Física Geral I • FIS0703

Aula prática 01

26/09/2016
27/09/2016

Inscrições para as aulas práticas

Costa	Gabriel	EM turma C, 2ª 9-11h
Domingos	Andrea	EM turma C, 2ª 9-11h
MENDES	IVAN	EM turma C, 2ª 9-11h
de Oliveira	Pedro	EM turma C, 2ª 9-11h
VEIGA	DANIEL	EM turma C, 2ª 9-11h
BALTAZAR	MIGUEL	EM turma C, 2ª 9-11h
Santos	André	EM turma C, 2ª 9-11h
SILVA	LAURA	EM turma C, 2ª 9-11h
Sim Sim	André	EM turma C, 2ª 9-11h
Santana	Pedro	EM turma C, 2ª 9-11h
GUERREIRO	DUARTE	EM turma A+B, 3ª 14-16h
MATOS	GONÇALO	EM turma A+B, 3ª 14-16h
SILVA	RUI	EM turma A+B, 3ª 14-16h
SIMÕES	CARLOS	EM turma A+B, 3ª 14-16h
Guimarães	Pedro	EM turma A+B, 3ª 14-16h
GOMES	AFONSO	EM turma A+B, 3ª 14-16h
Rebelo	Ricardo	EER, 3ª 16-18h

Prefixos de unidades no sistema SI

factor	prefixo	símbolo	factor	prefixo	símbolo
10^{18}	exa-	E	10^{-18}	ato-	a
10^{15}	peta-	P	10^{-15}	femto-	f
10^{12}	tera-	T	10^{-12}	pico-	p
10^{9}	giga-	G	10^{-9}	nano-	n
10^{6}	mega-	M	10^{-6}	micro-	μ
10^{3}	kilo-	k	10^{-3}	mili-	m
10^{2}	hecto-	h	10^{-2}	centi-	c
10^{1}	deca-	da	10^{-1}	deci-	d

$$1km = 10^3 m = 1000m$$
$$1\mu s = 10^{-6} s = 0,000001s$$
$$1pg = 10^{-12} g = 0,000000000001g$$
$$1mK = 10^{-3} K = 0,001K$$

Conversão de unidades

É muito importante ser capaz de converter grandezas físicas de um sistema de unidades para outro.

Exemplo: comprimentos em unidades usadas nos EUA

1 mi = 1609 m = 1,609 km

1 ft = 12 in = 0,3048 m = 30,48 cm

1 m = 39,37 in = 3,281 ft

1 in = 0,0254 m = 2,54 cm

Converter 15.0 in. para cm:

$$15.0\ \text{in.} = (15.0\ \cancel{\text{in.}})\left(\frac{2.54\ \text{cm}}{1\ \cancel{\text{in.}}}\right) = 38.1\ \text{cm}$$

1. Dimensões e unidades

1. A velocidade da luz no vácuo é $c = 2.997 \times 10^8$ m/s. Escreva c em unidades nm/ps.

1. Dimensões e unidades

2. A densidade de alumínio é $\rho = 2.70\ \mathrm{g/cm^3}$. Escreva esta densidade em unidades SI.

3. Determine a dimensão e a unidade do Sistema Internacional (SI) da constante de gravitação universal, G, sabendo que a grandeza da força gravítica entre duas massas, m_1 e m_2, à distância r é:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\,.$$

4. Nas seguintes equações, a distância x está expressa em metros, o tempo t em segundos e a velocidade v, em metros por segundo. Quais serão as unidades das constantes C_1 e C_2 no Sistema Internacional (SI)?

   (a) $x = C_1 + C_2 t$

   (b) $x = \frac{1}{2} C_1 t^2$

   (c) $v = 2C_1 x$

5. Nas equações seguintes a distância x e o tempo t estão expressos em unidades SI. Determine as dimensões e as unidades SI das restantes grandezas presentes nas equações.

   (a) $x = V + Xt + Yt^2 + W \ln Z$,

   (b) $x = Xe^{-Yt}$.

6. A frequência das oscilações longitudinais duma vara sólida elástica com comprimento l, área de secção A, densidade de massa ρ, e módulo de Young Y, é dada por

$$f = \frac{C}{l}\sqrt{\frac{Y}{\rho}},$$

onde C é um factor puramente numérico (i.e., adimensional). Determine a dimensão e a unidade SI do módulo de Young Y.

Vetores

Vetores são grandezas com módulo, direção e sentido

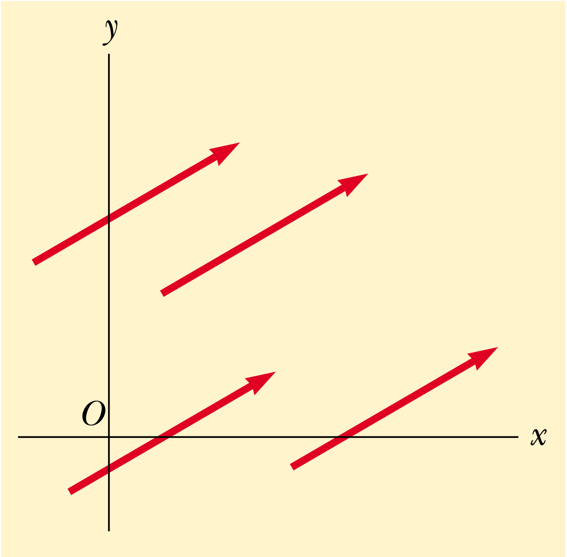


Figure 3.5 These four vectors are equal because they have equal lengths and point in the same direction.

"Setas" paralelas representam o mesmo vetor (classe de equivalência)

Num espaço vetorial são definidas as operações seguintes:
- Multiplicação de vetores por escalares
- Adição/subtração de vetores
- Produto escalar ou interno
- Produto vetorial ou externo

Multiplicação de um vetor por um escalar

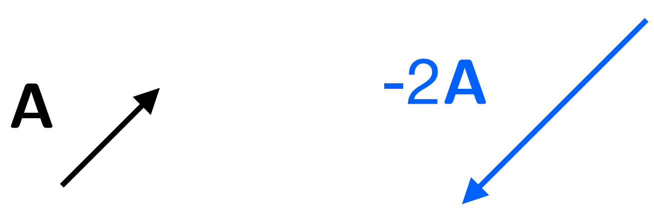
A é um vetor com módulo A = |**A**|, m é um escalar

$m > 0$:

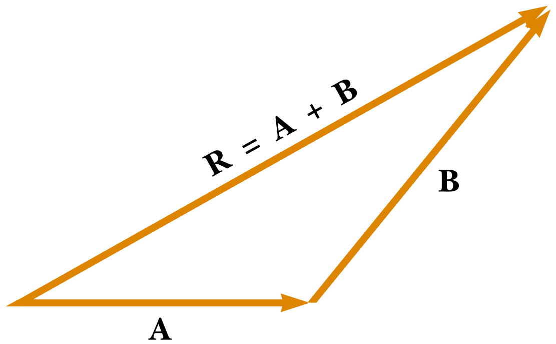
m**A** é um vetor com a mesma direção e com o mesmo sentido que **A**, mas com módulo mA

$m < 0$:

m**A** é um vetor com a mesma direção mas com o sentido contrário de **A**, e com módulo $|m|$A



Adição de vetores



Active Figure 3.6 When vector **B** is added to vector **A**, the resultant **R** is the vector that runs from the tail of **A** to the tip of **B**.

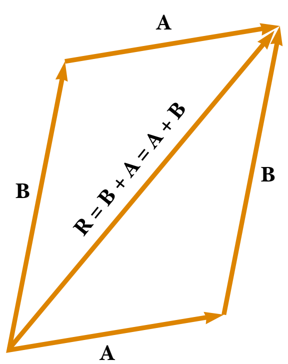


Figure 3.9 This construction shows that **A** + **B** = **B** + **A**—in other words, that vector addition is commutative.

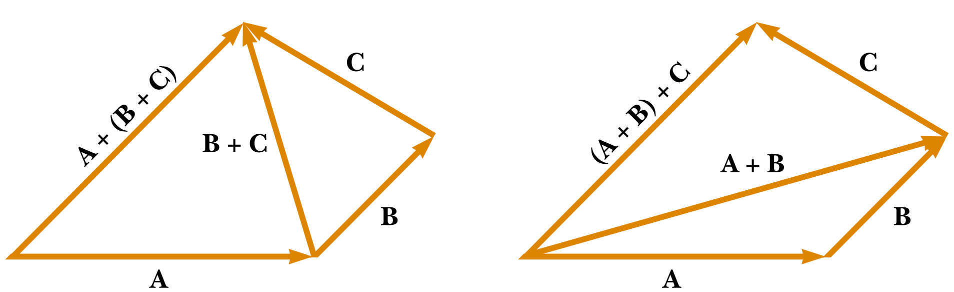


Figure 3.10 Geometric constructions for verifying the associative law of addition.

Adição gráfica

A e **B** são vetores componentes de **R**

Comutatividade da adição

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

Associatividade da adição

$$\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$$

Subtração de vetores

O vetor -**A** é definido por: $$\mathbf{A} + (-\mathbf{A}) = 0$$

A subtração é definida por: $$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

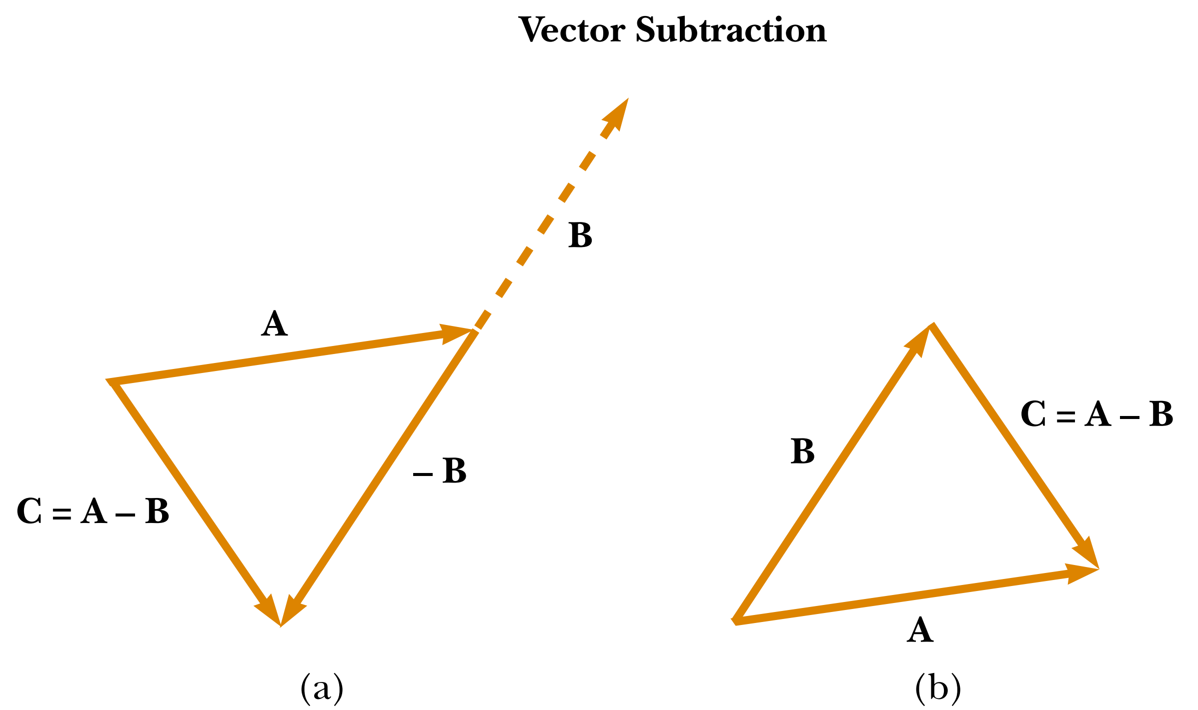
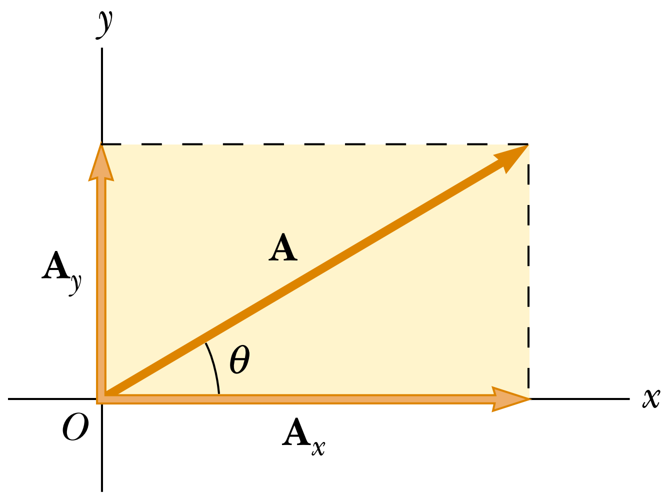


Figure 3.11 (a) This construction shows how to subtract vector **B** from vector **A**. The vector $-\mathbf{B}$ is equal in magnitude to vector **B** and points in the opposite direction. To subtract **B** from **A**, apply the rule of vector addition to the combination of **A** and $-\mathbf{B}$: Draw **A** along some convenient axis, place the tail of $-\mathbf{B}$ at the tip of **A**, and **C** is the difference $\mathbf{A} - \mathbf{B}$. (b) A second way of looking at vector subtraction. The difference vector $\mathbf{C} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$ is the vector that we must add to **B** to obtain **A**.

Componentes e vetores componentes

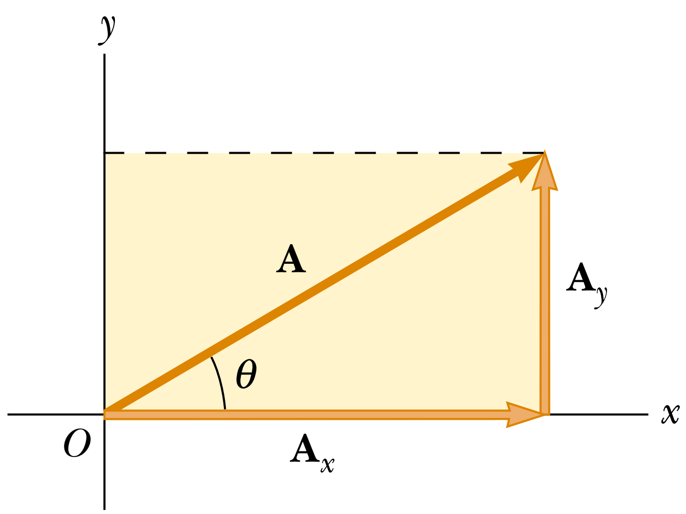
O caso mais comum: vetores componentes ortogonais



(a)

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y$$

Vetores componentes



(b)

Representação equivalente: triângulo retângulo

$$A_x = A\cos\theta \qquad A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$A_y = A\sin\theta \qquad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

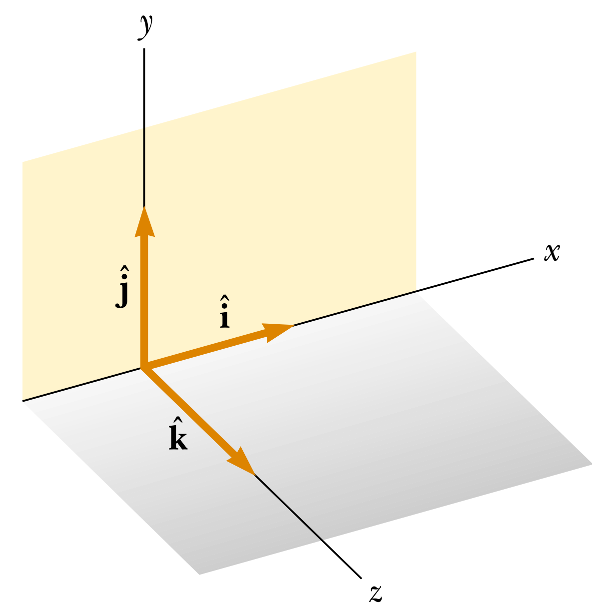
Atenção: componentes ≠ vetores componentes

Vetores unitários

Um vetor unitário é um vetor com módulo 1
(indica apenas uma direção e um sentido)

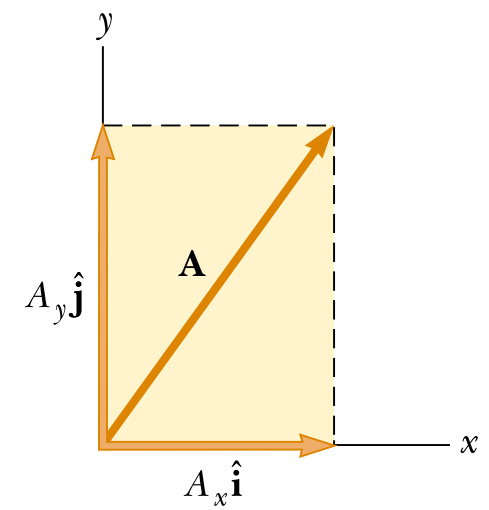
Referencial cartesiano (3D):

$$|\hat{\mathbf{i}}| = |\hat{\mathbf{j}}| = |\hat{\mathbf{k}}| = 1$$



Referencial cartesiano (2D):

$$\mathbf{A} = A_x \hat{\mathbf{i}} + A_y \hat{\mathbf{j}}$$



Cálculo da soma de vetores

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

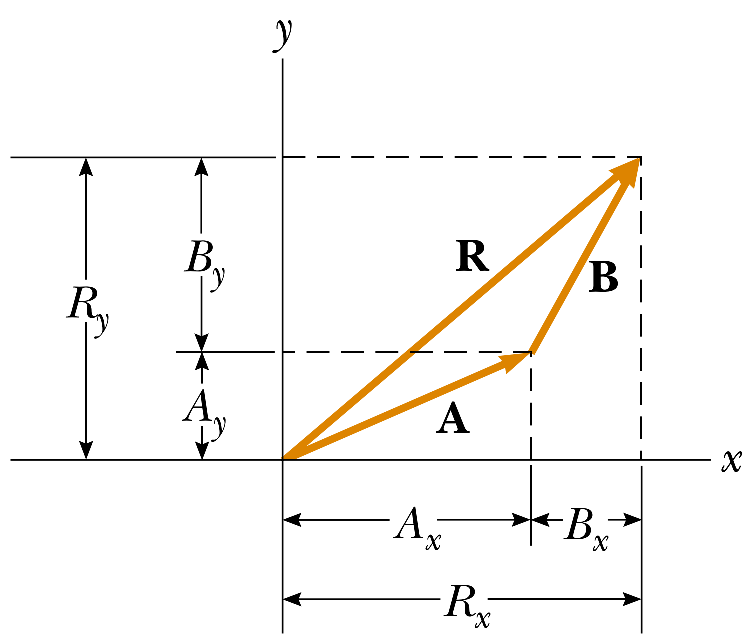
2D: $$\mathbf{R} = (A_x\,\hat{\mathbf{i}} + A_y\,\hat{\mathbf{j}}) + (B_x\,\hat{\mathbf{i}} + B_y\,\hat{\mathbf{j}})$$

$$\mathbf{R} = (A_x + B_x)\,\hat{\mathbf{i}} + (A_y + B_y)\,\hat{\mathbf{j}}$$

$$\mathbf{R} = R_x\,\hat{\mathbf{i}} + R_y\,\hat{\mathbf{j}}$$

$$R_x = A_x + B_x$$

$$R_y = A_y + B_y$$



$$R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2}$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x}$$

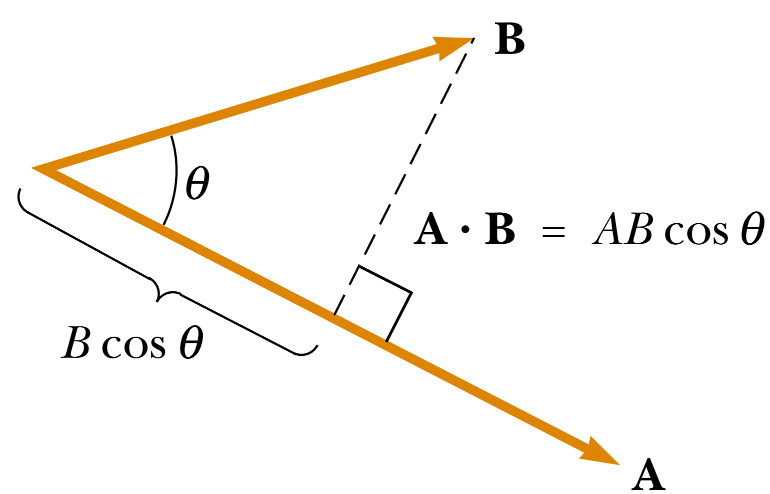
3D: $$\mathbf{A} = A_x\,\hat{\mathbf{i}} + A_y\,\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{B} = B_x\,\hat{\mathbf{i}} + B_y\,\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\longrightarrow \quad \mathbf{R} = (A_x + B_x)\,\hat{\mathbf{i}} + (A_y + B_y)\,\hat{\mathbf{j}} + (A_z + B_z)\hat{\mathbf{k}}$$

Produto escalar ou interno de vetores

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \equiv AB\cos\theta$$



$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$ Comutatividade

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$$ Lei distributiva

Cálculo do produto escalar ou interno

$$\hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}}\cdot\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{k}} = 1$$

$$\hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}}\cdot\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}}\cdot\hat{\mathbf{k}} = 0$$

Produtos internos dos vetores unitários da base cartesiana

Com estas relações obtemos

$$\mathbf{A} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$$
$$\mathbf{B} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\Longrightarrow \quad \mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

Caso particular: $\mathbf{A}\cdot\mathbf{A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2$

Consequências:

Se $\mathbf{A}$ paralelo a $\mathbf{B}$ $\Longrightarrow$ $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB$

Se $\mathbf{A}$ perpendicular a $\mathbf{B}$ $\Longrightarrow$ $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = 0$

Example 7.2 The Scalar Product

The vectors $\mathbf{A}$ and $\mathbf{B}$ are given by $\mathbf{A} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ and $\mathbf{B} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$.

(A) Determine the scalar product $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$.

Solution Substituting the specific vector expressions for $\mathbf{A}$ and $\mathbf{B}$, we find,

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} &= (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}) \cdot (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}) \\
&= -2\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{i}} \cdot 2\hat{\mathbf{j}} - 3\hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} \cdot 2\hat{\mathbf{j}} \\
&= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1) \\
&= -2 + 6 = \boxed{4}
\end{aligned}$$

where we have used the facts that $\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = 1$ and $\hat{\mathbf{i}} \cdot \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{j}} \cdot \hat{\mathbf{i}} = 0$. The same result is obtained when we use Equation 7.6 directly, where $A_x = 2$, $A_y = 3$, $B_x = -1$, and $B_y = 2$.

(B) Find the angle θ between $\mathbf{A}$ and $\mathbf{B}$.

Solution The magnitudes of $\mathbf{A}$ and $\mathbf{B}$ are

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

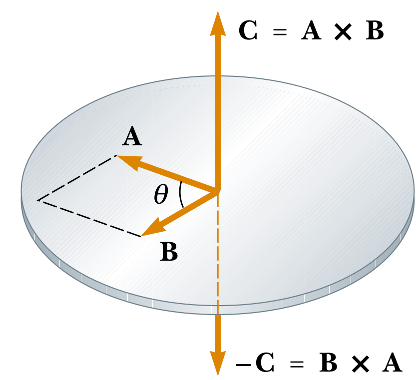
Using Equation 7.2 and the result from part (a) we find that

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{4}{8.06} = \boxed{60.2^\circ}$$

Produto vetorial ou externo de vetores

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$



Módulo: $C \equiv AB \sin\ \theta$

Direção: perpendicular ao plano que contém os dois vetores

Sentido: determinado pela regra da mão direita

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$$ não comuta!

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C}$$ a lei distributiva vale

Consequências:

Se $\mathbf{A}$ paralelo a $\mathbf{B}$ $\Longrightarrow$ $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = 0$

Se $\mathbf{A}$ perpendicular a $\mathbf{B}$ $\Longrightarrow$ $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = AB$

Cálculo do produto vetorial ou externo

$$\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{k}} = 0$$
$$\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{j}} = -\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{k}}$$
$$\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{k}} = -\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}}$$
$$\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}} = -\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}}$$

Produtos vetoriais dos vetores unitários da base cartesiana

Destas regras podemos deduzir:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{\boldsymbol{\jmath}} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{\boldsymbol{k}}$$

Example 11.1 The Vector Product

Two vectors lying in the xy plane are given by the equations $\mathbf{A} = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ and $\mathbf{B} = -\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$. Find $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ and verify that $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$.

Solution Using Equations 11.7a through 11.7d, we obtain

$$\begin{aligned}\mathbf{A} \times \mathbf{B} &= (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}) \times (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}) \\ &= 2\hat{\mathbf{i}} \times 2\hat{\mathbf{j}} + 3\hat{\mathbf{j}} \times (-\hat{\mathbf{i}}) = 4\hat{\mathbf{k}} + 3\hat{\mathbf{k}} = \boxed{7\hat{\mathbf{k}}}\end{aligned}$$

(We have omitted the terms containing $\hat{\mathbf{i}} \times \hat{\mathbf{i}}$ and $\hat{\mathbf{j}} \times \hat{\mathbf{j}}$ because, as Equation 11.7a shows, they are equal to zero.)

We can show that $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$, because

$$\begin{aligned}\mathbf{B} \times \mathbf{A} &= (-\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}) \times (2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}) \\ &= -\hat{\mathbf{i}} \times 3\hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{j}} \times 2\hat{\mathbf{i}} = -3\hat{\mathbf{k}} - 4\hat{\mathbf{k}} = \boxed{-7\hat{\mathbf{k}}}\end{aligned}$$

Therefore, $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$.

As an alternative method for finding $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$, we could use Equation 11.8, with $A_x = 2$, $A_y = 3$, $A_z = 0$ and $B_x = -1$, $B_y = 2$, $B_z = 0$:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (0)\hat{\mathbf{i}} - (0)\hat{\mathbf{j}} + [(2)(2) - (3)(-1)]\hat{\mathbf{k}} = 7\hat{\mathbf{k}}$$