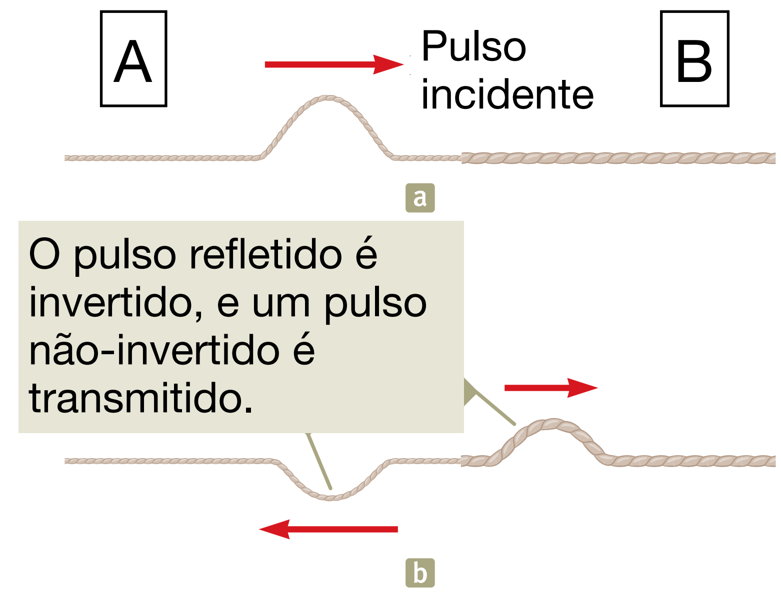
Física Geral I • FIS0703

Aula 07

17/10/2016

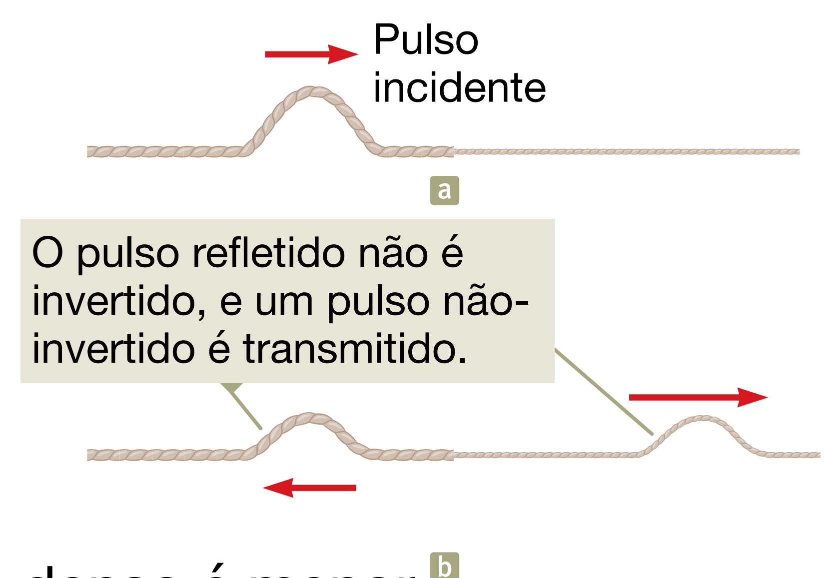
Reflexão e transmissão de ondas progressivas

Uma corda leve está ligada a uma outra corda mais pesada. O que acontece quando um pulso chega a esta fronteira?



- O pulso passa do meio mais leve para outro mais pesado

▶ Observa-se um pulso refletido (invertido) e outro transmitido, ambos com amplitudes mais pequenas.



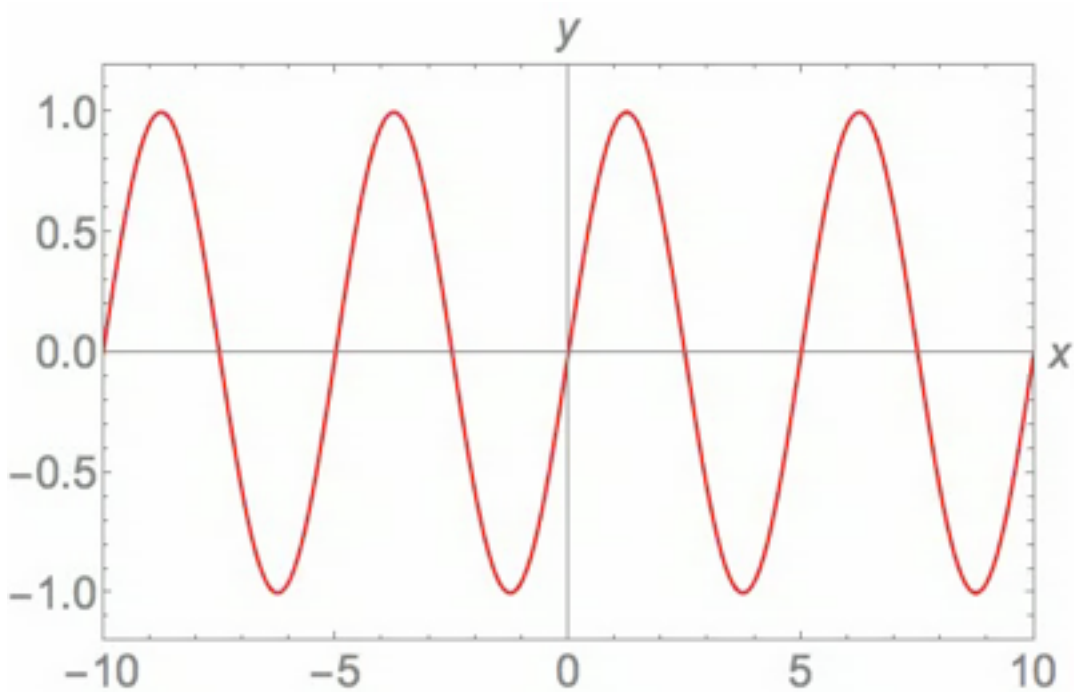
- O pulso passa do meio mais pesado para outro mais leve

▶ Observa-se um pulso refletido (não invertido) e outro transmitido, ambos com amplitudes mais pequenas.

$v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$ ⟶ A velocidade de propagação no meio mais denso é menor

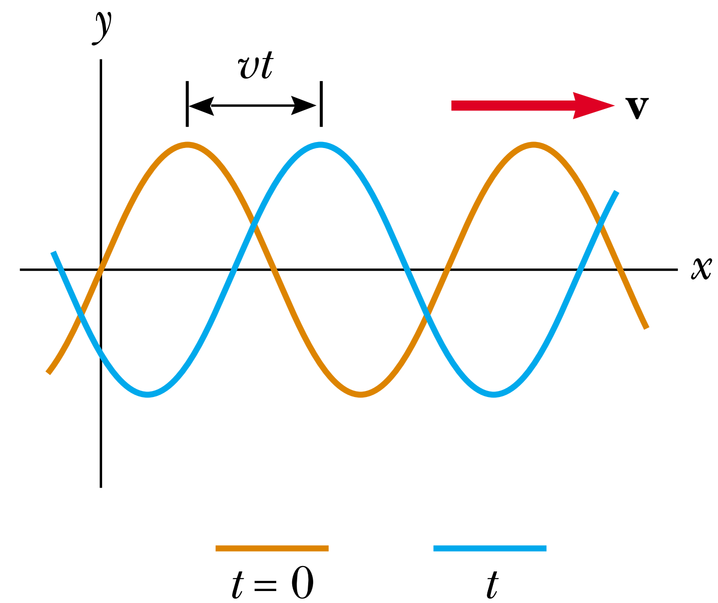
A regra geral na passagem do meio A para B:
$$\begin{cases} v_A > v_B & \text{pulso refletido é invertido} \\ v_A < v_B & \text{pulso refletido não é invertido} \end{cases}$$

Ondas sinusoidais progressivas

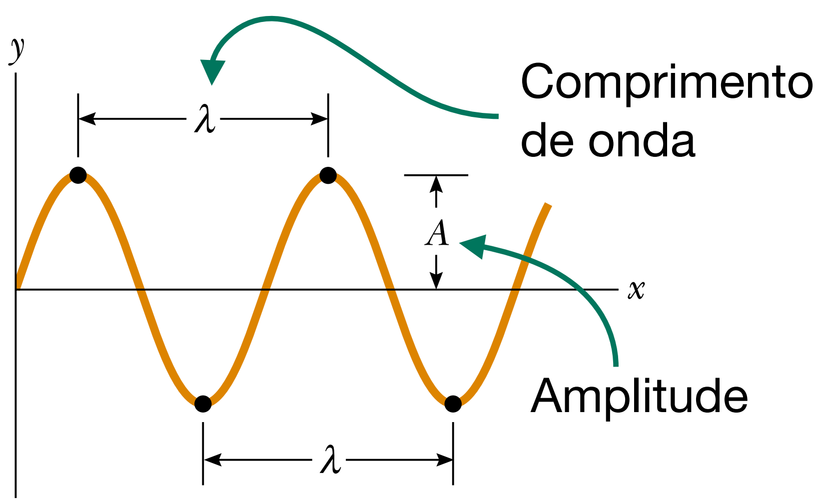


Função de onda:

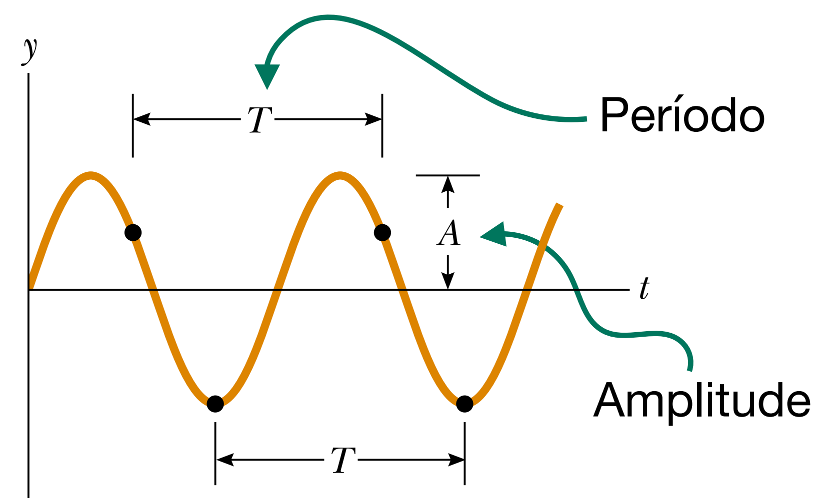
$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\,[a(x - vt)]$$



Em $t{=}0$: $\quad y(x,0) = A\,\mathrm{sen}(ax)$



Num ponto fixo x:



$$\left.\begin{array}{l} y(0,0) = 0 \\ y(\lambda/2,0) = A\,\mathrm{sen}(a\lambda/2) = 0 \end{array}\right\} \quad a\frac{\lambda}{2} = \pi \qquad a = \frac{2\pi}{\lambda} \longrightarrow \boxed{y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]}$$

Ondas sinusoidais progressivas (II)

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]$$

A onda percorre a distância λ no intervalo de tempo T

$$\longrightarrow \quad v = \frac{\lambda}{T}$$

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$$

Neste forma vê-se bem a periodicidade de y em x e em t

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ número de onda

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ frequência angular

$f = \dfrac{1}{T}$ frequência

Com isso $\boxed{y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t)}$

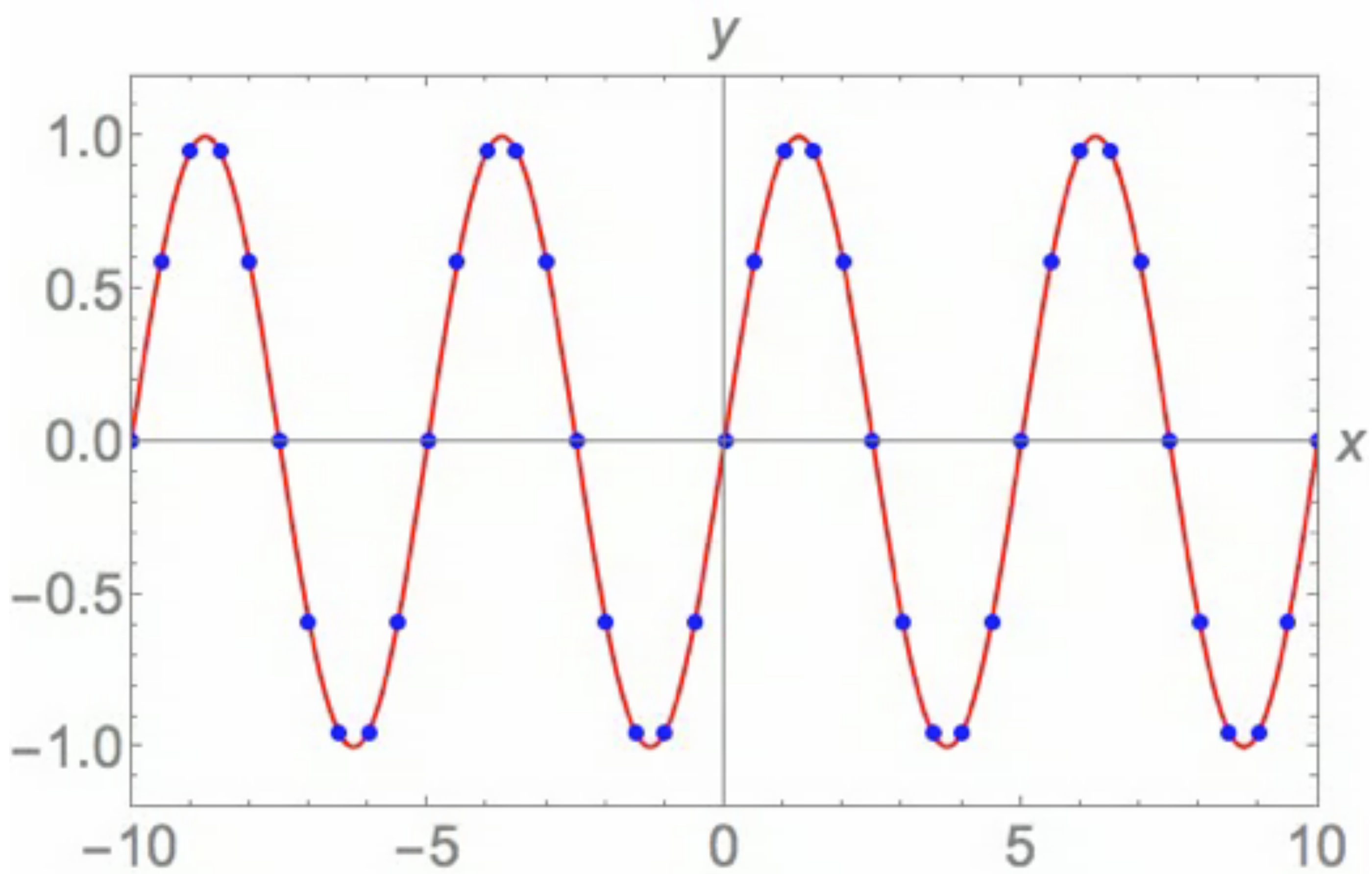
A velocidade de propagação também podemos escrever $v = \dfrac{\omega}{k}$ $\boxed{v = \lambda f}$

Para incluir a possibilidade de $y(0,0) \neq 0$ podemos generalizar para

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \phi)$$

fase inicial

Ondas sinusoidais progressivas em cordas



$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t)$ A onda movimenta-se para a direita com velocidade v.

Cada elemento da corda movimenta-se apenas na vertical.

O elemento em x no instante t tem

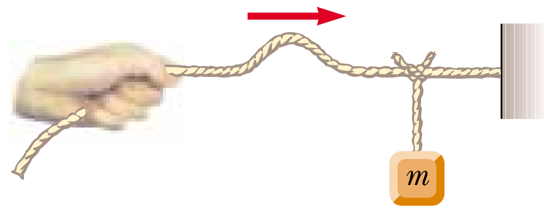
$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$ velocidade transversal $$v_{y,\mathrm{max}} = \omega A$$

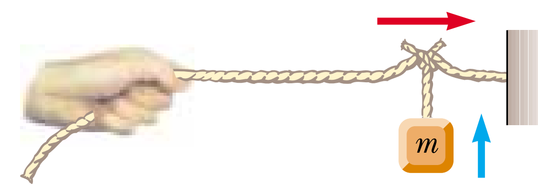
$$a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t)$$ aceleração transversal $$a_{y,\mathrm{max}} = \omega^2 A$$

Energia transportada por uma onda sinusoidal

Ondas que se propagam por um meio transportam energia.

Exemplo:

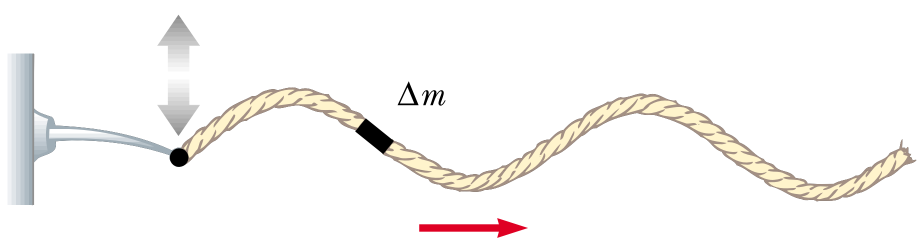




Energia é transferida momentaneamente para a massa

Quanta energia é transportada por uma onda sinusoidal ao longo duma corda?

Cada elemento da corda (massa Δm, comprimento Δx) descreve um MHS com a mesma frequência angular e a mesma amplitude.



$$\Delta K = \frac{1}{2}(\Delta m)v_y^2 \qquad \mu = \frac{\Delta m}{\Delta x} \qquad \Delta K = \frac{1}{2}(\mu \Delta x)v_y^2$$

No limite infinitesimal: $$dK = \frac{1}{2}(\mu dx)v_y^2$$

$$dK = \frac{1}{2}\mu\left[\omega A\cos(kx-\omega t)\right]^2 dx = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\cos^2(kx-\omega t)dx$$

Energia transportada por uma onda sinusoidal

A energia cinética total contida num comprimento de onda no instante $t=0$:

$$K_\lambda = \int dK = \int_0^\lambda \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx)dx = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \int_0^\lambda \cos^2(kx)dx = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

Uma deformação da corda também custa energia potencial.

Um cálculo da energia potencial (análogo do para K_λ) dá $U_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda$

A energia total num comprimento de onda no instante $t=0$ é

$$E_\lambda = K_\lambda + U_\lambda = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$

Esta energia passa um dado ponto da corda durante um período T.

A taxa da transferência de energia é então

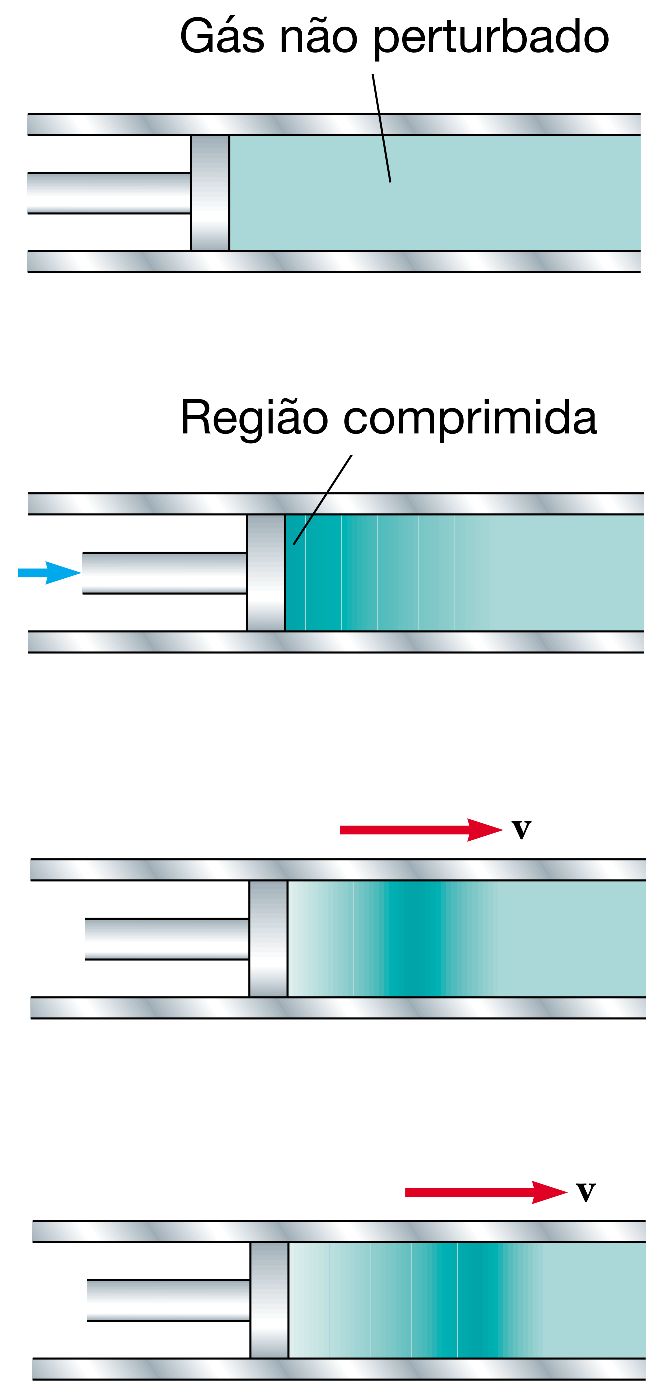
$$\mathcal{P} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \frac{\lambda}{T}$$ (Potência)

$$\boxed{\mathcal{P} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v}$$

Observação importante: a taxa da energia transferida por uma onda sinusoidal é proporcional ao quadrado da amplitude.

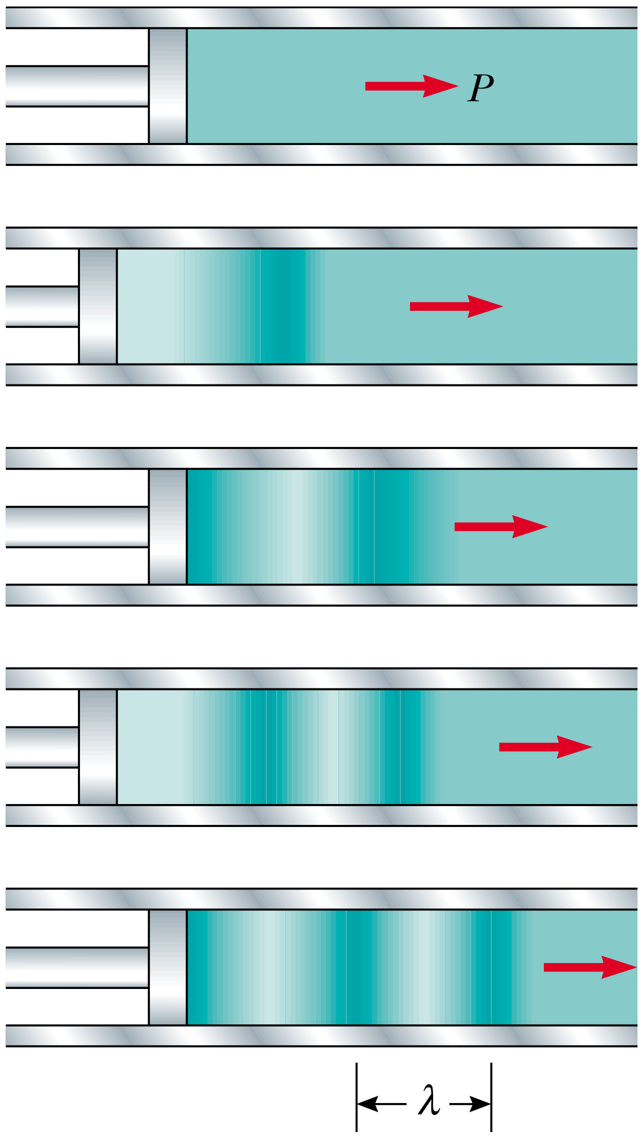
Ondas de som

Ondas de som são um exemplo de ondas longitudinais: perturbações da pressão propagam-se por um meio.



Ondas de som periódicas

Ondas sinusoidais de som são produzidas através dum pistão a oscilar numa extremidade dum tubo estreito e comprido. Formam-se zonas de densidade e pressão superior ou inferior aos valores do equilíbrio.



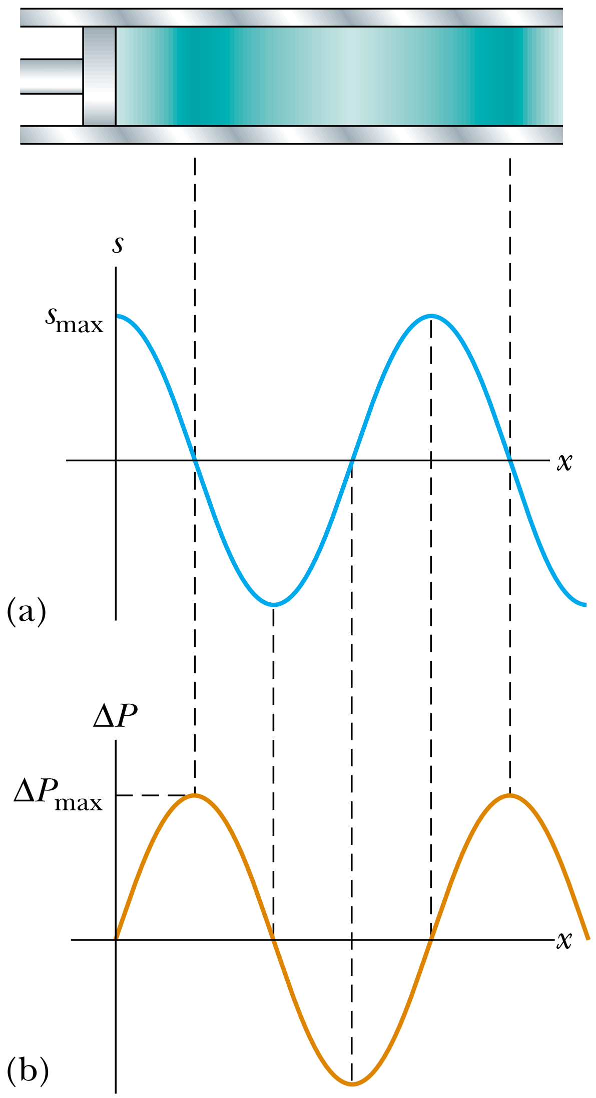
- Pistão para a direita: compressão do ar em frente do pistão, propaga-se pelo tubo
- Pistão para a esquerda: o ar em frente do pistão expande, forma-se uma zona de rarefação que se propaga pelo tubo

Cada pequeno volume do meio descreve um MHS, relativamente a posição de equilíbrio, ao longo da direção da onda:

$$s(x,t) = s_{\max}\cos(kx - \omega t)$$ deslocamento

amplitude do deslocamento

Ondas de som periódicas (II)



A pressão é máxima onde o deslocamento dos elementos (moléculas) do meio é mínimo (e vice versa).

Uma onda de som pode ser descrita como onda de pressão, em $\pi/2$ fora de fase relativamente à onda de deslocamento.

$$\Delta P(x,t) = \Delta P_{\text{max}} \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

Diferença entre a pressão de equilíbrio e a pressão local do meio

É possível deduzir a amplitude da variação da pressão:

$$\Delta P_{\text{max}} = \rho v \omega s_{\text{max}}$$

A intensidade duma onda de som: $I = \dfrac{\mathcal{P}}{A}$ energia por tempo transferida pela área transversal A

Tubo: $I = \dfrac{1}{2}\rho v(\omega s_{\text{max}})^2 = \dfrac{(\Delta P_{\text{max}})^2}{2\rho v}$ em cada versão, a intensidade é proporcional ao quadrado da amplitude

Ondas de som

Classificação pela frequência:

- **Sons audíveis:** f ~ 20-20000 Hz
- **Infrassom:** f < 20 Hz
- **Ultrassom:** f > 20000 Hz

A velocidade do som depende das propriedades elásticas do meio e da sua densidade.

Também há uma dependência da temperatura.

Por exemplo: para ar

$$v = (331 \text{ m/s})\sqrt{1 + \frac{T_C}{273°C}}$$

onde T_C é a temperatura em °C

Speed of Sound in Various Media

Medium	v (m/s)
Gases	
Hydrogen (0°C)	1 286
Helium (0°C)	972
Air (20°C)	343
Air (0°C)	331
Oxygen (0°C)	317
Liquids at 25°C	
Glycerol	1 904
Seawater	1 533
Water	1 493
Mercury	1 450
Kerosene	1 324
Methyl alcohol	1 143
Carbon tetrachloride	926
Solids[a]	
Pyrex glass	5 640
Iron	5 950
Aluminum	6 420
Brass	4 700
Copper	5 010
Gold	3 240
Lucite	2 680
Lead	1 960
Rubber	1 600

Intensidade do som

A intensidade do som perceptível pelo ouvido humano varia através de muitas ordens de grandeza. É conveniente usar uma escala logarítmica.

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

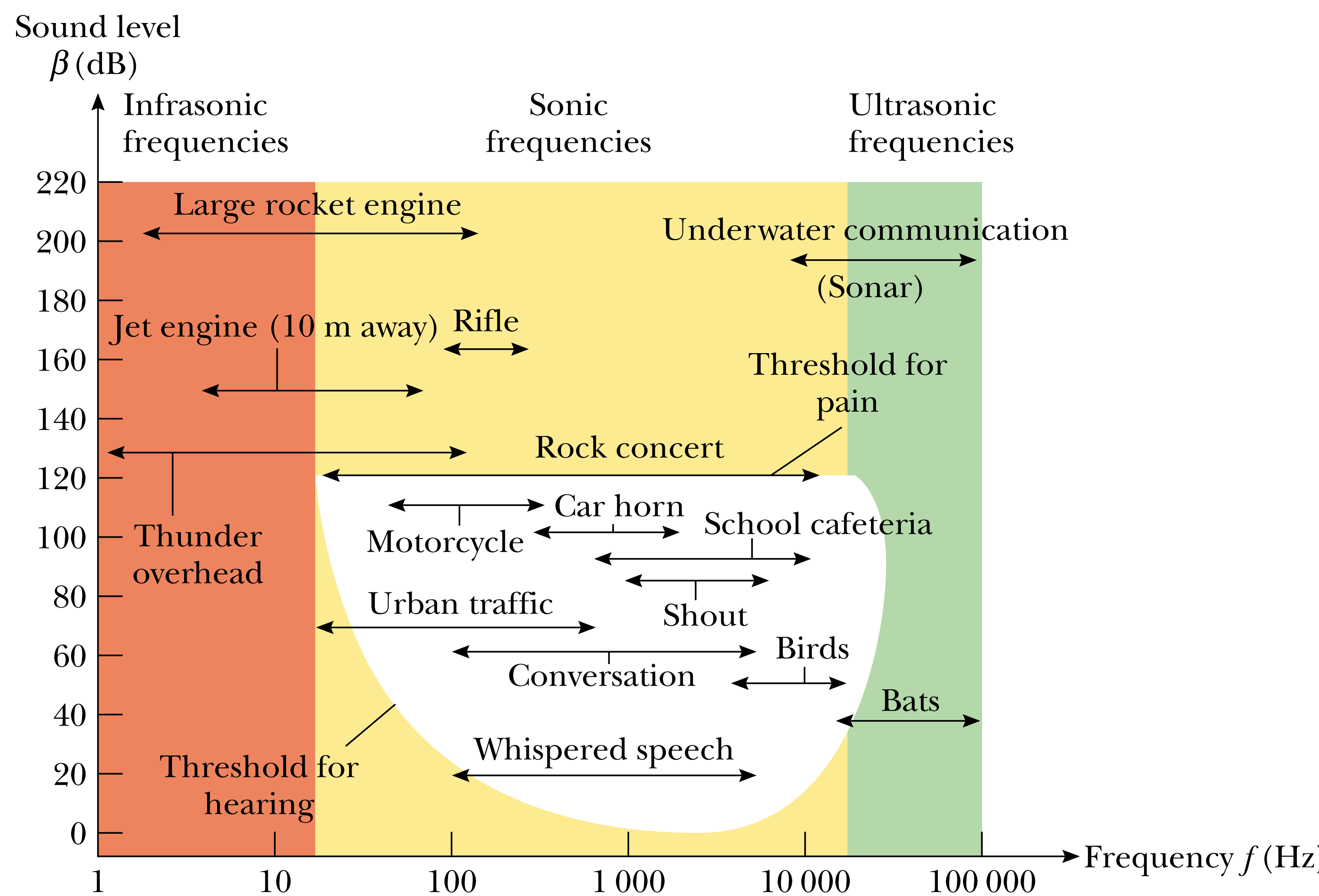
Intensidade em decibel

$$I_0 = 1.00 \times 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$$

nível de referência (no limiar da percepção)

Sound Levels

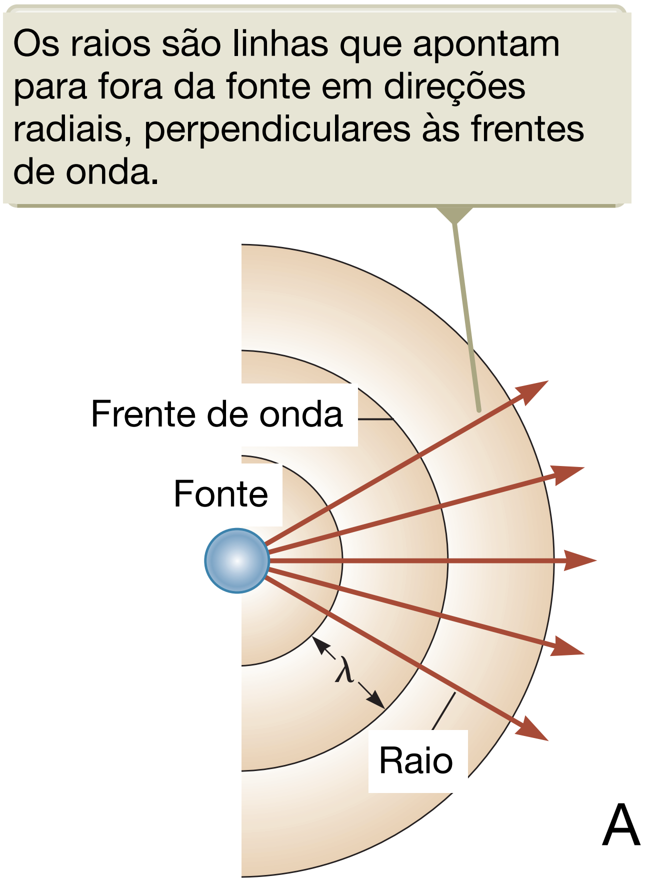
Source of Sound	**β (dB)**
Nearby jet airplane	150
Jackhammer; machine gun	130
Siren; rock concert	120
Subway; power mower	100
Busy traffic	80
Vacuum cleaner	70
Normal conversation	50
Mosquito buzzing	40
Whisper	30
Rustling leaves	10
Threshold of hearing	0



Intensidades e frequências de várias fontes sonoras.

Ondas esféricas

Uma fonte sonora pontual emite som igualmente em todas as direções.



Frentes de onda são superfícies nos quais a fase da onda é constante.

No caso de ondas esféricas, as frentes de onda são esferas concêntricas, com a fonte no centro.

Linhas radiais com início na fonte, que apontam na direção da propagação da onda, são chamadas raios.

A potência média emitida pela fonte distribui-se uniformemente sobre as superfícies das frentes de onda esféricas com raio r :

$$I = \frac{\mathcal{P}_{\rm med}}{A} = \frac{\mathcal{P}_{\rm med}}{4\pi r^2}$$

A intensidade do som cai quadraticamente com a distância.

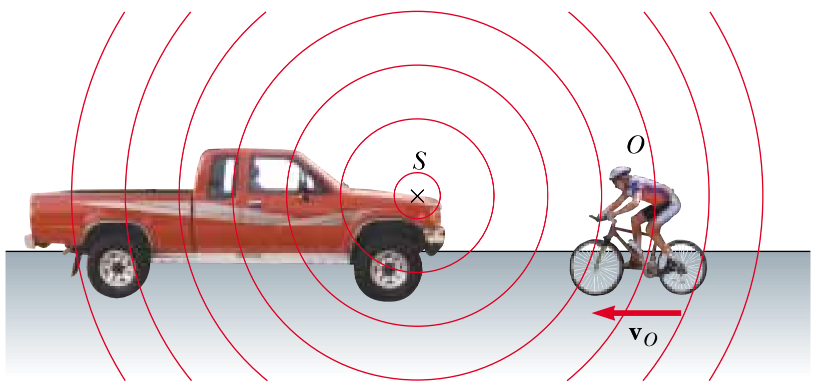
O efeito Doppler

Um observador regista uma alteração da frequência de ondas emitidas por uma fonte, sempre quando existe movimento relativo entre a fonte e o observador.

Nota: a frequência é determinada pela fonte (emissor do sinal); a velocidade de propagação e comprimento de onda são características do meio.

Exemplo: ondas de som

Fonte: $v_S\!=\!0$



A fonte com velocidade v_S emite ondas de som com frequência f (período T) e c.d.o. λ.

O observador com velocidade v_O regista uma frequência f'.

Velocidade do som no meio (indep. de v_S): v

- Fonte e observador estacionários:

$$v_S = v_O = 0 \qquad f' = f$$

- Fonte estacionária, observador aproxima-se da fonte:

$v_S = 0$

$v' = v + v_O$

O vê ondas com velocidade relativa v' e c.d.o. λ.

$$v' = \lambda f' \qquad f' = \frac{v + v_O}{\lambda} \qquad \text{mas } \lambda = \frac{v}{f}$$

$$\rightarrow \quad f' = \left(\frac{v + v_O}{v}\right) f \qquad f' > f$$

- Fonte estacionária, observador afasta-se da fonte:

O vê ondas com velocidade relativa $v' = v - v_O$

$$\rightarrow \quad f' = \left(\frac{v - v_O}{v}\right) f \qquad f' < f$$

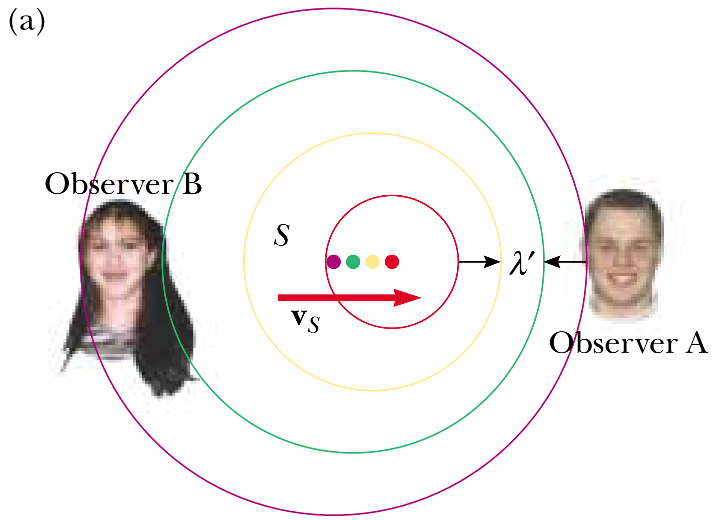
Estes resultados podem ser combinados: $f' = \left(\dfrac{v + v_O}{v}\right) f$

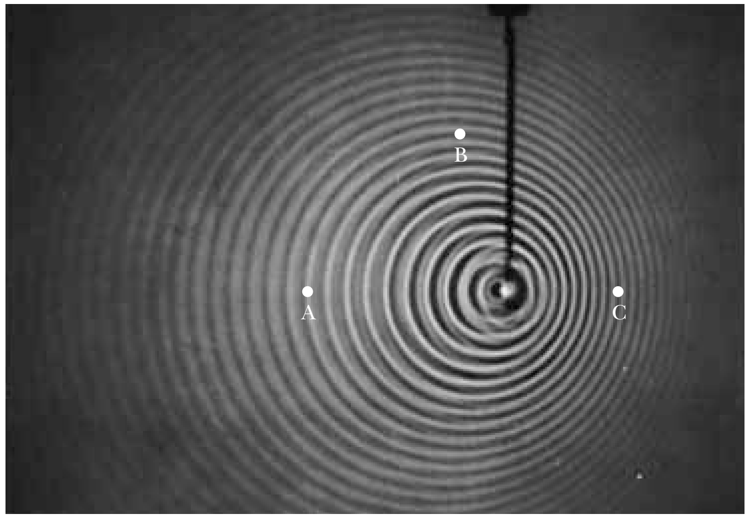
$v_O > 0$ $\quad O$ aproxima-se da fonte

$v_O < 0$ $\quad O$ afasta-se da fonte

O efeito Doppler

- Observador estacionário, fonte aproxima-se do observador:





Para o observador A as frentes de onda são mais próximos do que seriam com a fonte estacionária.

Durante o período de uma oscilação T, a fonte desloca-se pela distância $\Delta\lambda = v_S T = v_S / f$

A observa o c.d.o. mais curto $\lambda' = \lambda - \Delta\lambda = \lambda - \dfrac{v_S}{f}$

Com $\lambda = v/f$ obtém-se $f' = \dfrac{v}{\lambda'} = \dfrac{v}{\lambda - v_S/f} = \dfrac{v}{v/f - v_S/f}$ $\longrightarrow f' = \left(\dfrac{v}{v - v_S}\right) f$

Para o observador B as frentes de onda são mais afastadas do que seriam com a fonte estacionária.

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = \lambda + \frac{v_S}{f} \qquad \longrightarrow f' = \left(\frac{v}{v + v_S}\right) f$$

Estes resultados podem ser combinados: $f' = \left(\dfrac{v}{v - v_S}\right) f$ $v_S > 0$ fonte aproxima-se de O; $v_S < 0$ fonte afasta-se de O

O efeito Doppler

- Fonte e observador em movimento:

$$f' = \left(\frac{v + v_O}{v - v_S}\right) f$$

Nesta expressão aplica-se a convenção dos sinais das velocidades adoptada anteriormente

Regra geral: aproximação implica aumento da frequência, afastamento implica a sua diminuição

O efeito Doppler aplica-se a todos os tipos de ondas: som, radar, luz visível, …

Existe também um grande número de aplicações práticas.

O efeito Doppler