

	<p><b>Министерство образования и науки Российской Федерации</b> <b>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение</b> <b>высшего образования</b> <b>«Московский государственный технический университет</b> <b>имени Н.Э. Баумана</b> <b>(национальный исследовательский университет)»</b> <b>(МГТУ им. Н.Э. Баумана)</b></p>
--	---

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_\_\_ Информатика и системы управления (ИУ) \_\_\_\_\_

КАФЕДРА \_\_\_\_\_ Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии  
(ИУ7) \_\_\_\_\_

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2**  
**«Построение и программная реализация алгоритма**  
**многомерной интерполяции табличных функций »**

Студент группы ИУ7-41Б  
Костев Дмитрий

*Москва 2021*

## Цель работы

Получение навыков построения алгоритма интерполяции таблично заданных функций двух переменных.

## Исходные данные

1. Таблица функции с количеством узлов  $5 \times 5$ .

$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}$	0	1	2	3	4
0	0	1	4	9	16
1	1	2	5	10	17
2	4	5	8	13	20
3	9	10	13	18	25
4	16	17	20	25	32

2. Степень аппроксимирующих полиномов -  $n_x$  и  $n_y$ .

3. Значение аргументов  $x$ ,  $y$  для которых выполняется интерполяция.

## Код программы

# Лабораторная работа №2

```
class Point:
    def __init__(self, x, y):
        self.x = x
        self.y = y

def getIndex(points, x):
    dif = abs(points[0].x - x)
    index = 0
    for i in range(len(points)):
        if abs(points[i].x - x) <= dif:
            dif = abs(points[i].x - x)
            index = i
    return index

def getWorkingPoints(points, index, n):
    left = index
    right = index
    for i in range(n - 1):
        if i % 2 == 0:
            if left == 0:
                right += 1
            else:
                left -= 1
        else:
            if right == len(points) - 1:
                left -= 1
            else:
                right += 1
    return points[left:right + 1]

def Newton(points, x, n):
    index = getIndex(points, x)
    workingPoints = getWorkingPoints(points, index, n)

    vals = [p.y for p in workingPoints]
    args = [p.x for p in workingPoints]
    difs = [vals[0]]
    col_num = len(vals)
```

```

    for i in range(1, col_num):
        for j in range(col_num - 1):
            vals[j] = (vals[j] - vals[j + 1]) / (args[j] - args[j
+ i])
        difs.append(vals[0])
        col_num -= 1

    result = 0
    multiplier = 1
    for i in range(n):
        result += (difs[i] * multiplier)
        multiplier *= (x - args[i])
    return result

```

```

def result(x, y, xArray, yArray, table):
    print('\nИнтерполяции таблично заданных функций двух перемен-
ных:\n')
    print("|-----|")
    print("|          |    n=1    |    n=2    |    n=3    |")
    print("|-----|-----|-----|-----|")
    for ny in range(1, 4):
        print("| n = {:2d} |".format(ny), end="")
        for nx in range(1, 4):
            args = []
            for i in range(len(table)):
                points = []
                for j in range(len(xArray)):
                    points.append(Point(xArray[j], table[i][j]))
                args.append(Newton(points, x, nx + 1))
            points = []
            for i in range(len(yArray)):
                points.append(Point(yArray[i], args[i]))
            result = Newton(points, y, ny + 1)
            print("{:9.4f}|".format(result), end="")
        print("\n|-----|-----|-----|-----|")

```

```

if __name__ == "__main__":
    x = 1.5
    y = 1.5
    xArray = [0, 1, 2, 3, 4]
    yArray = [0, 1, 2, 3, 4]
    table = [[0, 1, 4, 9, 16],
              [1, 2, 5, 10, 17],
              [4, 5, 8, 13, 20],
              [9, 10, 13, 18, 25],
              [16, 17, 20, 25, 32]]
    result(x, y, xArray, yArray, table)

```

# Результат работы программы

Результат интерполяции  $z(x,y)$  при степенях полиномов 1,2,3 для  $x=1.5$ ,  $y=1.5$ .

	$n_x = 1$	$n_x = 2$	$n_x = 3$
$n_y = 1$	5.0000	4.7500	4.7500
$n_y = 2$	4.7500	4.5000	4.5000
$n_y = 3$	4.7500	4.5000	4.5000

## Ответы на вопросы

1. Пусть производящая функция таблицы суть  $z(x,y)=x^2+y^2$ . Область определения по  $x$  и  $y$  0-5 и 0- 5. Шаги по переменным равны 1. Степени  $n_x = n_y = 1$ ,  $x=y=1.5$ . Приведите по шагам те. значения функции, которые получаются в ходе последовательных интерполяций. по строкам и столбцу.

Выбираем конфигурацию:

$Y \setminus X$ :	1	2
1	2	5
2	5	8

Интерполируем по первой строке, значение функции: 3.5

Интерполируем по второй строке, значение функции: 6.5

Интерполируем полученный столбец, значение функции: 5.0

2. Какова минимальная степень двумерного полинома, построенного на четырех узлах? На шести узлах?

На четырех узлах – 3.

На шести узлах – 5.

3. Предложите алгоритм двумерной интерполяции при хаотичном расположении узлов, т.е. когда таблицы функции на регулярной сетке нет, и метод последовательной интерполяции не работает. Какие имеются ограничения на расположение узлов при разных степенях полинома?

При работе с нерегулярной сеткой. Ограничиваем интерполяционный полиномом первой степени, имеем  $z = a + bx + cy$ , и его коэффициенты находят по трем узлам, выбираемым в окрестности точки интерполяции:  $z_i = a + b x_i + c y_i$ ,  $0 \leq i \leq 2$ , здесь  $i$  - номер узла. Точно так же можно использовать полином второй степени,  $z_i = a + b x_i + c y_i + d x_i^2 + e y_i^2 + f x_i y_i$ ,  $0 \leq i \leq 5$ . Понятно, что выбираются 6 узлов, ближайших к точке интерполяции.

При интерполяции полиномом первой степени  $P(x, y)$  узлы не должны лежать на одной прямой в плоскости, а при второй степени – не должны лежать в одной плоскости.

4. Пусть на каком-либо языке программирования написана функция, выполняющая интерполяцию по двум переменным. Опишите алгоритм использования этой функции для интерполяции по трем переменным.

1) Проводится интерполяция по двум переменным, например, по  $x$  и  $y$ . При этом выполняется  $n_z + 1$  двумерных интерполяций и вычисляются значения функции  $f(x, y, z_i)$ .

2) По полученным в п. 1 значениям совершается одна интерполяция по  $z$ .

5. Можно ли при последовательной интерполяции по разным направлениям использовать полиномы несовпадающих степеней или даже разные методы одномерной интерполяции, например, полином Ньютона и сплайн?

Да можно, так как эти два действия независимые.

6. Опишите алгоритм двумерной интерполяции на треугольной конфигурации узлов.

Пусть конфигурация представлена в таблице.

Проведем интерполяцию по строкам. Степень полинома будет уменьшаться на один по каждой строке. Далее из полученного столбца проведем интерполяцию.