

## ANM - Tarea 3

Jose Antonio Lorenzo Abril, PCEO

27-3-2020

**Realiza las tres primeras iteraciones del método de la potencia y del método de la potencia inversa para la matriz**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Primero voy a calcular los valores propios de  $A$ .

$$|A - xI| = \begin{vmatrix} 2-x & 1 & 1 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4 = -(x-4)(x^2 - 2x + 1) = -(x-4)(x+1)(x-1)$$

Por lo que al aplicar el método de la potencia debe converger hacia 4.

$$x_1 = Ax_0 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$x_2 = Ax_1 = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$x_3 = Ax_2 = \begin{pmatrix} 43 \\ 41 \\ 44 \end{pmatrix}$$

$$x_4 = Ax_3 = \begin{pmatrix} 171 \\ 169 \\ 172 \end{pmatrix}$$

Tomando  $y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , entonces

$$r_0 = \frac{\langle x_1, y \rangle}{\langle x_0, y \rangle} = \frac{3}{1} = 3$$

$$r_1 = \frac{11}{3} \approx 3.67$$

$$r_2 = \frac{43}{11} \approx 3.909$$

$$r_3 = \frac{171}{43} \approx 3.9767$$

Y tiende a 4, como habíamos predicho.

Ahora vamos a proceder a realizar el método de la potencia inversa, que nos debe dar 1 ó -1.

$$x_1 = A^{-1}x_0 = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$x_2 = A^{-1}x_1 = \begin{pmatrix} \frac{3}{8} \\ -\frac{13}{8} \\ \frac{11}{8} \end{pmatrix}$$

$$x_3 = A^{-1}x_2 = \begin{pmatrix} \frac{11}{32} \\ -\frac{53}{32} \\ \frac{43}{32} \end{pmatrix}$$

$$x_4 = A^{-1}x_3 = \begin{pmatrix} \frac{43}{128} \\ -\frac{213}{128} \\ \frac{171}{128} \end{pmatrix}$$

Y tomando de nuevo  $y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , nos da

$$r_0 = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

$$r_1 = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$$

$$r_2 = \frac{\frac{11}{32}}{\frac{3}{8}} = \frac{11}{12}$$

$$r_3 = \frac{\frac{43}{128}}{\frac{11}{32}} = \frac{43}{44}$$

Y vemos como tiende hacia 1.