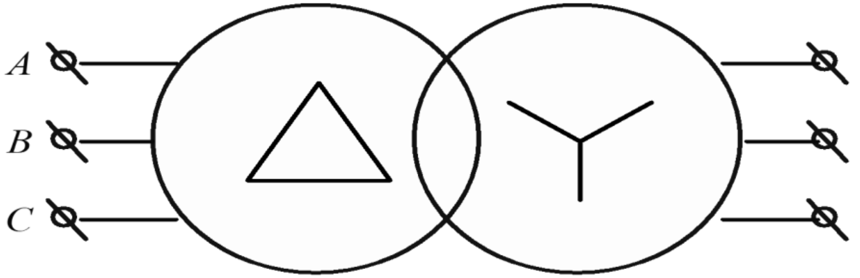
Трехфазный трансформатор



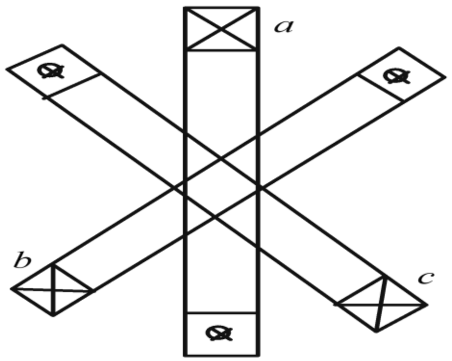


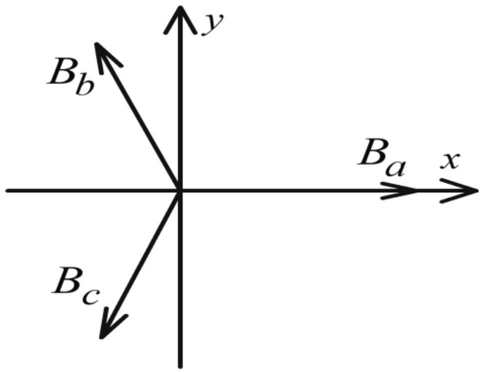






Вращающееся магнитное поле





Изменение величины индукции от времени:

$$B_a = B_m sin\omega t,\ B_b = B_m \sin(\omega t + 120°),\ B_c = B_m \sin(\omega t - 120°)$$

Определим проекции вектора индукции поля на координатные оси:

$$B_x = B_a - B_b sin30° - B_c sin30° = B_a - \frac{1}{2} \cdot (B_b + B_c)$$

$$B_y = B_c cos30° - B_b cos30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (B_c - B_b)$$

Вращающееся магнитное поле

Подставим в проекции зависимость от времени:

$$B_x = B_m \cdot (sin\omega t - \frac{1}{2}(\sin(\omega t + 120°) + \sin(\omega t - 120°)) = \frac{3}{2} B_m \cdot sin\omega t$$

$$B_y = \frac{\sqrt{3}}{2} B_m \cdot (\sin(\omega t + 120°) - \sin(\omega t - 120°)) = \frac{3}{2} B_m \cdot cos\omega t$$

Проекции определяют вектор неизменной величины вращающийся относительно центральной оси:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{3}{2} B_m \qquad arctg \frac{B_y}{B_x} = \omega t$$

Резонансные явления в электрических цепях

Резонансные явления

Процессы обмена энергией реактивными элементами электрической цепи приводящими к росту амплитуд тока или напряжения на элементах называются ***резонансными***.

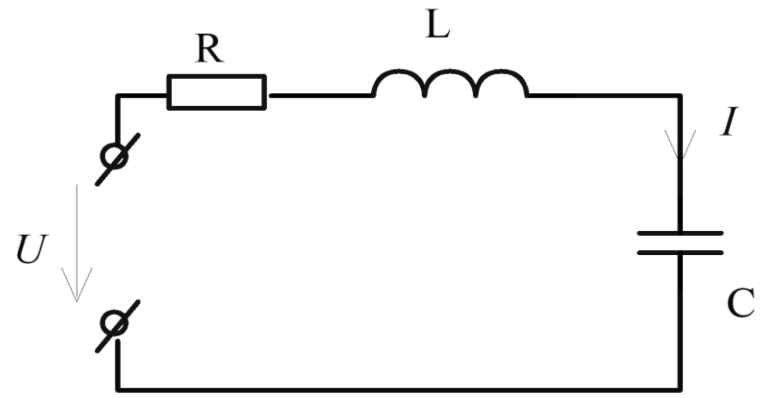
Резонанс возникает при *равенстве величины энергии запасаемой в электрическом поле конденсатора величине энергии запасаемой в магнитном поле катушки индуктивности*.

Для возникновения резонансных явлений необходима хотя бы одна пара элементов конденсатор – катушка индуктивности. При наличии большего количества элементов резонансов (резонансных частот) будет несколько.

Цепи охваченные резонансными процессами называются колебательными контурами. Резонансные колебания могут иметь как вынужденный (при наличии внешнего возбуждения), так и свободный характер. Свободные колебания в реальных цепях всегда являются затухающими.

Последовательный контур

По второму правилу Кирхгофа в символической форме:



$$\dot{U} = \dot{I} \cdot Z = \dot{I}(r + j\omega L - j\frac{1}{\omega C})$$

При $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ $Z = r$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

При отсутствии потерь $\frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{L \cdot I^2}{2}$ и $\frac{U}{I} = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$

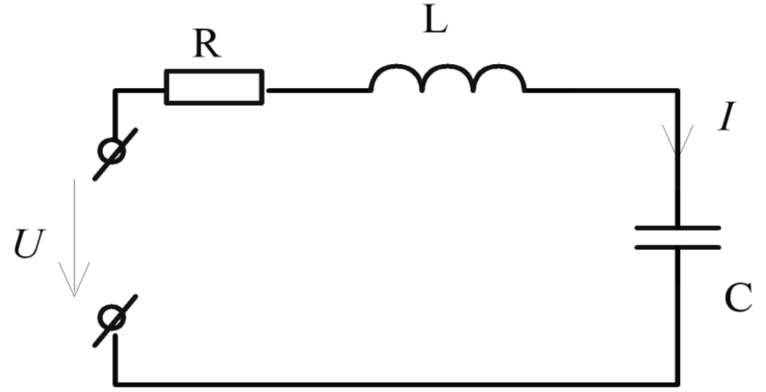
ρ – характеристическое сопротивление контура.

Пример.

Пусть *U=10 В, R=1 Ом,* X_L=X_C*=100 Ом* для резонансной частоты.

Рассчитать ток и напряжения на элементах контура при работе на резонансной частоте.

$$I = \frac{U}{R} = 10\ A$$

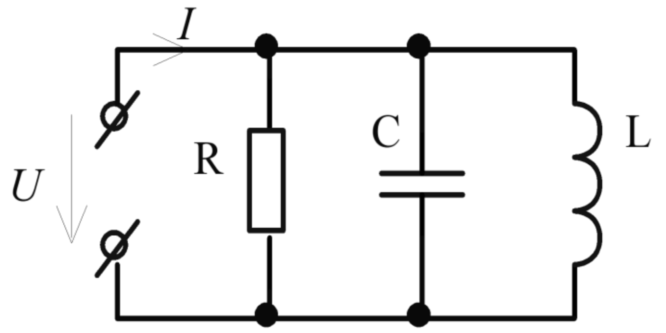


$$|U_L| = |U_C| = XI = 1000\ \text{В}$$

Параллельный контур

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C + \dot{I}_L = \dot{U} \cdot (G + j(B_C - B_L))$$

$$B_C = \omega C, \qquad B_L = \frac{1}{\omega L}, \qquad Y = G = {}^{1}/_{R}$$



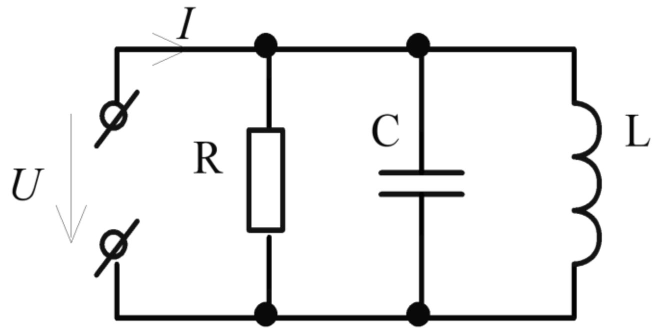
При $\omega C = \frac{1}{\omega L}$ $\qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\frac{I}{U} = \gamma = \sqrt{\frac{C}{L}}$$

γ – характеристическая проводимость контура.

Пример

Пусть в схеме *U=100 В, G=0.1 См,* B_L*=*B_C*=10 См на резонансной частоте*. Определить ток в элементах контура при работе на резонансной частоте.



$$I = UG = 10\ A$$

$$|I_L| = |I_C| = UB = 1000\ A$$

Параметры колебательных контуров

- Собственная частота (частота свободных колебаний в контуре)

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- Характеристическое сопротивление $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$

физический смысл это величина модуля сопротивлений реактивных элементов контура на резонансной частоте $\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$

- И характеристическая проводимость $\gamma = \sqrt{\frac{C}{L}}$

Параметры колебательных контуров

Добротность контура

$$Q = \frac{\omega_0 \cdot W}{P_d}$$

W - энергия запасенная в системе, P_d - рассеиваемая мощность.

Для последовательного контура

$$Q = \frac{\rho}{r}$$

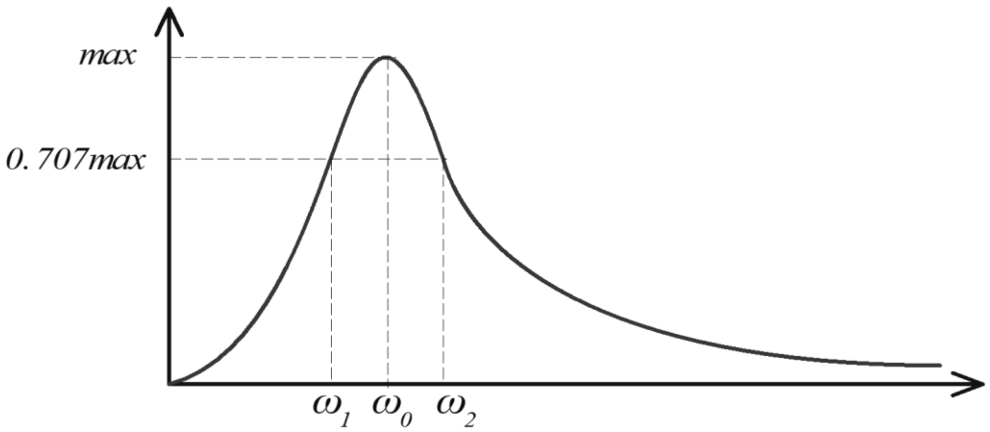
Для параллельного контура

$$Q = \frac{\gamma}{G}$$

Параметры колебательных контуров

- Последовательное и параллельное сопротивление потерь (можно пересчитывать одно в другое)

$$R = \frac{\rho^2}{r}$$



- Полоса пропускания контура

$$\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2| = \frac{\omega_0}{Q}$$

- Коэффициент затухания

$$\frac{U(t)}{U(t+T)} = e^{\beta t}$$

- Постоянная времени

$$\tau = \frac{1}{\beta}$$

это время за которое амплитуда колебания уменьшается в e раз.

Резонанс в сложной цепи

Количество резонансов - $m + n - 1$

m - количество конденсаторов,

n - количество индуктивностей

Резонансы напряжений и токов будут чередоваться.

$$Im\{Z(\omega)\} = \frac{P(\omega)}{Q(\omega)} \qquad Im\{Y(\omega)\} = \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

Резонансы напряжений

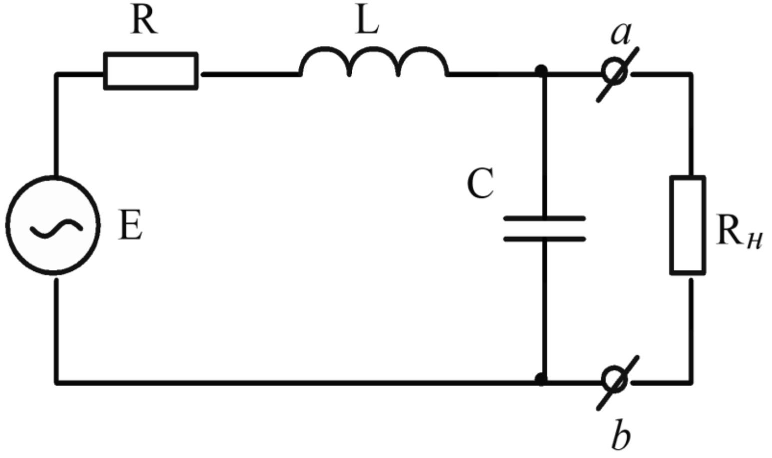
$$P(\omega) = 0$$

Резонансы токов

$$Q(\omega) = 0$$

Задача о нагруженном резонансном контуре

$$Z = R + j\omega L + \frac{R_{\text{н}}\frac{1}{j\omega C}}{R_{\text{н}} + \frac{1}{j\omega C}} = R + j\omega L + \frac{R_{\text{н}}}{j\omega C R_{\text{н}} + 1} =$$



$$= R + \frac{R_{\text{н}}}{\omega^2 C^2 R_{\text{н}}^2 + 1} + j(\omega L - \frac{\omega C {R_{\text{н}}}^2}{\omega^2 C^2 R_{\text{н}}^2 + 1})$$

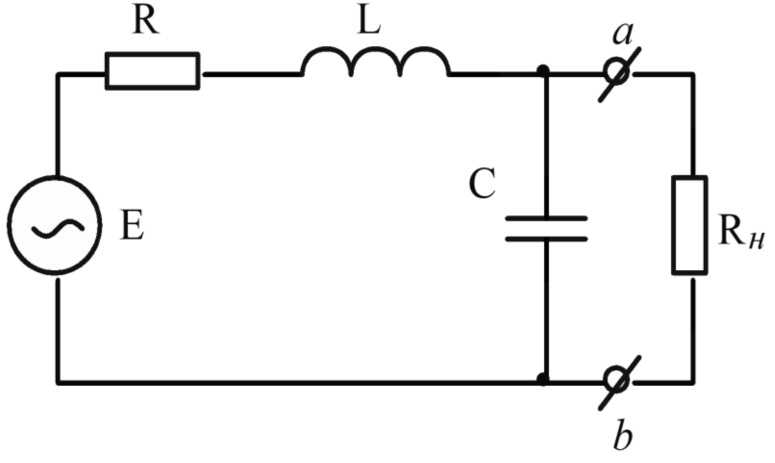
$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC} \cdot (1 - \frac{L}{C{R_{\text{н}}}^2})} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{{R_{\text{н}}}^2}}$$

$$r_{\text{потерь}} = R + \frac{R_{\text{н}}}{\omega^2 C^2 R_{\text{н}}^2 + 1} \cong R + \frac{R_{\text{н}}}{{R_{\text{н}}^2}/{\rho^2} + 1} \cong R + \frac{\rho^2}{R_{\text{н}}} \quad \text{если } \omega = \omega_0 \text{ и } {R_{\text{н}}^2}/{\rho^2} \gg 1$$

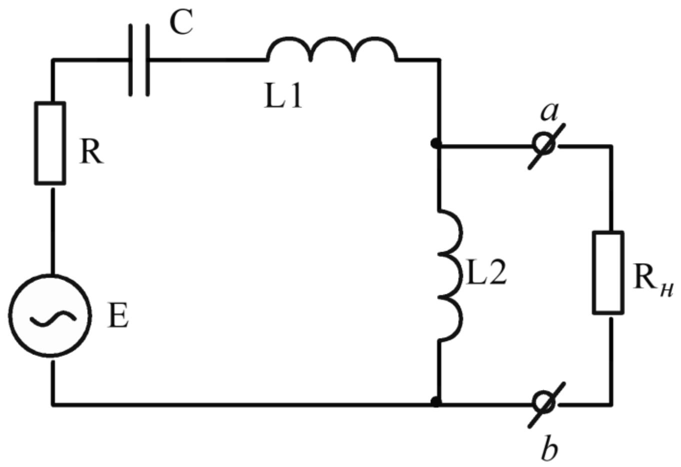
Согласование резонансной цепи.

$$Z_{ab} = \frac{(R + j\omega L)\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{R}{j\omega C} + \frac{L}{C}}{R} = \rho(\frac{\rho}{R} - j) \cong \frac{\rho^2}{R}$$

$$|Z_{ab}| = R_{\text{н}}$$



Задача о частичном включении



$$k = {}^{L}/_{L2} \qquad L1 = (1-k)L$$

$$Z_{ab} = \frac{jX_{L2}(R - jX_C + jX_{L1})}{R - jX_C + j(X_{L1} + X_{L2})} \quad \text{при} \quad X_C = X_{L1} + X_{L2}$$

$$Z_{ab} = \frac{j\omega_0 kL(R - \frac{j}{\omega_0 C} + j\omega_0(1-k)L)}{R} = \frac{jk\rho(R - jk\rho)}{R} = k^2\rho(Q - \frac{j}{k})$$

При $Q \gg \frac{1}{k}$ $\qquad Z_{ab} \cong R_{ab} = k^2\rho Q = k^2\frac{\rho^2}{R}$