Zadanie 1 - Optymalizacja Mnożenia Macierzy

Łukasz Wala
AGH, Wydział Informatyki, Elektroniki i Telekomunikacji
Optymalizacja Kodu na Różne Architektury 2022/23

Kraków, 9 kwietnia 2023

1 Wstęp

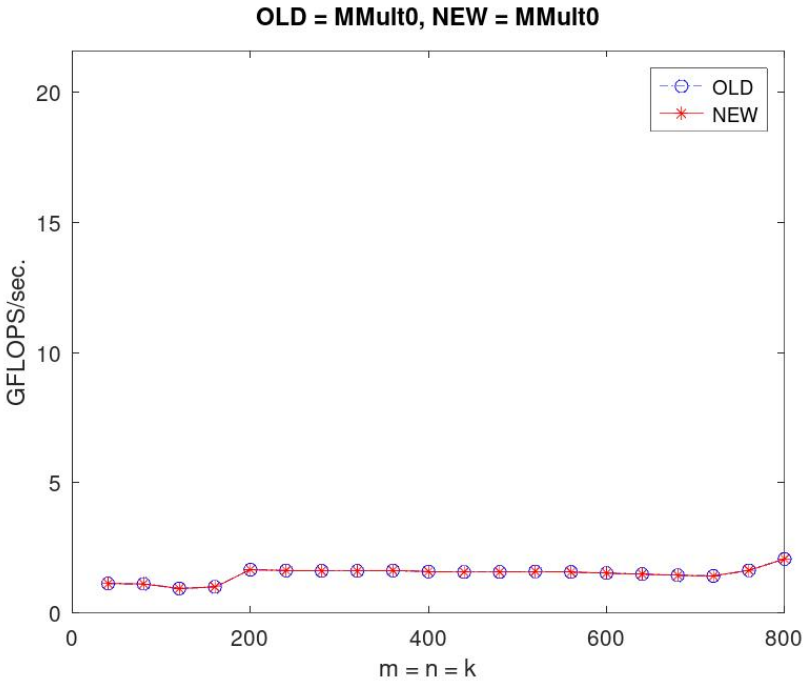
Celem zadanie jest zoptymalizowania procesu mnożenia macierzy zgodnie z intrukcjami dostępnymi pod adresem `github.com/flame/how-to-optimize-gemm`. Pod nim znajduje się również kod źródłowy kolejnych kroków optymalizacji, więc w celu zachowania zwięzłości sprawozdania, w kolejnyc etapach załączane będą jedynie adresy do odpowiednich plików.

Testy przeprowadzano na komputerze z procesorem AMD Ryzen 7 4700u (8 rdzeni taktowanych zegarem o podstawowej częstotliwości 2 GHz, w podstawowej konfiguracji, bez *overclockingu*). Testy wykonywano jednowątkowo. Procesor wspiera instrukcje wektorowe z rodziny SSE oraz częściowo AVX (AVX, AVX2, natomiast już nie AVX-512). Użyty system operacyjny to Linux.

2 Optymalizaje

2.1 Bazowy przypadek

Kod źródłowy
Bazowy przypadek to mnożenie macierzy w trzech zagnieżdzonych pętlach. Do niego będą porównywane kolejne optymalizacje. Poniższy wykres przedstawia zależność GFLOPS (liczba miliardów operacji zmiennoprzecinkowych na sekundę) do rozmiaru macierzy.

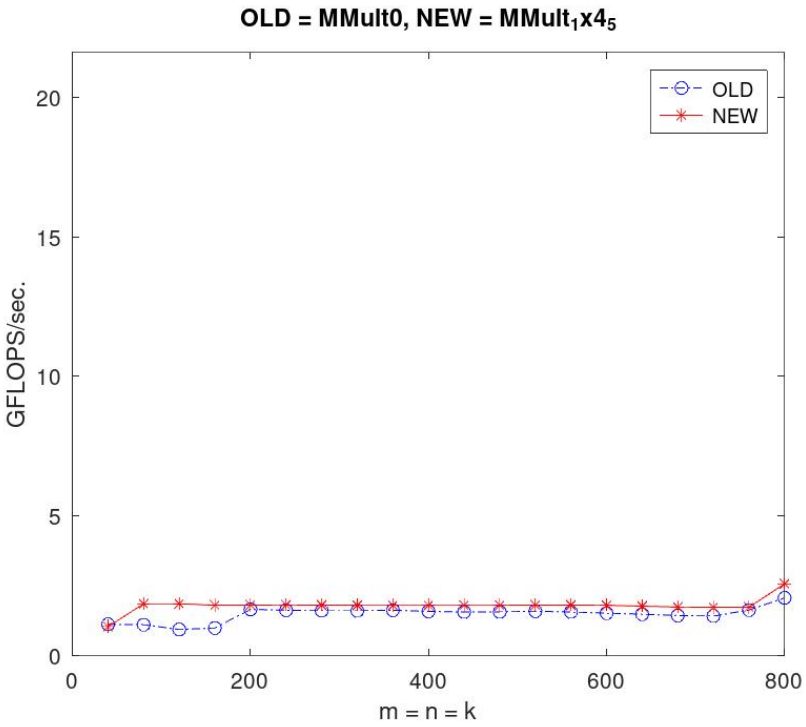


Rysunek 1: Przypadek bazowy

2.2 Optymalizacje 1 - 1x4_5

Kod źródłowy
Pierwsze optymalizacje polegają na wydzieleniu rutyny odpowiedzialnej za mnożenie, oraz rozwinięcie pętli.

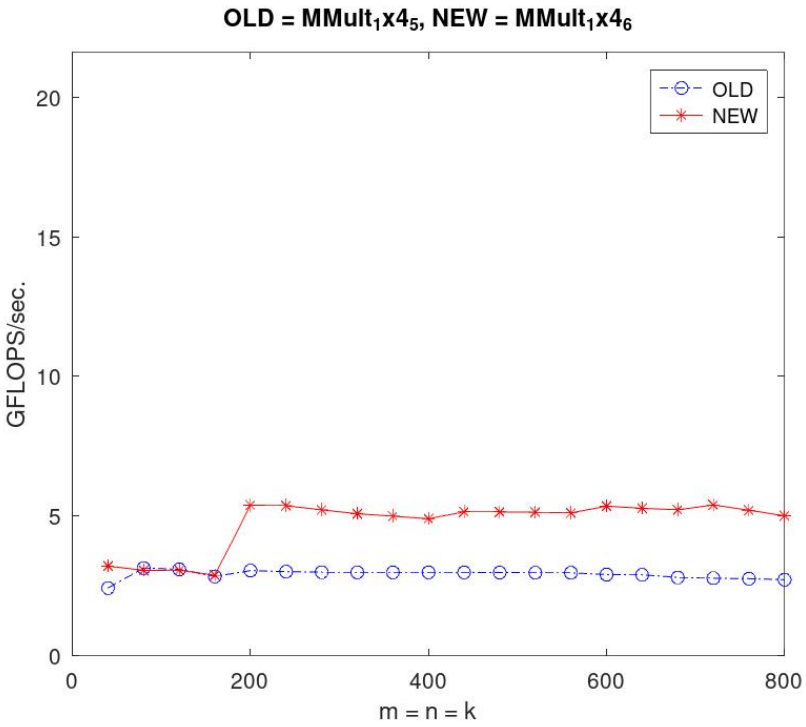
Można już zauważyć pewną poprawę związaną z wydzieleniem 4 iteracji pętli do jednej, przez co wartość `p` jest aktualizowana co osiem operacji zmiennoprzecinkowych (w przeciwieństwie do co dwie przed zmianami) oraz element `A(0,p)` jest wyciągany z pamięci rzadziej (ma znaczenie w przypadku macierzy nie mieszczących się w *cache*).



Rysunek 2: Po optymalizacji 1x4_5 względem przypadku bazowego

2.3 Optymalizacja 1x4_6

Kod źródłowy
Kolejnym krokiem jest przeniesienie często używanych wartości do rejestrów (np. nowych wartości dodawanych do macierzy `C` lub wcześniej wspomnianego `A(0, p)`). Skutkuje to znaczącą poprawą.

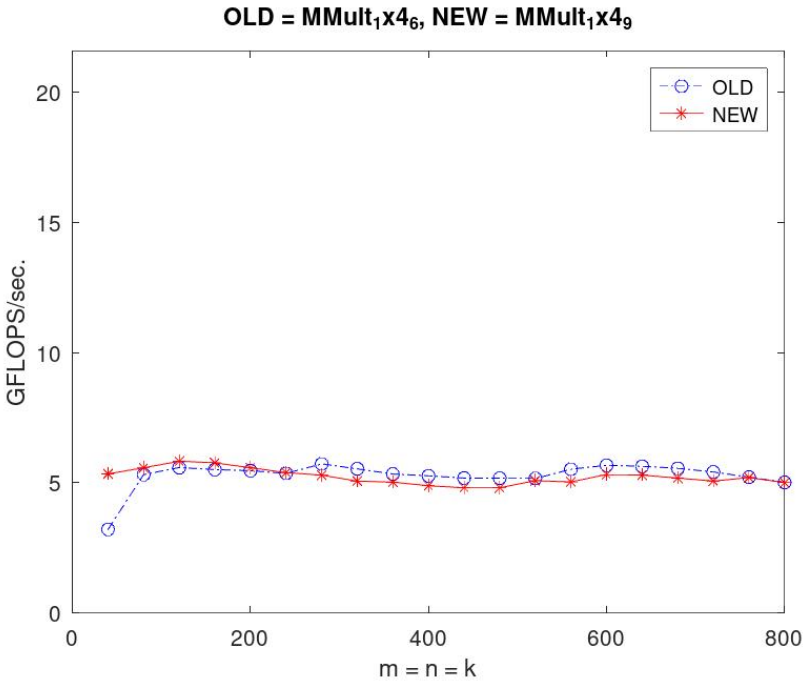


Rysunek 3: Po optymalizacji 1x4_6 względem przypadku bazowego

2.4 Optymalizacje 1x4_7 - 1x4_9

Kod źródłowy

Wartości z macierzy `B` zastąpione zostały wskaźnikami, co zmniejsza narzut indeksowania. Dodatkowo, rozwinięta została pętla wewnątrz funkcji `AddDot1x4` oraz użyto *indirect addressing* na wskaźnikach (zamiast inkrementacji). Poprawa jest marginalna, lub jej nie ma.

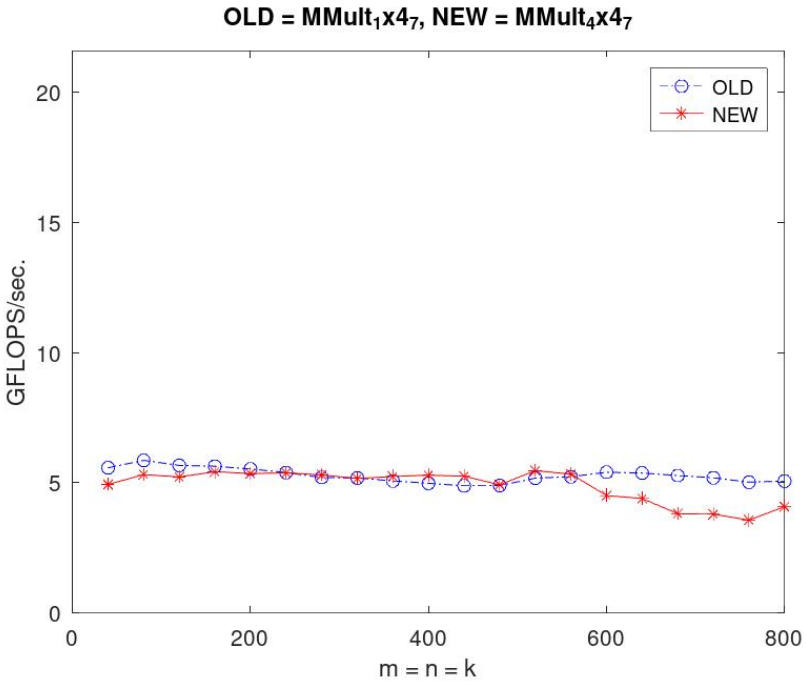


Rysunek 4: Po optymalizacji 1x4_9 wzlgędem przypadku bazowego

2.5 Optymalizacje 1 - 4x4_7

Kod źródłowy

Tutaj powtórzone zostaną wszystkie poprzednie kroki analogiczne do **1 - 1x4_7**, jednak funkcja `AddDot1x4` zastąpiona zostanie funkcją `AddDot4x4` wykonującą obliczenia dla bloku cztery na cztery elementy macierzy.

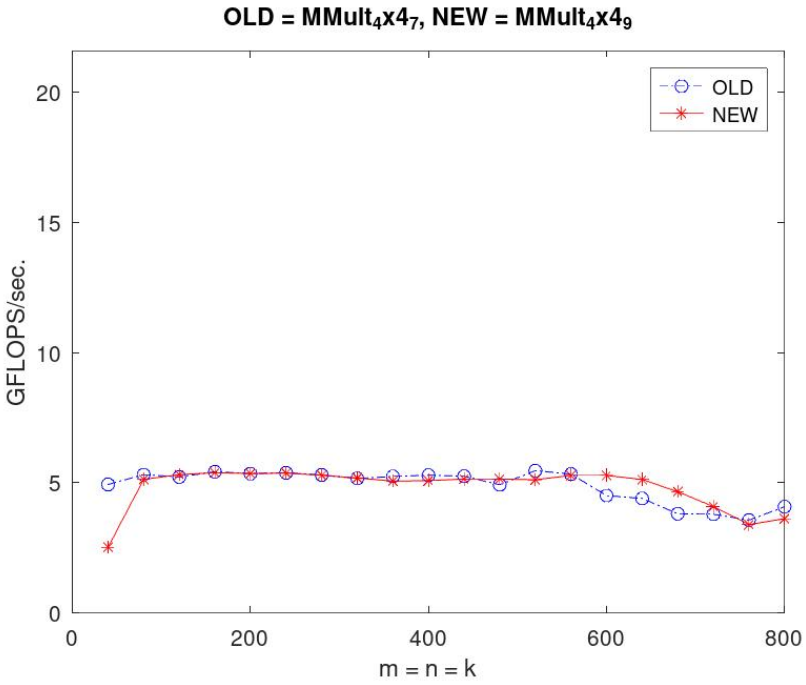


Rysunek 5: Po optymalizacji 4x4_7 wzlgędem 1x4_7

2.6 Optymalizacje 4x4_8 - 4x4_9

Kod źródłowy

Pierwszym krokiem w tej części optymalizacji jest użycie rejestrów do przechowanie elementów macierzy `B` w danej iteracji. Kolejny krok to niewielka reaanżacja kolejności wykonywania obliczeń w przygotowaniu do użycia instrukcji wektorowych. Różnice prawie niezauważalne.

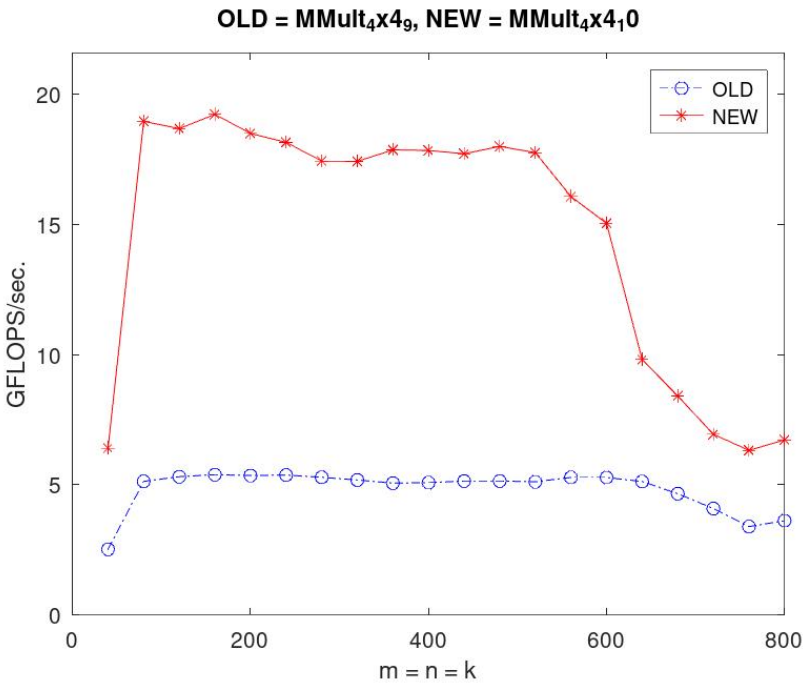


Rysunek 6: Po optymalizacji 4x4_9 wzlgędem 4x4_7

2.7 Optymalizacje 4x4_10

Kod źródłowy

Kolejny etap to użycie dedykowanych rejestrów i instrukcji procesora do obliczeń wektorowych (SSE3). Wartości macierzy zostaną zapisane w 128-bitowych rejestrach (każdy rejestr mieści 2 liczby typu *double*), w ośmiu spośród tych rejestórw zostaną zapisane wartości z oblicznego bloku macierzy `C`, w czterech aktualnie używane wartości z macierzy `A` oraz `B`. Zastosowanie instrukcji i rejestrów wektorowych przynosi znaczącą poprawę.

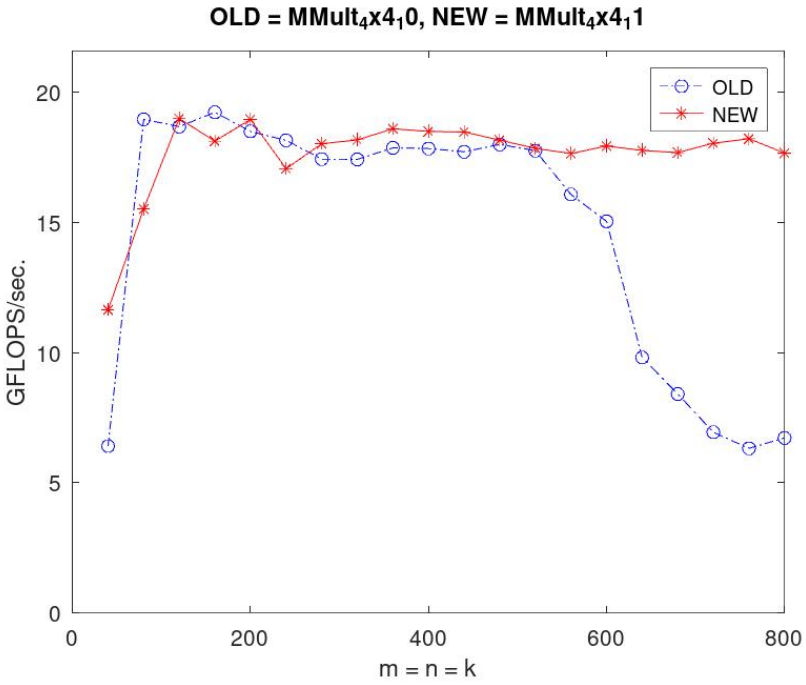


Rysunek 7: Po optymalizacji 4x4_10 wzlgędem 4x4_9

2.8 Optymalizacja 4x4_11

Kod źródłowy

Następny krok to wydzielenie głównej rutyny programu, tak żeby operowała na macierzach mieszczących się w *L2 Cache*. Polega to na stworzeniu głównej pętli, która wydziela bloki macierzy `C` mieszczące się w *cache*. Następnie, na wydzielonywch blokach wykonuje obliczenia rutyna z poprzednich optymalizacja operująca na blokach 4x4.Daje to znaczną poprawę dla dużych macierzy, które w całości nie zmieściły by się w *cache*

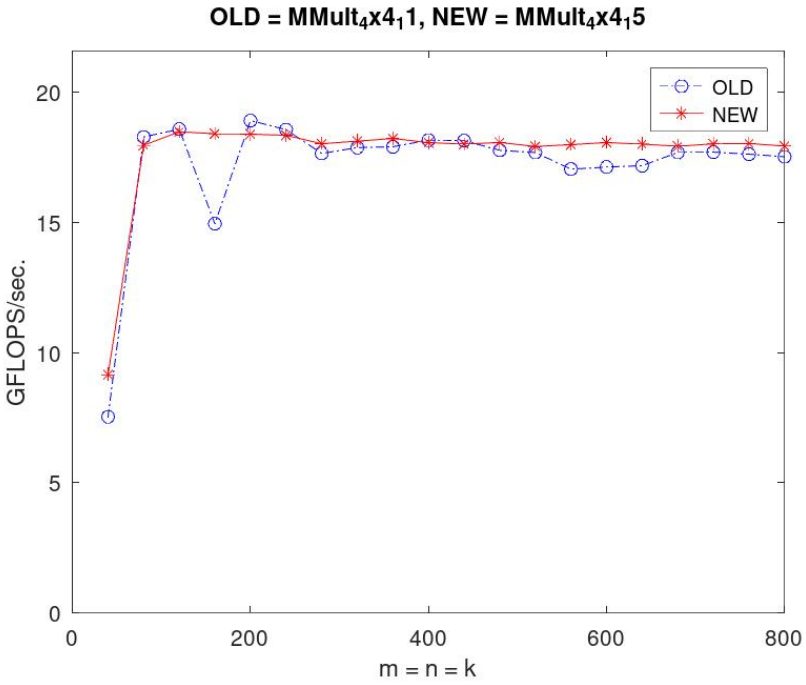


Rysunek 8: Po optymalizacji 4x4_11 wzlgędem 4x4_10

2.9 Optymalizacje 4x4_12 - 4x4_15

Kod źródłowy

Kolejne, końcowe etapy to umieszczenie części macierzy `A` oraz `B`, na których aktualnie wykonywane są obliczenia, w ciągłych blokach pamięci (co pozwoli przychodzić po przylegających kawałakch pamięci). Przynosi to niewielką poprawę (co jest zaskakujące w kontekście tego, jaką poprawę ten krok przyniósł w instrukcji do zadania).



Rysunek 9: Po optymalizacji 4x4_15 wzlgędem 4x4_11

2.10 Optymalizacja AVX

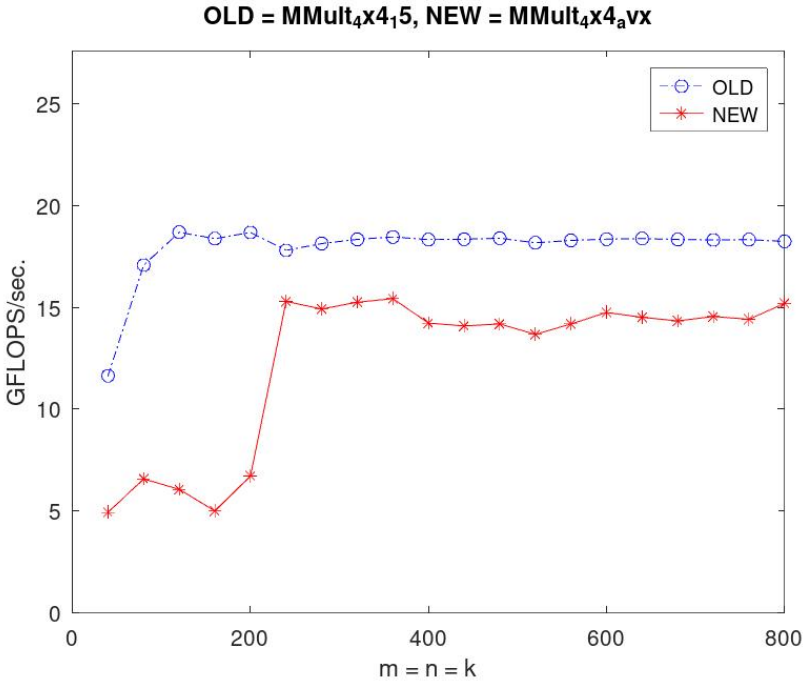
Ten etap wybiega poza instrukcje zadania. Procesor urządzenia używanego podczas wykonywania zadania posiada również 256-bitowe rejestry i instrukcje wektorowe AVX, które zostaną użyte do dalszej optymalizacji.

```
#include <immintrin.h>  // includes AVX, AVX2 intrinsics
...
typedef union
{
  __m256d v;
  double d[4];
} v4df_t;

void AddDot4x4( int k, double *a, int lda,  double *b, int ldb, double *c, int ldc )
{
  int p;
  v4df_t
    c_00_c_30_vreg,    c_01_c_31_vreg,    c_02_c_32_vreg,    c_03_c_33_vreg,
    a_0p_a_3p_vreg,
    b_p0_vreg, b_p1_vreg, b_p2_vreg, b_p3_vreg;
  __m128d
```

```
    b_temp_vreg;  // to use in _mm256_broadcast_pd

  c_00_c_30_vreg.v = _mm256_setzero_pd();
  c_01_c_31_vreg.v = _mm256_setzero_pd();
  c_02_c_32_vreg.v = _mm256_setzero_pd();
  c_03_c_33_vreg.v = _mm256_setzero_pd();

  for ( p=0; p<k; p++ ){
    a_0p_a_3p_vreg.v = _mm256_load_pd( (double *) a );
    a += 4;

    // load the same double value to all of 4 64bit slots in the register
    b_temp_vreg = _mm_loaddup_pd( (double *) b );
    b_p0_vreg.v = _mm256_broadcast_pd(&b_temp_vreg);
    b_temp_vreg = _mm_loaddup_pd( (double *) (b+1) );
    b_p1_vreg.v = _mm256_broadcast_pd(&b_temp_vreg);
    b_temp_vreg = _mm_loaddup_pd( (double *) (b+2) );
    b_p2_vreg.v = _mm256_broadcast_pd(&b_temp_vreg);
    b_temp_vreg = _mm_loaddup_pd( (double *) (b+3) );
    b_p3_vreg.v = _mm256_broadcast_pd(&b_temp_vreg);
    b += 4;

    c_00_c_30_vreg.v =
      _mm256_add_pd(c_00_c_30_vreg.v, _mm256_mul_pd(a_0p_a_3p_vreg.v, b_p0_vreg.v));
    c_01_c_31_vreg.v =
      _mm256_add_pd(c_01_c_31_vreg.v, _mm256_mul_pd(a_0p_a_3p_vreg.v, b_p1_vreg.v));
    c_02_c_32_vreg.v =
      _mm256_add_pd(c_02_c_32_vreg.v, _mm256_mul_pd(a_0p_a_3p_vreg.v, b_p2_vreg.v));
    c_03_c_33_vreg.v =
      _mm256_add_pd(c_03_c_33_vreg.v, _mm256_mul_pd(a_0p_a_3p_vreg.v, b_p3_vreg.v));
  }

  C( 0, 0 ) += c_00_c_30_vreg.d[0];  C( 0, 1 ) += c_01_c_31_vreg.d[0];
  C( 0, 2 ) += c_02_c_32_vreg.d[0];  C( 0, 3 ) += c_03_c_33_vreg.d[0];

  C( 1, 0 ) += c_00_c_30_vreg.d[1];  C( 1, 1 ) += c_01_c_31_vreg.d[1];
  C( 1, 2 ) += c_02_c_32_vreg.d[1];  C( 1, 3 ) += c_03_c_33_vreg.d[1];

  C( 2, 0 ) += c_00_c_30_vreg.d[2];  C( 2, 1 ) += c_01_c_31_vreg.d[2];
  C( 2, 2 ) += c_02_c_32_vreg.d[2];  C( 2, 3 ) += c_03_c_33_vreg.d[2];

  C( 3, 0 ) += c_00_c_30_vreg.d[3];  C( 3, 1 ) += c_01_c_31_vreg.d[3];
  C( 3, 2 ) += c_02_c_32_vreg.d[3];  C( 3, 3 ) += c_03_c_33_vreg.d[3];
}
```

Zaskakująco, wydajność działania programu zmniejszyła się, pomimo te-

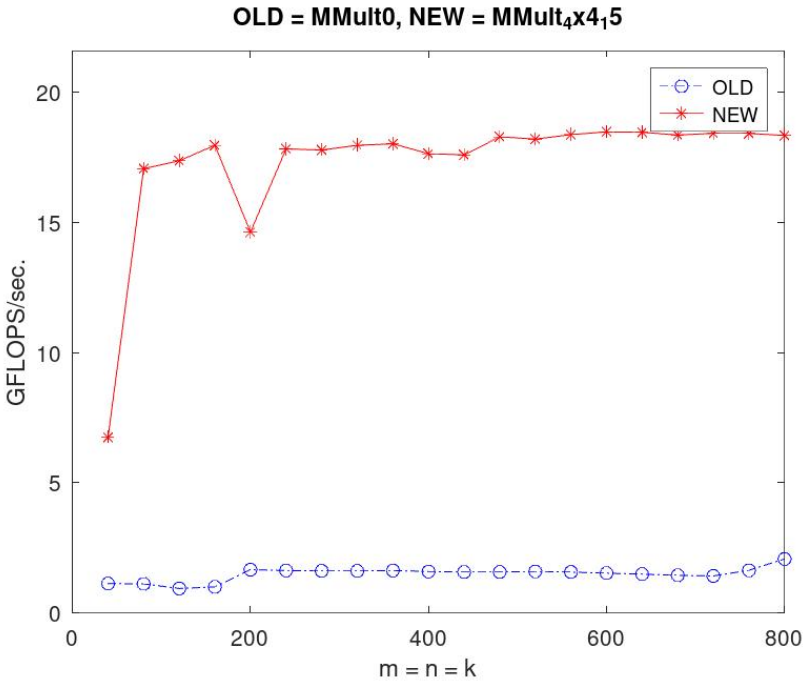
go, że w teorii teraz wykonywane są cztery mnożenia w jednym cyklu zegara, zamiast dwóch. Również warto zauważyć, że przy użyciu opcji kompilatora `-march=native` lub `-mavx2` pozostałe przykłady, np. MMult_4x4_15 zaczęły działać szybciej, co może sugerować, że kompilator wykonuje dodatkowe optymalizacje z użyciem nowo dostępnych instrukcji procesora. Nie udało się stwierdzić, co może być powodem pogorszenia wydajności w tym przypadku.



Rysunek 10: Po optymalizacji 4x4_avx wzlgędem 4x4_15

3 Wnioski

Powyżej przedstawione przykłady pokazują, że relatywnie niewielkim wysiłkiem można znacznie zoptymalizować działanie dosyć prymitywnego algorytmu. Znajomość i wykorzystanie niskopoziomowych mechanizmów, takich jak rejestry, cache oraz dedykowane instrukcje do wykonywania obliczeń wektorowych pozwoliła na znaczne przyspieszenie działania programu.



Rysunek 11: Porównanie wersji bazowej z ostateczną

Pokazuje to, jak istotna jest świadomość tego, jakich optymalizacji kompilator dokonuje, jak w rzeczywistości kod jest wykonywany na procesorze, jakie czynniki, potencjalnie niezauważalne, mogą wpłynąć na działanie programu oraz jak można wykorzystywać mechanizmy specyficzne dla architektury procesora, oraz które spośród tych mechanizmów mogą mieć największy wpływ na czas działania programu.