Tarea Bloque 3

Desarrollo de Sistemas Inteligentes

Jose Antonio Lorencio Abril

Diciembre de 2021

Contents

Problema 1

Supongamos que para una cierta aplicación definimos unos conjuntos borrosos con estas funciones de pertenencia:

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1+e^{-2(x-4)}}$$

$$\mu_B(x) = \frac{1}{1+e^{3(x-5)}}$$

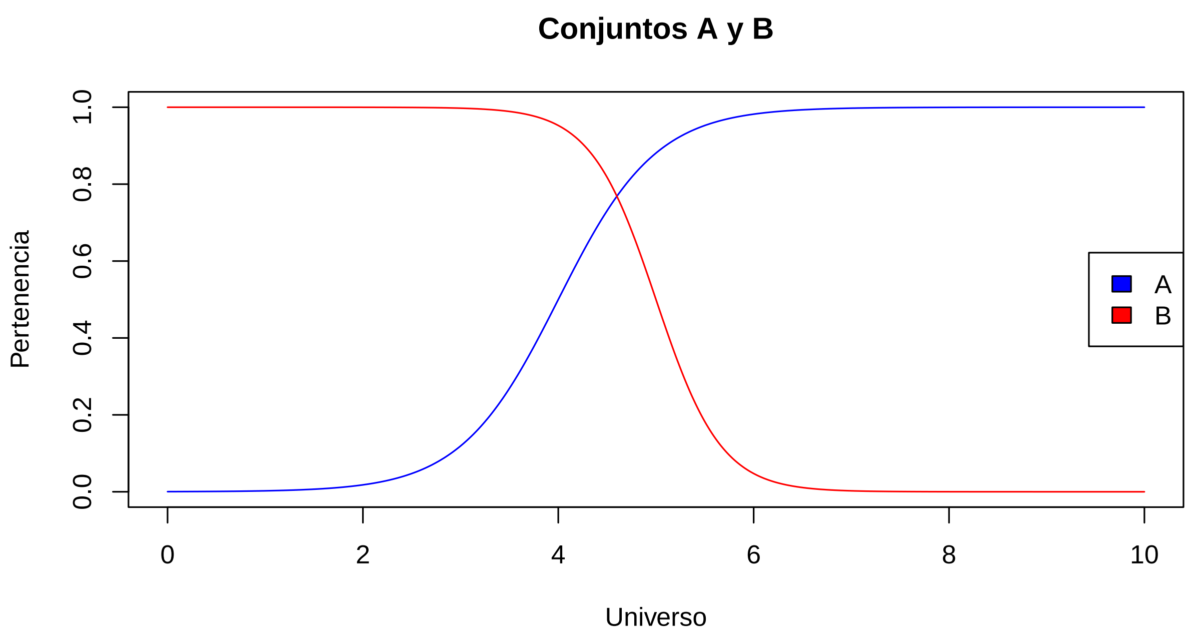
definidos sobre el universo $X = [0, 10]$. Calcular, analítica y gráficamente, la unión, la intersección, los complementos, las diferencias, las dos leyes de Morgan, la ley del medio excluido y la ley de la contradicción.

Para la resolución de este ejercicio, seguimos las definiciones proporcionadas en los apuntes de clase [1], así como los ejemplos resueltos [2]. Primero, notamos que los conjuntos asociados a estas relaciones de pertenencia son:

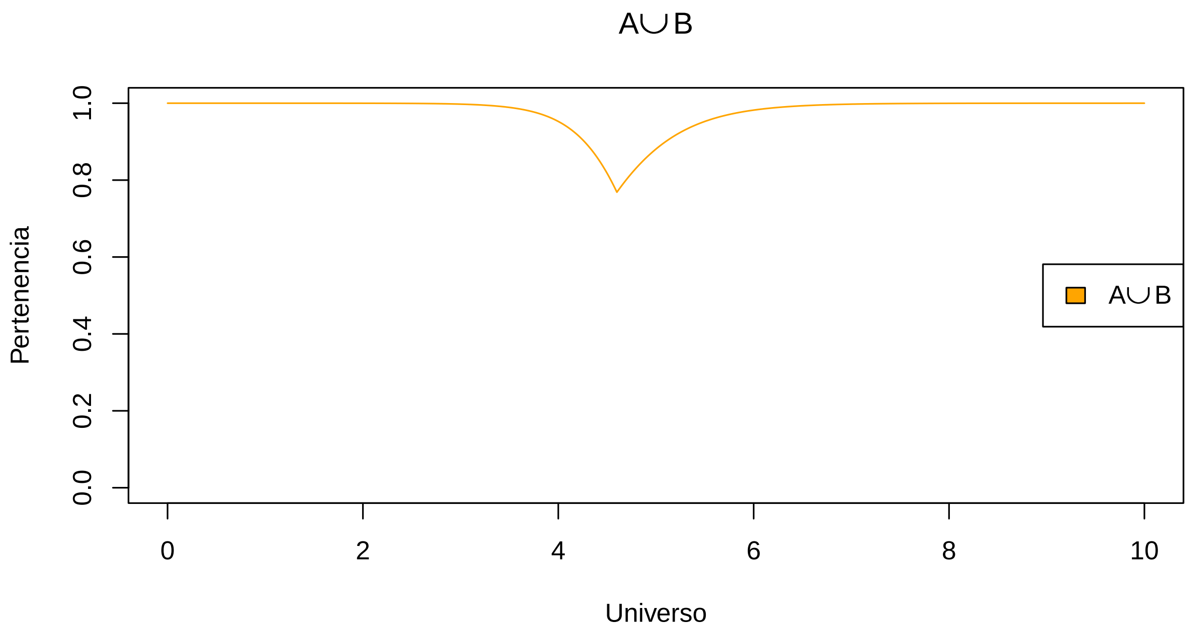
$$A = \int_{x\in[0,10]} \mu_A(x)/x = \int_{x\in[0,10]} \frac{1}{1+e^{-2(x-4)}}/x$$

$$B = \int_{x\in[0,10]} \mu_B(x)/x = \int_{x\in[0,10]} \frac{1}{1+e^{3(x-5)}}/x$$

Que tienen la siguiente pinta:



Para calcular la **unión**, basta tomar el máximo de ambas, gráficamente queda:



Para hacerlo analíticamente:

$$\mu_A(x) \geq \mu_B(x) \iff \frac{1}{1+e^{-2(x-4)}} \geq \frac{1}{1+e^{3(x-5)}} \iff e^{-2(x-4)} \leq e^{3(x-5)} \iff$$
$$\iff -2(x-4) \leq 3(x-5) \iff x-4 \geq -\frac{3}{2}(x-5) \iff \frac{5}{2}x \geq \frac{23}{2} \iff x \geq \frac{23}{5}$$

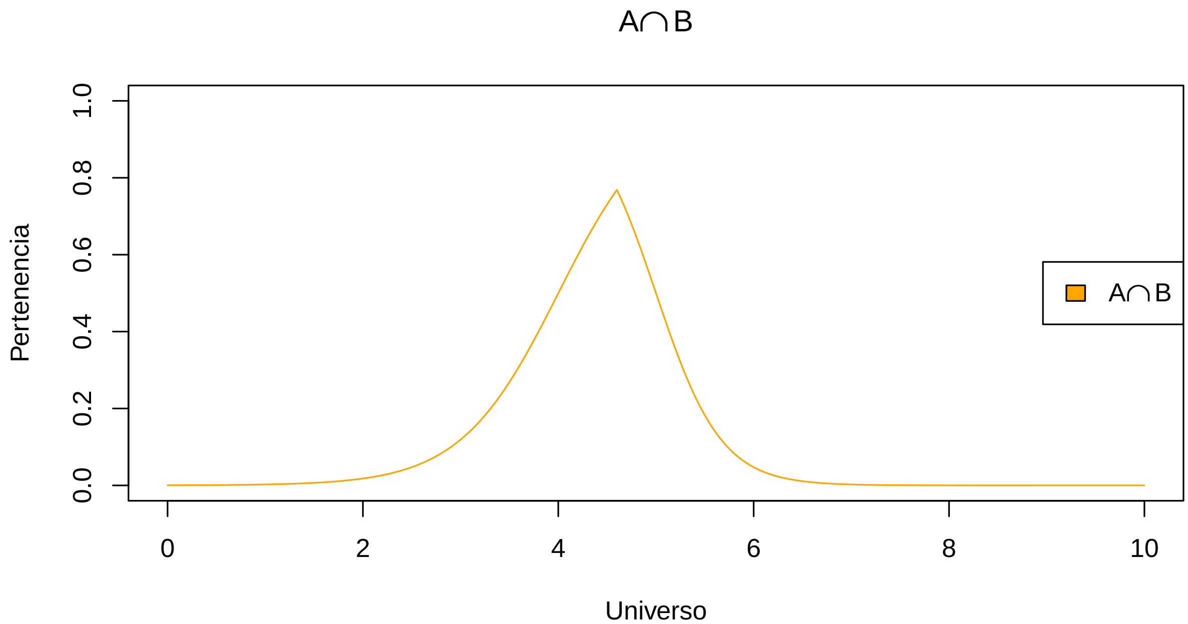
Por tanto, es

$$\mu_{A\cup B}(x) = \begin{cases} \mu_B(x) & x \leq \frac{23}{5} \\ \mu_A(x) & x > \frac{23}{5} \end{cases}$$

Para la **intersección**, lo que hacemos es el mínimo, que es igual que antes, pero tomando la función recíproca:

$$\mu_{A\cap B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) & x \leq \frac{23}{5} \\ \mu_B(x) & x > \frac{23}{5} \end{cases}$$

De forma visual:



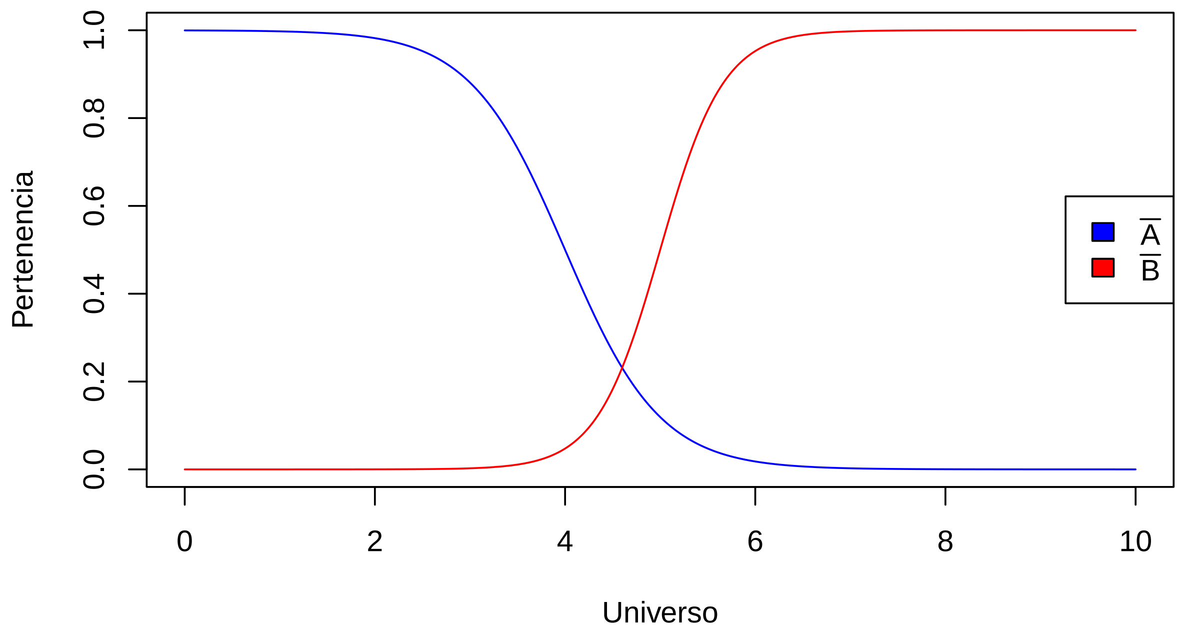
Para el **complementario** simplement hay que tomar las funciones de pertenencia complementarias, es decir

$$\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) = 1 - \frac{1}{1+e^{-2(x-4)}} = \frac{e^{-2(x-4)}}{1+e^{-2(x-4)}} = \frac{1}{e^{2(x-4)}+1} = \frac{1}{1+e^{2(x-4)}}$$

$$\mu_{\overline{B}}(x) = 1 - \mu_B(x) = 1 - \frac{1}{1+e^{3(x-5)}} = \frac{e^{3(x-5)}}{1+e^{3(x-5)}} = \frac{1}{e^{-3(x-5)}+1} = \frac{1}{1+e^{-3(x-5)}}$$

y gráficamente:

Conjuntos $\overline{A}$ y $\overline{B}$

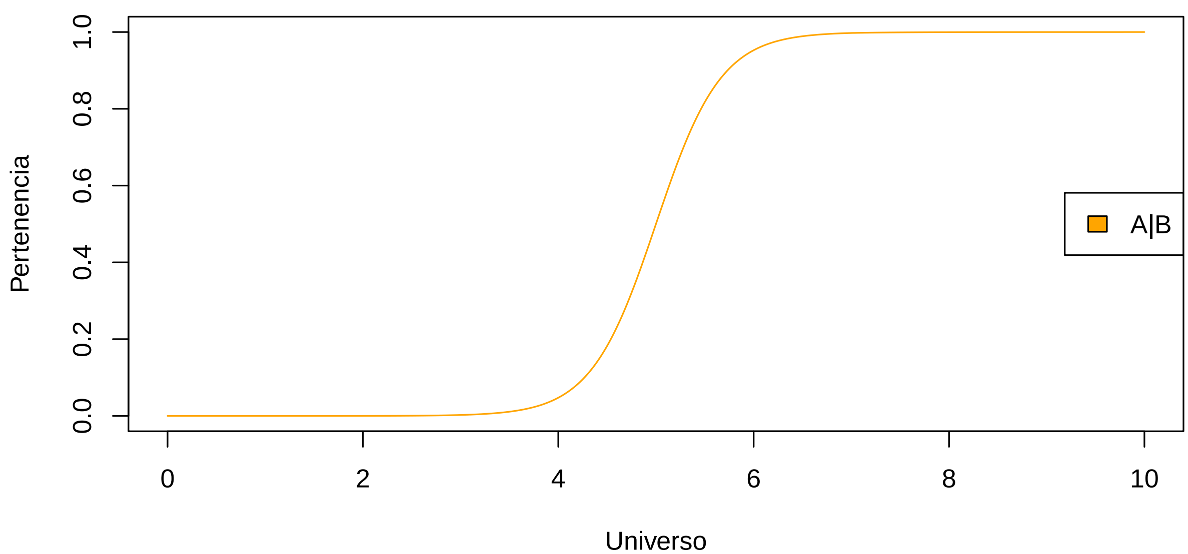


Vamos ahora a calcular la **diferencia**:

$$\mu_{A \setminus B}(x) = \mu_{A \cap \overline{B}}(x) = \min\left\{\mu_A(x), \mu_{\overline{B}}(x)\right\}$$

Primero, gráficamente:

A|B



Para hacerlo analíticamente, tenemos que calcular el máximo de las funciones de pertenencia:

$$\mu_A(x) \geq \mu_{\overline{B}}(x) \iff \frac{1}{1+e^{-2(x-4)}} \geq \frac{1}{1+e^{-3(x-5)}} \iff -2(x-4) \geq -3(x-5) \iff$$

$$\iff x-4 \leq \frac{3}{2}(x-5) \iff -\frac{x}{2} \leq \frac{-15+8}{2} = \frac{-7}{2} \iff -x \leq -7 \iff x \geq 7$$

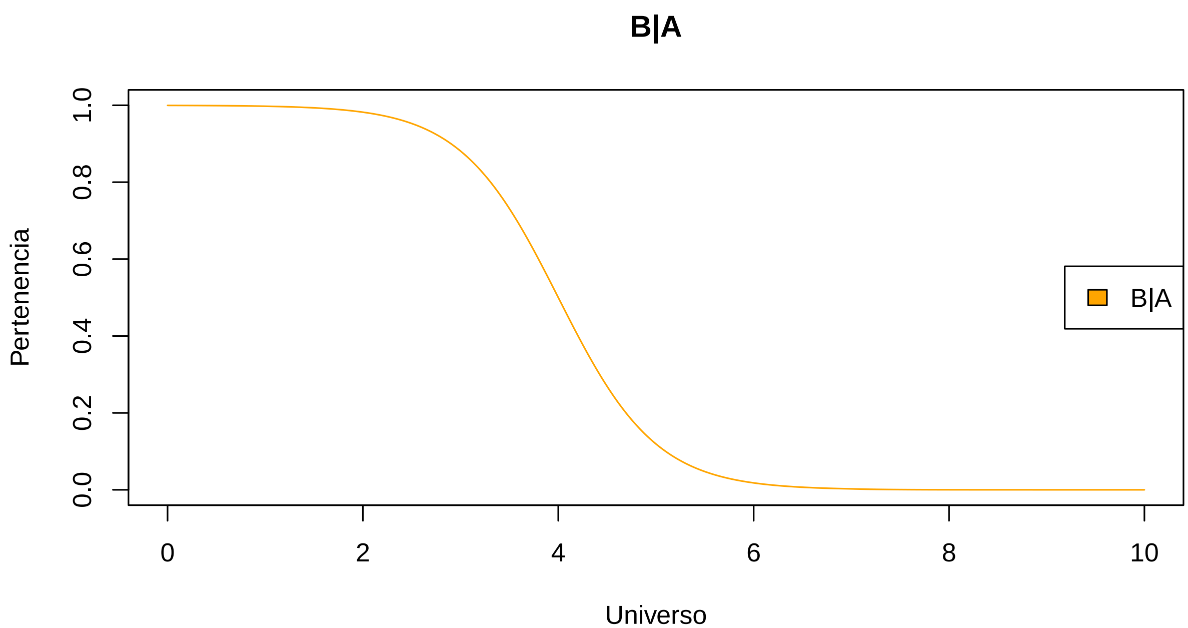
Por lo tanto, es

$$\mu_{A\setminus B}(x) = \begin{cases} \mu_{\overline{B}}(x) & x \leq 7 \\ \mu_A(x) & x > 7 \end{cases}$$

Y la otra diferencia es

$$\mu_{B\setminus A}(x) = \mu_{B\cap\overline{A}}(x) = \min\left\{\mu_B(x), \mu_{\overline{A}}(x)\right\}$$

Que gráficamente queda:



Y analíticamente, igual que antes:

$$\mu_B(x) \geq \mu_{\overline{A}} \iff \frac{1}{1+e^{3(x-5)}} \geq \frac{1}{1+e^{2(x-4)}} \iff 3(x-5) \leq 2(x-4) \iff$$

$$\iff x-5 \leq \frac{2}{3}(x-4) \iff \frac{x}{3} \leq \frac{7}{3} \iff x \leq 7$$

por lo que la función de pertenencia es

$$\mu_{B\setminus A}(x) = \begin{cases} \mu_B(x) & x \leq 7 \\ \mu_{\overline{A}}(x) & x > 7 \end{cases}$$

Respecto a las **leyes de Morgan**, son

$$\mu_{\overline{A\cup B}}(x) = 1 - \mu_{A\cup B}(x) = \begin{cases} 1-\mu_B(x) & x \leq \frac{23}{5} \\ 1-\mu_A(x) & x > \frac{23}{5} \end{cases} = \begin{cases} \mu_{\overline{B}}(x) & x \leq \frac{23}{5} \\ \mu_{\overline{A}}(x) & x > \frac{23}{5} \end{cases} = \mu_{\overline{A}\cap\overline{B}}$$

siendo cierta esta igualdad, ya que se tiene la siguiente cadena de desigualdades

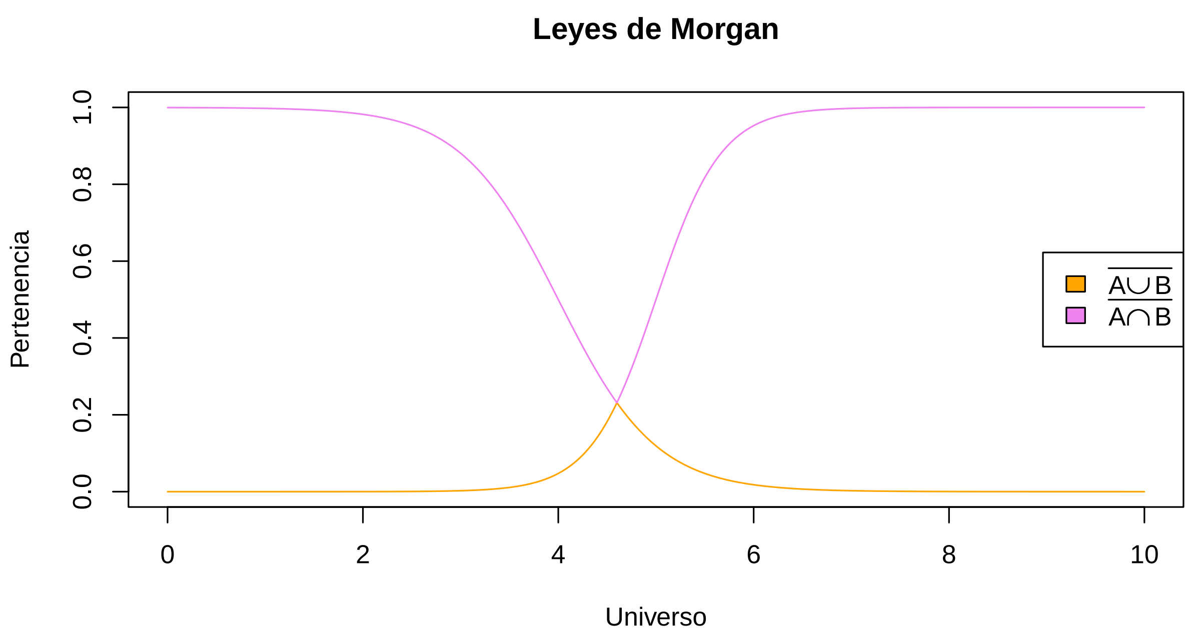
$$\mu_{\overline{B}}(x) \leq \mu_{\overline{A}}(x) \iff \frac{1}{1+e^{-3(x-5)}} \leq \frac{1}{1+e^{2(x-4)}} \iff -3(x-5) \geq 2(x-4) \iff$$

$$\iff x-5 \leq -\frac{2}{3}(x-4) \iff \frac{5}{3}x \leq \frac{23}{3} \iff x \leq \frac{23}{5}$$

Para la otra ley, repetimos un proceso análogo:

$$\mu_{\overline{A\cap B}}(x) = 1 - \mu_{A\cap B}(x) = \begin{cases} \mu_{\overline{A}}(x) & x \leq \frac{23}{5} \\ \mu_{\overline{B}}(x) & x > \frac{23}{5} \end{cases} = \mu_{\overline{A}\cup\overline{B}}$$

Y vemos ambas leyes gráficamente:



Respecto a la **ley del medio excluido**:

$$\mu_{A\cap\overline{A}}(x) = \min\left\{\mu_A(x), \mu_{\overline{A}}(x)\right\}$$

y se tiene que

$$\mu_A(x) \leq \mu_{\overline{A}}(x) \iff \frac{1}{1+e^{-2(x-4)}} \leq \frac{1}{1+e^{2(x-4)}} \iff -2(x-4) \geq 2(x-4) \iff$$

$$4-x \geq x-4 \iff 8 \geq 2x \iff x \leq 4$$

por lo que la función de pertenencia es

$$\mu_{A\cap\overline{A}}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) & x \leq 4 \\ \mu_{\overline{A}}(x) & x > 4 \end{cases}$$

Antes de hacerlo gráficamente, lo hacemos para el conjunto B. Se tiene la siguiente cadena de equivalencias:

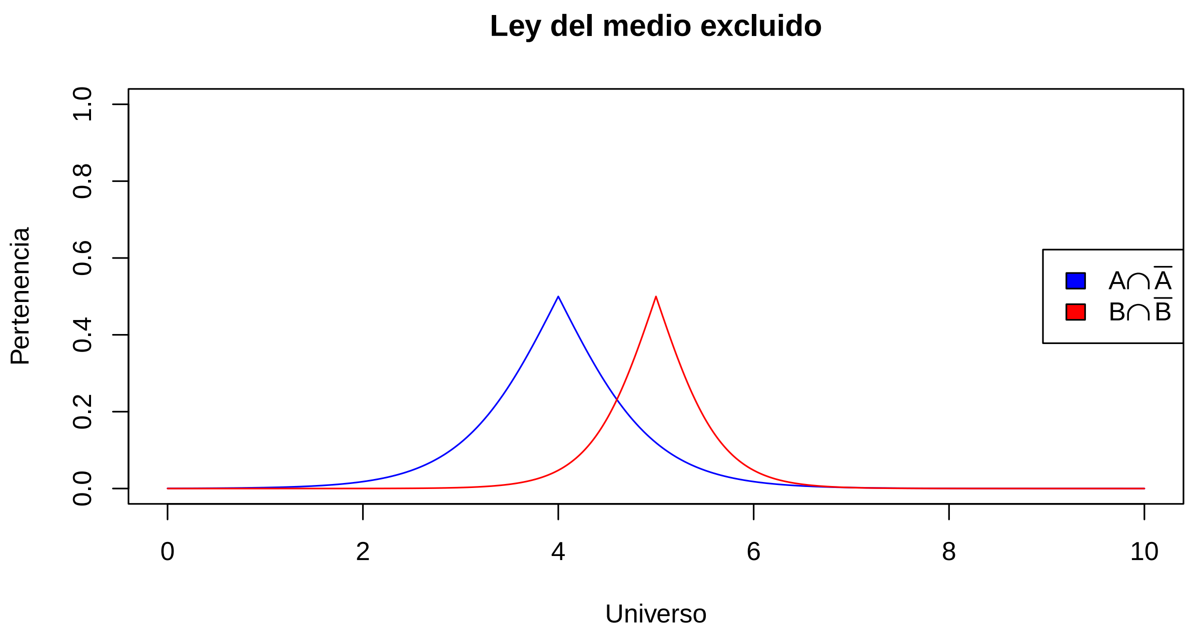
$$\mu_B(x) \leq \mu_{\overline{B}}(x) \iff \frac{1}{1+e^{3(x-5)}} \leq \frac{1}{1+e^{-3(x-5)}} \iff 3(x-5) \geq -3(x-5) \iff$$

$$\iff x-5 \geq 5-x \iff 2x \geq 10 \iff x \geq 5$$

y entonces

$$\mu_{B\cap\overline{B}}(x) = \begin{cases} \mu_{\overline{B}}(x) & x \leq 5 \\ \mu_B(x) & x > 5 \end{cases}$$

Lo vemos gráficamente:



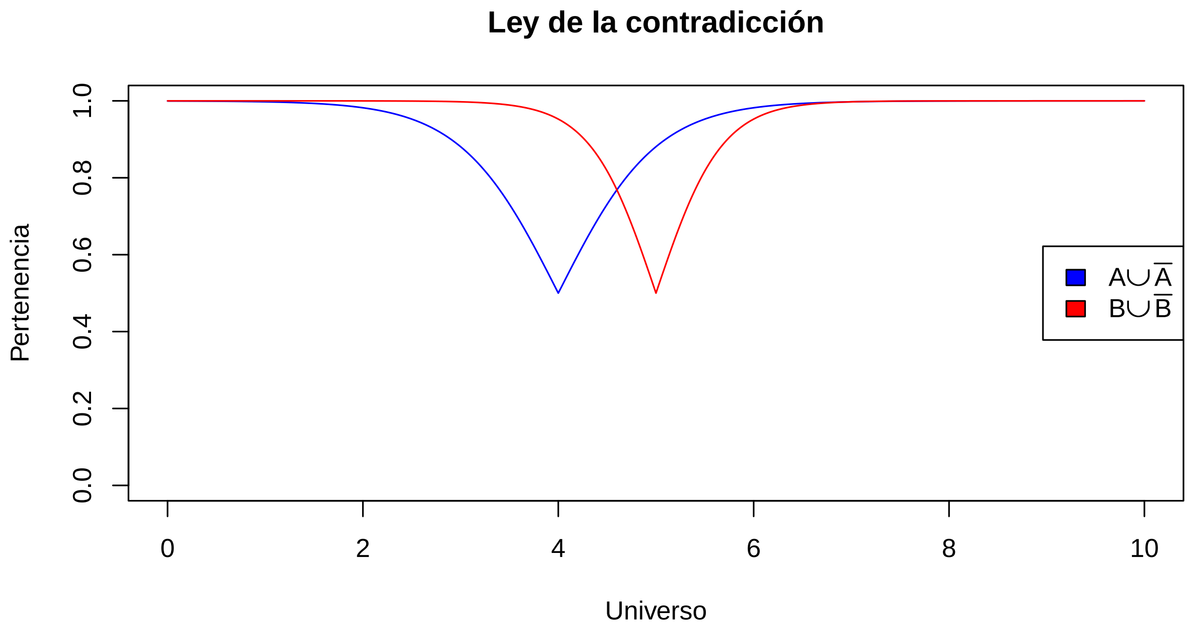
Por último, abarcamos la **ley de la contradicción**:

$$\mu_{A\cup\overline{A}}(x) = \mu_{\overline{\overline{A\cup\overline{A}}}}(x) = 1-\mu_{\overline{A\cup\overline{A}}}(x) = 1-\mu_{\overline{A}\cap A}(x) = \begin{cases} 1-\mu_A(x) & x \leq 4 \\ 1-\mu_{\overline{A}}(x) & x > 4 \end{cases} = \begin{cases} \mu_{\overline{A}}(x) & x \leq 4 \\ \mu_A(x) & x > 4 \end{cases}$$

Obsérvese que no es más que el complementario de la ley del medio excluido. Para B, más de lo mismo:

$$\mu_{B\cup\overline{B}}(x) = \mu_{\overline{\overline{B\cup\overline{B}}}}(x) = 1-\mu_{\overline{B\cup\overline{B}}}(x) = 1-\mu_{\overline{B}\cap B}(x) = \begin{cases} 1-\mu_{\overline{B}}(x) & x \leq 5 \\ 1-\mu_B(x) & x > 5 \end{cases} = \begin{cases} \mu_B(x) & x \leq 5 \\ \mu_{\overline{B}}(x) & x > 5 \end{cases}$$

Y vemos ambos de forma gráfica:


Ley de la contradicción
Pertenencia
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
0
2
4
6
8
10
Universo
$A \cup \overline{A}$
$B \cup \overline{B}$

Problema 2

Supongamos que estamos diseñando un sistema para localizar objetos y formas en una imagen. Un objeto determinado puede ser considerado grande o pequeño, si el número de píxeles consecutivos en la matriz que representa la imagen está por encima o por debajo de un determinado valor. Si definimos el universo de discurso del número de píxeles consecutivos por encima del valor de referencia como $[50, 300]$, podemos definir los siguientes conjuntos borrosos:

$$"Grande" = \left\{ \frac{0}{50} + \frac{0.2}{100} + \frac{0.3}{150} + \frac{0.8}{200} + \frac{0.9}{250} + \frac{1}{300} \right\}$$

$$"Pequeño" = \left\{ \frac{1}{50} + \frac{0.5}{100} + \frac{0.1}{150} + \frac{0}{200} + \frac{0}{250} + \frac{0}{300} \right\}$$

donde las distintas formas detectadas se pueden expresar en los siguientes términos:

1. Muy grande
2. Más que muy grande
3. No muy grande y más o menos pequeño
4. Muy muy grande y no pequeño
5. Muy pequeño y no grande
6. Bastante grande (=grande$^{\frac{2}{3}}$)
7. Ni muy pequeño ni muy grande
8. Pequeño o no muy pequeño

Calcular las funciones de pertenencia para cada uno de los términos anteriores.

Vamos a calcular las funciones de pertenencia tal y como se definen en los apuntes de clase [3]. De esta manera, y teniendo en cuenta que

$$\mu_{Grande}(x) = \begin{cases} 0 & x = 50 \\ 0.2 & x = 100 \\ 0.3 & x = 150 \\ 0.8 & x = 200 \\ 0.9 & x = 250 \\ 1 & x = 300 \end{cases} \quad \mu_{Pequeño}(x) = \begin{cases} 1 & x = 50 \\ 0.5 & x = 100 \\ 0.1 & x = 150 \\ 0 & x = 200 \\ 0 & x = 250 \\ 0 & x = 300 \end{cases}$$

sería:

1. Muy grande:

$$\mu_{MUY\ Grande}(x) = \mu_{Grande}(x)^2 = \begin{cases} 0 & x = 50 \\ 0.04 & x = 100 \\ 0.09 & x = 150 \\ 0.64 & x = 200 \\ 0.81 & x = 250 \\ 1 & x = 300 \end{cases}$$

2. Más que muy grande:

$$\mu_{MAS\ MUY\ Grande}(x) = \mu_{MUY\ Grande}(x)^{1.25} = \begin{cases} 0 & x = 50 \\ 0.01788854 & x = 100 \\ 0.04929503 & x = 150 \\ 0.5724334 & x = 200 \\ 0.7684335 & x = 250 \\ 1 & x = 300 \end{cases}$$

3. No muy grande y más o menos pequeño: este caso tiene un poco más de complejidad. Primero, hacemos 'no muy grande':

$$\mu_{NO\ MUY\ Grande}(x) = 1 - \mu_{MUY\ Grande}(x) = \begin{cases} 1 & x = 50 \\ 0.96 & x = 100 \\ 0.91 & x = 150 \\ 0.36 & x = 200 \\ 0.09 & x = 250 \\ 0 & x = 300 \end{cases}$$

Ahora hacemos 'más o menos pequeño':

$$\mu_{MASMENOS\ Pequeño}(x) = \mu_{Pequeño}(x)^{\frac{1}{2}} = \begin{cases} 1 & x = 50 \\ 0.7071068 & x = 100 \\ 0.3162278 & x = 150 \\ 0 & x = 200 \\ 0 & x = 250 \\ 0 & x = 300 \end{cases}$$

Y lo pedido por el enunciado es su intersección, o sea, el mínimo de las funciones de pertenencia:

$$\mu_{NO\ MUY\ Grande\ Y\ MASMENOS\ Pequeño}(x) = \min\{\mu_{NO\ MUY\ Grande}(x), \mu_{MASMENOS\ Pequeño}(x)\} =$$

$$= \begin{cases} 1 & x = 50 \\ 0.7071068 & x = 100 \\ 0.3162278 & x = 150 \\ 0 & x = 200 \\ 0 & x = 250 \\ 0 & x = 300 \end{cases} = \mu_{MASMENOS\ Pequeño}(x)$$

observamos que coincide con la función de pertenencia de 'más o menos pequeño.'

4. Muy muy grande y no pequeño: de nuevo, calculamos cada una por separado y después las juntamos tomando el mínimo:

$$\mu_{MUY\ MUY\ Grande}(x) = \mu_{MUY\ Grande}(x)^2 = \begin{cases} 0 & x = 50 \\ 0.0003199999 & x = 100 \\ 0.00243 & x = 150 \\ 0.32768 & x = 200 \\ 0.59049 & x = 250 \\ 1 & x = 300 \end{cases}$$

$$\mu_{NO\ \ Pequeño}(x) = 1 - \mu_{Pequeño}(x) = \begin{cases} 0 & x = 50 \\ 0.5 & x = 100 \\ 0.9 & x = 150 \\ 1 & x = 200 \\ 1 & x = 250 \\ 1 & x = 300 \end{cases}$$

y tomando el mínimo es:

$$\mu_{MUY\ \ MUY\ \ Grande\ \ Y\ \ NO\ \ Pequeño}(x) = \begin{cases} 0 & x = 50 \\ 0.0003199999 & x = 100 \\ 0.00243 & x = 150 \\ 0.32768 & x = 200 \\ 0.59049 & x = 250 \\ 1 & x = 300 \end{cases} = \mu_{MUY\ \ MUY\ \ Grande}(x)$$

Que coincide con ser 'muy muy grande.'

5. Muy pequeño y no grande:

$$\mu_{MUY\ \ Pequeño}(x) = \begin{cases} 1 & x = 50 \\ 0.25 & x = 100 \\ 0.01 & x = 150 \\ 0 & x = 200 \\ 0 & x = 250 \\ 0 & x = 300 \end{cases} \qquad \mu_{NO\ \ Grande}(x) = \begin{cases} 1 & x = 50 \\ 0.8 & x = 100 \\ 0.7 & x = 150 \\ 0.2 & x = 200 \\ 0.1 & x = 250 \\ 0 & x = 300 \end{cases}$$

Y entonces

$$\mu_{MUY\ \ Pequeño\ \ Y\ \ NO\ \ Grande}(x) = \begin{cases} 1 & x = 50 \\ 0.25 & x = 100 \\ 0.01 & x = 150 \\ 0 & x = 200 \\ 0 & x = 250 \\ 0 & x = 300 \end{cases} = \mu_{MUY\ \ Pequeño}(x)$$

6. Bastante grande: tal y como indica el enunciado, es

$$\mu_{BASTANTE\ \ Grande}(x) = \mu_{Grande}(x)^{\frac{2}{3}} = \begin{cases} 0 & x = 50 \\ 0.3419952 & x = 100 \\ 0.4481405 & x = 150 \\ 0.8617739 & x = 200 \\ 0.9321698 & x = 250 \\ 1 & x = 300 \end{cases}$$

7. Ni muy pequeño ni muy grande: esto es lo mismo que decir 'no muy pequeño y no muy grande,' por lo que calculamos:

$$\mu_{NO\ \ MUY\ \ Pequeño}(x) = \begin{cases} 0 & x = 50 \\ 0.75 & x = 100 \\ 0.99 & x = 150 \\ 1 & x = 200 \\ 1 & x = 250 \\ 1 & x = 300 \end{cases} \qquad \mu_{NO\ \ MUY\ \ Grande}(x) = \begin{cases} 1 & x = 50 \\ 0.96 & x = 100 \\ 0.91 & x = 150 \\ 0.36 & x = 200 \\ 0.19 & x = 250 \\ 0 & x = 300 \end{cases}$$

y su intersección queda:

$$\mu_{NO\ MUY\ Pequeño\ Y\ NO\ MUY\ Grande}(x) = \begin{cases} 0 & x = 50 \\ 0.75 & x = 100 \\ 0.91 & x = 150 \\ 0.36 & x = 200 \\ 0.19 & x = 250 \\ 0 & x = 300 \end{cases}$$

8. Pequeño o no muy pequeño: en este caso debemos tomar el máximo, y las dos funciones de pertenencia involucradas ya las conocemos:

$$\mu_{Pequeño\ O\ NO\ MUY\ Pequeño}(x) = \max\left\{\mu_{Pequeño}(x), \mu_{NO\ MUY\ Pequeño}(x)\right\} = \begin{cases} 1 & x = 50 \\ 0.75 & x = 100 \\ 0.99 & x = 150 \\ 1 & x = 200 \\ 1 & x = 250 \\ 1 & x = 300 \end{cases}$$

Problema 3

Queremos desarrollar un sistema controlador para regular la temperatura de una habitación. Una vez analizado el problema, hemos llegado a la conclusión de que solo con una regla podemos alcanzar el objetivo: "Cuando la habitación está caliente, endría la habitación activando el ventilador a una velocidad alta." Es decir, podemos codiifcar el funcionamiento del controlador con la regla:

$$\boldsymbol{SI} \text{ la temperatura es } ALTA \ \boldsymbol{ENTONCES} \text{ la velocidad de giro tiene que ser } \boldsymbol{RÁPIDA}$$

Para utilizar esta regla se definen los conjuntos borrosos "Temperatura alta," C, sobre el universo formado por las temperaturas en ºC, y el conjunto "rápida," sobre el universo de velocidades de giro en 1000 rpm:

$$C = \text{"}Temperatura\ alta\text{"} = \left\{ \frac{0.0}{16} + \frac{0.1}{20} + \frac{0.7}{25} + \frac{0.9}{30} + \frac{1.0}{35} \right\}$$

$$R = \text{"}rápida\text{"} = \left\{ \frac{0.0}{0} + \frac{0.2}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.9}{3} + \frac{1.0}{4} \right\}$$

1. Para los anteriores conjuntos borrosos construir la relación de implicación utilizando:
   - La interpretación clásica de la implicación
   - La implicación de Mandami
   - La implicación de Larsen
   - Comparar los anteriores resultados
2. Supongamos que modificamos el antecedente de la regla introduciendo el siguiente conjunto borroso:

   $$C' = \text{"}Moderadamente\ alta\text{"} = \left\{ \frac{0.0}{16} + \frac{0.2}{20} + \frac{1.0}{30} + \frac{1.0}{35} \right\}$$

   calcular el conjunto borroso que describe la velocidad del ventilador utilizando:
   - La composición max-min para las implicaciones clásica y Mandami
   - La composición max-producto para la implicación Larsen
   - En el caso de las implicaciones de Mandami y Larsen utiliza la expresión basada en el grado de satisfacción
3. Supongamos que modificamos el consecuente de la regla introduciendo el siguiente conjunto borroso:

   $$R' = \text{"}Moderamente\ rápida\text{"} = \left\{ \frac{0.0}{0} + \frac{0.4}{1} + \frac{0.7}{2} + \frac{1.0}{3} + \frac{1.0}{4} \right\}$$

   calcular el conjunto borroso que describe la temperatura de la habitación utilizando:
   - La composición max-min para las implicaciones clásica y Mandami
   - La composición max-producto para la implicación Larsen

Empecemos por el principio:

1. Tal y como se explica en [4] o en [3], la implicación clásica es la de Dienes-Rescher, y consiste en interpretar $p \to q$ como $\neg p \vee q$. Por lo tanto,

   $$I_{Clasica}(c, r) = \mu_{C \to R}(c, r) = \max\{1 - \mu_C(c), \mu_R(r)\}$$

y entonces, la relación borrosa resultante es:

$$\widetilde{R_{Clasica}} = \begin{array}{cccccc} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 16 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 20 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 \\ 25 & 0.3 & 0.3 & 0.5 & 0.9 & 1 \\ 30 & 0.1 & 0.2 & 0.5 & 0.9 & 1 \\ 35 & 0 & 0.2 & 0.5 & 0.9 & 1 \end{array}$$

La implicación de Mandani es la que responde a la fórmula:

$$I_M\left(c,r\right) = \mu_{C\to R}\left(c,r\right) = \min\left\{\mu_C\left(c\right), \mu_R\left(r\right)\right\}$$

por lo que obtenemos la relación borrosa:

$$\widetilde{R_M} = \begin{array}{cccccc} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 25 & 0 & 0.2 & 0.5 & 0.7 & 0.7 \\ 30 & 0 & 0.2 & 0.5 & 0.9 & 0.9 \\ 35 & 0 & 0.2 & 0.5 & 0.9 & 1 \end{array}$$

Respecto a la implicación de Larsen, es la correspondiente a la t-norma del producto:

$$I_L\left(c,r\right) = \mu_{C\to R}\left(c,r\right) = \mu_C\left(r\right)\cdot\mu_R\left(r\right)$$

que nos da la siguiente relación:

$$\widetilde{R_L} = \begin{array}{cccccc} & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 0.01 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 25 & 0 & 0.14 & 0.35 & 0.63 & 0.7 \\ 30 & 0 & 0.18 & 0.45 & 0.81 & 0.9 \\ 35 & 0 & 0.2 & 0.5 & 0.9 & 1 \end{array}$$

Como puede observarse, se verifica que $\widetilde{R_L}\left(c,r\right) \leq \widetilde{R_M}\left(c,r\right) \leq \widetilde{R_{Clasica}}\left(c,r\right), \forall c \in C, \forall r \in R$. Esto sucede siempre entre estos tres modelos de implicaciones, por la desigualdad general

$$a\cdot b \leq \min\left\{a,b\right\} \leq \max\left\{a,b\right\},\ \forall a,b \in [0,1]$$

y se traduce en que, a la hora de hacer inferencia, la implicación de Larsen proporcionará un conjunto borroso con una función de pertenencia menor o igual que la obtenida al usar Mandani, y esta, a su vez, será menor que la obtenida con la implicación clásica.

2.

Problema 4

Se nos ha pedido diseñar un sistema de inferencia borroso para simular el descenso final y las maniobras de aterrizaje de un avión. La velocidad de descenso es proporcional al cuadrado de la altitud. De esta forma, para altitudes grandes se requiere una velocidad de descenso grande. A medida que la altitud disminuye, la velocidad de descenso va disminuyendo. En el límite, la altitud se hará infinitamente pequeña y la velocidad tenderá a ceor. De esta forma el avión descenderá bruscamente pero aterrizará suavemente para evitar daños.

Las dos variables de estado para esta simulación son la altitud, h, y la velocidad de descenso, v. La variable de control obtenida como salida del SIB será la fuerza que, una vez aplicada al avión, modificará su altitud h, y su velocidad v. Para el diseño del controlador borroso se han definido las siguientes variables lingüísticas:

- **Altitud**, definida sobre el universo de discurso $X_1 = [0, 1000]$ (en pies), a través de los siguientes conjuntos borrosos:

$$Grande\,(L) = \mu_L\,(x) = \left\{ \frac{0}{500} + \frac{0.2}{600} + \frac{0.4}{700} + \frac{0.6}{800} + \frac{0.8}{900} + \frac{1}{1000} \right\}$$

$$Media\,(M) = \mu_M\,(x) = \left\{ \frac{0}{300} + \frac{0.2}{400} + \frac{0.4}{500} + \frac{0.6}{600} + \frac{0.8}{700} + \frac{1}{800} + \frac{0.8}{900} + \frac{0.6}{1000} \right\}$$

$$Pequeña\,(S) = \mu_S\,(x) = \left\{ \frac{0.4}{0} + \frac{0.6}{100} + \frac{0.8}{200} + \frac{1}{300} + \frac{0.8}{400} + \frac{0.6}{500} + \frac{0.4}{600} + \frac{0.2}{700} + \frac{0}{800} \right\}$$

$$Cerca\_cero\,(NZ) = \mu_{NZ}\,(x) = \left\{ \frac{1}{0} + \frac{0.8}{100} + \frac{0.6}{200} + \frac{0.4}{300} + \frac{0.2}{400} + \frac{0}{500} \right\}$$

- **Velocidad**, definida sobre el universo $X_2 = [-30, 30]$ (pies/seg) a través de los siguientes conjuntos borrosos:

$$alta\ ascendente\,(UL) = \mu_{UL}\,(x) = \left\{ \frac{0}{10} + \frac{0.5}{15} + \frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} \right\}$$

$$baja\ ascendente\,(US) = \mu_{US}\,(x) = \left\{ \frac{0}{0} + \frac{0.5}{5} + \frac{1}{10} + \frac{0.5}{15} + \frac{0}{20} \right\}$$

$$cero\,(Z) = \mu_Z\,(x) = \left\{ \frac{0}{-10} + \frac{0.5}{-5} + \frac{1}{0} + \frac{0.5}{5} + \frac{0}{10} \right\}$$

$$baja\ descendente\,(DS) = \mu_{DS}\,(x) = \left\{ \frac{0}{-20} + \frac{0.5}{-15} + \frac{1}{-10} + \frac{0.5}{-5} + \frac{0}{0} \right\}$$

$$alta\ ascendente\,(DL) = \mu_{DL}\,(x) = \left\{ \frac{1}{-30} + \frac{1}{-25} + \frac{1}{-20} + \frac{0.5}{-15} + \frac{0}{-10} \right\}$$

- **Fuerza de control**, definida sobre el universo $X_3 = [-30, 30]$ (libras), a través de los siguientes conjuntos borrosos:

$$alta\ ascendente\,(UL) = \mu_{UL}\,(x) = \left\{ \frac{0}{10} + \frac{0.5}{15} + \frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} \right\}$$

$$baja\ ascendente\,(US) = \mu_{US}\,(x) = \left\{ \frac{0}{0} + \frac{0.5}{5} + \frac{1}{10} + \frac{0.5}{15} + \frac{0}{20} \right\}$$

$$cero\,(Z) = \mu_Z\,(x) = \left\{ \frac{0}{-10} + \frac{0.5}{-5} + \frac{1}{0} + \frac{0.5}{5} + \frac{0}{10} \right\}$$

$$baja\ descendente\,(DS) = \mu_{DS}\,(x) = \left\{ \frac{0}{-20} + \frac{0.5}{-15} + \frac{1}{-10} + \frac{0.5}{-5} + \frac{0}{0} \right\}$$

$$alta\ ascendente\,(DL) = \mu_{DL}\,(x) = \left\{ \frac{1}{-30} + \frac{1}{-25} + \frac{1}{-20} + \frac{0.5}{-15} + \frac{0}{-10} \right\}$$

y el siguiente conjunto de reglas:

- **REGLA-1**: **Si** la altitud es **muy grande y** la velocidad es **muy alta ascendente entonces** la fuerza debe ser **alta descendente**
- **REGLA-2**: **Si** la altitud es **media y** la velocidad es **baja ascendente entonces** la fuerza debe ser **baja descendente**
- \textbf{REGLA-3: **Si** la altitud es **algo media y** la velocidad es **algo alta ascendente entonces** la fuerza debe ser **baja descendente**
- \textbf{REGLA-4: **Si** la altitud es **pequeña y** la velocidad es **baja descendente entonces** la fuerza debe ser **baja ascendente**
- \textbf{REGLA-5: **Si** la altitud es **cercana a cero o** la velocidad es **cero entonces** la fuerza debe ser **cero**
- \textbf{REGLA-6: **Si** la altitud **no** es **cercana a cero** y la velocidad **no** es **cero** entonces la fuera debe ser **baja descendente**

Se pide:

1. Determinar las salidas del sistema de inferencia borroso para un avión con una altitud de 700fts y una velocidad de 15 fts/s utilizando, el fuzzificador unitario y:
   a. El operador implicación de Mandani
   b. El operador implicación de Larsen
2. Defuzzificar el resultado utilizando la técnica del centroide

Problema 5

El problema de simulación del aterrizaje de los aviones descrito anteriormente nos permitía obtener la fuerza que hay que aplicarle al avión dada una altitud y velocidad determinadas. Una vez determinada la fuerza, la nueva velocidad y altitud se calculan mediante las siguientes expresiones:

$$v_{i+1} = v_i + f_i$$

$$h_{i+1} = h_i + v_i$$

donde v_{i+1} y h_{i+1} son la nueva velocidad y altitud respectivamente una vez apicada una fuerza f_i a un avión con una altitud h_i y una velocidad de descenso v_i, siendo v_0 y h_0 los valores iniciales de velocidad y altitud. Se pide:

1. Partiendo del sistema definido en el apartado anterior, y para los mismos valores de entrada, resolver con JFuzzyLogic el problema anterior para los mismos valores de entrada, pero sustituyendo el conjunto de reglas por las siguientes reglas:

	Velocidad de descenso					
		DL	**DS**	**Z**	**US**	**UL**
Altitud	**L**	Z	DS	DL	DL	DL
	M	US	Z	DS	DL	DL
	S	UL	US	Z	DS	DL
	NZ	UL	UL	Z	DS	DS

   Adjuntar las imágenes en las que se puedan apreciar cómo están definidas las diferentes variables borrosas y el resultado de la evaluación de las reglas.

2. Realizar una aplicación, utilizando JFuzzyLogic, que realice la simulación del aterrizaje del avión. Para ello nos basaremos en el SIB definido a aprtir de las reglas del apartado anterior y de las ecuaciones de estado indicadas al comienzo del problema. Considerar que los incrementos de tiempos son de un segundo.

3. El resultado de la simulación se puede presentar de la siguiente forma:

   a. A través del terminal de eclipse imprimiendo en cada línea la evolución de cada parámetro

   b. Mediante gráficas que muestren la evolución de los parámetros

   c. Mediante simulación animada del proceso de aterrizaje

Bibliografía

[1] J. T. Palma, *Conjuntos Borrosos*, (2013).

[2] J. A. Botia, *Ejercicios Ejemplo de Conjuntos Borrosos*, (2021).

[3] J. T. Palma, *Logica e Inferencia Borrosos*, (2017).

[4] J. T. P. Juan A. Botia, *Tipos de Implicaciones y DOF*, (2020).