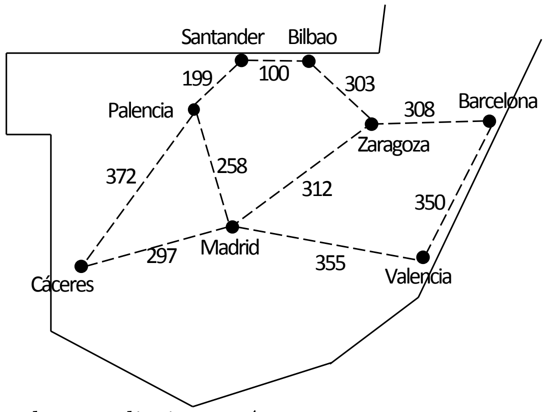
Ejercicios para clase

Curso académico 2020-21

1.- Dado el siguiente mapa de carreteras en el que los caminos entre cada dos ciudades están etiquetados con sus distancias en kilómetros:



Queremos obtener el camino más corto entre Palencia y Barcelona.

a) Aplicar el procedimiento *A* para encontrar ese camino suponiendo una estimación nula del coste del camino que le queda por recorrer.

b) Ver como cambia si tenemos en cuenta el siguiente cuadro de distancias aéreas estimadas desde cada ciudad a Barcelona:

	Bilbao	Cáceres	Madrid	Palencia	Santander	Valencia	Zaragoza
Barcelona	469	754	505	560	542	303	256

¿Podrías razonar si esta heurística es admisible?

2.- Dado el grafo siguiente, que representa el espacio de búsqueda de un problema modelizado mediante una **representación por estados**:

Estado	Sucesores de Estado (h=valor heurístico en Sucesor, c=costo desde Estado a Sucesor)
A (Inicio) (h=1)	**B** (h=3 c=1), **C** (h=1 c=1)
B	**D** (h=5 c=2)
C	**E** (h=7 c=2), **F** (h=2 c=3)
D	**G** (h=5 c=1)
E	**I** (h=0 c=7)
F	**H** (h=10 c=12)
G	**I** (h=0 c=5)
H	NINGUNO
I (Meta)	NINGUNO

a) Prueba si la heurística definida en este problema es monótona.

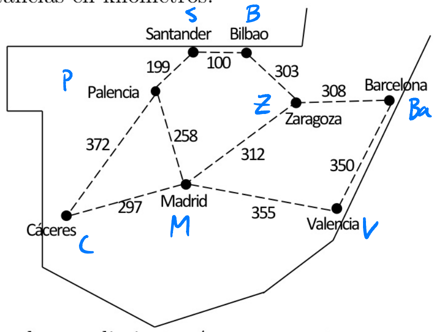
b) Si resolviéramos el problema mediante un algoritmo A. ¿Sería óptima la solución (camino más corto)? Justifica la respuesta (NO resolver el problema).

c) Si resolviéramos el problema mediante un algoritmo BPMR. ¿Sería óptima la solución (camino más corto)? Justifica la respuesta (NO resolver el problema).

3.- Dado el grafo siguiente, que representa el espacio de búsqueda de un problema, modelizado mediante una **representación por estados**:

Estado	Sucesores de Estado (h=valor heurístico en Sucesor, c=costo desde Estado a Sucesor)
A (Inicio) (h=4)	**B** (h=7 c=3), **C** (h=4 c=1), **D** (h=3 c=1)
B	**E** (h=6 c=13)
C	**F** (h=5 c=2)
D	**J** (h=2 c=3), **K** (h=18 c=3), **H** (h=7 c=2)
E	NINGUNO
F	**L** (h=5 c=1)
H	**I** (h=0 c=7)
I (Meta)	NINGUNO
J	**M** (h=10 c=12)
K	NINGUNO
L	**I** (h=0 c=5)
M	NINGUNO

1.- Dado el siguiente mapa de carreteras en el que los caminos entre cada dos ciudades están etiquetados con sus distancias en kilómetros:



Queremos obtener el camino más corto entre Palencia y Barcelona.

a) Aplicar el procedimiento A para encontrar ese camino suponiendo una estimación nula del coste del camino que le queda por recorrer.

b) Ver como cambia si tenemos en cuenta el siguiente cuadro de distancias aéreas estimadas desde cada ciudad a Barcelona:

	Bilbao	Cáceres	Madrid	Palencia	Santander	Valencia	Zaragoza
Barcelona	469	754	505	560	542	303	256

¿Podrías razonar si esta heurística es admisible?

ⓐ $f(n) = g(n) + 0 = g(n)$

Frontera	Cerrados
$P(0)$	–
$C_P(372)$, $M_P(258)$, $S_P(199)$	$P(0)$
$C_P(372)$, $M_P(258)$, $B_S(299)$	$P(0)$, $S_P(199)$
$C_P(372)$, $B_S(299)$, $Z_M(570)$, $V_M(613)$	$P(0)$, $S_P(199)$, $M_P(258)$
$C_P(372)$, $Z_M(570)$, $V_M(613)$	$P(0)$, $S_P(199)$, $M_P(258)$, $B_S(299)$
$Z_M(570)$, $V_M(613)$	$P(0)$, $S_P(199)$, $M_P(258)$, $B_S(299)$, $C_P(372)$
$Ba_Z(878)$, $V_M(613)$	$P(0)$, $S_P(199)$, $M_P(258)$, $B_S(299)$, $C_P(372)$, $Z_M(570)$
$Ba_Z(878)$	$P(0)$, $S_P(199)$, $M_P(258)$, $B_S(299)$, $C_P(372)$, $Z_M(570)$, $V_M(613)$
–	$P(0)$, $S_P(199)$, $M_P(258)$, $B_S(299)$, $C_P(372)$, $Z_M(570)$, $V_M(613)$, $Ba_Z(878)$

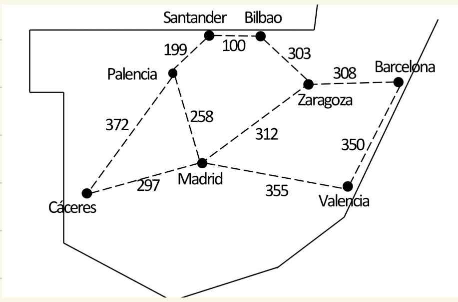
El camino óptimo es $P \to M \to Z \to Ba$, con coste 878

ⓑ Ahora es $f(n) = g(n) + h(n)$

Frontera	Cerrados
$P(560)$	–
$C_P(1126)$, $M_P(763)$, $S_P(741)$	$P(560)$
$C_P(1126)$, $M_P(763)$, $B_S(768)$	$P(560)$, $S_P(741)$
$C_P(1126)$, $Z_M(826)$, $V_M(916)$, $B_S(768)$	$P(560)$, $S_P(741)$, $M_P(763)$
$C_P(1126)$, $Z_M(826)$, $V_M(916)$	$P(560)$, $S_P(741)$, $M_P(763)$, $B_S(768)$
$C_P(1126)$, $Ba_Z(878)$, $V_M(916)$	$P(560)$, $S_P(741)$, $M_P(763)$, $B_S(768)$, $Z_M(826)$
$C_P(1126)$, $V_M(916)$	$P(560)$, $S_P(741)$, $M_P(763)$, $B_S(768)$, $Z_M(826)$, $Ba_Z(878)$

Para ver si es admisible $(h(n) \le h^*(n))$, basta ver que es consistente $\left(h(n) \le k(n, a_s, n') + h(n') \; \forall n, n' \right)$ pero esto equivale a ver que es monótona $(h(n) \le c(n,a,n') + h(n'),\ \forall n' \in suc(n))$

	Bilbao	Cáceres	Madrid	Palencia	Santander	Valencia	Zaragoza
Barcelona	469	754	505	560	542	303	256



Bilbao

$h(B) = 469$

$c(B,S) + h(S) = 100 + 542 = 642 > 469$ ✓

$c(B,Z) + h(Z) = 303 + 256 = 559 > 469$ ✓

Madrid $h(M) = 505$

$c(M,C) + h(C) = 297 + 754 > 505$ ✓

$c(M,P) + h(P) = 258 + 560 > 505$ ✓

$c(M,V) + h(V) = 355 + 303 = 658 > 505$ ✓

$c(M,Z) + h(Z) = 312 + 256 = 568 > 505$ ✓

Santander $h(S) = 542$

$c(S,P) + h(P) = 199 + 560 > 542$ ✓

$c(S,B) + h(B) = 100 + 469 = 569 > 542$ ✓

Zaragoza $h(Z) = 256$

$c(Z,M) + h(M) = 312 + 505 > 256$ ✓

$c(Z,B) + h(B) = 303 + 469 > 256$ ✓

$c(Z,Ba) + h(Ba) = 308 + 0 > 256$ ✓

Cáceres

$h(C) = 754$

$c(C,P) + h(P) = 372 + 560 = 1132 > 754$ ✓

$c(C,M) + h(M) = 297 + 505 = 802 > 754$ ✓

Palencia $h(P) = 560$

$c(P,C) + h(C) = 372 + 754 > 560$ ✓

$c(P,M) + h(M) = 258 + 505 = 763 > 560$ ✓

$c(P,S) + h(S) = 199 + 542 = 741 > 560$ ✓

Valencia $h(V) = 303$

$c(V,M) + h(M) = 355 + 505 > 303$ ✓

$c(V,Ba) + h(Ba) = 350 + 0 > 303$ ✓

Así, h es monótona $\leftrightarrow$ consistente $\rightarrow$ admisible

2.- Dado el grafo siguiente, que representa el espacio de búsqueda de un problema modelizado mediante una **representación por estados**:

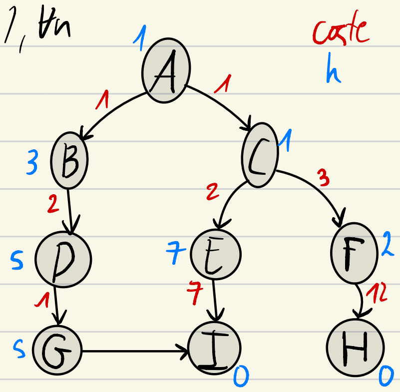
Estado	Sucesores de Estado (h=valor heurístico en Sucesor, c=costo desde Estado a Sucesor)
A (Inicio) (h=1)	**B** (h=3 c=1), **C** (h=1 c=1)
B	**D** (h=5 c=2)
C	**E** (h=7 c=2), **F** (h=2 c=3)
D	**G** (h=5 c=1)
E	**I** (h=0 c=7)
F	**H** (h=10 c=12)
G	**I** (h=0 c=5)
H	NINGUNO
I (Meta)	NINGUNO

a) Prueba si la heurística definida en este problema es monótona.

b) Si resolviéramos el problema mediante un algoritmo A. ¿Sería óptima la solución (camino más corto)? Justifica la respuesta (NO resolver el problema).

c) Si resolviéramos el problema mediante un algoritmo BPMR. ¿Sería óptima la solución (camino más corto)? Justifica la respuesta (NO resolver el problema).

(a) h monótona $\leftrightarrow$ $h(n) \leq c(n,a,n') + h(n')$, $\forall n' \in$ SUCESORES(n), $\forall n$



A $h(A)=1$

$c(A,B)+h(B) = 1+3 \geq 1$ ✓

$c(A,C)+h(C) = 1+1 \geq 1$ ✓

B $h(B)=3$

$c(B,D)+h(D) = 2+5 \geq 3$ ✓

D $h(D)=5$

$c(D,G)+h(G) = 1+5 \geq 5$ ✓

C $h(C)=1$

$c(C,E)+h(E) = 2+7 \geq 1$ ✓

$c(C,F)+h(F) = 3+2 \geq 1$ ✓

E $h(E)=7$

$c(E,I)+h(I) = 7+0 \geq 7$ ✓

F $h(F)=2$

$c(F,H)+h(H) = 12+0 \geq 2$ ✓

y h es monótona (I,H no tienen sucesores).

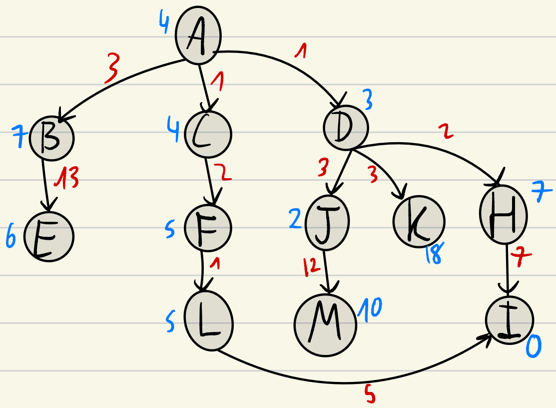
(b) Sí, porque A* sobre un grafo con una heurística h consistente $\leftrightarrow$ h monótona es un método óptimo.

(c) Sí, por el mismo motivo (BPMR es óptimo en las mismas condiciones que A*).

3.- Dado el grafo siguiente, que representa el espacio de búsqueda de un problema, modelizado mediante una **representación por estados**:

Estado	Sucesores de Estado (h=valor heurístico en Sucesor, c=costo desde Estado a Sucesor)
A (Inicio) (h=4)	**B** (h=7 c=3), **C** (h=4 c=1), **D** (h=3 c=1)
B	**E** (h=6 c=13)
C	**F** (h=5 c=2)
D	**J** (h=2 c=3), **K** (h=18 c=3), **H** (h=7 c=2)
E	NINGUNO
F	**L** (h=5 c=1)
H	**I** (h=0 c=7)
I (Meta)	NINGUNO
J	**M** (h=10 c=12)
K	NINGUNO
L	**I** (h=0 c=5)
M	NINGUNO

a) ¿Es la heurística definida en este problema admisible? ¿Verificar la propiedad de monotonía? ¿Qué nos indica dicha propiedad? Justificar las respuestas.



Veamos primero la monotonía: $h(n) \le c(n,a,n') + h(n')$
$\forall n' \in suc(n), \forall n$

A $h(A)=4$
$c(A,B)+h(B) = 3+7>4$ ✓
$c(A,C)+h(C) = 1+4>4$ ✓
$c(A,D)+h(D) = 1+3=4$ ✓

D $h(D)=3$
$c(D,J)+h(J) = 3+2>3$ ✓
$c(D,K)+h(K) = 3+18>3$ ✓
$c(D,H)+h(H) = 2+7>3$ ✓

B $h(B)=7$
$c(B,E)+h(E) = 13+6>7$ ✓

C $h(C)=4$
$c(C,F)+h(F) = 2+5>4$ ✓

E ✓

F $h(F)=5$
$c(F,L)+h(L) = 1+5>5$ ✓

H $h(H)=7$
$c(H,I)+h(I) = 7+0=7$ ✓

I ✓

J $h(J)=2$
$c(J,M)+h(M) = 12+10>2$ ✓

K ✓

L $h(L)=5$
$c(L,I)+h(I) = 5+0=5$ ✓

M ✓

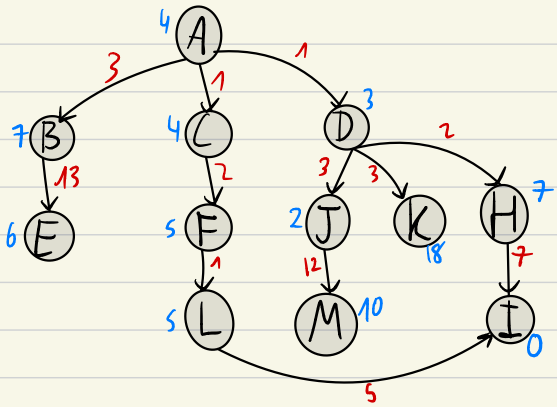
Así que h es monótona.

Por tanto es consistente (h consistente ⟷ h monótona).

Y, por tanto, es admisible (h consistente ⟶ h admisible).

Además, esto quiere decir que A* y BPMR en este grafo con h son métodos óptimos.

b) Resolver el problema mediante la búsqueda no informada “costo uniforme” indicando claramente su evolución.



Frontera	Cerrados
$A(0)$	—
$B_A(3)$, $C_A(1)$, $D_A(1)$	$A(0)$
$B_A(3)$, $D_A(1)$, $F_C(3)$	$A(0)$, $C_A(1)$
$B_A(3)$, $F_C(3)$, $J_D(4)$, $K_D(4)$, $H_D(3)$	$A(0)$, $C_A(1)$, $D_A(1)$
$E_B(16)$, $F_C(3)$, $J_D(4)$, $K_D(4)$, $H_D(3)$	$A(0)$, $C_A(1)$, $D_A(1)$, $B_A(1)$
$E_B(16)$, $L_F(4)$, $J_D(4)$, $K_D(4)$, $H_D(3)$	$A(0)$, $C_A(1)$, $D_A(1)$, $B_A(1)$, $F_C(3)$
$E_B(16)$, $L_F(4)$, $J_D(4)$, $K_D(4)$, $I_H(10)$	$A(0)$, $C_A(1)$, $D_A(1)$, $B_A(1)$, $F_C(3)$, $H_D(3)$
$E_B(16)$, $I_L(9)$, $J_D(4)$, $K_D(4)$, $I_H(10)$	$A(0)$, $C_A(1)$, $D_A(1)$, $B_A(1)$, $F_C(3)$, $H_D(3)$, $L_F(4)$
$E_B(16)$, $I_L(9)$, $M_J(16)$, $K_D(4)$, $I_H(10)$	$A(0)$, $C_A(1)$, $D_A(1)$, $B_A(1)$, $F_C(3)$, $H_D(3)$, $L_F(4)$, $J_D(4)$
$E_B(16)$, $I_L(9)$, $M_J(16)$, $I_H(10)$	$A(0)$, $C_A(1)$, $D_A(1)$, $B_A(1)$, $F_C(3)$, $H_D(3)$, $L_F(4)$, $J_D(4)$, $K_D(4)$

$A \to C \to F \to L \to I$

coste 9 10 pasos

c) Resolver el problema mediante los siguientes procedimientos indicando claramente su evolución:

c.1) Búsqueda primero el mejor avara (o voraz).

c.2) Algoritmo A.

c.3) BPMR (Búsqueda Primer el Mejor Recursiva).

① $f(n) = h(n)$

Frontera	Cerrados
$A(4)$	—
$B_A(7)$, $C_A(4)$, $D_A(3)$	$A(4)$
$B_A(7)$, $C_A(4)$, $J_D(2)$, $K_D(18)$, $H_D(7)$	$A(4)$, $D_A(3)$
$B_A(7)$, $C_A(4)$, $M_J(10)$, $K_D(18)$, $H_D(7)$	$A(4)$, $D_A(3)$, $J_D(2)$
$B_A(7)$, $F_C(5)$, $M_J(10)$, $K_D(18)$, $H_D(7)$	$A(4)$, $D_A(3)$, $J_D(2)$, $C_A(4)$
$B_A(7)$, $L_F(5)$, $M_J(10)$, $K_D(18)$, $H_D(7)$	$A(4)$, $D_A(3)$, $J_D(2)$, $C_A(4)$, $F_C(5)$
$B_A(7)$, $I_L(0)$, $M_J(10)$, $K_D(18)$, $H_D(7)$	$A(4)$, $D_A(3)$, $J_D(2)$, $C_A(4)$, $F_C(5)$, $L_F(5)$

$A \to C \to F \to L \to I$

coste 9

7 pasos

② $f(n) = g(n) + h(n)$

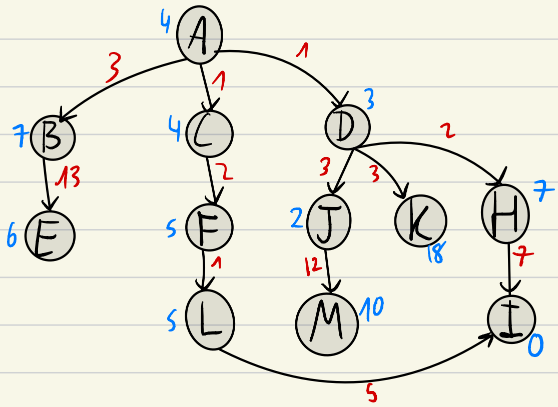
Frontera	Cerrados
$A(4)$	—
$B_A(10)$, $C_A(5)$, $D_A(4)$	$A(4)$
$B_A(10)$, $C_A(5)$, $J_D(6)$, $K_D(22)$, $H_D(10)$	$A(4)$, $D_A(4)$
$B_A(10)$, $F_C(8)$, $J_D(6)$, $K_D(22)$, $H_D(10)$	$A(4)$, $D_A(4)$, $C_A(5)$
$B_A(10)$, $F_C(8)$, $M_J(26)$, $K_D(22)$, $H_D(10)$	$A(4)$, $D_A(4)$, $C_A(5)$, $J_D(6)$
$B_A(10)$, $L_F(9)$, $M_J(26)$, $K_D(22)$, $H_D(10)$	$A(4)$, $D_A(4)$, $C_A(5)$, $J_D(6)$, $F_C(8)$
$B_A(10)$, $I_L(9)$, $M_J(26)$, $K_D(22)$, $H_D(10)$	$A(4)$, $D_A(4)$, $C_A(5)$, $J_D(6)$, $F_C(8)$, $L_F(9)$

$A \to C \to F \to L \to I$

coste 9

7 pasos

3



Frontera	Cerrados
A(4)	
$B_A(10)$, $C_A(5)$, $D_A(4)$	A(4)
$B_A(10)$, $C_A(5)$, $J_D(6)$, $K_D(22)$, $H_D(10)$	A(4), $D_A(4)$
$B_A(10)$, $F_C(8)$, $D_A(6)$	A(4), $C_A(5)$
$B_A(10)$, $C_A(8)$, $J_D(6)$, $K_D(22)$, $H_D(10)$	A(4), $D_A(6)$
$B_A(10)$, $C_A(8)$, $M_J(26)$, $K_D(22)$, $H_D(10)$	A(4), $D_A(6)$, $J_D(6)$
$B_A(10)$, $F_C(8)$, $D_A(10)$	A(4), $C_A(8)$
$B_A(10)$, $L_F(9)$, $D_A(10)$	A(4), $C_A(8)$, $F_C(8)$
$B_A(10)$, $I_L(9)$, $D_A(10)$	A(4), $C_A(8)$, $F_C(8)$, $L_F(9)$

A → C → F → L → I
coste 9
9 pasos

d) Analizar el comportamiento de costo uniforme, búsqueda avara, A y BPMR en este problema.

	Sol ópt.	Tiempo (pasos)	Memoria (máx num de estados en memoria)
PM	Sí	7	11
A*	Sí	7	11
BPMR	Sí	9	7

e) Resolver el problema mediante los siguientes procedimientos (utilizando $f(n) = h(n), \forall n$) indicando claramente su evolución:

e.1) Ascensión de Colinas.

e.2) Temple Simulado.

1

Frontera	Estado Actual
A(4)	—
$B_A(7)$, $C_A(4)$, $D_A(3)$	A(4)
$J_D(2)$, $K_D(3)$, $H_D(7)$	$D_A(3)$
$M_J(10)$	$J_D(2)$

No da un resultado óptimo

Si queremos conocer el camino, debemos almacenar los cerrados

Frontera	Cerrados
A(4)	—
$B_A(7)$, $C_A(4)$, $D_A(3)$	A(4)
$J_D(2)$, $K_D(3)$, $H_D(7)$	A(4), $D_A(3)$
$M_J(10)$	A(4), $D_A(3)$, $J_D(2)$

A → D → J
coste 4
no óptimo

2 Se necesita una fórmula de temperatura respecto del tiempo y un generador de números aleatorios, ...

a) ¿Es la heurística definida en este problema admisible? ¿Verificar la propiedad de monotonía? ¿Qué nos indica dicha propiedad? Justificar las respuestas.

b) Resolver el problema mediante la búsqueda no informada "costo uniforme" indicando claramente su evolución.

c) Resolver el problema mediante los siguientes procedimientos indicando claramente su evolución:

  c.1) Búsqueda primero el mejor avara (o voraz).
  c.2) Algoritmo A.
  c.3) BPMR (Búsqueda Primer el Mejor Recursiva).

d) Analizar el comportamiento de costo uniforme, búsqueda avara, A y BPMR en este problema.

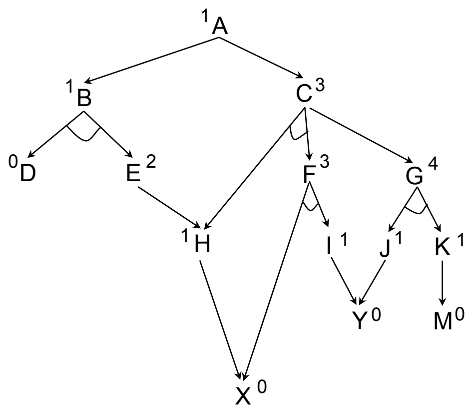
e) Resolver el problema mediante los siguientes procedimientos (utilizando $f(n) = h(n), \forall n$) indicando claramente su evolución:

  e.1) Ascensión de Colinas.
  e.2) Temple Simulado.

f) Analizar el comportamiento de Ascensión de Colinas y Temple Simulado en este problema.

NOTA: En caso de empate entre algunos estados como candidatos para su expansión, se elegirán de izquierda a derecha si dichos estados están al mismo nivel de profundidad de la búsqueda, o el más profundo si están a distintos niveles.

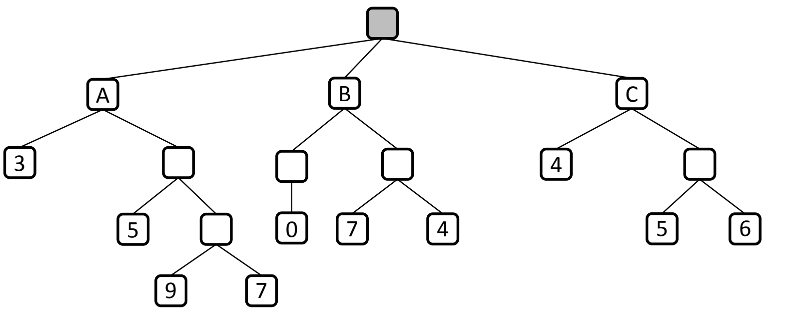
4.- Dado el grafo siguiente, que representa el espacio de búsqueda de un problema modelizado mediante una representación por reducción del problema.



a) Probar (si es posible) que la heuristica es admisible.

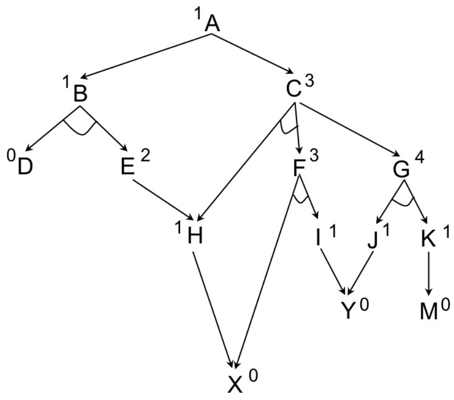
b) Obtener la solución teniendo en cuenta que los subproblemas D, X, Y y M son resolubles (problemas primitivos) y que cada k-conector vale k. Analizar la solución encontrada.

5.- En un juego de dos jugadores de suma cero, al jugador MAX le toca mover y tiene tres posibles movimientos A, B o C. Conociendo la siguiente información, y que el jugador siempre intenta maximizar,



¿Cual es el mejor movimiento que podría hacer el jugador MAX? Obtener ese movimiento mediante a) el algoritmo Minimax y b) el algoritmo Minimax con poda alfa-beta. En el último caso, indicar claramente los nodos que se podan y por qué.

4.- Dado el grafo siguiente, que representa el espacio de búsqueda de un problema modelizado mediante una representación por reducción del problema.



a) Probar (si es posible) que la heuristica es admisible.

b) Obtener la solución teniendo en cuenta que los subproblemas D, X, Y y M son resolubles (problemas primitivos) y que cada k-conector vale k. Analizar la solución encontrada.

(a) Vamos a intentar ver que es monótona (monótona ↔ consistente → admisible).

Monotonía en grafos Y/O → $h(n) \le C + \sum_{i=1}^{k} h(n_i)$, C es el coste de k-conector

Voy a suponer que el coste de un k-conector es k.

A $h(A) = 1$
$C_B + h(B) = 1+1 > 1$ ✓
$C_C + h(C) = 1+3 > 1$ ✓

B $h(B) = 1$
$C_{DE} + h(D) + h(E) = 2+0+2 > 1$ ✓

C $h(C) = 3$
$C_{HF} + h(H) + h(F) = 2+1+3 > 3$ ✓
$C_G + h(G) = 1+4 > 3$ ✓

D ✓

H $h(H) = 1$
$C_X + h(X) = 1+0 = 1$ ✓

I $h(I) = 1$
$C_Y + h(Y) = 1+0 = 1$ ✓

J $h(J) = 1$
$C_Y + h(Y) = 1$ ✓

K $h(K) = 1$
$C_M + h(M) = 1+0 = 1$ ✓

F $h(F) = 3$
$C_{IX} + h(I) + h(X) = 2+1+0 = 3$ ✓

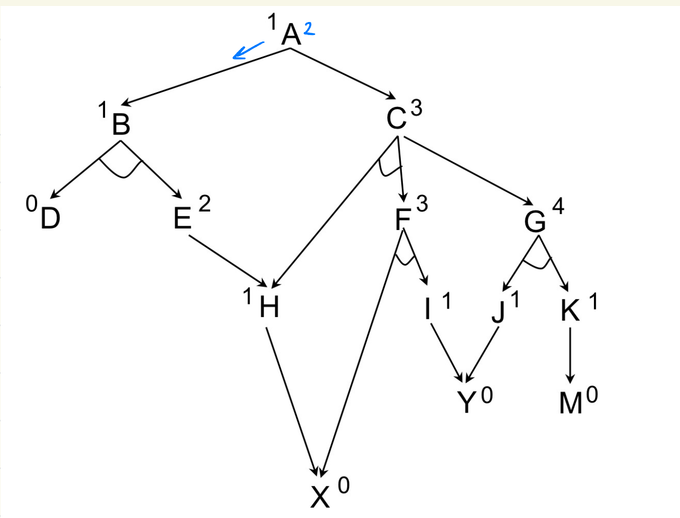
E $h(E) = 2$
$C_H + h(H) = 1+1 = 2$ ✓

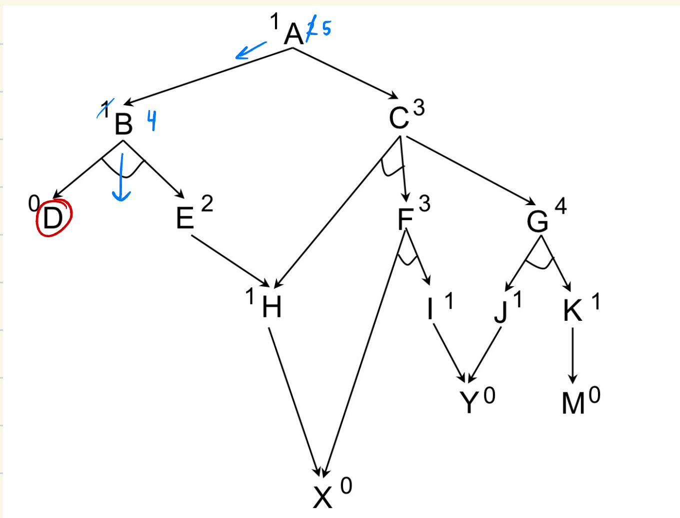
G $h(G) = 4$
$C_{JK} + h(J) + h(K) = 2+1+1 = 4$ ✓

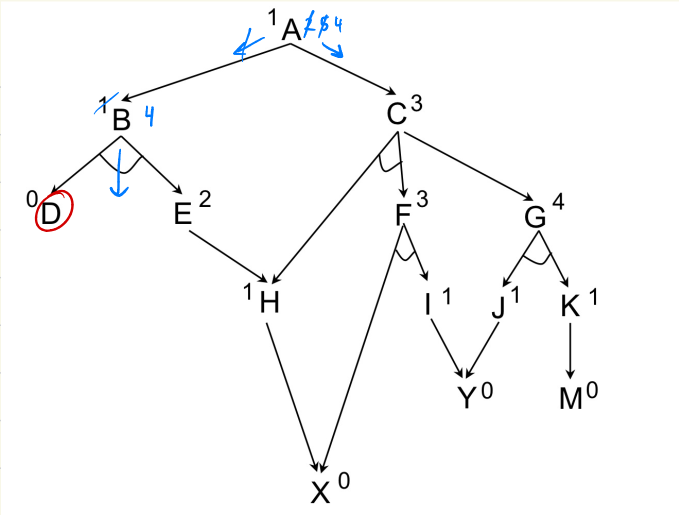
X ✓ Y ✓ M ✓

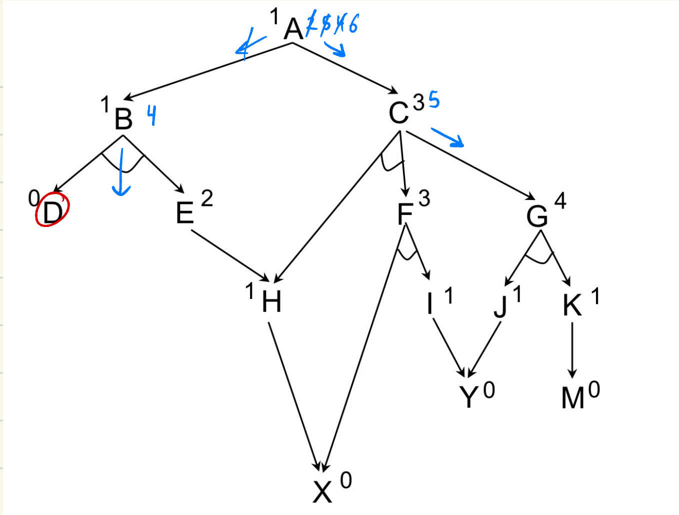
La heurística es monótona y, por tanto, admisible.

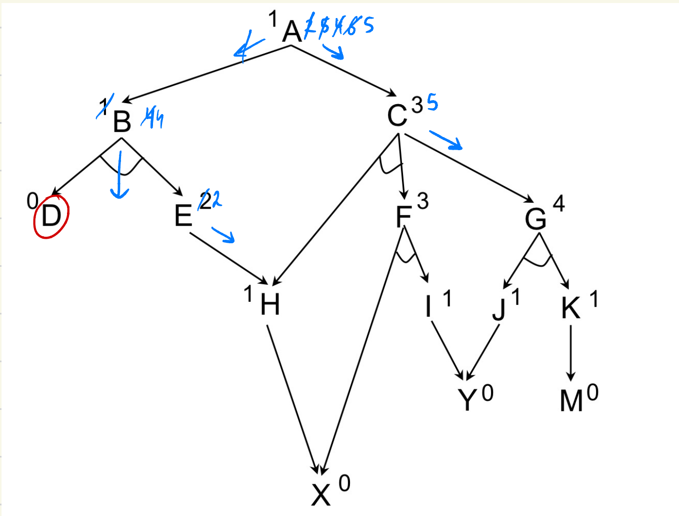
(b)

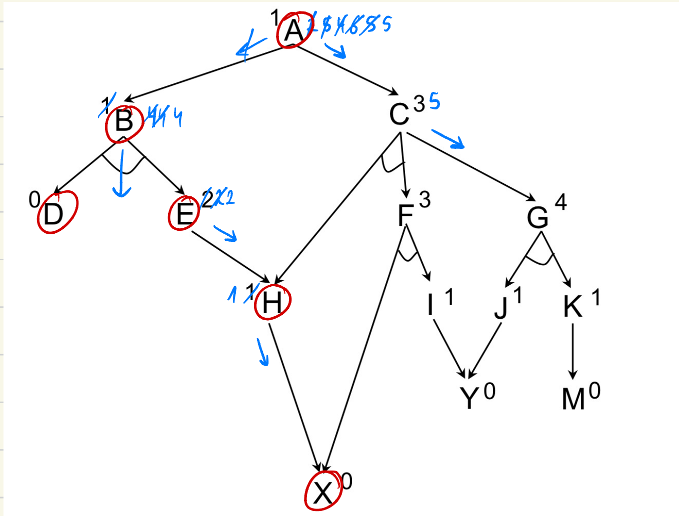




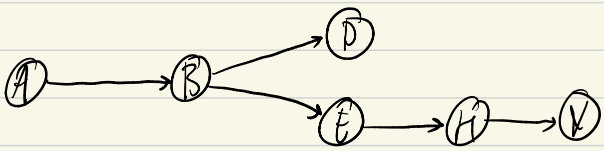






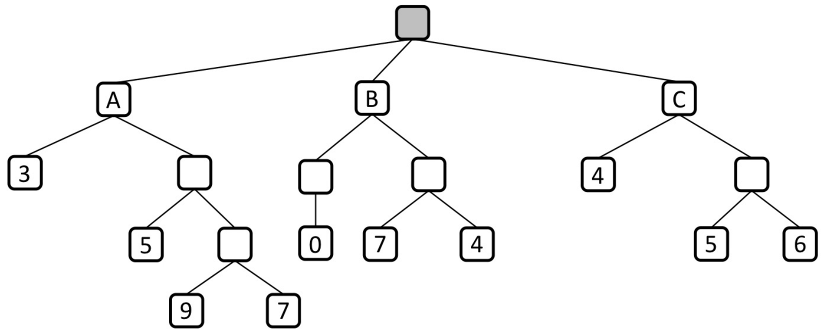


Solución



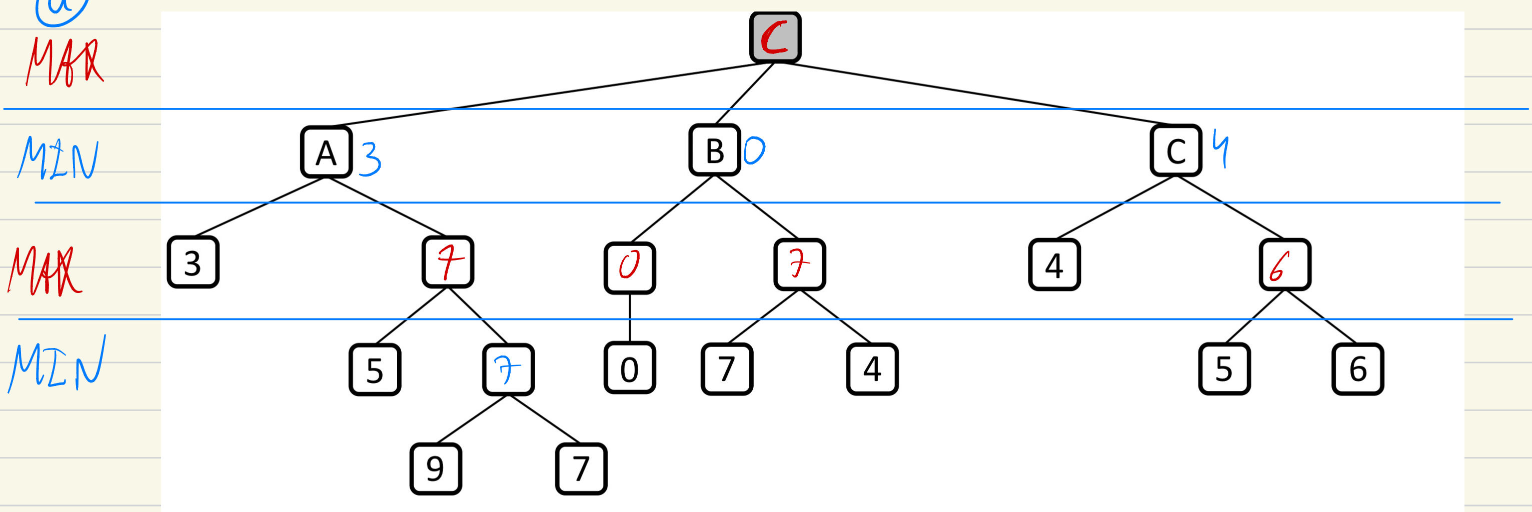
coste 5

5.- En un juego de dos jugadores de suma cero, al jugador MAX le toca mover y tiene tres posibles movimientos A, B o C. Conociendo la siguiente información, y que el jugador siempre intenta maximizar,



¿Cual es el mejor movimiento que podría hacer el jugador MAX? Obtener ese movimiento mediante a) el algoritmo Minimax y b) el algoritmo Minimax con poda alfa-beta. En el último caso, indicar claramente los nodos que se podan y por qué.

a



MAX debe elegir la acción C

b