Ejercicios

Curso académico 2020-21

1.- Dado el grafo siguiente, que representa el espacio de búsqueda de un problema modelizado mediante una **representación por estados**:

Estado	Sucesores de Estado (h=valor heurístico en Sucesor, c=costo desde Estado a Sucesor)
A (Inicio) (h=4)	**B** (h=4 c=1), **C** (h=3 c=1)
B	**D** (h=7 c=2), **E** (h=7 c=1)
C	**E** (h=7 c=2), **F** (h=2 c=3)
D	**G** (h=4 c=1)
E	**I** (h=0 c=7)
F	**H** (h=3 c=12)
G	**I** (h=0 c=4)
H	**I** (h=0 c=10)
I (Meta)	NINGUNO

a) ¿Es la heurística definida en este problema admisible?, ¿verifica la propiedad de monotonía? ¿Qué nos indica dicha propiedad? Justifica las respuestas.

b) Resolver el problema mediante los siguientes procedimientos indicando claramente su evolución (utilizar Frontera y Cerrados).

  b.1) Búsqueda no informada "costo uniforme".

  b.2) Búsqueda primero el mejor avara (o voraz).

  b.3) Algoritmo A.

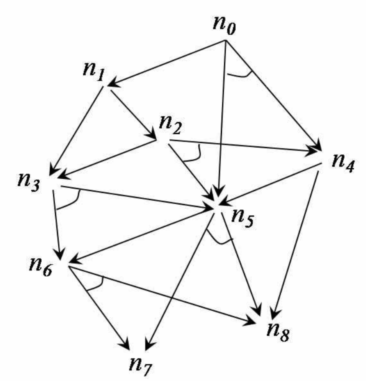
  b.4) BPMR (Búsqueda Primer el Mejor Recursiva).

  b.5) Ascensión de Colinas para minimizar y utilizando $f(n) = h(n)$, $\forall n$.

c) Analiza el comportamiento de los 5 procedimientos en este problema.

NOTA: En caso de empate entre algunos estados como candidatos para su expansión, se elegirán de izquierda a derecha si dichos estados están al mismo nivel de profundidad de la búsqueda, o el más profundo si están a distintos niveles.

2.- Consideremos el grafo siguiente que representa el espacio de búsqueda de un problema modelizado mediante una representación por reducción del problema.



Supongamos que el coste de cada k-conector vale k y que se tiene los siguiente valores para la función heurística h de estimación del coste del grafo solución óptimo desde cada nodo:

$h(n_0) = 2$	$h(n_3) = 3$	$h(n_6) = 2$
$h(n_1) = 2$	$h(n_4) = 1$	$h(n_7) = 0$
$h(n_2) = 2$	$h(n_5) = 2$	$h(n_8) = 0$

Sabemos que n_0 es el nodo inicial y que los nodos terminales son n_7 y n_8.

a) Probar si la heurística es admisible.

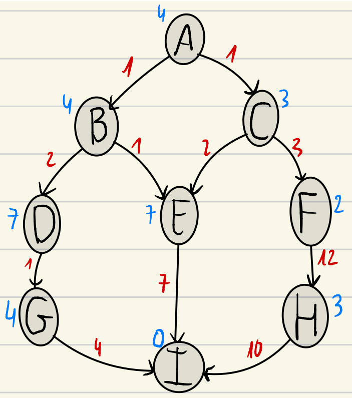
b) Describir la exploración de dicho grafo mediante el procedimiento YO.

c) ¿Será la solución obtenida ótpima? Justifica la respuesta.

1.- Dado el grafo siguiente, que representa el espacio de búsqueda de un problema modelizado mediante una **representación por estados**:

Estado	Sucesores de Estado (h=valor heurístico en Sucesor, c=costo desde Estado a Sucesor)
A (Inicio) (h=4)	**B** (h=4 c=1), **C** (h=3 c=1)
B	**D** (h=7 c=2), **E** (h=7 c=1)
C	**E** (h=7 c=2), **F** (h=2 c=3)
D	**G** (h=4 c=1)
E	**I** (h=0 c=7)
F	**H** (h=3 c=12)
G	**I** (h=0 c=4)
H	**I** (h=0 c=10)
I (Meta)	NINGUNO

a) ¿Es la heurística definida en este problema admisible?, ¿verifica la propiedad de monotonía? ¿Qué nos indica dicha propiedad? Justifica las respuestas.



No es admisible, pues $h(D) = 7 > 5 = h^*(D)$.

No es monótona, porque h monótona $\Rightarrow$ h admisible, así h no admisible $\Downarrow$ h no monótona.

También puede verse porque

$$h(D) = 7 > 5 = c(D,G) + h(G)$$

Como estamos en una búsqueda sobre grafos y h no es monótona, entonces no es consistente, y no podemos asegurar nada sobre la optimalidad de A* ni BPMR: puede resultar óptimo o no.

b) Resolver el problema mediante los siguientes procedimientos indicando claramente su evolución (utilizar Frontera y Cerrados).

b.1) Búsqueda no informada "costo uniforme".

b.2) Búsqueda primero el mejor avara (o voraz).

b.3) Algoritmo A.

b.4) BPMR (Búsqueda Primer el Mejor Recursiva).

b.5) Ascensión de Colinas para minimizar y utilizando $f(n) = h(n)$, $\forall n$.

(1)

Frontera	Cerrados
$A(0)$	—
$B_A(1)$, $C_A(1)$	$A(0)$
$D_B(3)$, $E_B(2)$, $C_A(1)$	$A(0)$, $B_A(1)$
$D_B(3)$, $E_B(2)$, $F_C(4)$	$A(0)$, $B_A(1)$, $C_A(1)$
$D_B(3)$, $I_E(9)$, $F_C(4)$	$A(0)$, $B_A(1)$, $C_A(1)$, $E_B(2)$
$G_D(4)$, $I_E(9)$, $F_C(4)$	$A(0)$, $B_A(1)$, $C_A(1)$, $E_B(2)$, $D_B(3)$
$I_D(8)$, $F_C(4)$	$A(0)$, $B_A(1)$, $C_A(1)$, $E_B(2)$, $D_B(3)$, $G_D(4)$
$I_D(8)$, $H_F(16)$	$A(0)$, $B_A(1)$, $C_A(1)$, $E_B(2)$, $D_B(3)$, $G_D(4)$, $F_C(4)$

$A \to B \to D \to I$

Costo 8

Pasos 8

(2)

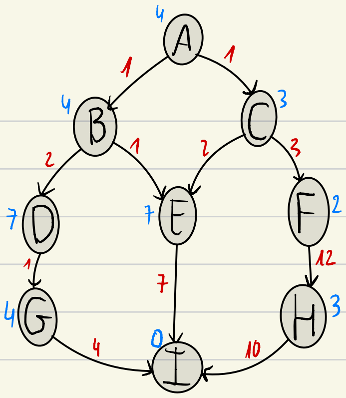
$f(n) = h(n)$

Frontera	Cerrados
$A(4)$	—
$B_A(4)$, $C_A(3)$	$A(4)$
$B_A(4)$, $E_C(7)$, $F_C(2)$	$A(4)$, $C_A(3)$
$B_A(4)$, $E_C(7)$, $H_F(3)$	$A(4)$, $C_A(3)$, $F_C(2)$
$B_A(4)$, $E_C(7)$, $I_H(0)$	$A(4)$, $C_A(3)$, $F_C(2)$, $H_F(3)$

$A \to C \to F \to H \to I$

Coste 26 $\to$ no optimo

Pasos 5



③ $f(n) = g(n) + h(n)$

Frontera	Cerrados
$A(4)$	—
$B_A(5)$, $C_A(4)$	$A(4)$
$B_A(5)$, $E_C(10)$, $F_C(6)$	$A(4)$, $C_A(4)$
$D_B(10)$, $E_B(9)$, $F_C(6)$	$A(4)$, $C_A(4)$, $B_A(5)$
$D_B(10)$, $E_B(9)$, $H_F(19)$	$A(4)$, $C_A(4)$, $B_A(5)$, $F_C(6)$
$D_B(10)$, $I_E(9)$, $H_F(19)$	$A(4)$, $C_A(4)$, $B_A(5)$, $F_C(6)$, $E_B(9)$

$A \to B \to E \to I$

Coste 9 no óptimo

Pasos 6

④

Frontera	Cerrados
$A(4)$	—
$B_A(5)$, $C_A(4)$	$A(4)$
$B_A(5)$, $E_C(10)$, $F_C(6)$	$A(4)$, $C_A(4)$
$D_B(10)$, $E_B(9)$, $C_A(6)$	$A(4)$, $B_A(5)$
$B_A(9)$, $E_C(10)$, $F_C(6)$	$A(4)$, $C_A(6)$
$B_A(9)$, $E_C(10)$, $H_F(19)$	$A(4)$, $C_A(6)$, $F_C(6)$
$D_B(10)$, $E_B(9)$, $C_A(10)$	$A(4)$, $B_A(9)$
$D_B(10)$, $I_E(9)$, $C_A(10)$	$A(4)$, $B_A(9)$, $E_B(9)$

$A \to B \to E \to I$

Coste 9 no óptimo

Pasos 8

⑤

Frontera	Cerrados
$A(4)$	—
$B_A(4)$, $C_A(3)$	$A(4)$
$E_C(7)$, $F_C(2)$	$A(4)$, $C_A(3)$
$H_F(3)$	$A(4)$, $C_A(3)$, $F_C(2)$

$A \to C \to F$ no solución

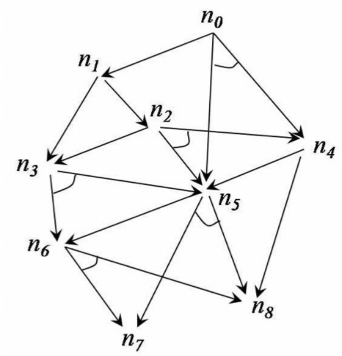
Pasos 4

c) Analiza el comportamiento de los 5 procedimientos en este problema.

	¿Solución?	¿Es óptima?	Tiempo	Espacio (máx estados almacenados)
Coste uniforme	Sí	Sí (8)	8	9
PM greedy	Sí	No (26)	5	7
A^*	Sí	No (9)	6	8
BPMR	Sí	No (9)	8	6
Asc. colinas	No	No (∞)	4	4

- La mejor opción es coste uniforme, la única que da la solución óptima, a costa de tardar un poco más y necesitar almacenar más estados.
- A^* y BPMR parecen dar soluciones notablemente mejores a greedy, usando prácticamente los mismos recursos.
- Si el tiempo es más importante que la memoria → A^*
- Si la memoria es más importante que el tiempo → BPMR
- La peor opción es ascensión de colinas, que ni siquiera obtiene una solución

2.- Consideremos el grafo siguiente que representa el espacio de búsqueda de un problema modelizado mediante una representación por reducción del problema.

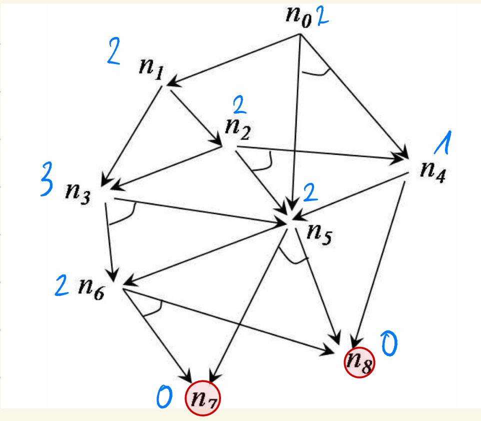


Supongamos que el coste de cada k-conector vale k y que se tiene los siguiente valores para la función heurística h de estimación del coste del grafo solución óptimo desde cada nodo:

$h(n_0) = 2$	$h(n_3) = 3$	$h(n_6) = 2$
$h(n_1) = 2$	$h(n_4) = 1$	$h(n_7) = 0$
$h(n_2) = 2$	$h(n_5) = 2$	$h(n_8) = 0$

Sabemos que n_0 es el nodo inicial y que los nodos terminales son n_7 y n_8.

a) Probar si la heurística es admisible.



Vamos a intentar ver que es monótona, pues monótona $\Rightarrow$ admisible.

$\underline{n_0}$ $h(n_0)=2$
$c_1 + h(1) = 1+2 \geq 2$ ✓
$c_{45} + h(4) + h(5) = 2+1+2 \geq 2$ ✓

$\underline{n_1}$ $h(n_1)=2$
$c_2 + h(2) = 1+2 \geq 2$ ✓
$c_3 + h(3) = 1+3 \geq 2$ ✓

$\underline{n_2}$ $h(n_2)=2$
$c_3 + h(n_3) = 1+3 \geq 2$ ✓
$c_{45} + h(4) + h(5) = 2+1+2 \geq 2$ ✓

$\underline{n_3}$ $h(n_3)=3$
$c_{56} + h(5) + h(6) = 2+2+2 \geq 3$ ✓

$\underline{n_4}$ $h(n_4)=1$
$c_5 + h(5) = 1+2 \geq 1$ ✓
$c_8 + h(8) = 1+0 = 1$ ✓

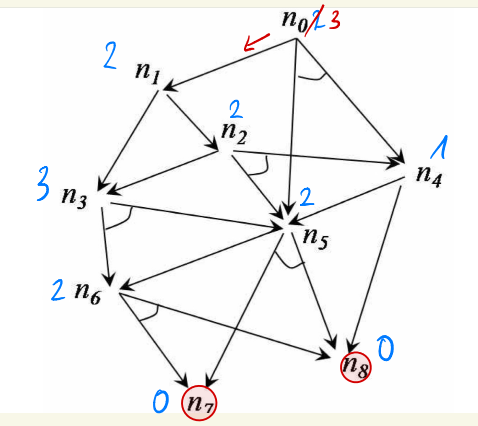
$\underline{n_5}$ $h(n_5)=2$
$c_{78} + h(7) + h(8) = \underbrace{2+0+0}_{2}$ ✓

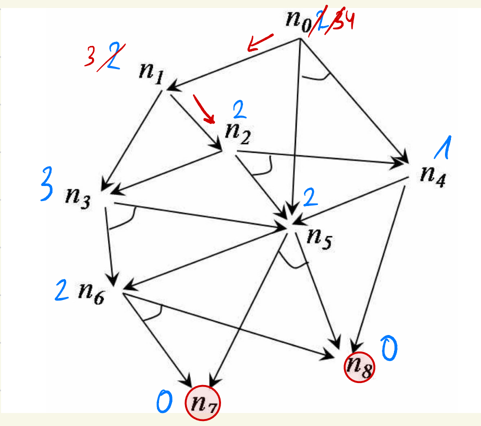
$\underline{n_6}$ $h(n_6)=2$
$c_{78} + h(7) + h(8) = 2$ ✓

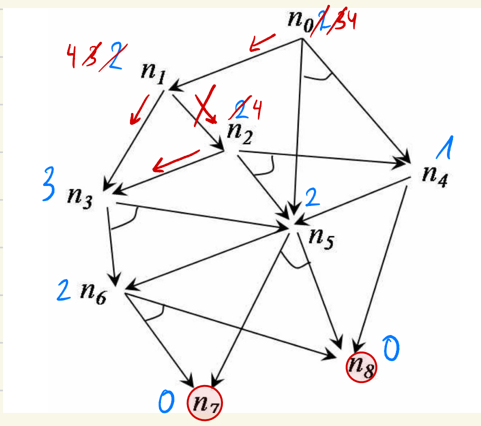
$\underline{n_7}$ ✓ $\underline{n_8}$ ✓

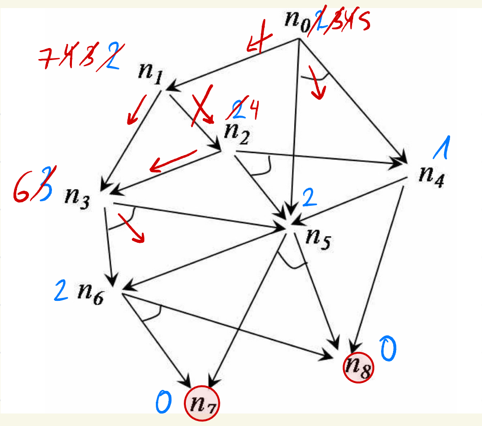
h es monótona, por tanto, también es admisible

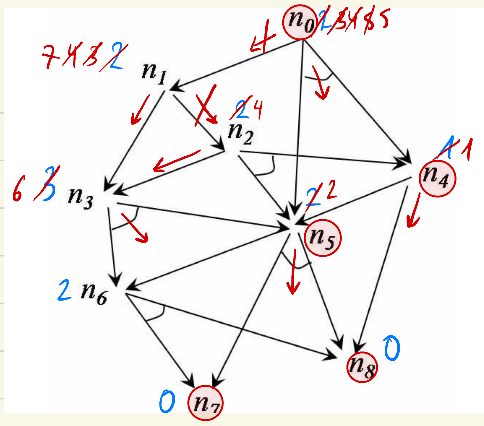
b) Describir la exploración de dicho grafo mediante el procedimiento YO.



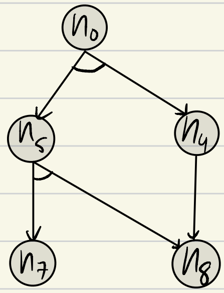








Solución



Coste 5

5.- Dado el puzzle de 8, queremos obtener conjunto mínimo de operadores que aplicados lo resuelva. Para ello, aplicar los siguientes procedimientos indicando los nodos que se generarían y el orden de expansión de los nodos, para el siguiente estado inicial y objetivo:

Inicial

1	3	4
8		2
7	6	5

Objetivo

1	2	3
8		4
7	6	5

a) Elegir un procedimiento sin información (sin heurística) que obtenga el tipo de solución elegida.

b) Procedimiento de búsqueda primero el mejor avara con la heurística h_1.

c) Procedimiento de búsqueda primero el mejor avara con la heurística h_2.

d) Procedimiento de tipo A con la heurística h_1.

e) Procedimiento de tipo A con la heurística h_2.

Las funciones heurísticas h_1 y h_2 son las siguientes:

Función heurística h_1: (número de fichas mal colocadas). Número de fichas mal colocadas del estado con respecto al objetivo.

Función heurística h_2: (suma de manhattan). La distancia de manhattan para una ficha es el número de columnas (en horizontal) y el número de filas (en vertical) que hay que mover esa ficha para pasar de su posición actual, en el estado x, a su posición esperada en el estado objetivo. La suma de manhattan es la suma de las distancias manhattan de las 8 fichas.

NOTA: Se asume que los operadores disponibles permiten mover el hueco hacia arriba, hacia la izquierda, hacia abajo y hacia la derecha y que su utilización se intentará en ese orden. En caso de empate entre algunos estados como candidatos para su expansión, se elegirán de izquierda a derecha si ellos están al mismo nivel de profundidad de la búsqueda, o el más profundo si están a distintos niveles. Se asume también que no se duplicarán estados, es decir, que no se generarán nodos correspondientes a estados que ya han sido generados previamente (es decir, tendremos como estructura subyacente un grafo).

Operadores permitidos y restricciones

Operador	**Precondición**	**Resultado**	**Comentario**
R_1	$A(i,j) = 0,\ i > 1$	$A'(i-1,j) = 0;\ A'(i,j) = A(i-1,j)$	Mover hueco hacia arriba
R_2	$A(i,j) = 0,\ j > 1$	$A'(i,j-1) = 0;\ A'(i,j) = A(i,j-1)$	Mover hueco a la izquierda
R_3	$A(i,j) = 0,\ i < 3$	$A'(i+1,j) = 0;\ A'(i,j) = A(i+1,j)$	Mover hueco hacia abajo
R_4	$A(i,j) = 0,\ j < 3$	$A'(i,j+1) = 0;\ A'(i,j) = A(i,j+1)$	Mover hueco a la derecha

5.- Dado el puzzle de 8, queremos obtener conjunto mínimo de operadores que aplicados lo resuelva. Para ello, aplicar los siguientes procedimientos indicando los nodos que se generarían y el orden de expansión de los nodos, para el siguiente estado inicial y objetivo:

Inicial

1	3	4
8		2
7	6	5

Objetivo

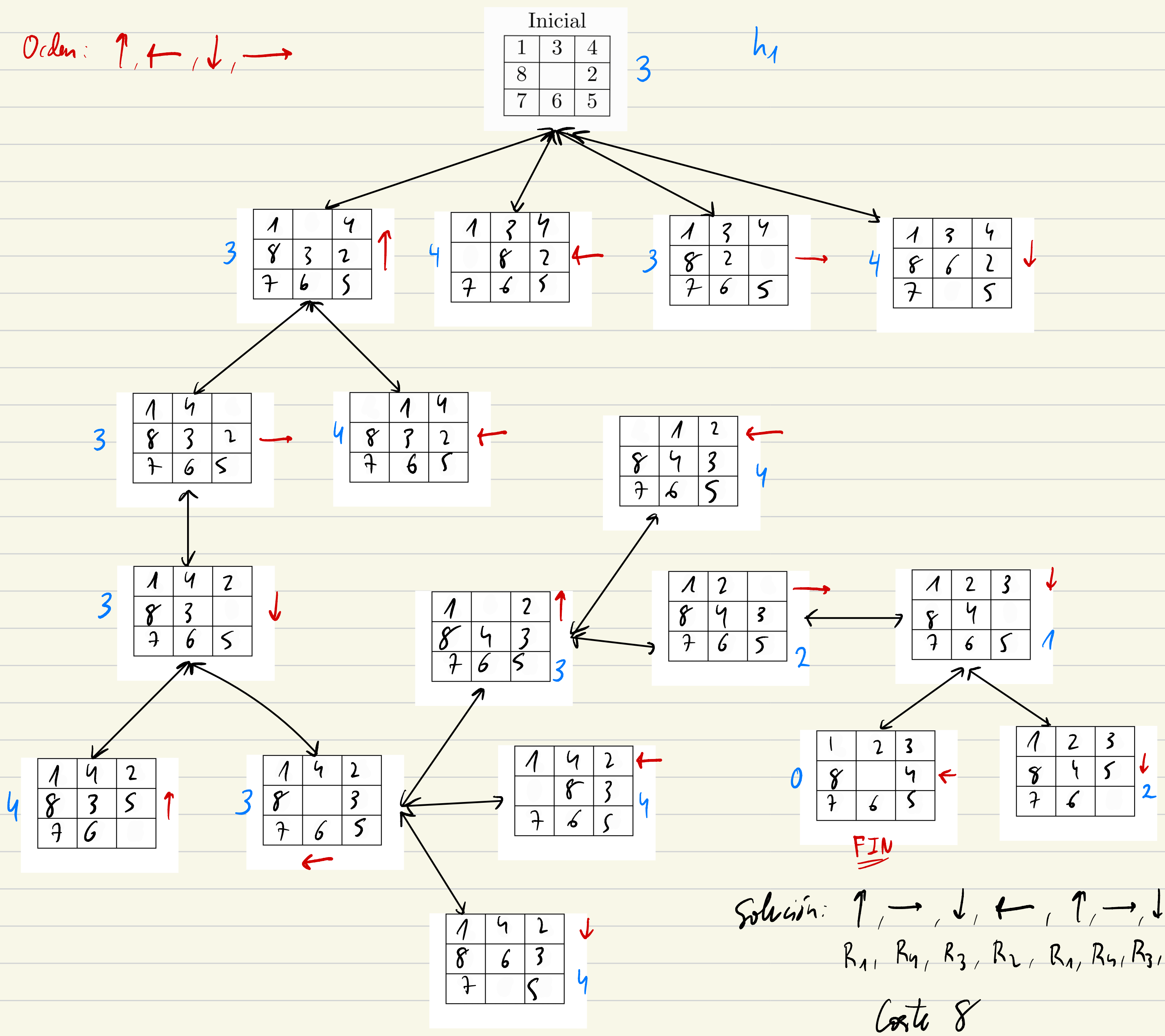
1	2	3
8		4
7	6	5

a) Elegir un procedimiento sin información (sin heurística) que obtenga el tipo de solución elegida.

Podemos usar BPA, BPP, Costo Uniforme o BPPI (con BPPL no podemos asegurarlo). Todas estas proporcionan solución óptima porque el espacio de búsqueda es finito.

b) Procedimiento de búsqueda primero el mejor avara con la heurística h_1.

Orden: ↑, ←, ↓, →



Solución: ↑, →, ↓, ←, ↑, →, ↓, ←

$R_1, R_4, R_3, R_2, R_1, R_4, R_3, R_2$

Coste 8

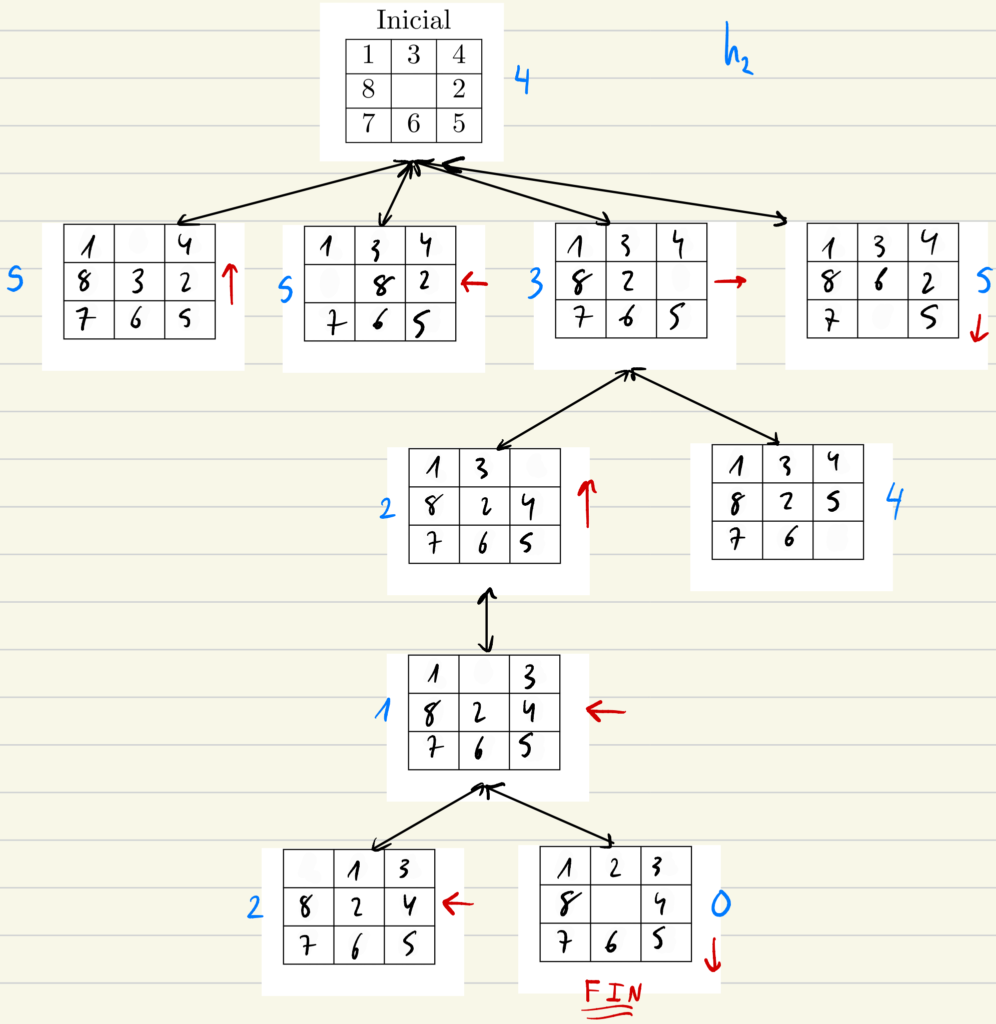
Pasos 8

c) Procedimiento de búsqueda primero el mejor avara con la heurística h_2.

Orden:

$\uparrow \; \leftarrow \; \downarrow \; \rightarrow$

h_2



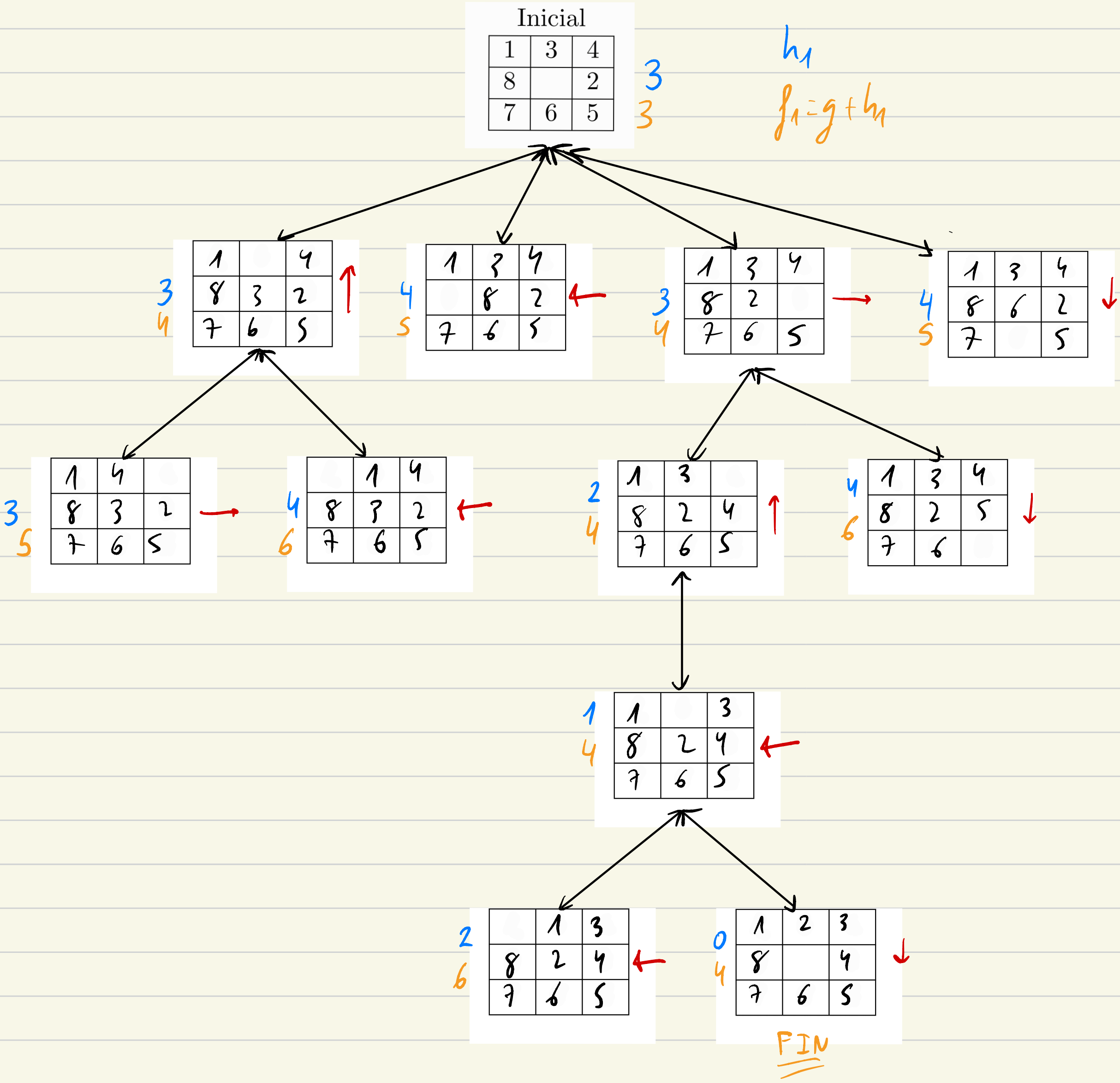
Solución: $\rightarrow$, $\uparrow$, $\leftarrow$, $\downarrow$

R_4, R_1, R_2, R_3

Coste 4

Pasos 4

d) Procedimiento de tipo A con la heurística h_1.

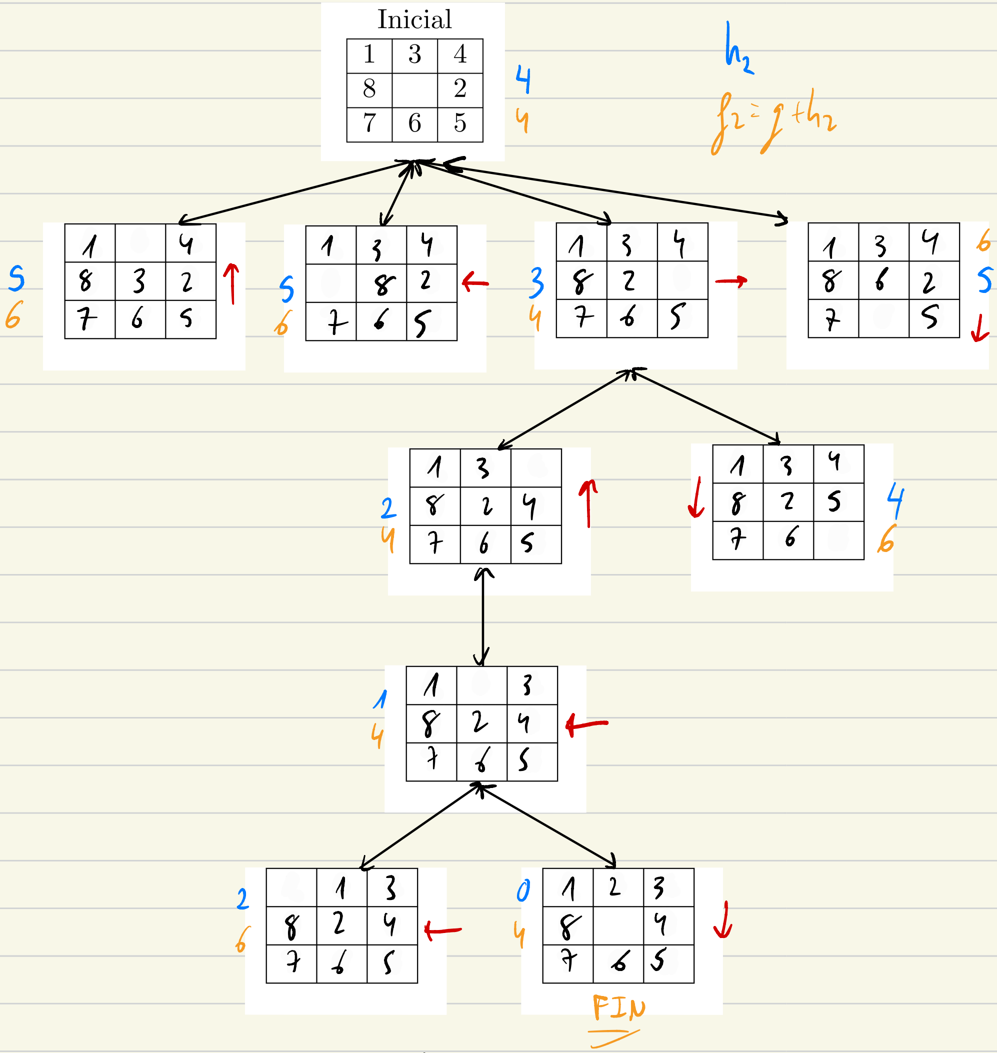


Solución (óptima): R_4, R_1, R_2, R_3

Coste 4

Pasos 5

e) Procedimiento de tipo A con la heurística h_2.



Solución (óptima): R_4, R_1, R_2, R_3

Coste 4

Pasos 4