Ejercicio 5.1

Jose Antonio Lorencio Abril

a)

Por un lado tenemos $F = m \cdot x''$ y por otro $F = -k \cdot x - c \cdot x'$. Es decir,
$m \cdot x'' = -k \cdot x - c \cdot x' \Longleftrightarrow k \cdot x + c \cdot x' + m \cdot x'' = 0$.

Sustituyendo los valores concretos del enunciado, obtenemos la ecuación diferencial $k \cdot x + c \cdot x' + 3.3x'' = 0$.

Y vamos a resolverla, aplicando las condiciones iniciales:

```
syms x(t)
dx = diff(x,1)
```

dx(t) =

$$\frac{\partial}{\partial t}\, x(t)$$

```


syms k, syms c
ode = k*x+c*diff(x,1)+3.3*diff(x,2)==0
```

ode(t) =

$$\frac{33\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\, x(t)}{10} + c\,\frac{\partial}{\partial t}\, x(t) + k\, x(t) = 0$$

```
xSol(t) = dsolve(ode, [x(0)==1 dx(0)==0])
```

xSol(t) =

$$\frac{\sqrt{5}\, \mathrm{e}^{-t\left(\frac{5c}{33}-\frac{\sqrt{5}\,\sigma_1}{33}\right)}\left(5c+\sqrt{5}\,\sigma_1\right)}{10\,\sigma_1} - \frac{\mathrm{e}^{-t\left(\frac{5c}{33}+\frac{\sqrt{5}\,\sigma_1}{33}\right)}\left(\sqrt{5}\,c-\sigma_1\right)}{2\,\sigma_1}$$

where

$$\sigma_1 = \sqrt{5\,c^2 - 66\,k}$$

b)

Ahora introducimos los datos:

```
time = [0,2,4,6,8,10]
```

```
time = 1×6
     0     2     4     6     8    10
```

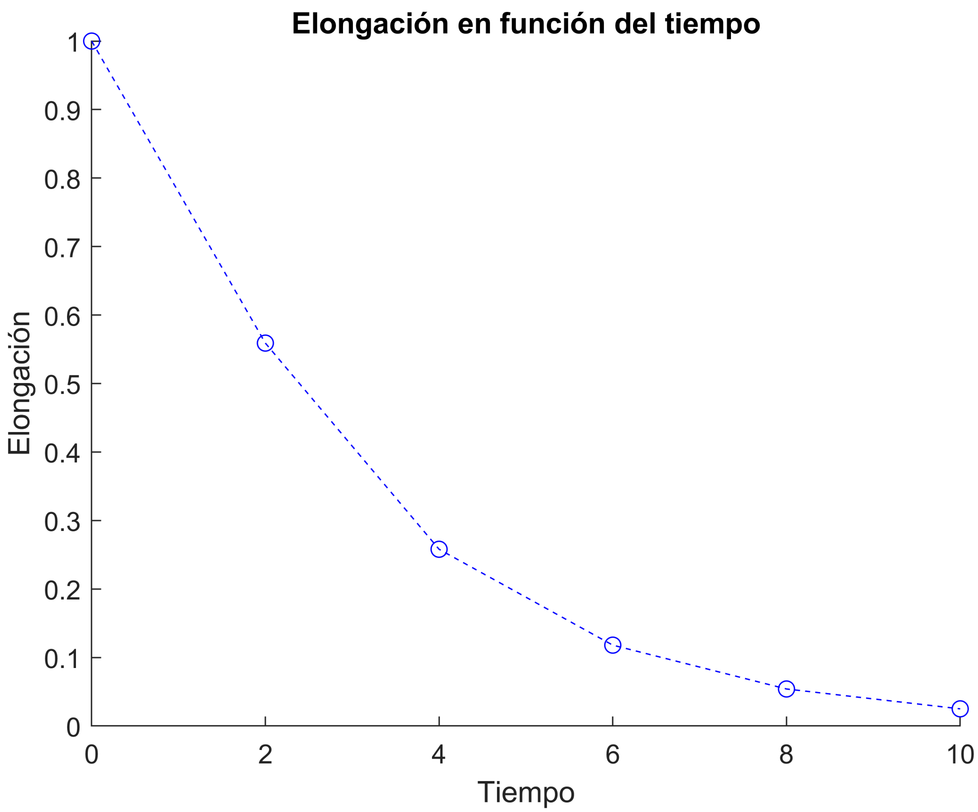
```
dis = [1, 0.559, 0.258, 0.118, 0.054, 0.025]
```

```
dis = 1×6
```

```
    1.0000    0.5590    0.2580    0.1180    0.0540    0.0250
```

Y lo ploteamos:

```
figure(1)
hold on
plot(time, dis, 'o--b')
title('Elongación en función del tiempo')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Elongación')
hold off
```



Por lo que se observa en la gráfica, el comportamiento será sobreamortiguado o críticamente amortiguado, aunque esta condición es muy fuerte y complicado que se dé exactamente en un caso práctico.

c)

Por último, vamos a calcular k y c, usando mínimos cuadrados.

```
func = matlabFunction(xSol);
func2 = @(a, T) func(T, a(1), a(2))
```

```
func2 = function_handle with value:
    @(a,T)func(T,a(1),a(2))
```

```
x0 = [1, 1];
a = lsqcurvefit(func2, x0, time, dis)
```

```
Local minimum found.
```

```
Optimization completed because the size of the gradient is less than
the value of the optimality tolerance.

<stopping criteria details>
a = 1×2 complex
   8.2468 - 0.0000i   2.7143 - 0.0000i
```

Es decir, tenemos que $c = 8.2468$ y $k = 2.7143$.

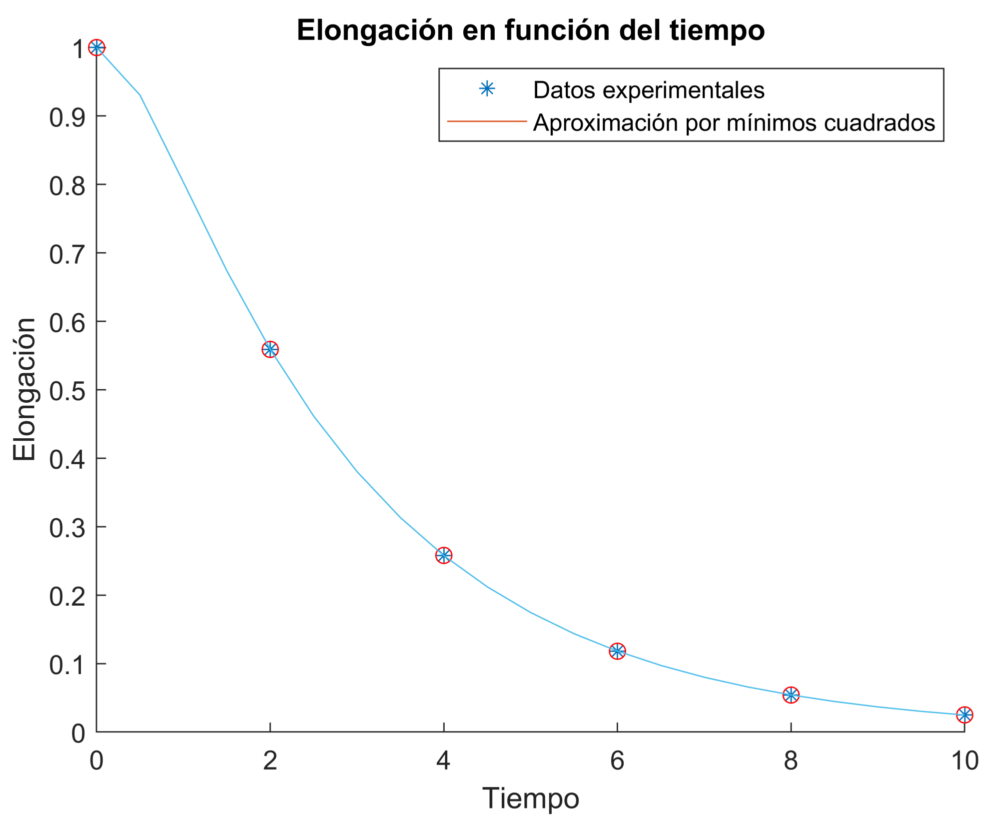
Para visualizar el ajuste, ploteamos:

```
tt = 0:0.5:10;
ft = func2(a,tt);

figure(2)
hold on
plot(time, dis, 'or')
plot(tt, ft, 'LineStyle',"-")
```

```
Warning: Imaginary parts of complex X and/or Y arguments ignored.
```

```
legend('Datos experimentales', 'Aproximación por mínimos cuadrados')
title('Elongación en función del tiempo')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Elongación')
hold off
```



El ajuste es muy bueno.

Comprobemos si es sobreamortiguado:

```
del = a(1)^2-4*3.3*a(2)
```

```
del = 32.1815 - 0.0000i
```

Obteniendo $\Delta = 32.1815 > 0$, que es claramente un caso sobreamortiguado, como conjeturamos en el apartado b.