Capítulo 6

Dinámica de sistemas

Temas:

- Sistemas de grado único de libertad
    - Masa, rigidez y amortiguación
- Amortiguación
    - Subamortiguado, críticamente amortiguado, sobreamortiguado
- Resonancias excitantes
    - Retraso de fase
    - Gráficas de Bodé y diagramas Nyquist (diagrama polar)
    - Punto pesado y punto alto
- Sistemas de múltiples grados de libertad

Este capítulo analiza la dinámica del sistema y las frecuencias naturales en términos de masa, rigidez y amortiguación. Varios tipos y características de amortiguación y el factor de amplificación se tratan en detalle. Las gráficas de Bodé y los diagramas de Nyquist se explican al igual que los sistemas de múltiples grados de libertad.

Introducción

Ahora vamos a echar un vistazo más de cerca a los sistemas mecánicos. Esta información nos proporcionará información fundamental que constituye la base de muchos de los problemas que enfrentamos en el monitoreo de maquinaria. Vamos a empezar por mirar los tres componentes básicos: masa, rigidez y amortiguación. Necesitamos entender estos componentes antes de que realmente podamos entender problemas como la resonancia, el balanceo, el uso y operación del sensor, la selección de la ubicación de medición y la vibración de la maquinaria en sí.

Si no consideramos estos problemas, podemos vernos obligados a pensar en cada sistema mecánico como un simple dispositivo lineal. Si se genera una fuerza vibratoria dentro de una máquina, esa misma fuerza se transmitirá a través de la máquina y la estructura sin ninguna alteración, independientemente de las frecuencias generadas. Todos sabemos que este no es el caso.

Figura 6-1

Sabemos que una máquina puede generar internamente una fuerza dinámica con diferentes niveles de amplitud a diferentes frecuencias, pero que lo que realmente medimos puede ser muy diferente. Las amplitudes en algunas frecuencias serán menores; mucho más bajas a ciertas frecuencias. Mientras que en otras frecuencias las amplitudes serán más altas que las generadas.

Si no consideramos la dinámica de la máquina también podríamos creer que una máquina generará el mismo patrón de vibración independientemente de la velocidad de funcionamiento. Por supuesto, las fuerzas centrífugas varían con la velocidad, pero ¿hay otros cambios relacionados con la velocidad? ¡Sí! Dependiendo de la máquina, las amplitudes y patrones de vibración pueden cambiar drásticamente. Aprenderemos por qué es eso.

Y si no consideramos la dinámica de la máquina y estructural, es posible que no entendamos por qué ciertas estructuras fallaron (soldaduras, soportes, etc.), o por qué se generaron niveles intolerables de vibración.

Por ejemplo, puede estar en una planta donde los rodamientos de una máquina parecen fallar regularmente, a pesar de que la máquina se ha alineado y las prácticas de lubricación son buenas. O puede presenciar tuberías que rebotan hacia arriba y hacia abajo o escuchar informes de soportes que han fallado en las soldaduras.

Figura 6-2 - (De Simon Hurricks, Genesis Energy)

Alternativamente, usted puede ser consciente de los niveles de vibración muy altos sólo en ciertos momentos durante el proceso (o cuando existe una condición de falla en una máquina). La gente puede quejarse de los niveles de vibración cuando parece que un piso en un edificio vibra excesivamente. Todas estas cuestiones están relacionadas con las resonancias y ahora examinaremos esta importante área con más detalle.

Masa, rigidez, amortiguación – lo básico

Vamos a ver cada componente de la máquina hasta sus elementos más simples. Los sistemas se pueden describir en términos de masa, rigidez y amortiguación. Tradicionalmente se representan como se muestra:

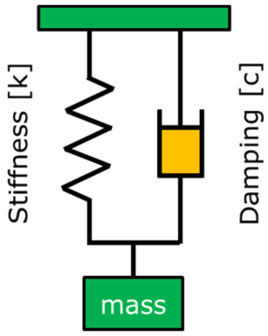


Figura 6-3

Antes de examinar más de cerca cada uno de estos elementos, vamos a hacer una simple observación. Si tuviéramos que tirar de la masa y dejarla ir, esperaríamos que rebote arriba y abajo. Sabemos intuitivamente que la cantidad que rebota, la frecuencia del rebote y el tiempo que sigue rebotando será la misma cada vez (con la misma fuerza aplicada), pero también sabemos que estos parámetros dependen de la masa, rigidez y amortiguación.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k\,g}{W}}$$

- ω_n = Frecuencia natural (rad/s)
- F_n = Frecuencia natural (Hz)
- k = Rigidez (lb/Pulgada o Newton/m)
- m = Masa (lbm o kg)
- W = Peso (lbf o N)

Figura 6-4 Frecuencia natural sin amortiguamiento

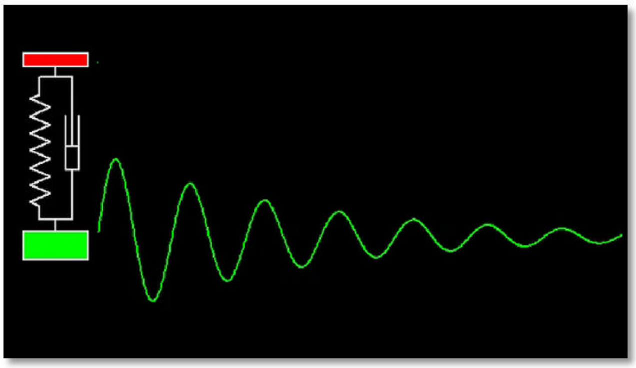


Figura 6-5

Masa

Si aumentamos la masa, rebotará más lentamente. Por el contrario, una masa reducida hará que la masa rebote a una frecuencia más alta.

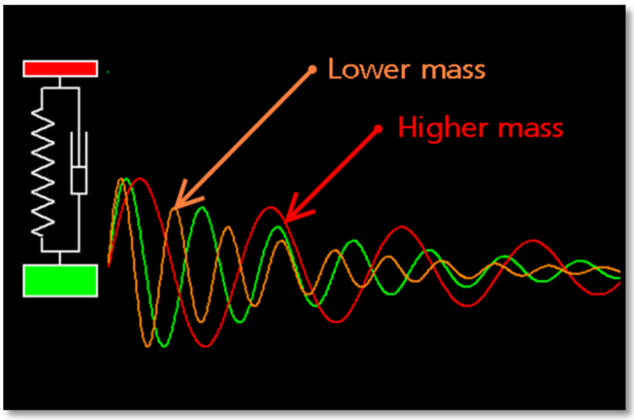


Figura 6-6

Cuando consideramos la dinámica de una máquina real, la masa puede significar una de dos cosas. Si estamos considerando una turbina, una máquina de papel o cualquier máquina en la que nos preocupa la dinámica del rotor en sí, entonces nos preocupa la masa del rotor y cualquier componente conectado a él (aspas de turbina, por ejemplo).

Cuando nos preocupa toda la estructura, entonces, por supuesto, nos preocupamos por la masa de toda la máquina, y posiblemente los cimientos.

De hecho, en el estudio de la dinámica de estructuras más pequeñas, la masa del sensor de vibración se convierte en un problema porque cambia las propiedades dinámicas de la estructura que estamos tratando de medir.

Rigidez

Si aumentamos la rigidez del resorte, rebotará a una frecuencia más alta. Por el contrario, si el resorte es menos rígido, la frecuencia se reducirá.

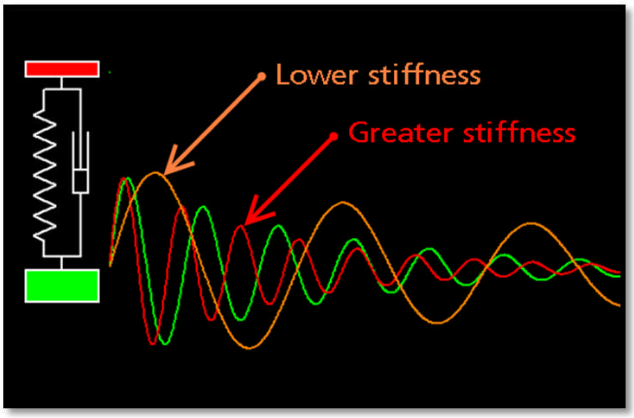


Figura 6-7

El resorte representa la rigidez en el sistema. Podemos pensar en los cimientos como el resorte, o los rodamientos como el resorte. Dependiendo de lo de cerca que queremos examinar los diversos componentes dentro de la máquina, podemos encontrar muchos ejemplos de resortes.

Si excluimos la amortiguación, como en las ecuaciones anteriores, podemos calcular la frecuencia natural sin amortiguar, que es la frecuencia que la masa rebotará hacia arriba y hacia abajo si la tiramos hacia abajo y la dejamos ir. La frecuencia natural no amortiguada sólo depende de la masa (m) y la rigidez del resorte (k).

Puntos clave

- Los estudiantes deben estar familiarizados con el concepto de la frecuencia natural sin amortiguación
- Los estudiantes deben estar familiarizados con las fórmulas de la Figura 6-4 y entender la relación entre masa, rigidez y frecuencia natural.

Amortiguación

Si alteramos la amortiguación, la frecuencia no cambia (mucho). La amortiguación controla la amplitud de cada rebote, y por lo tanto el tiempo que tarda la masa en dejar de rebotar.

La amortiguación hace que la energía del sistema se disipe. Si tuviéramos cero amortiguación, el sistema seguiría vibrando sin fin.

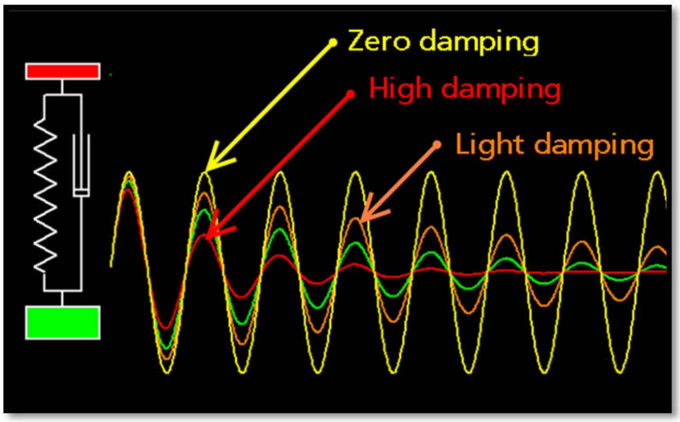


Figura 6-8

Hay tres formas principales de amortiguación: amortiguación de fricción, amortiguación viscosa y amortiguación de histéresis. La amortiguación por fricción se produce cuando dos partes se deslizan una contra la otra. La fricción causa calor que es una pérdida de energía. Los rodamientos están diseñados para minimizar la fricción, por lo que esta no es la forma de amortiguación que más nos preocupa.

La amortiguación de la histéresis implica fricción molecular interna. Por ejemplo, a medida que el resorte se comprime y libera, la fricción entre las moléculas genera calor y, finalmente, hace que el resorte deje de oscilar y descanse. Naturalmente, esta forma de amortiguación resulta en toda la máquina como fuerzas dinámicas en la máquina hacen que las aspas se doblen, los rodamientos vibren, las carcasas se flexionen, etc.

Estamos más interesados en la amortiguación viscosa. La amortiguación viscosa es la resistencia al flujo de fluidos. Un excelente ejemplo son los amortiguadores de su coche. Como se puede imaginar, la cantidad de amortiguación depende de una serie de factores. Cuando se mira el amortiguador, las características de amortiguación serán dictadas por la viscosidad del fluido, y el tamaño del cilindro y el émbolo.

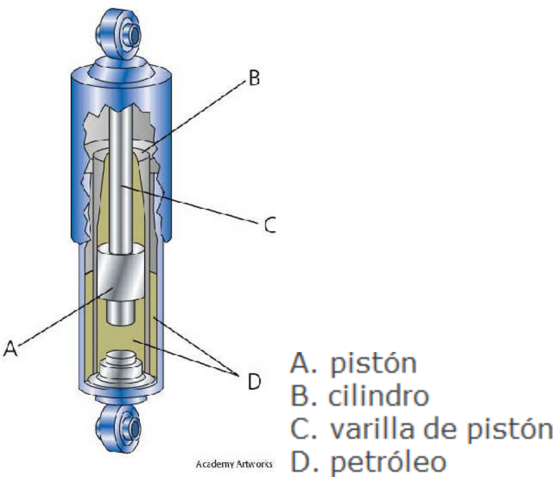


Figura 6-9

En la maquinaria rotativa, la lubricación en los rodamientos proporciona amortiguación viscosa. Mientras que el lubricante se utiliza para facilitar el movimiento de las bolas/rodillos en un rodamiento, o el eje para girar en un cojinete de deslizamiento, proporciona una fuerza resistiva a ese movimiento. También amortigua la vibración – la transmisión de la vibración desde el rotor a la carcasa de la máquina.
El proceso en sí también proporciona amortiguación viscosa. Ya sea un ventilador que mueve aire o una bomba empujando fluido, el proceso proporciona amortiguación que está tratando de resistir la rotación del eje.

Más adelante en el curso aprenderá cómo la amortiguación dicta la cantidad de amplificación en la resonancia, cómo estimar la amortiguación de FRF (magnitud, fase, datos reales e imaginarios) y los datos de la gráfica de Bodé. También aprenderá cómo se puede utilizar la amortiguación para reducir la vibración.

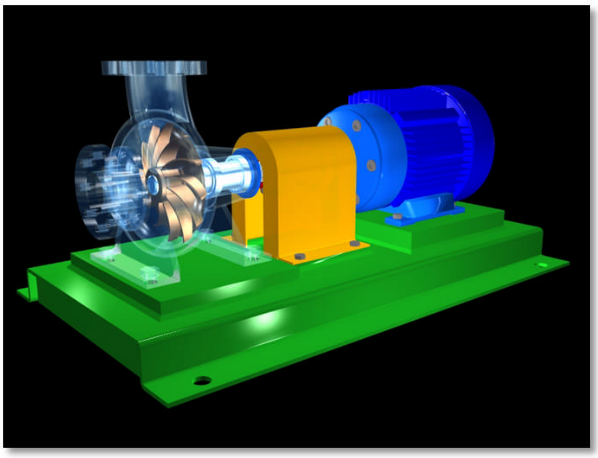


Figura 6-10

Puntos clave

- Los estudiantes deben estar familiarizados con el concepto de amortiguación
    - La amortiguación es la conversión de la energía mecánica en calor
- Los estudiantes deben estar familiarizados con los tres tipos de amortiguación:
    - Viscosa
    - Friccional
    - Histéresis
- Los estudiantes deben ser capaces de proporcionar ejemplos de estos tipos de amortiguación.

Sistemas de grado único de libertad

En esta demostración estamos considerando un solo eje de movimiento: arriba y abajo. Sólo es libre de moverse en una sola dirección. Por esta razón llamamos a este sistema un sistema de grado único de libertad (SDOF).

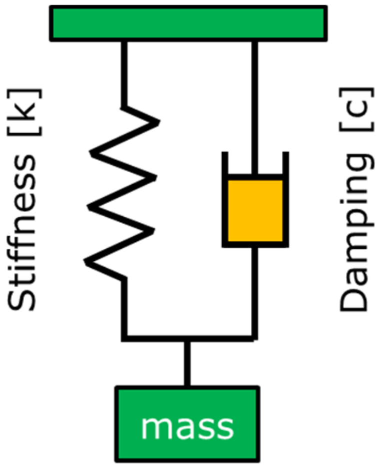
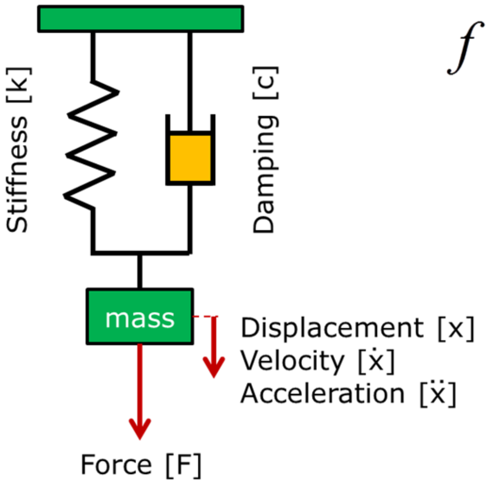


Figura 6-11

Centraremos nuestra atención en sistemas de grado único de libertad, sin embargo, debe entenderse que los sistemas reales son sistemas con múltiples grados de libertad. Un componente puede moverse en tres ejes: izquierda/derecha (eje x), arriba/abajo (eje y), cerca/lejos (eje z) y girar alrededor de cada uno de esos ejes. Y un componente puede tener el equivalente de múltiples resortes, masas y amortiguadores.

Cuando discutamos el análisis modal y, en menor medida, ODS, examinaremos más detenidamente los sistemas de varios grados de libertad. Podemos decir, sin embargo, que podemos modelar el sistema como una serie de sistemas de un solo grado de libertad, e interesarnos por la frecuencia natural de cada modo.



$$f(t) = kx + c_v\dot{x} + m\ddot{x}$$

Figura 6-12 Sistema SDOF

Por lo tanto, echemos un vistazo más de cerca al sistema de un solo grado de libertad. Ya sabemos que si aplicamos una fuerza el resorte se comprimirá o estirará, y entonces comenzará a oscilar. La amortiguación afecta a la duración de la oscilación, pero no a la frecuencia de oscilación (más tarde aprenderemos que realmente cambia ligeramente la frecuencia). La frecuencia está dictada por la rigidez del muelle y la masa. El cambio de fuerza a lo largo del tiempo se puede describir como:

$$f(t) = kx + c_v\dot{x} + m\ddot{x}$$

$f = Fuerza$
$k = Constante\ de\ rigidez\ del\ resorte$
$c_v = Amortiguación\ viscoza$
$m = Masa$
$x = Desplazamiento$
$\dot{x} = Velocidad\ (tasa\ de\ cambio\ del\ desplazamiento)$
$\ddot{x} = Aceleración\ (tasa\ de\ cambio\ de\ la\ velocidad)$

Esta ecuación puede parecer muy complicada, pero en realidad no lo es. Simplemente significa que la fuerza es una combinación de la rigidez desplazada (la compresión y el estiramiento del resorte), el producto de la amortiguación y la velocidad (tasa de cambio de desplazamiento), y el producto de la masa y la aceleración (tasa de cambio de velocidad).

Ya sabemos que si integramos la aceleración obtenemos velocidad, y si integramos la velocidad obtenemos desplazamiento. Estas ecuaciones son lo opuesto – son derivados, que básicamente significa "tasa de cambio". La derivada (o diferenciación) del desplazamiento es la velocidad, y la derivada de la velocidad es la aceleración – por lo tanto, la doble derivada del desplazamiento es la aceleración.

De hecho, podemos pensar en esto de otras maneras más intuitivas. Sabemos que la fuerza está relacionada con la compresión y el estiramiento del resorte. A medida que halamos hacia abajo un resorte, este trata de empujar hacia atrás con una fuerza. Si no es muy rígido, es fácil de comprimir y estirar. Un resorte muy rígido puede ser muy difícil de comprimir y estirar. La fuerza de reacción es:

$$f(t) = kx$$

Ahora echemos un vistazo a la amortiguación. Visualice un amortiguador, o incluso una simple bomba de bicicleta. Si empujamos lentamente hacia abajo en el mango de la bomba, se moverá lentamente. Hay resistencia, pero podemos moverla. Pero si empujamos fuerte y tratamos de hacerlo moverse rápidamente (es decir, aumentamos la velocidad) entonces la resistencia es mucho mayor. La viscosidad del aire es lo suficientemente grande como para resistir la velocidad. También notamos que la bomba se calienta – es decir, la pérdida de energía. La fuerza de reacción es:

$$f(t) = c_v \dot{x} \quad f(t) = c_v \frac{dx(t)}{dt}$$

También debemos estar familiarizados con la ecuación F = mA, o Fuerza es igual al producto de la masa y la aceleración. Nuestros acelerómetros trabajan en este principio: la fuerza en la masa de un cristal con una salida proporcional a la aceleración. Así que la última parte de la ecuación está relacionada con la aceleración de la masa. La fuerza de reacción es:

$$f(t) = m\ddot{x} \quad f(t) = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

Hay dos cosas clave que podemos aprender de esto. El primer punto clave es que a baja frecuencia, la aceleración es muy baja, por lo que la masa tiene muy poco efecto en la fuerza, pero la rigidez del resorte tiene un impacto mucho mayor ya que el desplazamiento es mayor – necesitamos una mayor fuerza para comprimir (o estirar) el resorte.

Puntos clave

- Los estudiantes deben estar familiarizados con la definición de un sistema de grado único de libertad (SDOF)
- Los estudiantes deben entender cada término/variable en la fórmula:

  $$f(t) = kx + c_v\dot{x} + m\ddot{x}$$

  - Los estudiantes deben entender el significado de cada sección de la fórmula y ser capaces de relacionarla con un sistema de resorte y masa.
- Los estudiantes deben ser conscientes de que el punto por encima de la “x” en la fórmula se refiere a la diferenciación, o “tasa de cambio de”, que es lo opuesto a la integración.

Relación de amortiguación

Lo que aún no hemos discutido es la frecuencia de oscilación. Podemos calcular la frecuencia natural amortiguada o no amortiguada. En primer lugar, consideraremos el caso “sin amortiguación”, seguido de los casos “amortiguados”: amortiguados críticamente y sobreamortiguados.

Frecuencia natural sin amortiguación

La frecuencia no amortiguada de la oscilación de la siguiente manera:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ o } f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Si la rigidez 'k' es mayor, la frecuencia será mayor. Si la masa 'm' es mayor, la frecuencia será menor. (Nota: omega 'ω' está en unidades de rad/seg y 'f' está en Hz)

Si el sistema no está amortiguado, la vibración no decaerá.

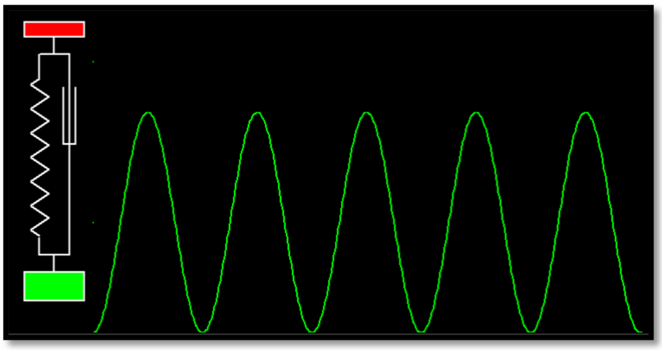


Figura 6-13

Sistema amortiguado críticamente

El factor de amortiguación crítico C_c puede interpretarse como la amortiguación mínima que resulta en movimiento no periódico (es decir, simple decaimiento). La frecuencia natural amortiguada es cero.

$$c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n$$

Podemos considerar la amortiguación como una relación entre la amortiguación cero (sin amortiguar) y la amortiguación crítica. Es denotado por zeta:

$$\zeta = \frac{c_v}{c_c}$$

Basándonos en las ecuaciones que ya hemos desarrollado, podemos intercambiar los términos de amortiguación con zeta para determinar la frecuencia natural amortiguada.

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad f_d = f_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

Ya hemos visto que:

$$f_d = f_n\sqrt{1-\zeta^2} \text{ dónde } \zeta = \frac{c_v}{c_c}$$

Cuando el sistema está amortiguado críticamente.

Por lo tanto, zeta es igual a 1. Por lo tanto, la frecuencia natural es cero, es decir, no hay frecuencia de oscilación.

$$\zeta = \frac{c_v}{c_c} = 1$$

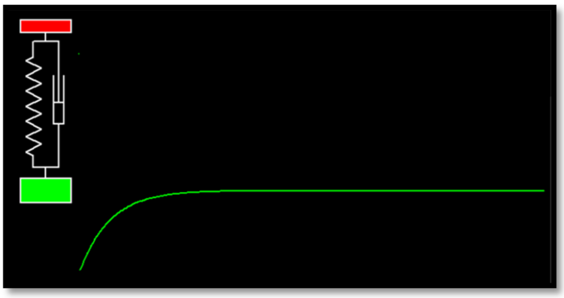


Figura 6-14

Sistemas sobreamortiguados

En un sistema sobre-amortiguado no hay oscilación. La frecuencia natural amortiguada es cero. Tarda más en decaer que si estuviera amortiguado críticamente o subamortiguado.

$$c_v > c_c \text{ por lo tanto: } \zeta = \frac{c_v}{c_c} > 1$$

Estos son algunos ejemplos:

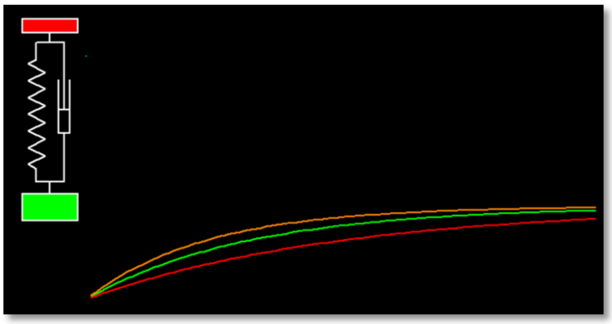


Figura 6-15

Sistemas subamortiguados

Los sistemas sub-amortiguados con amortiguación cero son un caso especial en el que, teóricamente, la oscilación nunca termina. La frecuencia de oscilación es la muy cercana a la frecuencia natural no amortiguada.

$$f_d = f_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad \zeta = \frac{c_v}{c_c}$$

$$c_v < c_c \quad \text{por lo tanto: } \zeta = \frac{c_v}{c_c} < 1$$

Figura 6-16 Frecuencia natural subamortiguada

Si consideramos de nuevo la amortiguación como una proporción de los valores no amortiguados y amortiguados críticamente, entonces la relación debe ser menor que '1' cuando el sistema está subamortiguado.

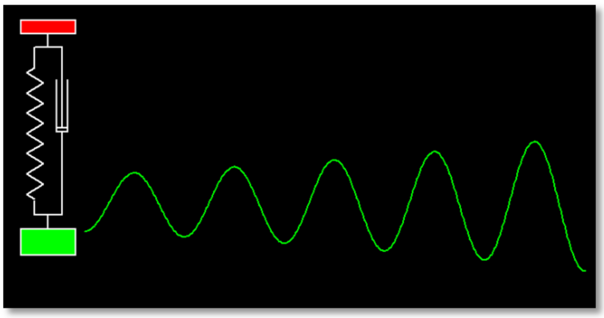


Figura 6-17

El sistema vibrará a su frecuencia natural sin amortiguación y puede completar un ciclo o muchos ciclos antes de llegar a descansar.

Puntos clave

- Los estudiantes deben conocer la diferencia entre los sistemas amortiguados críticamente, sobreamortiguados y subamortiguados.
- Los estudiantes deben entender (el mínimo) efecto que la amortiguación tiene en la frecuencia natural.
- Los estudiantes deben entender la relación entre la amortiguación y el tiempo que tarda una señal en decaer
- Los estudiantes deben estar familiarizados con las variables de las fórmulas descritas en esta sección y deben ser capaces de interpretarlas

Frecuencias naturales forzadas

Ahora vamos a ver la frecuencia natural, y el efecto de la masa, rigidez y amortiguación en la práctica.

Un sistema de un solo grado de libertad tiene una sola frecuencia natural. Como se indicó anteriormente, la mayoría de las estructuras con las que tratamos son sistemas de varios grados de libertad, y tendrán múltiples frecuencias naturales, pero lo discutiremos más adelante. Por lo tanto, todas las estructuras tienen frecuencias naturales. En muchos casos se encuentran inactivas dentro de una máquina y no somos conscientes de ellas.

Una horquilla de afinación es un ejemplo clásico de una estructura con una frecuencia natural conocida. Si la horquilla de afinación es para la nota La, la frecuencia de la horquilla de afinación es de 440 Hz. Pero a menos que alguien golpee la horquilla de afinación, la frecuencia natural está latente.

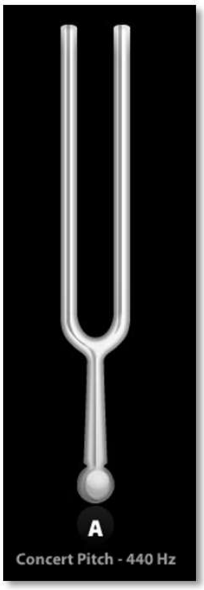


Figura 6-18

Cuando tiramos de nuestra masa y dejamos ir, el sistema oscila a su frecuencia natural. Cuando un sistema se excita en su frecuencia natural, se dice que "resuena". Discutiremos la resonancia con mayor detalle en breve.

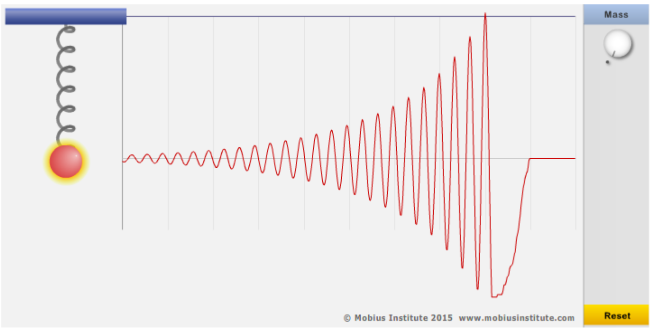


Figura 6-19

Como aprendimos anteriormente, la rigidez y la masa dictan la frecuencia natural, y la amortiguación dicta la duración de la vibración.

Excitando al sistema

Ahora tenemos que llevar esto al siguiente nivel. En lugar de halar la masa y ver cómo responde, ahora excitaremos el sistema y veremos qué sucede. Ahora la frecuencia de oscilación está dictada por la frecuencia de excitación. Comenzaremos con la frecuencia baja. Podemos ver que la excitación y la masa parecen estar en fase. Las ondas sinusoidales se elevan y caen juntas. Parece que el resorte es muy rígido. Casi se podría imaginar que es una varilla de acero entre el conductor y la masa.

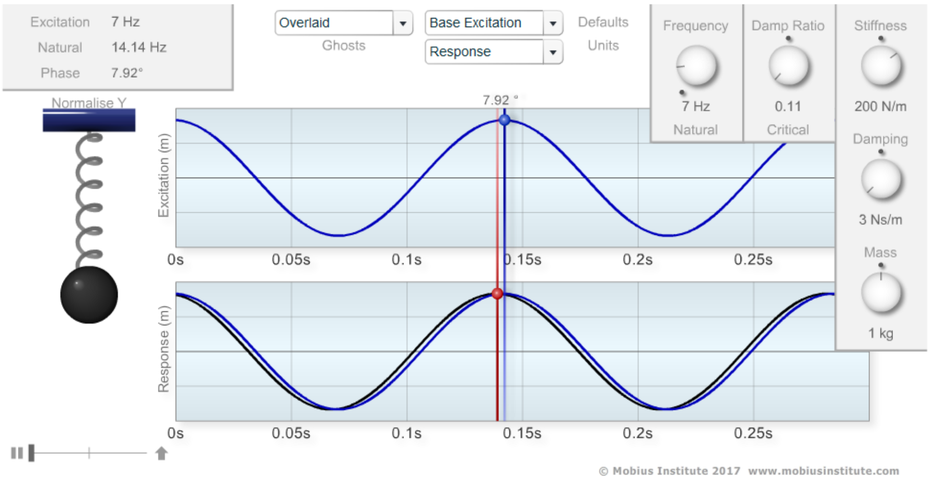


Figura 6-20

A medida que aumentamos la frecuencia puede parecer que todavía están en fase. Usted sólo puede notar que la amplitud de la oscilación aumenta ligeramente. De hecho, si mira muy de cerca, es posible que vea que hay un ligero desenlace entre la oscilación del conductor azul y la masa negra.

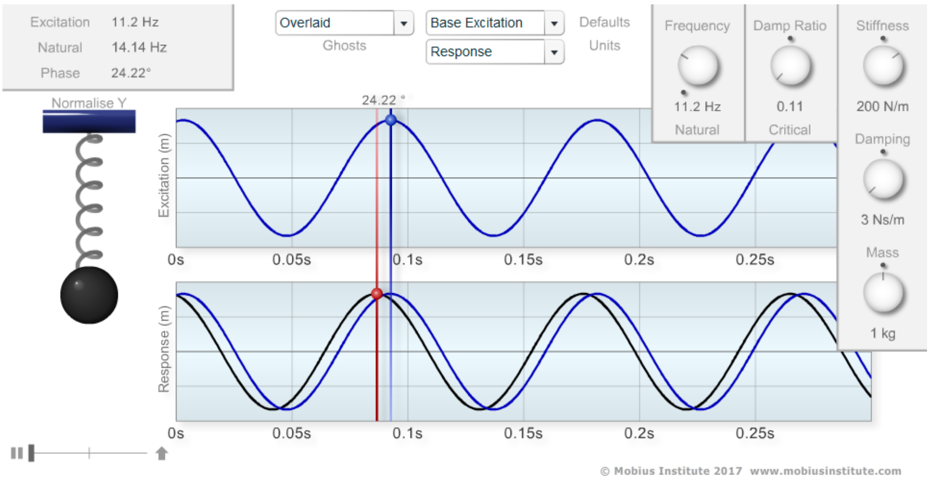


Figura 6-21

Pero sucede algo curioso a medida que aumentamos la frecuencia de excitación. Usted notará que la amplitud de la oscilación comienza a aumentar más dramáticamente. También puede notar que el retraso entre el conductor y la masa está aumentando.

Si ajustamos la frecuencia para que la amplitud sea la mayor podemos ver dos cosas. En primer lugar, podemos ver que hay una diferencia de fase de 90° entre la fuerza motriz y la respuesta de la masa. Esta es la definición de resonancia.

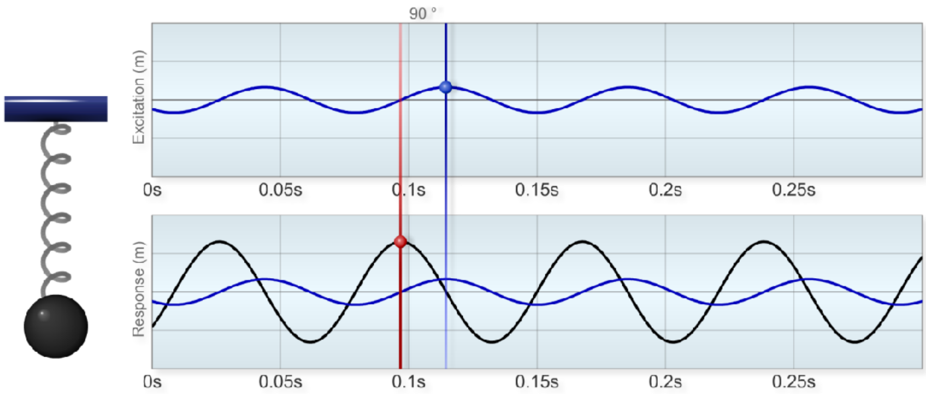


Figura 6-22

El segundo punto clave es que en la resonancia, la amplitud de la vibración está dictada enteramente por la amortiguación. En la frecuencia natural, las fuerzas debidas a la rigidez y la masa se cancelan mutuamente (exploraremos esto un poco más en un momento). Si aumentamos la amortiguación, la amplitud disminuirá, pero la frecuencia no cambiará. Esto se llama estar "muy amortiguado".

Si reducimos la amortiguación, la amplitud aumentará. Si tenemos una baja cantidad de amortiguación lo llamamos ligeramente amortiguado. Si la amortiguación fuera cero, ¡la amplitud sería infinita!

Si seguimos aumentando la frecuencia, sucede algo inusual. La amplitud disminuye (que usted habría esperado), pero el desfase de fase también aumenta. De hecho, no es posible aumentar la frecuencia en gran medida (especialmente cuando se amortigua ligeramente) para ver un retraso de 180° entre la excitación y la respuesta.

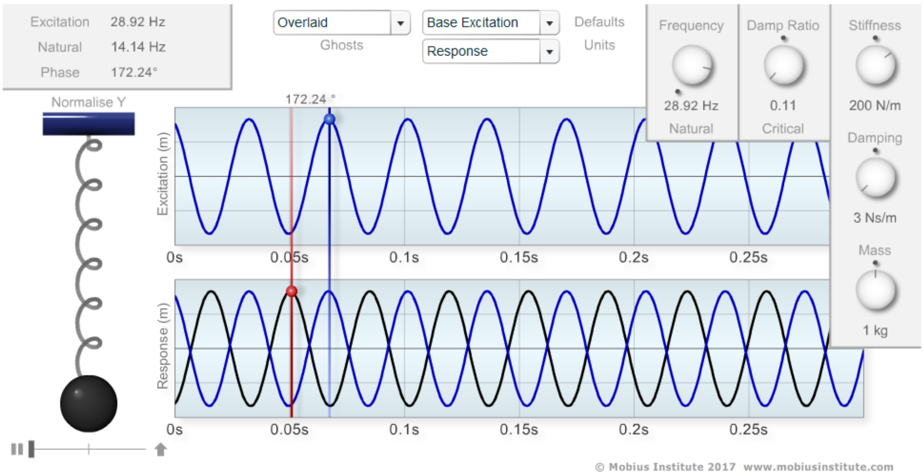


Figura 6-23

Tal vez esto no es tan inusual. Si visualiza sosteniendo un resorte largo con una masa en el extremo y moviéndolo lentamente hacia arriba y hacia abajo, la masa se movería hacia arriba y hacia abajo lentamente. Si usted controla el movimiento de su mano, encontrará la frecuencia resonante. Si vas más rápido, la masa rebotará hacia arriba mientras estás empujando hacia abajo, tal como se puede ver en esta simulación.

Representación de datos complejos

Lo que hemos estado discutiendo hasta ahora es vibración en términos de amplitud y fase y frecuencias particulares. Hay varias maneras de presentar, describir o visualizar esta información en términos de diferentes gráficas. Por lo tanto, este es un buen momento para asegurarse de que conoce los fundamentos por lo que será capaz de entender estos datos independientemente del formato en el que se presente. Los formatos de datos incluyen: (Bodé, Nyquist/polar, FRF, real, imaginario, fase).

La forma más fácil de entender esto es pasando algún tiempo con la imagen de abajo y tratando de entender las diferentes maneras en que podemos representar el punto al final de la flecha.

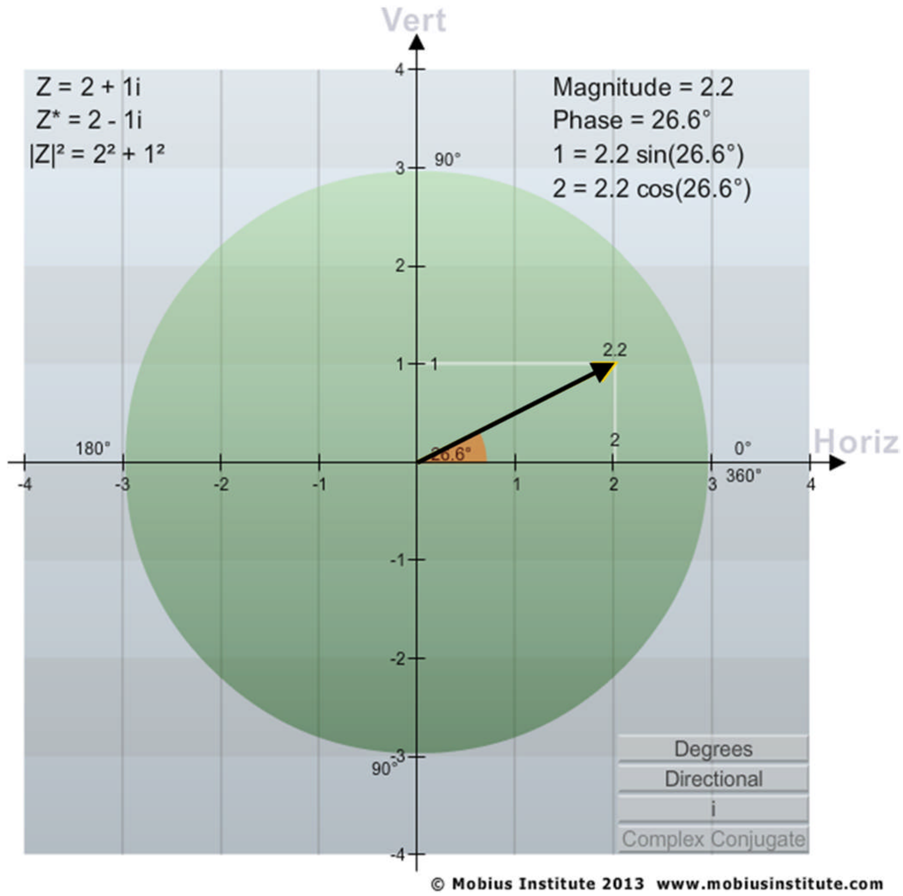


Figura 6-24 Entendiendo el sistema de coordenadas

La primera y tal vez la forma más fácil de entender este punto es describiéndolo mediante coordenadas X-Y. El punto es +1 en la dirección vertical (Y) y +2 en la dirección horizontal (X). Así que podemos decir que el punto es t (2.1) en coordenadas X-Y.

Observe que también podemos describir este punto por la flecha o el vector. La longitud de la flecha es la amplitud de la vibración y el ángulo que está apuntando es el ángulo de fase. Si recuerdas de la geometría, podemos calcular la longitud de la flecha usando el teorema pitagórico (x2 +y2 = z2), porque el vector crea un triángulo recto.

La base del triángulo es 2 y la altura es 1, por lo tanto $z^2 = 2^2 + 1^2$ o $z = \sqrt{5}$

o z = 2.2. En otras palabras, la longitud de la flecha es 2.2.

Para encontrar el ángulo podemos usar arcsin, arccos o arctan porque este es un triángulo recto. El seno del ángulo = opuesto/hipotenusa, cos = adyacente/hipotenusa y tangente = opuesto/adyacente. Usted puede recordar esto usando SOH CAH TOA. Si desea obtener el ángulo y conoce los lados, simplemente divida los lados (para tangente sería opuesto/adyacente) y luego utilice el botón arctan o tan-1 en su calculadora. Tenga en cuenta que también puede medir el ángulo utilizando un transportador.

En la figura anterior, el lado opuesto al ángulo es 1 y el lado adyacente es 2. El ángulo es entonces arctan (1/2) = 26.6 grados. Ahora tenemos una forma diferente de describir el mismo punto, podemos decir que tiene una amplitud de 2.2 y un ángulo de fase de 26.6 grados. Esto se llama un "vector".

Una tercera forma de describir este punto en el gráfico es para utilizar números reales e imaginarios. En este sistema, el eje "X" se llama "real" y el eje "Y" se llama "imaginario". En la Figura 6-25 el eje vertical o imaginario está en unidades de "i" donde "i" es la raíz cuadrada de -1. En este sistema, el vector o flecha se describe como: Z = 2+1i y el ángulo es $\tan^{-1}$ (imaginario/real).

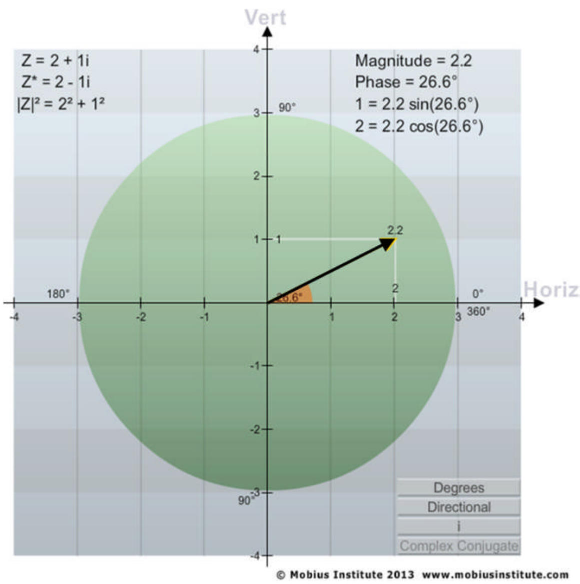


Figura 6-25 Números reales e imaginarios

Los números imaginarios nos ayudan a tratar con tomar la raíz cuadrada de los números negativos. Por ejemplo, $2^2 = 4$ y -2^2 también = 4. Si queremos ir por el otro lado, $\sqrt{4} = 2$ y $\sqrt{-4} = 2i$. La "i" o número imaginario nos ayuda a tratar con tomar la raíz cuadrada de un número negativo ya que ningún número al cuadrado es igual a un número negativo. Para nuestros propósitos simplemente tenga en cuenta que podemos describir la vibración como una amplitud y un ángulo como 2.2 a 26.6 grados (esto se llama vector) o podemos describirlo como un punto en una gráfica X-Y como (2.1) o podemos describirlo como un número complejo Z = 2 + 1i.

Cada una de estas formas de describir los datos tiene sus propios beneficios.

$$Magnitude = \sqrt{Real^2 + Imaginary^2}$$

$$Phase = \tan^{-1}\left[\frac{Imaginary}{Real}\right]$$

Figura 6-26 Números reales e imaginarios

Lo que sucede en la resonancia

A medida que excitamos una estructura (o rotor) alrededor de una frecuencia natural, la amplitud y la fase cambian. En un solo sistema de grado de libertad, el cambio de amplitud será dictado por el montaje de la amortiguación, pero esperamos ver un cambio en la amplitud a medida que avanzamos a través de una resonancia. Típicamente la amplitud aumentará si el sistema está subamortiguado.

La fase también se barrerá a través de 180°. Podemos observar estos cambios a través de una gráfica de Bodé, gráficas de Nyquist/polar, o viendo las partes reales e imaginarias de los datos.

La magnitud (como se definió anteriormente) llegará a un pico en la frecuencia natural. La fase se barrerá a través de 180 grados y 90 grados, o el punto medio del barrido corresponderá a la frecuencia natural.

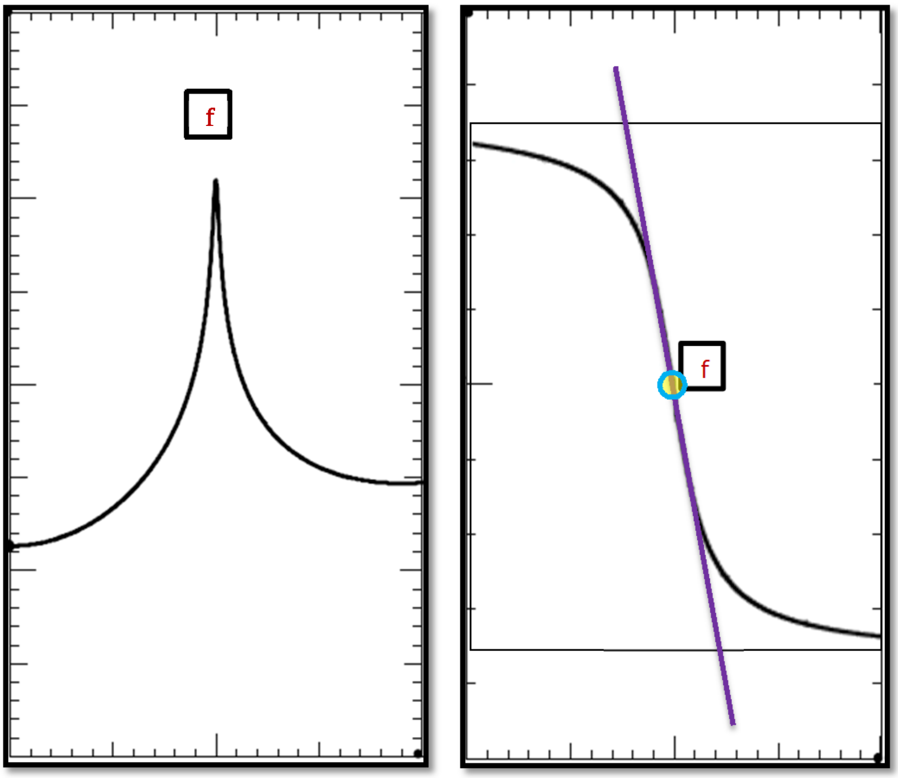


Figura 6-27 Amplitud y fase a la frecuencia natural

Esta curva (y todas las curvas que discutiremos) se puede derivar de un arranque/paro (por ejemplo, es la respuesta en 1X), o se puede derivar de la función de transferencia o función de respuesta de frecuencia (FRF) – la relación de salida a entrada. Veremos que hay una serie de maneras de probar las frecuencias naturales. En este momento estamos discutiendo cómo representar una frecuencia natural en los diversos tipos de gráficas.

Cuando juntamos las dos gráficas de arriba, se llama diagrama de Bodé. La gráfica de Bodé incluye un gráfico de magnitud frente a frecuencia, y un segundo gráfico de fase frente a frecuencia.

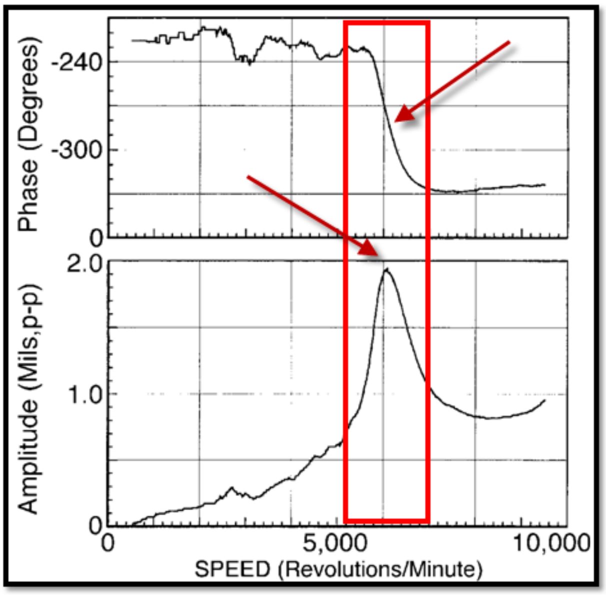


Figura 6-28 Diagrama de Bodé

En la Figura 6-28 arriba, la fase se describe en la parte superior de la gráfica y la amplitud en la parte baja. El eje X está en frecuencia. La frecuencia a la que la amplitud alcanza su pico máximo en la parte baja, es la frecuencia natural. Esta frecuencia también corresponde con un cambio de fase de 90 grados marcado en la parte superior del diagrama.

Diagrama de Nyquist o Polar

Como se menciona en la última sección, podemos trazar la misma información utilizando un sistema de coordenadas diferente. Un diagrama de Nyquist es una gráfica polar de la función de respuesta de frecuencia de un sistema lineal, o simplemente la gráfica de amplitud frente a fase para un rango de frecuencias. Se puede presentar de dos maneras:

Real (eje x) versus imaginario (eje Y). La frecuencia se barre como un parámetro, lo que resulta en un punto por frecuencia.

En coordenadas con un círculo (diagrama polar) donde la fase de la función transferencia es trazada como la coordenada angular con una magnitud como coordenada radial. Figura 6-29

Podemos utilizar este formato de trazado con datos donde solo hemos medido la respuesta (por ejemplo, amplitud de vibración y una máquina deteniéndose) o como una función de transferencia o función de respuesta de frecuencia (donde en lugar de amplitud tenemos magnitud o ganancia).

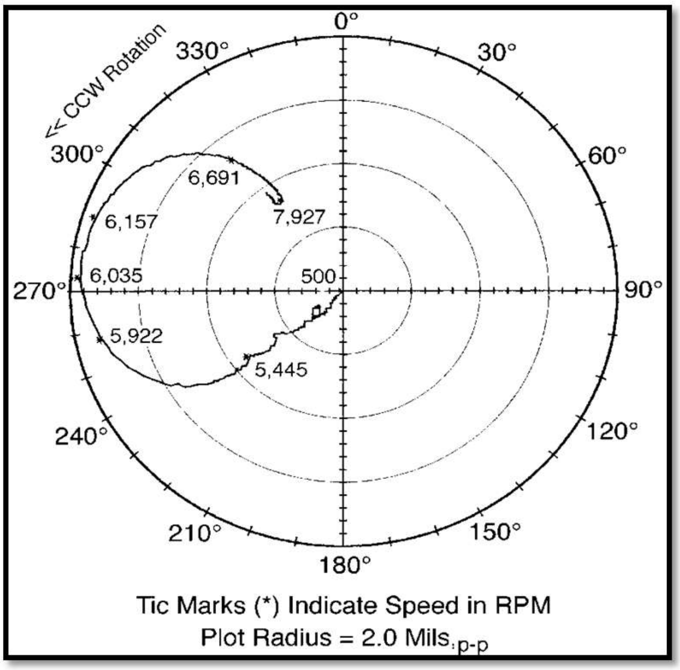


Figura 6-29 Diagrama de Nyquist

La gráfica Nyquist contiene la misma información que la gráfica de Bodé. La gráfica que va a utilizar dependerá del software que esté utilizando y del tipo de prueba que esté haciendo para detectar una frecuencia natural. También dependerá de las preferencias personales.

La gráfica Nyquist anterior muestra una máquina que sube de 0 a 7,927 RPM. La frecuencia natural se produce justo por debajo de 6,035 RPM. La amplitud de la vibración se puede describir dibujando una línea (o vector) desde el origen del trazado (el centro) hasta un punto de la curva. La amplitud máxima ocurre justo antes de 6,035 RPM.

Un trazado polar muestra ángulos de fase en el borde exterior del trazado circular. En poco más de 0 RPM en este ejemplo, el ángulo de fase es de 180 grados. Justo antes de alcanzar las 6.035 RPM, la línea cruza más de 270 grados. 270 - 180 = 90 grados, por lo que se trata de un cambio de 90 grados desde el punto de inicio- que también indica que esta es la frecuencia natural. A medida que continuamos acelerando, la fase se acerca a 360 grados o 180 grados de barrido desde que comenzamos en 180. La amplitud de la vibración también baja. Una línea dibujada desde el punto en 7,927 hasta el centro del diagrama es más corta que la línea entre 6,035 y el centro del diagrama.

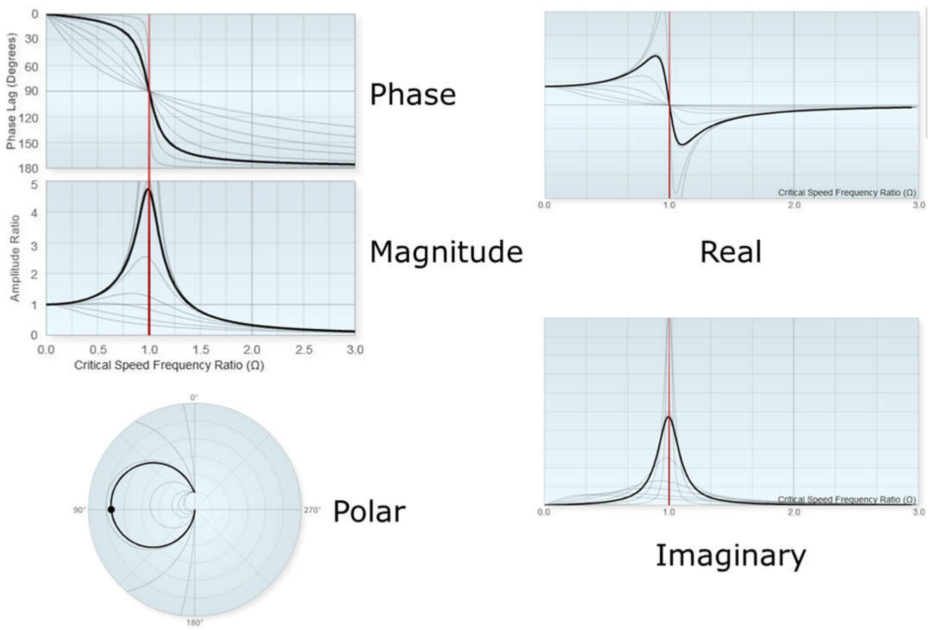


Figura 6-30

Magnitud, fase y amortiguación

Podemos ver cómo la amplitud y la fase cambian a medida que se cambia la frecuencia. El diagrama de Bodé es muy útil, ya que nos muestra cómo cambiará la amplitud; la ubicación de la frecuencia natural, y el efecto de la amortiguación.

Puede ver en la Figura 6-31 el efecto que el amortiguado tiene en una cantidad de amplificación, y la tasa de cambio de la fase. Si el sistema está ligeramente amortiguado, la fase no cambiará hasta que la frecuencia se acerque a la frecuencia natural.

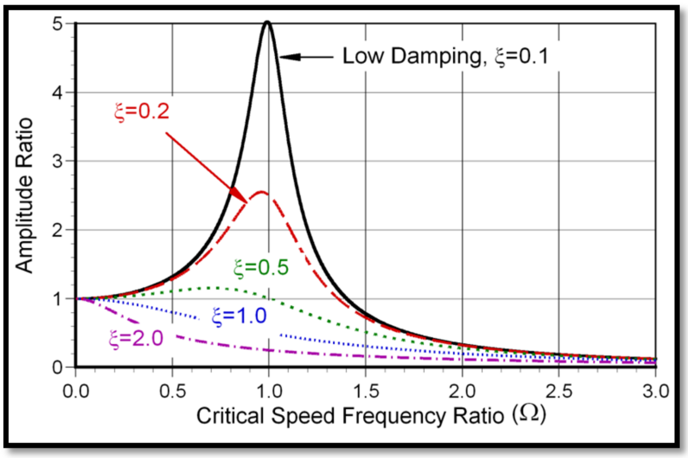


Figura 6-31

Recuerde: Cuando theta es '1' el sistema se amortigua críticamente. Cuando theta es muy pequeño (por ejemplo, 0.05) el sistema está muy ligeramente amortiguado y habrá amplificación significativa en la frecuencia natural (y por encima y por debajo de esa frecuencia).

Tenga en cuenta que el eje X del gráfico se normaliza a la frecuencia natural, y el eje Y es una relación logarítmica de la vibración de entrada con la vibración de salida (es decir, la respuesta en comparación con la fuerza de excitación de entrada).

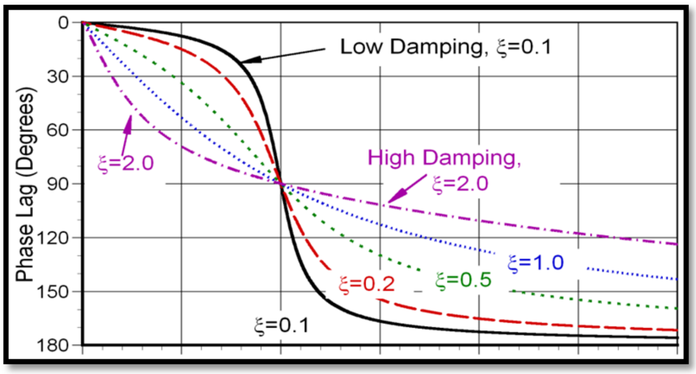


Figura 6-32

Exploraremos la relación entre la frecuencia natural y la fase en mayor detalle más Adelante en esta sección, sin embargo, la Figura 6-32 no solo ilustra como la fase cambiaría en función de la frecuencia, pero también como se afecta por la amortiguación. La fase siempre cambiará por 180°, pero la tasa a la que cambia según nos acerquemos a la frecuencia natural, es determinado por el amortiguamiento.

Puntos clave

- Los estudiantes deben entender cómo la fase y a**mplitud** cambia a medida que uno pasa a través de una frecuencia natural
- Los estudiantes deben entender que la amplitud y la fase se pueden representar de diversas maneras, incluyendo como vector y como valores reales e imaginarios
    - Amplitudes y Fase se pueden representar en una serie de diagramas diferentes, incluyendo: gráfica Bodé y diagrama de Nyquist/polar
- Los estudiantes deben estar familiarizados y saber cómo interpretar la trama de Bodé y la gráfica Nyquist/polar.
- La resonancia ocurre cuando una frecuencia natural se excita con una frecuencia forzada
- Los estudiantes deben entender el efecto de la amortiguación a una frecuencia natural

Respuesta dinámica de un rotor

Hasta ahora hemos modelado la excitación de una masa desde su base. Si nosotros excitamos directamente la masa, obtendremos el mismo resultado. Estamos generando una fuerza sinusoidal directamente en la masa (Figura 6-33).

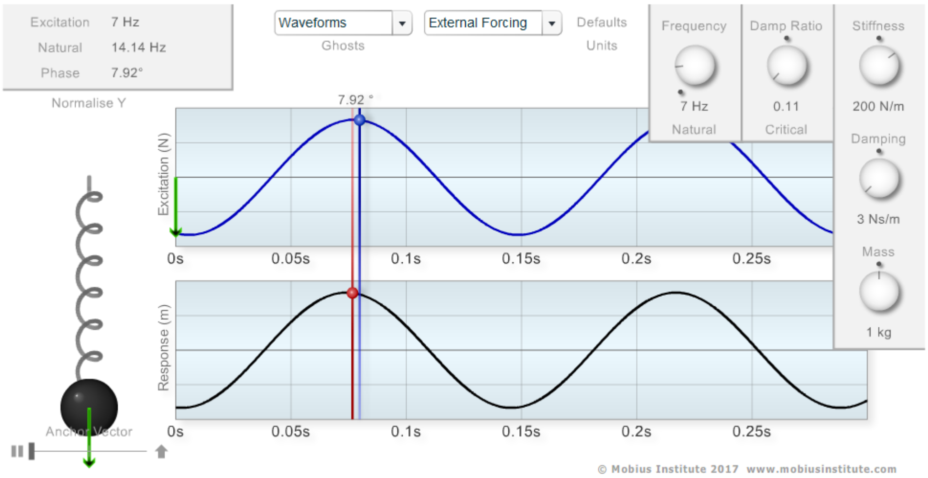


Figura 6-33

Pero ¿y si la fuerza sinusoidal se generó por una masa de desbalance? Va a haber dos efectos – el efecto de la fuerza sinusoidal MÁS el efecto del factor w^2r (Figura 6-34).

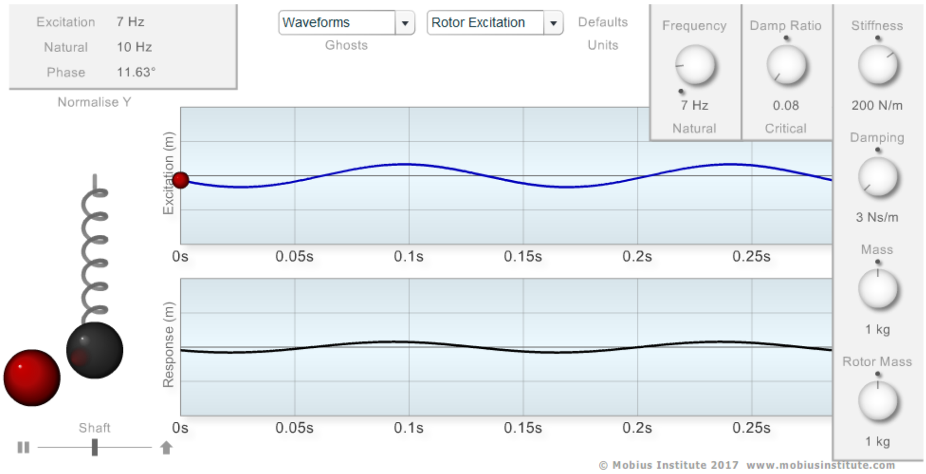


Figura 6-34

Probablemente es más fácil visualizarlo como un eje con un "punto pesado" representando la masa de desbalance. Note el cambio en la respuesta de amplitud (Figura 6-35) – hay un altiplano después de la "velocidad crítica" debido al desbalance.

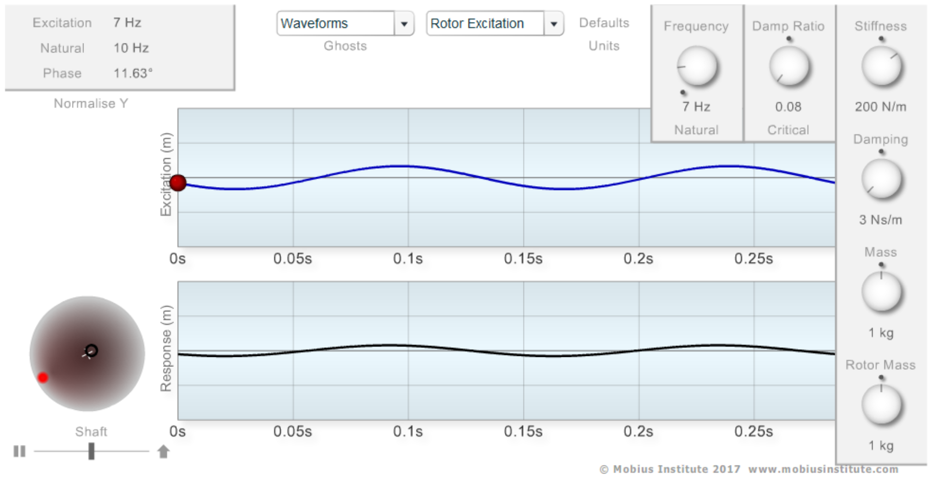


Figura 6-35

"Punto pesado" versus "punto alto"

Retrocedamos un momento y aseguremos de que entendemos el "punto pesado" y el "punto alto". El punto alto se ha definido como "la ubicación angular en el eje directamente debajo del transductor de vibración en el punto de proximidad más cercano." La sonda de desplazamiento es sensible al punto alto. El punto pesado se ha definido como "la ubicación angular del vector de desbalance en una ubicación lateral específica en un eje". Como aprenderemos, no son la misma ubicación angular en el rotor".

Punto alto:

"La ubicación angular en el eje directamente bajo el transductor de vibraciones en el punto de proximidad más cercano."

Punto pesado:

"La ubicación angular del vector de desbalance en una ubicación lateral específica en un eje."

A medida que el eje gira responde a las fuerzas centrífugas. Esta fuerza se puede representar como un vector que gira a la velocidad de operación de la máquina (la velocidad de giro del rotor). La fuerza de desbalance da como resultado un desplazamiento medible y una fuerza que se transmite a través de la carcasa del rodamiento que se puede medir con un sensor de velocidad o un acelerómetro. Pero ahora tenemos que echar un vistazo más de cerca a lo que realmente medimos frente al parámetro que estamos tratando de medir.

Pero ¿qué pasa si estamos tomando lecturas de vibración (o balanceando) una turbina o máquina de papel o cualquier otra aplicación que implique rotores flexibles? Tenemos que ser sensibles a dónde la máquina está funcionando en relación con la frecuencia crítica.

Rotor rígido versus flexible

A baja velocidad (a una velocidad inferior aproximadamente al 50% de la primera frecuencia natural), el eje funciona como un rotor rígido. Está respondiendo a las fuerzas centrífugas radiales. En este caso, el ángulo del "punto alto" y "punto pesado" estará bastante cerca.

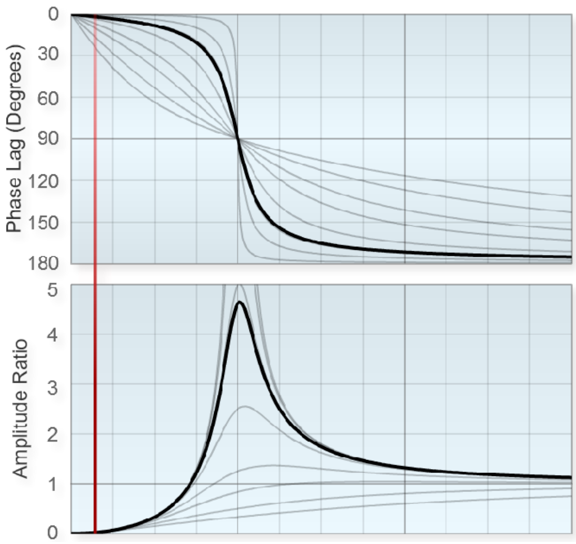


Figura 6-36

Sin embargo, a medida que aumenta la velocidad del eje, sucederán dos cosas. Dependiendo de la cantidad de amortiguación, los niveles de vibración aumentarán significativamente (recuerde, siempre aumentarán en proporción al cuadrado de la velocidad), pero el ángulo de fase entre el punto alto y el punto pesado aumentará. El punto alto se quedará detrás del punto pesado.

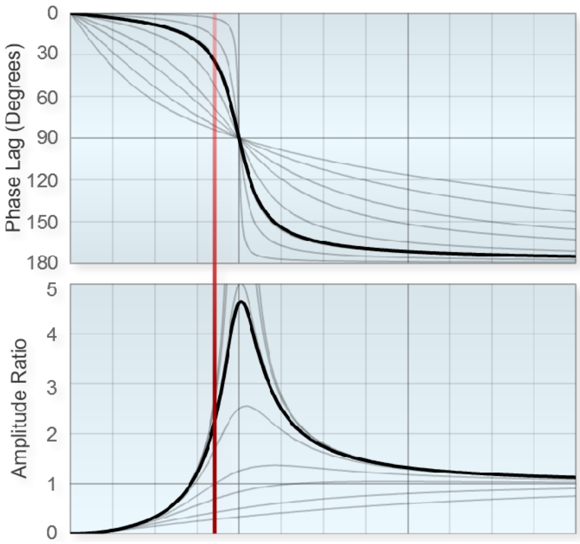


Figura 6-37

A la frecuencia resonante (velocidad crítica), el cambio de fase es de 90 grados (el punto alto se retrasa detrás del punto pesado 90 grados).

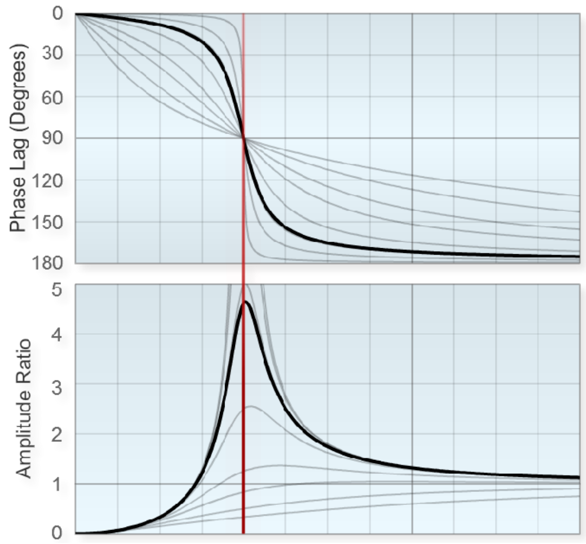


Figura 6-38

A medida que aumenta la velocidad, el desfase de fase aumentará a 180 grados. El movimiento de la rotación cambia por encima de la velocidad crítica. Ahora el eje intentará girar alrededor del centro de masa.

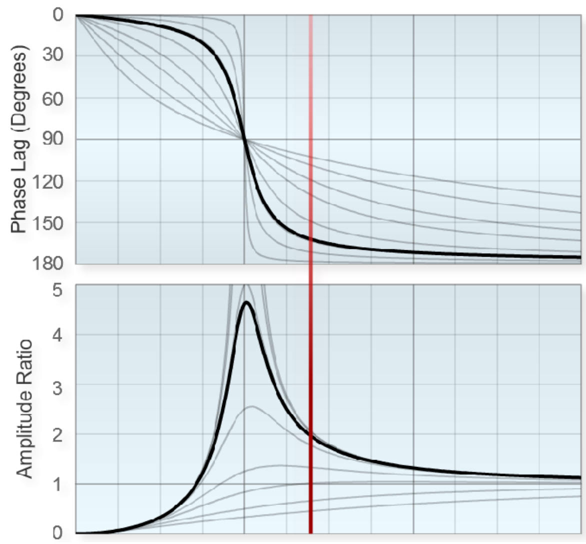


Figura 6-39

La mayoría de las bombas, ventiladores, motores y compresores que funcionan a velocidades de hasta 3600 RPM (60 Hz) son rotores rígidos. Por lo tanto, si se utilizó una sonda de desplazamiento (proximidad) para medir la vibración, el punto alto no se quedará muy por detrás del punto pesado, y puede suponer que se debe colocar un peso de prueba frente a la lectura de fase. Es decir, si leemos 30 grados, podríamos colocar la masa a 210 grados.

Pero ¿qué pasa si estamos usando un sensor de velocidad, o más probablemente un acelerómetro? ¿Podemos simplemente ajustar la lectura de fase como se describió anteriormente? No, no podemos. Verá, aunque no nos preocupa el desfase debido a la resonancia del eje, tenemos que lidiar con un retraso de temporización mecánico, y retrasos en el sensor y la electrónica.

Retraso mecánico

Las fuerzas centrífugas deben transmitirse a través de los rodamientos, a la estructura y hasta el sensor de vibración. Eso lleva tiempo. La vibración viaja a la velocidad del sonido, que varía según el medio. Aunque el tiempo para que la vibración viaje al sensor no es amplio (y se puede estimar), en proporción al tiempo que tarda el eje en girar, podría representar unos pocos grados.

Retraso del sensor

La vibración debe entonces “activar” el elemento de sensible (cristal en el acelerómetro, por ejemplo), y puede haber retrasos de fase adicionales introducidos en esta etapa.

Retraso electrónico

La señal que se mide debe pasar a través de varios componentes electrónicos que también pueden introducir retrasos de fase y cambios de fase. Estos pueden ser considerables.

La conclusión es que el desfase de fase entre el punto pesado real y el punto alto registrado en el sistema de análisis puede ser considerable, especialmente cuando hay acelerómetros involucrados.

En este nivel de su entrenamiento es importante que entienda la información que acabamos de cubrir. Debe comprender la relación entre la medición de fase registrada y el punto pesado real en el eje. Recuerde, incluso si no estamos realizando el balanceo de la máquina, a menudo estará midiendo la fase a la velocidad de marcha, lo que es más probable debido al desbalance residual o desalineación.

Sin embargo, es cierto decir que si usted está realizando el balanceo, o usted está tratando de entender el movimiento de la máquina, usted va a tomar lecturas de varias fases y hacer comparaciones. En el caso de balanceo se verá el cambio en el ángulo de fase como resultado de la adición de un peso de prueba. En otras situaciones, utilizará la fase para ver cómo un punto de la máquina o estructura se mueve en relación con otro punto. Ahora hemos visto que mientras no cambiemos la velocidad de la máquina podemos realizar estas comparaciones de forma segura.

Puntos clave

- Los estudiantes deben conocer la definición de rotores rígidos y flexibles y cómo esto se relaciona con las velocidades críticas.
- Los estudiantes deben entender los términos "punto alto" y "punto pesado".
- Los estudiantes deben entender el concepto de fase en adelanto y retraso
    - Con referencia al punto alto y el punto pesado
    - Con referencia a una velocidad crítica
    - Con referencia al diagrama de Bodé y la gráfica de Nyquist
- Los estudiantes deben entender otras fuentes de retraso de fase
- Los estudiantes deben entender cualitativamente cómo un rotor gira por encima y por debajo de su primera velocidad crítica
    - Debajo gira alrededor de su centro de geometría
    - Por encima gira alrededor de su centro de masa

Sistemas de múltiples grados de libertad (MDOF)

Ahora vamos a explorar sistemas de múltiples grados de libertad, y discutir modos y nodos. Aunque hasta ahora hemos examinado sistemas simples de un solo grado de libertad, en el mundo real nos enfrentaremos a sistemas de varios grados de libertad. Como se ha indicado anteriormente, podemos considerar un sistema de múltiples grados de libertad como una serie de sistemas de un solo grado de libertad, pero hay una serie de cuestiones importantes a considerar.

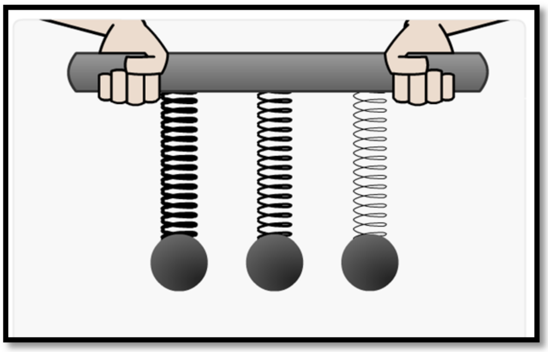


Figura 6-40 Sistema de múltiples grados de libertad MDOF

Comencemos con una viga que está anclada en cada extremo. Vemos estructuras alrededor de todas las plantas que se ven así, e incluso un eje fijado en ambos extremos por rodamientos se puede modelar de esta manera. Vamos a excitar la estructura en una sola frecuencia. A medida que aumentamos la frecuencia y nos acercamos a la primera frecuencia natural veremos la viga responder.

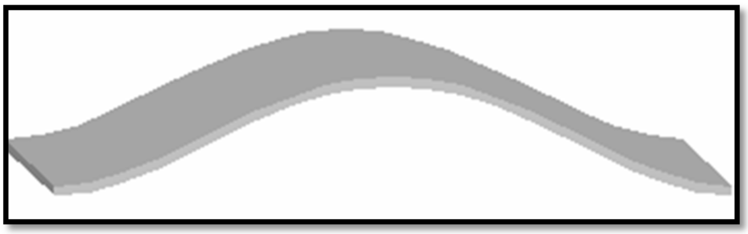


Figura 6-41

Justo antes de excitar la viga en su frecuencia natural veremos los niveles de vibración aumentar. En la frecuencia natural el nivel de flexión es mayor. Y a medida que aumentamos la frecuencia, el nivel de amplitud (cantidad de flexión en el centro de la viga) se reducirá.

Anteriormente en esta sección experimentamos con una masa, un resorte y un amortiguador. Ahora estamos tratando con una estructura real. La viga también actúa como un sistema resorte, masa, amortiguador. Si hiciéramos la viga más gruesa, se volvería más rígida y su masa aumentaría. Podemos cambiar el grosor de la viga, la anchura de la viga, y la longitud de la viga y veremos el cambio de frecuencia natural. Si el sistema es más rígido, la frecuencia subirá. Si es más pesado, la frecuencia natural bajará. Pero no importa cómo cambiemos estas características físicas, todavía podremos encontrar una frecuencia de excitación que la haga vibrar de la misma manera.

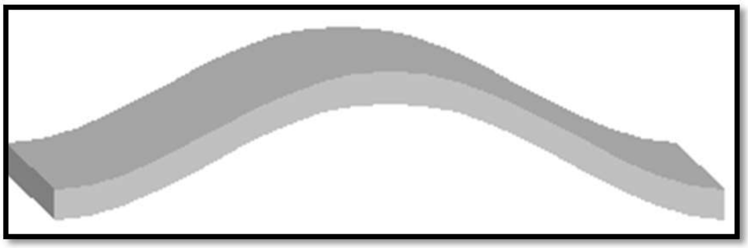


Figura 6-42

A medida que cambiamos la longitud, anchura y grosor, cambiamos la masa y la rigidez, pero no cambiamos la amortiguación, por lo que, aunque la frecuencia natural cambiará, la cantidad de vibración no.

Si alteramos artificialmente la cantidad de amortiguación, la frecuencia cambiará ligeramente, pero la amplitud cambiará en proporción al aumento o disminución de la amortiguación.

$$f_d = f_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad \zeta = \frac{c_v}{c_c}$$

Modos y nodos

La viga es en realidad un sistema de múltiples grados de libertad. Eso significa que tiene más de una frecuencia natural. Lo que hemos visto hasta ahora es el "primer modo de flexión".

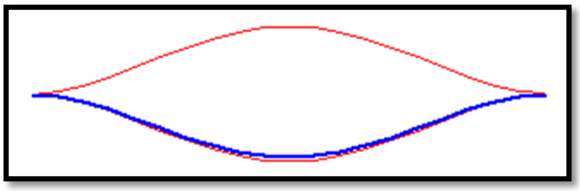


Figura 6-43

Si aumentamos la frecuencia de excitación, la vibración que observamos se reducirá. Pero a medida que sigamos aumentando la frecuencia, la vibración comenzará a aumentar de nuevo, pero esta vez el patrón es diferente.

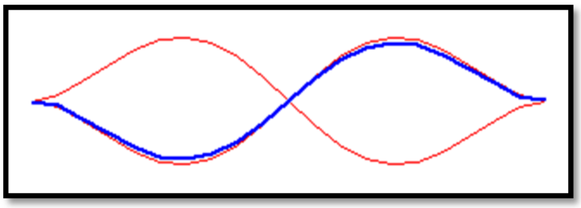


Figura 6-44

El nivel de amplitud probablemente será más bajo, pero se puede ver claramente una diferencia en la "forma" de la viga. Esto se denomina "segundo modo de flexión".

Podemos introducir otro término en este momento: nodo (y anti-nodo). El punto a mitad de camino a lo largo de la viga se denomina nodo (y hay nodos en cada extremo). Se puede ver que no hay movimiento en el punto medio o en los extremos. 25% y 75% a lo largo de la viga se puede ver que el movimiento es el mayor. Este punto se denomina "anti-nodo".

Si aumentamos aún más la frecuencia de excitación, la vibración del segundo modo de flexión se desvanecerá y entonces aparecerá una nueva forma de modo.

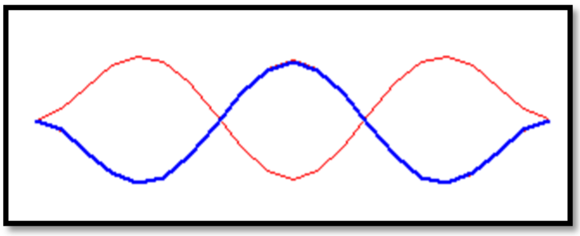


Figura 6-45

Ahora tenemos cuatro nodos y tres anti-nodos.

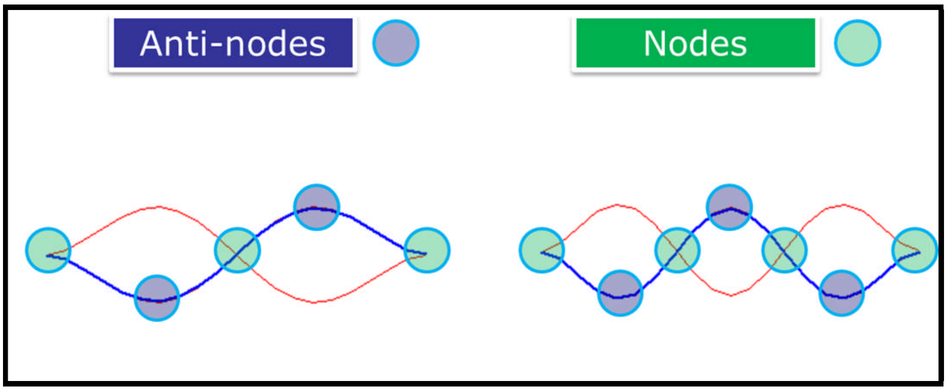


Figura 6-46

La diferencia entre el nodo y el anti-nodo es obvia para mirar, pero si alguna vez tiene la intención de probar resonancias, o corregir resonancias, entonces la diferencia es muy importante. Si la estructura se excitaba con la frecuencia que corresponde al segundo modo de flexión y se midió la vibración en el punto nodal en el centro de la viga, ¿qué mediría? Un espectro puede ser bastante complicado (dependiendo de cómo se está excitando), pero la amplitud a la frecuencia del segundo modo de flexión sería cero. Si insertara una nueva columna debajo de la viga en ese punto (a mitad de camino a lo largo de la viga), la vibración a lo largo de la viga no cambiaría porque nunca vibraba en ese punto (suponiendo que la adición de la columna no se agregara a la masa de la viga ni cambiara la amortiguación).

Así que el mensaje es que las mediciones tomadas en puntos nodal no revelarán información sobre el modo; la entrada de fuerzas en los puntos nodal no excitará el modo; y las modificaciones realizadas en los puntos nodal no afectarán al modo. Exploraremos esto más adelante en la sección sobre pruebas y corrección de resonancias.

También podemos tener modos torsionales por los que la estructura se tuerce a una frecuencia específica alrededor de un punto nodal. Hay numerosos modos torsionales descritos por el número de giros, nodos y antinodos.

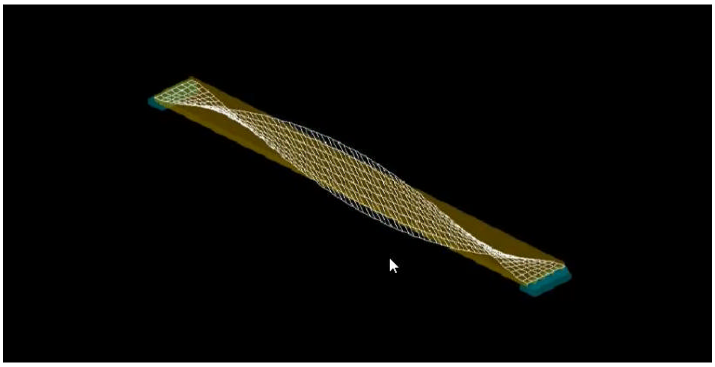


Figura 6-47 Primer modo de torsión

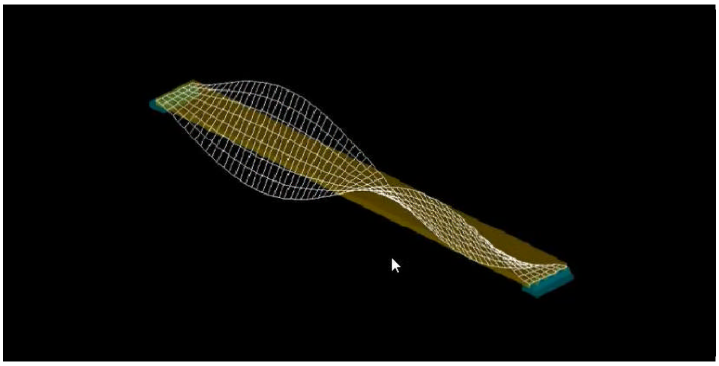


Figura 6-48 Segundo modo de torsión

Hay una variedad de maneras en que podemos probar las estructuras para entender mejor la frecuencia de cada modo, y la cantidad de amortiguación de cada modo. Los dos métodos gráficos que ya hemos utilizado revelarán la presencia de los modos a través de cambios en la amplitud y los cambios en la fase.

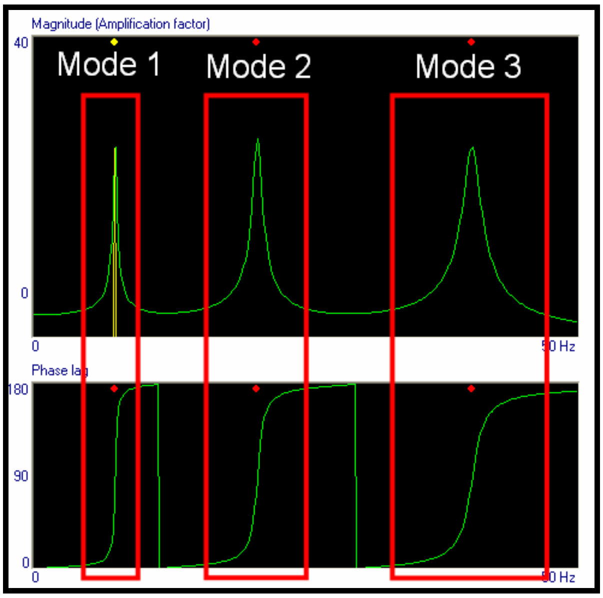


Figura 6-49 – Diagrama de Bodé

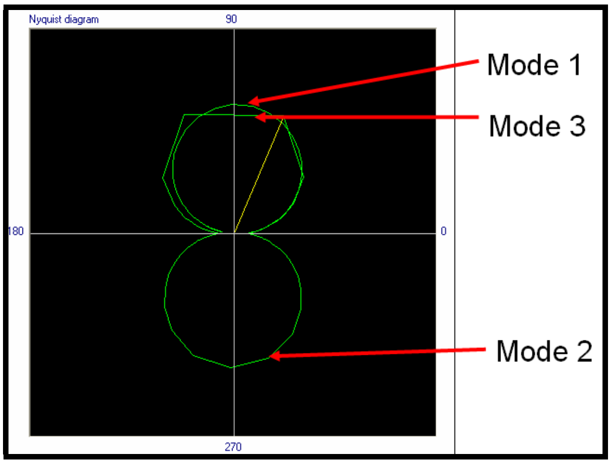


Figura 6-50 – Diagrama de Nyquist

¿Por qué es importante?

La dinámica, la respuesta del sistema, la transmisibilidad y las resonancias son problemas que todo analista de vibraciones debe enfrentar. Si usted está considerando cómo montar un acelerómetro; cómo balancear una máquina; cómo recopilar buenas lecturas de fase; cómo diagnosticar fallas de rodamientos, o cómo resolver resonancias estructurales; la dinámica subyacente de la máquina y la estructura de soporte son muy importantes. Por ahora nos vamos a centrar en las resonancias.

Si usted está tratando con turbinas, entonces usted tendrá que considerar la dinámica del rotor. El balanceo del rotor, y la ejecución de pruebas de arranque y paro de la turbina para pasar a través de las frecuencias naturales son muy importantes. Pero ese es el tema del curso de Categoría IV.

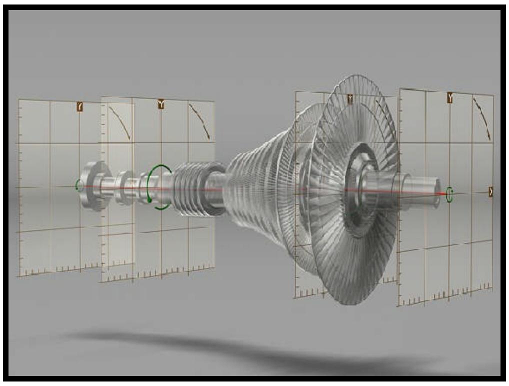


Figura 6-51Formas de modo de un rotor

Puntos clave

- Los estudiantes deben conocer la definición de sistema de grado múltiple de libertad (MDOF)
- Los estudiantes deben entender los conceptos de:
    - Modos
    - Nodos y antinodos
    - Modos de flexión y torsión
- Los estudiantes deben ser capaces de interpretar el diagrama Bodé y las gráficas de Nyquist asociadas con los sistemas MDOF
    - Los estudiantes deben ser capaces de determinar qué modo tiene más o menos amortiguación con una gráfica de Bodé
- Los estudiantes deben ser conscientes de que los rotores flexibles también tienen modos

