

ANM - Tarea 2

Jose Antonio Lorencio Abril

19-3-2020

Hacer dos pasos del método del gradiente conjugado empezando en el vector $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ con el sistema

$$\begin{cases} 10x_1 & -x_2 & & = 9 \\ -x_1 & 10x_2 & -2x_3 & = 7 \\ & -2x_2 & 10x_3 & = 6 \end{cases}$$

y comparar los resultados con los de la tarea 1.

$$x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow r_0 = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} \rightarrow v_0 = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$y_1 = \begin{pmatrix} 83 \\ 49 \\ 46 \end{pmatrix} \rightarrow t_1 = 0.1215$$

$$x_1 = \begin{pmatrix} \frac{10935}{10000} \\ \frac{8505}{10000} \\ \frac{729}{1000} \end{pmatrix} \rightarrow r_1 = \begin{pmatrix} \frac{-10845}{10000} \\ \frac{10465}{10000} \\ \frac{411}{1000} \end{pmatrix}$$

$$s_1 = 0.0147 \rightarrow v_1 = \begin{pmatrix} \frac{-9522}{10000} \\ \frac{11494}{10000} \\ \frac{4992}{10000} \end{pmatrix}$$

$$y_2 = \begin{pmatrix} \frac{-53357}{5000} \\ \frac{57239}{5000} \\ \frac{6733}{2500} \end{pmatrix} \rightarrow t_2 = 0.0989$$

$$x_2 = \begin{pmatrix} \frac{9993}{10000} \\ \frac{9642}{10000} \\ \frac{7784}{10000} \end{pmatrix} \rightarrow r_2 = \begin{pmatrix} \frac{1032}{10000} \\ \frac{516}{10000} \\ \frac{2328}{10000} \end{pmatrix}$$

Para comparar los resultados voy a calcular la norma del residual tras la segunda iteración, r_2 , en los tres métodos de la primera tarea y en este. Nótese que, en la tarea 1 puse como r_2 el que resultaba en el desarrollo del algoritmo, aquí voy a recalcular como $b - Ax_2$ para Gauss-Seidel y para relajación, pues estos algoritmos van calculando r_i aparte, y no se corresponde con el residual exactamente. También lo haré para este mismo método. Queda, entonces:

$$\| r_J \| = 0.58566; \quad \| r_{GS} \| = 0.17179; \quad \| r_R \| = 0.145797; \quad \| r_{GC} \| = 0.17035$$

Por tanto, vemos como el residual en el método del gradiente conjugado es muy parecido a los de Gauss-Seidel y relajación, y estos tres parecen mejores que el de Jacobi. Sin embargo, 2 iteraciones son pocas y habría que estudiar cómo evolucionan estos residuales al avanzar en el algoritmo.