

# Mind Tricks

Pavel & Pavel

12 сентября 2013 г.

# Оглавление

1	Задачи	2
2	Решения	5

# Глава 1

## Задачи

**Задача 1.** *Есть  $N$  чуваков, какие-то из них честные, какие-то нет. Известно, что среди них больше  $\frac{N}{2}$  честных. Все  $N$  чуваков знают друг о друге, кто честный, а кто нет. Между ними можно делать очные ставки. Берется 2 чувака, и каждый из них говорит, честный ли второй. При этом честные чуваки всегда говорят правду, а нечестные могут говорить как правду, так и неправду.*

*Требуется за  $\leq 2N$  очных ставок определить, кто честный, а кто нет (кто врет, а кто не врет).*

**Задача 2.** *Есть массив из  $2N + 1$  целых 32/64-битных чисел.  $N$  чисел встречаются ровно по 2 раза, а одно встречается только 1 раз.*

*Требуется за 1 проход по массиву определить это число.*

**Задача 3.** *Есть массив из  $2N + 2$  целых 32/64-битных чисел.  $N$  чисел встречаются ровно по 2 раза, а ДВА из них встречаются только 1 раз.*

*Требуется за  $O(N)$  определить эти 2 числа.*

**Задача 4.** *Есть массив из  $N$  чисел. Известно, что есть число, встречающееся в нём больше, чем  $\frac{N}{2}$  раз.*

*Требуется найти это число за 1 проход массива.*

**Задача 5.** *Есть массив из  $N$  чисел.*

*Придумать, как в нём найти все числа, встречающиеся больше, чем  $\frac{N}{K}$  раз, за линейное относительно  $N$  время.*

*Подсказка: сложность должна быть  $O(N \log K)$*

**Задача 6.** В одной стране есть деревня волшебников и деревня гномов. Раз в год волшебники приходят в деревню к гномам и проводят "зачистку".

Для этого они выстраивают гномов в одну колонну по росту. При этом каждый гном видит только гномов меньшего роста, т.е. стоящих перед ним.

На каждого гнома надевают либо белую, либо черную шляпу (предполагается, что и белых и черных шляп имеется бесконечно много).

Каждого гнома, начиная с самого высокого, спрашивают о том, какого цвета шляпа сейчас на нем.

Если гном ошибается, то его убивают (остальные гномы могут слышать ответ, но не знают, правильный он был или нет).

Какую стратегию нужно использовать гномам, чтобы минимизировать потери при "зачистке"? Сколько при оптимальной стратегии будет убито гномов?

**Задача 7.** Есть круглый стол неизвестного диаметра и бесконечное число одинаковых круглых монет. Двое играют в игру по следующим правилам: на каждом своем ходу, игрок должен положить монету на стол так, чтобы она лежала на нем полностью и не перекрывала другие монеты на столе.

Выигрывает тот, кто делает последний возможный ход (после него больше нельзя положить монету на стол).

Есть ли выигрышная стратегия для какого-нибудь из игроков? Если да, то какая и кто при ней выигрывает?

**Задача 8.** Есть строка длины  $N$ .

Требуется сделать циклический сдвиг строки на  $M$  символов за линейное (относительно  $N$ ) время, используя константное количество памяти.

**Задача 9.** Есть строка длины  $N$ . В данной задаче будем считать словом любую последовательность символов, не содержащую пробела. В строке между словами может быть лишь один пробел.

Требуется инвертировать порядок слов в строке за линейное (относительно  $N$ ) время, используя константное количество памяти.

**Задача 10.** Есть прямоугольный торт с вырезанным из него прямоугольным куском произвольного размера и ориентации.

Как одним прямолинейным разрезом поделить торт на 2 равные по площади части?

**Задача 11.** *Есть две веревки и коробок спичек. Каждая из веревок горит ровно час, но этот процесс может быть и не однородным, т.е. первая её половина может сгореть за 10 минут, а вторая - за оставшиеся 50 минут.*

*Требуется отмерять ровно 45 минут, используя только эти две веревки.*

**Задача 12.** *Есть бесконечная клетчатая лента, шириной в одну клетку, и два робота, которые стартуют в различных клетках этой ленты.*

*Оба робота работают по одной и той же программе, написанной на специальном языке. В этом языке всего несколько команд:*

- ***move\_left n*** - команда для перехода влево на *n* шагов (*n* задается при написании программы);
- ***move\_right n*** - команда для перехода вправо на *n* шагов (*n* задается при написании программы);
- ***if <условие>*** - оператор условного перехода;
- ***while <условие>*** - цикл с условием;
- ***mark*** - команда для того, чтобы робот пометил текущую клетку;
- ***unmark*** - команда для того, чтобы робот убрал пометку из текущей клетки, если она там была;
- ***check\_mark*** - команда, проверяющая, не помечена ли текущая клетка. Может использоваться в качестве условия;

*Требуется написать такую программу для этих роботов, чтобы работая по ней, они гарантированно встретились.*

# Глава 2

## Решения