

Room heating simulation

Damian Tworek, Kamil Miśkowiec

Jan Ziętek, Łukasz Wala

AGH, Wydział Informatyki, Elektroniki i Telekomunikacji

Modelowanie Systemów Dyskretnych 2021/2022

Kraków, 1 czerwca 2022

1 Wstęp

Ten projekt prezentuje metodę modelowania procesu rozprzestrzeniania się ciepła w pomieszczeniu z użyciem trójwymiarowego automatu komórkowego, który efektywnym, jednak uproszczonym rozwiązaniem. Model bazowany jest na dwóch zjawiskach: przewodnictwie cieplnym oraz konwekcji. Uwzględnia on również wpływ materiałów, ze których zbudowane są ściany, sufit itp., czynników takich jak temperatura na zewnątrz.

2 Mechanizmy wymiany ciepła

2.1 Przewodzenie ciepłe

Energia przepływająca w skutek przewodnictwa cieplnego może być opisana prawem Fouriera. Jego postać różniczkowa to

$$q = -k\nabla T$$

gdzie:

- q — gęstość strumienia ciepła (ang. *heat flux density*, $\frac{W}{m^2}$),
- k — przewodność cieplna ($\frac{W}{m \cdot K}$),
- ∇T — gradient temperatury ($\frac{K}{m}$).

2.2 Konwekcja

Konwekcja jest procesem przepływu ciepła w skutek poruszania się cieczy lub gazu. Może być opisana przy pomocy prawa stygnięcia (Newtona)

$$\frac{Q}{dt} = hA(T_o - T_s)$$

gdzie:

- Q — przekazywane ciepło (J),
- dt — przyrost czasu (s),
- h — współczynnik konwekcji ($\frac{W}{m^2 \cdot K}$),
- A — powierzchnia (m^2),
- $T_o - T_s$ — różnica temperatur pomiędzy obiektem oraz cieczą/gazem (K).

3 Model

3.1 Sąsiedztwo

Zastosowanym modelem sąsiedztwa dla trójwymiarowej tablicy reprezentującej pomieszczenie będzie sąsiedztwo z komórkami współdzielącymi ściany, to znaczy że zbiór sąsiadów S komórki k o współrzędnych a, b, c jest następujący

$$S_{a,b,c} = \{k_{a-1,b,c}, k_{a+1,b,c}, k_{a,b-1,c}, k_{a,b+1,c}, k_{a,b,c-1}, k_{a,b,c+1}\}$$

z wyjątkiem komórek na granicach tablicy, których zbiory sąsiadów są odpowiednio pomniejszone o nieistniejące komórki.

3.2 Przewodzenie ciepłe

Zgodnie z prawem Fouriera dla przypadku jednowymiarowego, wówczas z uwzględnieniem wszystkich sąsiadów wzór na przekazane ciepło

$$Q = - \sum_{j \in S(i)} k \frac{\Delta T_j}{\Delta l} A \quad (1)$$

gdzie,

$S(i)$ — zbiór sąsiadów komórki i ,

Q — przepływ ciepła (W),

k — przewodnictwo cieplne ($\frac{W}{m \cdot K}$),

ΔT_i — różnica temperatur pomiędzy komórką i a jej sąsiadem j (K),

l — odległość środkami komórek (m),

A — pole powierzchni wymiany (m^2).

Następnie temperaturę komórki można obliczyć ze wzoru

$$T = \frac{Q}{\rho V c} \quad (2)$$

gdzie,

Q — przepływ ciepła (W),

ρ — gęstość ($\frac{kg}{m^3}$),

V — objętość (m^3),

c — ciepło właściwe ($\frac{K}{kg \cdot K}$)

3.3 Konwekcja

Przy konwekcji uwzględniane są tylko wartości górnego oraz dolnego sąsiada komórki i , wówczas zależność opisana jest wzorem

$$Q = -hAdt((T_i - T_g) + (T_i - T_d)) \quad (3)$$

gdzie, Q — przepływ ciepła (W),

h — współczynnik konwekcji,

A — powierzchnia styku komórek (m^2),

dt — przyrost czasu (s),

T_i, T_g, T_d — temperatury kolejno badanej komórki, górnego i dolnego sąsiada (K).

Przepływ ciepła występuje jednak tylko przy założeniu, że temperatura komórki dolnej jest większa niż komórki badanej (analogicznie temperatura komórki badanej jest większa niż komórki górnej). Również w momencie, kiedy ciepło dotrze pod sufit, tzn. nie ma nad nim więcej komórek z powietrzem, zaczyna się rozchodzić na boki, co ma symulować wypychanie powietrza zimnego z pod sufitu. Następnie można użyć wzoru **2** do obliczenia temperatury.

3.4 Przepływ ciepła przez ściany, okna itp.

Powyższe metody opisują zachowanie w obszarze komórek o typie powietrza, natomiast symulacja uwzględnia również:

- ściany, sufity, podłogi, okna o różnych właściwościach termoprzewodzących,
- źródło ciepła, np. grzejnik.

Temperatura tych obszarów nie jest wyliczana, jednak mają one istotny wpływ na ilość ciepła uciekającego z pomieszczenia, jak i pojawiającego się w nim. Oczywistym podejściem byłoby zamodelowanie np. ścian o adekwatnej grubości (składających się z pewnej liczby warstw komórek) i modelowania procesów wewnątrz nich. Innym, zbadanym i prostszym rozwiązaniem jest wykorzystanie zjawiska przepuszczalności cieplnej (ang. *thermal transmittance*), dzięki której do zamodelowania ściany wystarczy jedna warstwa komórek, która symuluje ścianę wielowarstwową dzięki wykorzystaniu odpowiedniego współczynnika *u-value*.

$$Q = -AU(T_p - T_m)dt \quad (4)$$

gdzie, Q — przepływ ciepła (W),

A — powierzchnia styku komórek (m^2),

U — *u-value*,

dt — przyrost czasu (s),

T_p, T_m — temperatury kolejno badanej komórki z powietrzem, sąsiada o innym typie (K).

Analogicznie, do obliczenia temperatury można użyć wzoru **2**.

4 Walidacja modelu

Pierwszym, najmniej formalnym krokiem walidacji, było przetestowanie pewnych scenariuszy oraz ich skutków, np.:

- Przy stałym ogrzewaniu, współczynnikach przenikalności cieplnej ścian i temperaturze zewnętrznej, po pewnym czasie temperatura w pomieszczeniu stabilizuje się, a jej jest zgodna z intuicją (np. ok 20°C przy źródle ciepła o temperaturze 60°C i temperaturze na zewnątrz rzędu kilkukunastu $^{\circ}\text{C}$).
- Porównanie prób, gdzie w jednej temperatura na zewnątrz wynosiła 15°C z próbą, gdzie wynosiła 0°C . Po pewnym czasie, gdy temperatura w pomieszczeniu przy stałym ogrzewaniu stabilizuje się, w próbie z mniejszą temperaturą na zewnątrz jest ona mniejsza.
- Zastosowanie nierealistycznie niskich wartości przenikalności cieplnej ścian, podłogi itd. skutkuje bardzo wysoką temperaturą wewnątrz pomieszczenia, ponieważ, zgodnie z przypuszczeniami, ciepło jest w układzie bardzo dobrze izolowanym i nie może z niego uciec.
- Zastosowanie podobnego scenariusza jak powyższy, z tą różnicą, że współczynniki przenikalności okien są na realistycznym poziomie skutkowało obszarem chłodniejszego powietrza w okolicy okna.

5 Wnioski

Celem projektu było stworzenie modelu, który symulowałby rozprzeszcztrzenie się ciepła w pomieszczeniu za pomocą automatu komórkowego. Stworzony model uwzględnia zjawiska przewodnictwa cieplnego wewnątrz powietrza oraz na granicach powietrze-materiał, co pozwala uwzględnić stopień izolacji cieplnej pomieszczenia. Model uwzględnia również proces konwekcji. Wykorzystanie automatu komórkowego zapewnia bardzo dobrą efektywność symulacji.

Cel ten został osiągnięty w pewnym stopniu, model posiada kilka niedoskonałości, np. brak promieniowania cieplnego oraz niedokładne odtworzenie procesu konwekcji, jednak mimo tego pozwala z pewnym przybliżeniem przewidzieć symulowany proces, wyniki symulacji nie odbiegają bardzo od danych porównawczych, co oznacza, że przy dalszym rozwoju, model mógłby prezentować dobrą skuteczność.

6 Źródła

1. Jarosław Wąs, Artur Karp, Szymon Łukasik, Dariusz Pałka: *Modeling of Fire Spread Including Different Heat Transfer Mechanisms Using Cellular Automata*,

2. Purvesh Bharadawaj, Ljubomir Jankovic: *Cellular Automata Simulation of Three-dimensional Building Heat Loss*,
3. Philip Kosky, Robert Balmer, William Keat, George Wise: *Exploring Engineering*,