Ejercicio 4.5

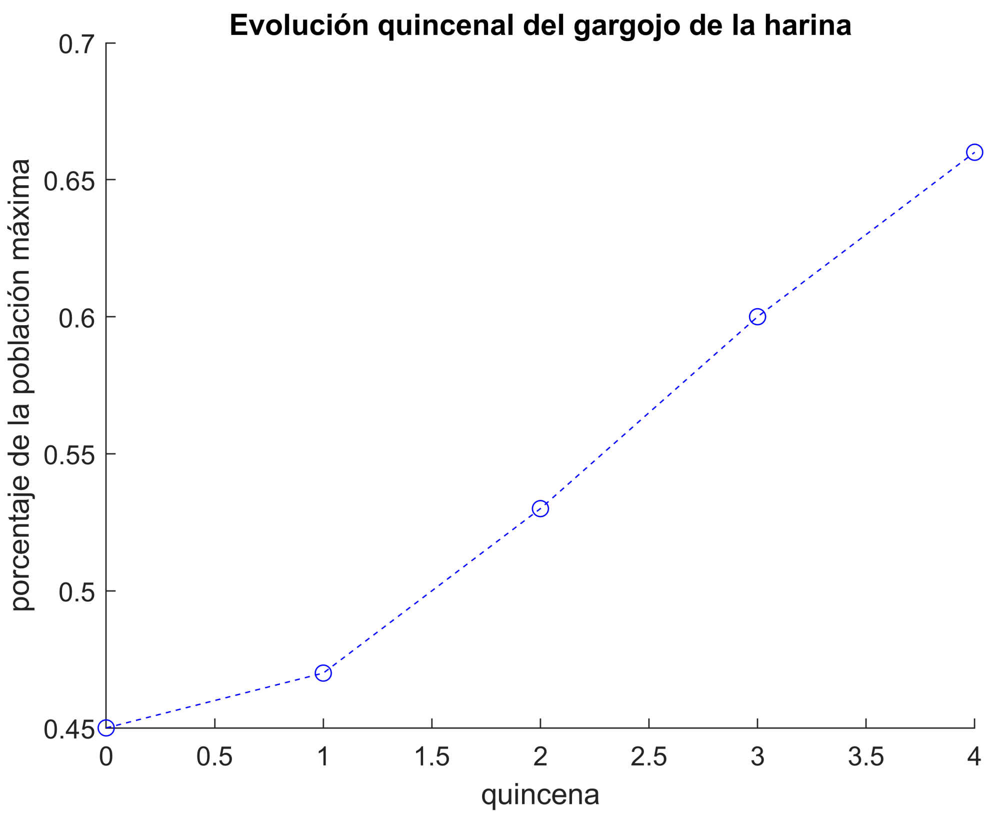
Jose Antonio Lorencio Abril

Primero, introducimos los datos del problema:

```
porcentajes = [0.45, 0.47, 0.53, 0.6, 0.66];
long = length(porcentajes);
quin = 0 : long-1;
```

Y los ploteamos:

```
figure(1)
hold on
plot(quin, porcentajes, 'o--b')
title('Evolución quincenal del gargojo de la harina')
xlabel('quincena')
ylabel('porcentaje de la población máxima')
hold off
```



Tenemos la siguiente función de generación de la sucesión:

$$f(x) = s \cdot x \cdot e^{-x} \cdot \frac{x}{x+m}$$

Si tomamos $n \in \{1, .., 4\}$, podemos hacer la siguiente transformación:

$$u_n = \frac{x_n \cdot e^{-x_n}}{x_{n+1}} = \frac{x_n \cdot e^{-x_n}}{f(x_n)} =$$

$$= \frac{x_n + m}{x \cdot x_n} = \frac{1}{s} + \frac{m}{s \cdot x_n}$$

Y esto es lineal, por lo que esta transformación sirve:

```
pini = porcentajes(1:(long-1));
pfin = porcentajes(2:long);
c = pini.*exp(-pini)./pfin;

coef = polyfit(1./pini, c, 1)
```

```
coef = 1×2
    0.1817    0.1870
```

Y aquí tenemos que $coef = [A, B]$, con $B = \frac{1}{s}$ y $A = \frac{m}{s}$. Por tanto:

```
s = 1/coef(2)
```

```
s = 5.3485
```

```
m = coef(1)*s
```

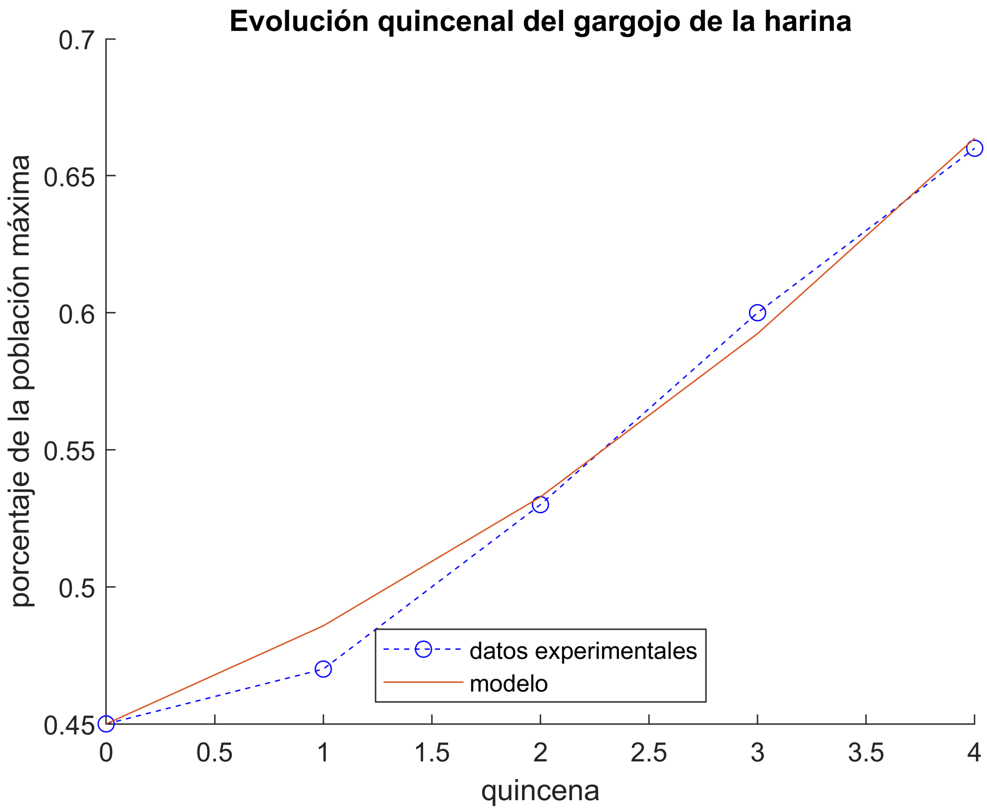
```
m = 0.9716
```

Y ahora definimos la función:

```
f = @(x) s.*x.*exp(-x).*x./(x+m);
```

Veamos ahora cómo se ajusta a los datos:

```
figure(2)
hold on
plot(quin, porcentajes, 'o--b')
plot(quin, iteracion(f,0.45,4), '-');
legend('datos experimentales', 'modelo', 'Location', 'south')
title('Evolución quincenal del gargojo de la harina')
xlabel('quincena')
ylabel('porcentaje de la población máxima')
hold off
```

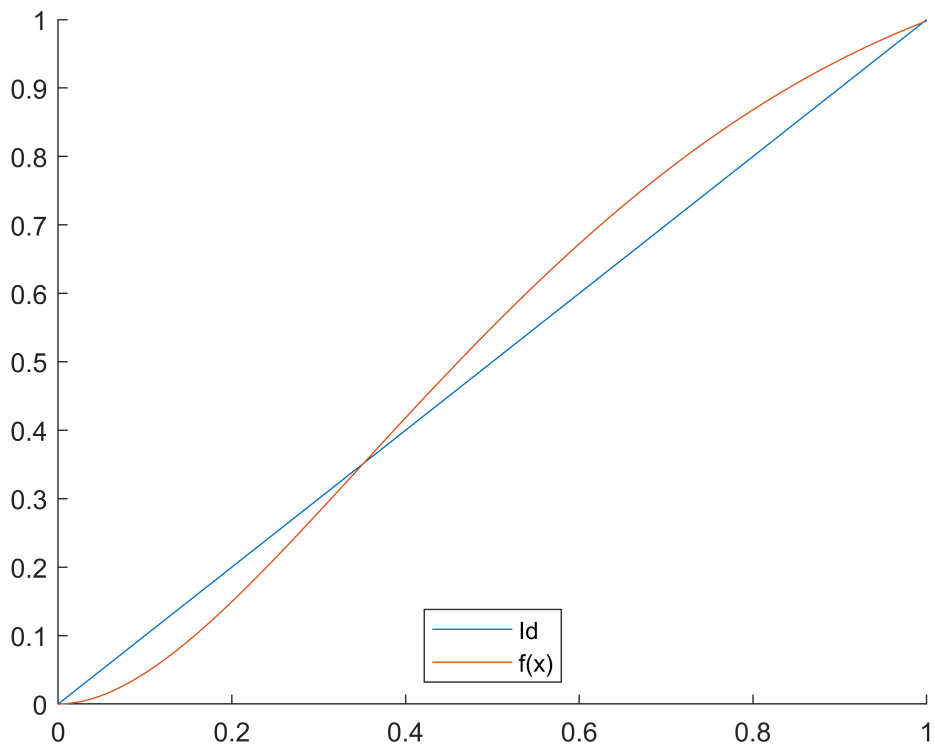


Y el ajuste es decente.

Veamos ahora que se verifican las condiciones del ejercicio 4.4 (numéricamente).

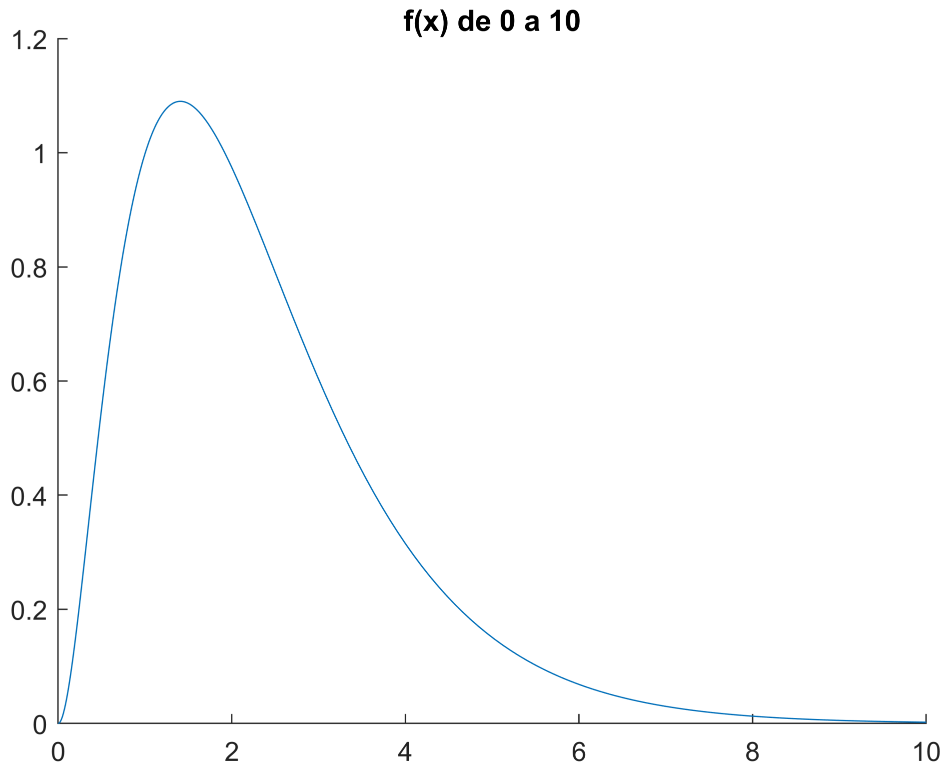
```
n=1000;
x = 0:n;
x = x/n;

figure(3)
hold on
plot(x,x);
plot(x, f(x));
legend('Id', 'f(x)', 'location', 'south');
hold off
```




```
z = 0:10*n;
z = z/n;

figure(4)
hold on
plot(z, f(z));
title('f(x) de 0 a 10');
hold off
```



1-

Vemos como, efectivamente, tiene 3 puntos fijos, que son el 0, un punto cercano a 1 y otro alrededor de 0.35.

```
syms u;
p0 = vpasolve(f(u)==u, u,0)
```

p0 = 0

```
pU = vpasolve(f(u)==u, u,0.35)
```

pU = $0.35169637186791841857577339609636$

```
pV = vpasolve(f(u)==u, u,1)
```

pV = $0.99597409067124538689780091412505$

2-

Vamos a calcular la derivada de f

```
syms F(x)
F(x) = s.*x.*exp(-x).*x./(x+m);
dF = diff(F);
disp('dF(u)=');
```

dF(u)=

```
disp(dF(pU));
```

1.382530831695387595471423520923

Y esto es mayor que 1. Respecto al punto v:

```
disp('dF(v)=');
```

dF(v)=

```
disp(dF(pV));
```

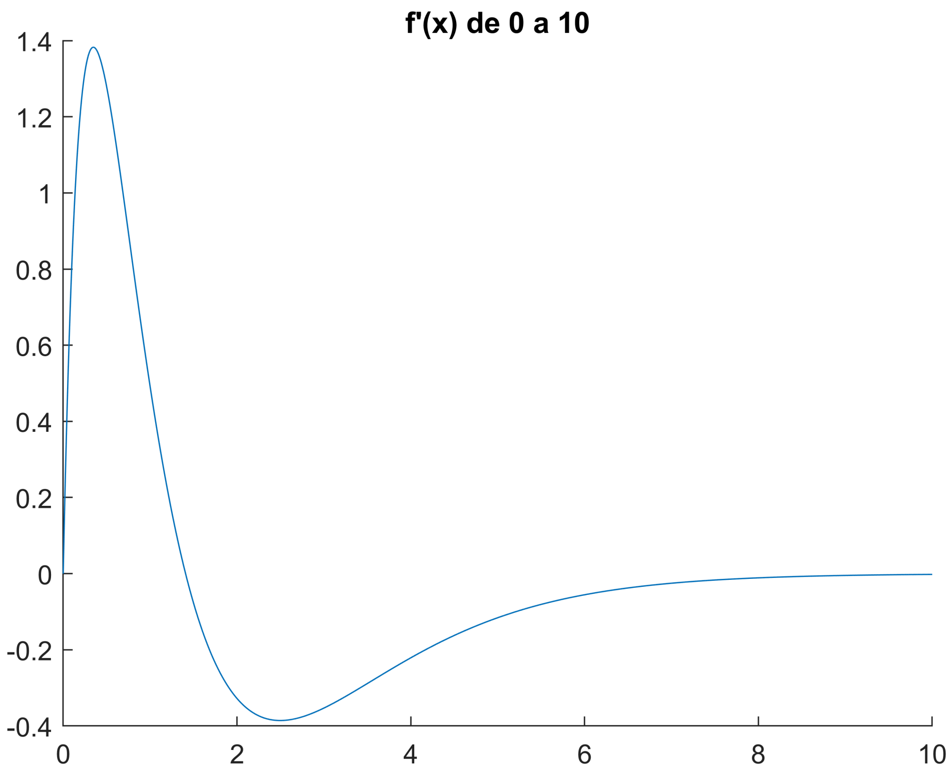
0.49783215288917625343765599574266

Que es menor que 1. Y tenemos la segunda hipótesis comprobada.

3-

Ploteamos f':

```
figure(5)
hold on
plot(z,dF(z));
title("f'(x) de 0 a 10");
hold off
```



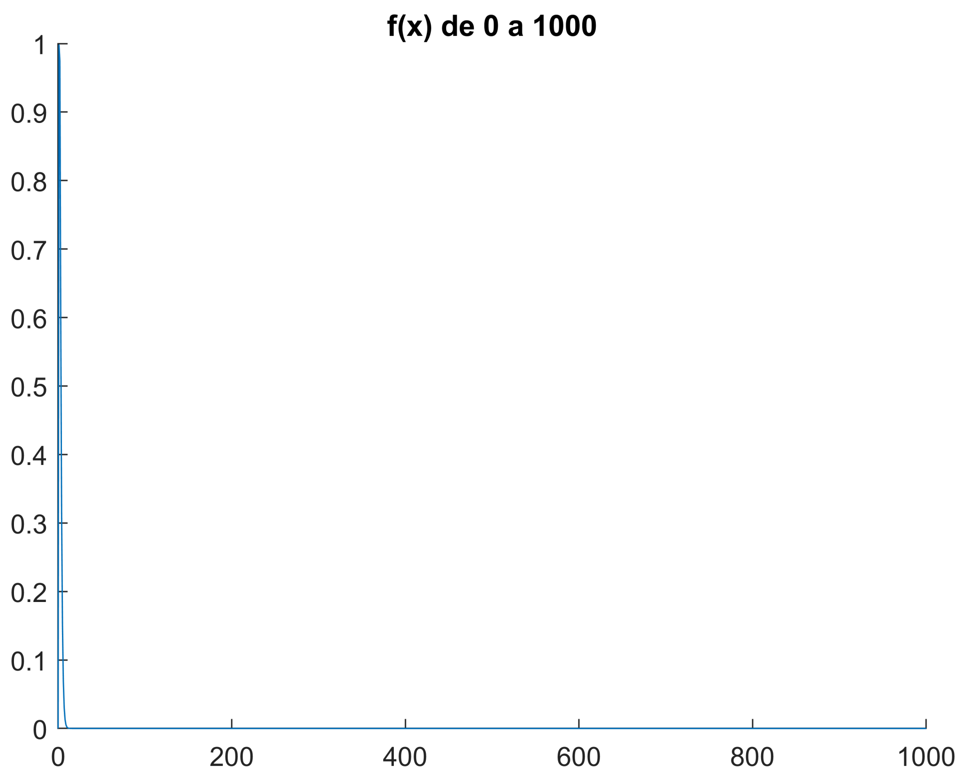
Y observamos como, efectivamente, tiene un único cero en (v, ∞) y ninguno en $(0, v)$.

4-

Por último, a pesar de que vemos que f se va acercando a 0 hasta 10, vamos a verlo para mayores valores, hasta 1000, y quedarnos más tranquilos:

```
X = 0:1000;

figure(6)
hold on
plot(X,f(X));
title("f(x) de 0 a 1000");
hold off
```



Y se observa que se va hacia 0.

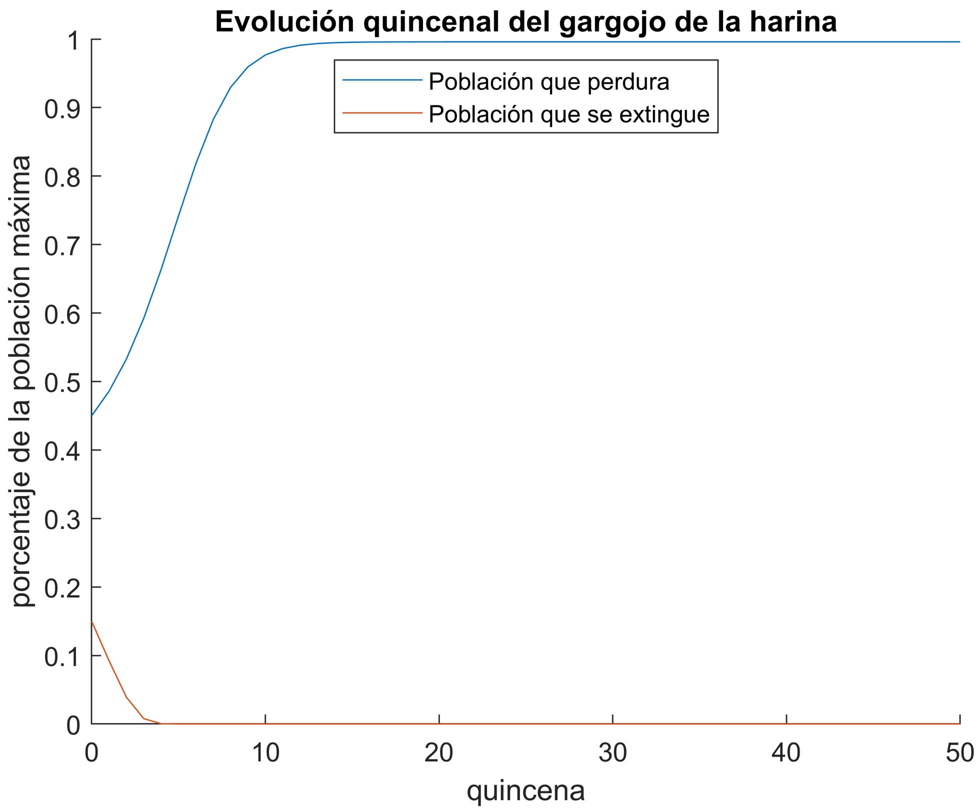
Por último, para conjeturar el resultado esperado, notamos primero que no tiene sentido pensar en x_n > 1, ya que estamos hablando de porcentajes. Por tanto, basándonos en las conclusiones del ejercicio 4.4, tenemos que:

- Si $0 \leq x_0 < 0.3517$, entonces la población irá a 0 y desaparecerá.
- Si $0.3517 \leq x_0 \leq 1$, entonces la población tenderá hacia el 0.996% del límite poblacional.

Comprobemos estas conjeturas:

```
figure(7)
```

```
hold on
plot(0:50, iteracion(f,0.45,50))
plot(0:50, iteracion(f,0.15,50));
legend('Población que perdura', 'Población que se extingue', 'Location', 'north')
title('Evolución quincenal del gargojo de la harina')
xlabel('quincena')
ylabel('porcentaje de la población máxima')
hold off
```



Y comprobamos la veracidad (aparente) de las afirmaciones anteriores.