Ejercicio 11.2

Jose Antonio Lorencio Abril

a)
i) Lo vamos a hacer igual, pensando por compartimentos. En el caso en que la vacunación proporciona inmunidad de por vida, el modelo es muy similar al SIR sin vacunación, aunque añadiendo el grupo de vacunados. Los susceptibles se infectan a una tasa $\lambda(t)$ y se vacunan a una tasa ν, por tanto:

$$\frac{dS}{dt} = -\left(\lambda(t) + \nu\right) \cdot S$$

$$\frac{dI}{dt} = +\lambda(t) \cdot S - \gamma \cdot I$$

$$\frac{dR}{dt} = +\gamma \cdot I$$

$$\frac{dV}{dt} = +\nu \cdot S$$

ii) Ahora vamos a suponer que la vacunación proporciona una inmunidad temporal, de forma que los vacunados vuelven a ser susceptibles a una tasa μ:

$$\frac{dS}{dt} = -\left(\lambda(t) + \nu\right) \cdot S + \mu \cdot V$$

$$\frac{dI}{dt} = +\lambda(t) \cdot S - \gamma \cdot I$$

$$\frac{dR}{dt} = +\gamma \cdot I$$

$$\frac{dV}{dt} = +\nu \cdot S - \mu \cdot V$$

b)
Para ver que $N = S + I + R + V$ es constante, hacemos como en la práctica, sumamos todas las ecuaciones del modelo, obteniendo en ambos casos

$$N' = S' + I' + R' + V' = 0$$

por lo que tenemos el resultado.