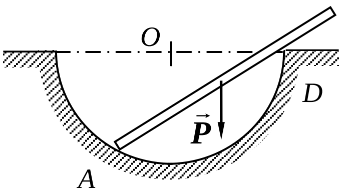
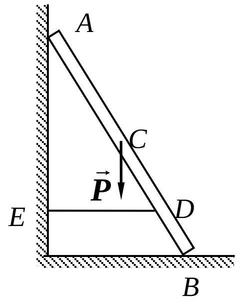
第一篇　　静力学

一、静力学公理和物体的受力分析

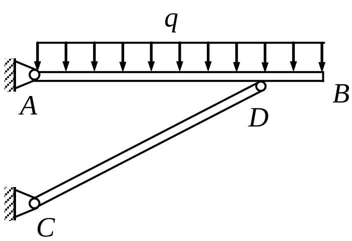
1-1. 下列习题中假定接触处都是光滑的，物体的重量除图上注明者外均略去不计。画出下列指定物体的受力图。



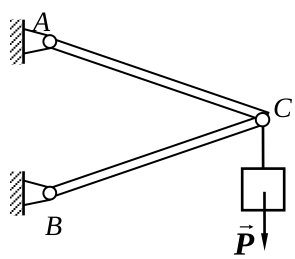
(a) 杆 *AB*



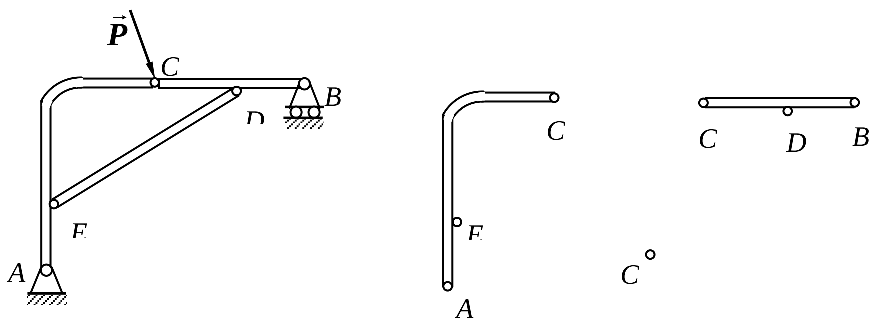
(b) 杆 *AB*



(c) 杆 *AB*

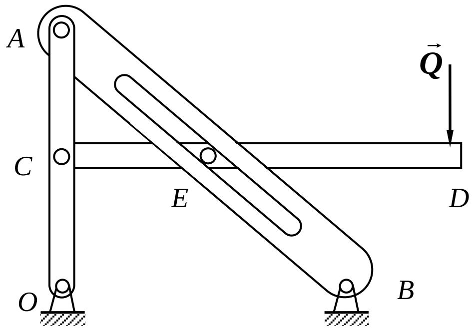


(d) 杆 *AC*, 杆 *BC*, 销 *C*

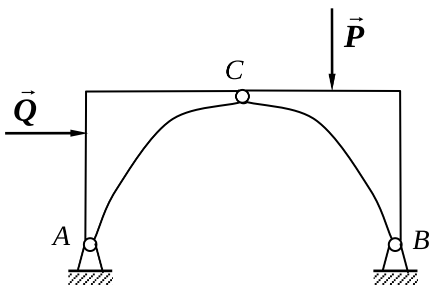


(e) 杆 *AC*, 杆 *BC*, 销 *C*

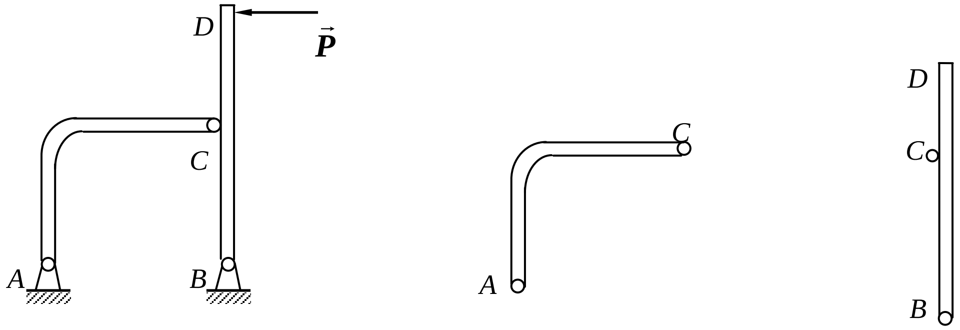
1-2. 画出下列各物系中指定物体的受力图和整个系统的受力图。物体自重均不计。



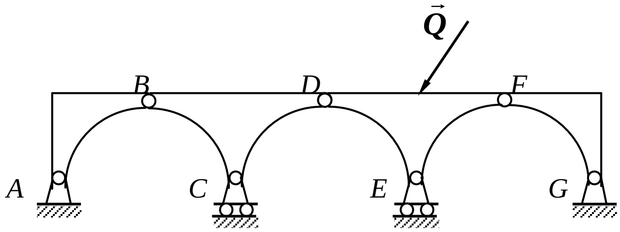
(a) *AB*, *CD*



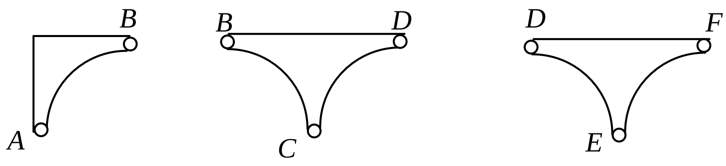
(b) *AC*, *BC*



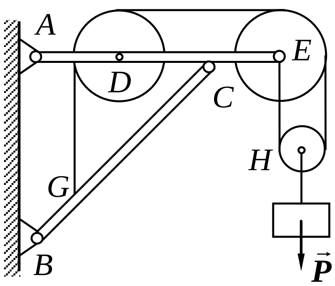
(c) *AC*, *BD*



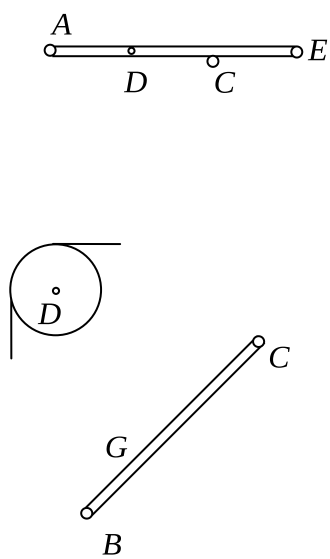
(d)　*AB*, *BCD*, *DEF*

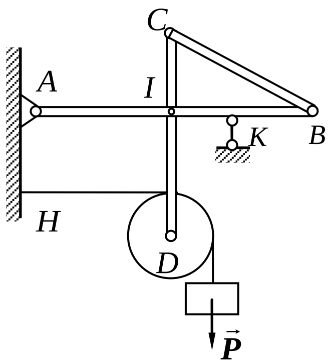


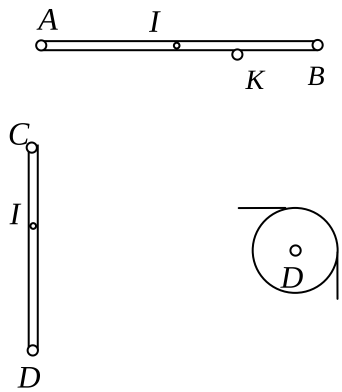
1-3. 如图所示各构架中，除标识重物外，各构件自重均不计，画出下列各物系中指定物体的受力图和整个物系的受力图。。



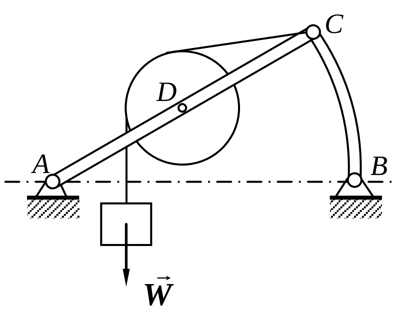
(a)　杆 *AE*，*BC* 和轮 *D*



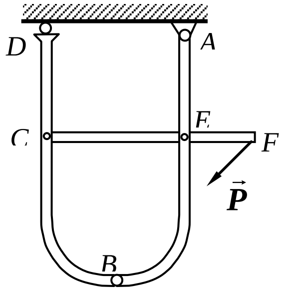


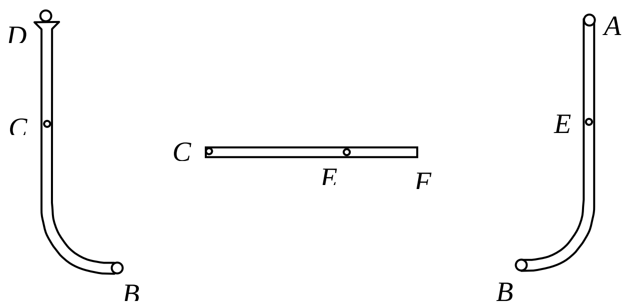


(b) 杆 *AB*，*CD* 和轮 *D*



(c) 杆 *AC*，*BC* 和轮 *D*

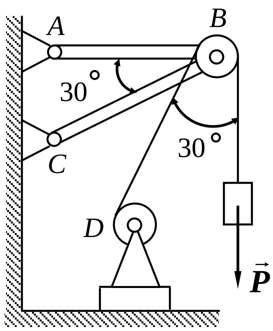




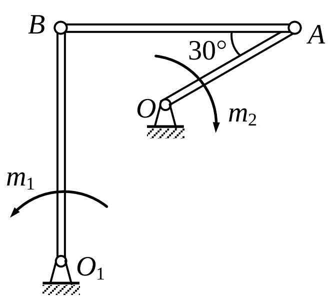
(d) 杆 *AB*，*BD* 和 *CF*

二、平面力系

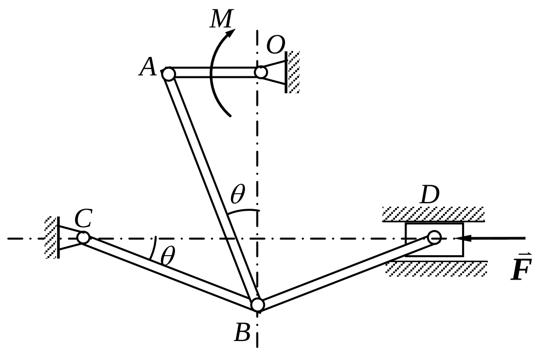
2-1. 物体重 P=20kN，用绳子挂在支架的滑轮 B 上，绳子的另一端接在绞车 D 上，如图所示，转动绞车物体便能升起。设滑轮的大小及其中的摩擦略去不计，A、B、C 三处均为铰链连接。当物体处于平衡状态时，试求拉杆 AB 和支杆 CB 所受的力。



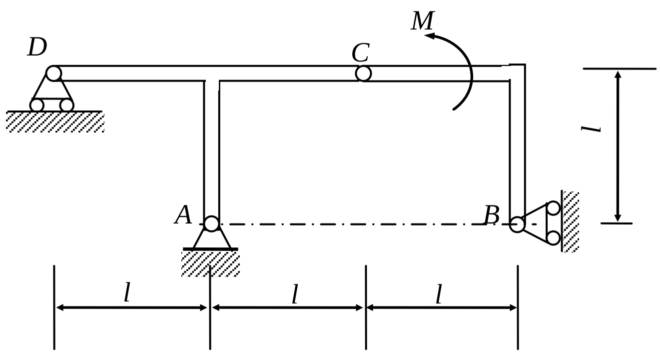
2-2. 四连杆机构 $OABO_1$，在图示位置平衡。已知 OA= 40cm，O_1B = 60cm，作用在曲柄 OA 上的力偶矩大小为 $m_2=1\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$，不计杆重，求作用在 O_1B 上的力偶矩 m_1 的大小及连杆 AB 所受的力。



2-3. 图示机构中，曲柄 OA 上作用一力偶，其矩为 M，滑块 D 上作用水平力 $\boldsymbol{F}$。已知 $OA = a$，$BC = BD = l$。求当机构在图示位置平衡时，力 $\boldsymbol{F}$ 与力偶矩 M 的关系。

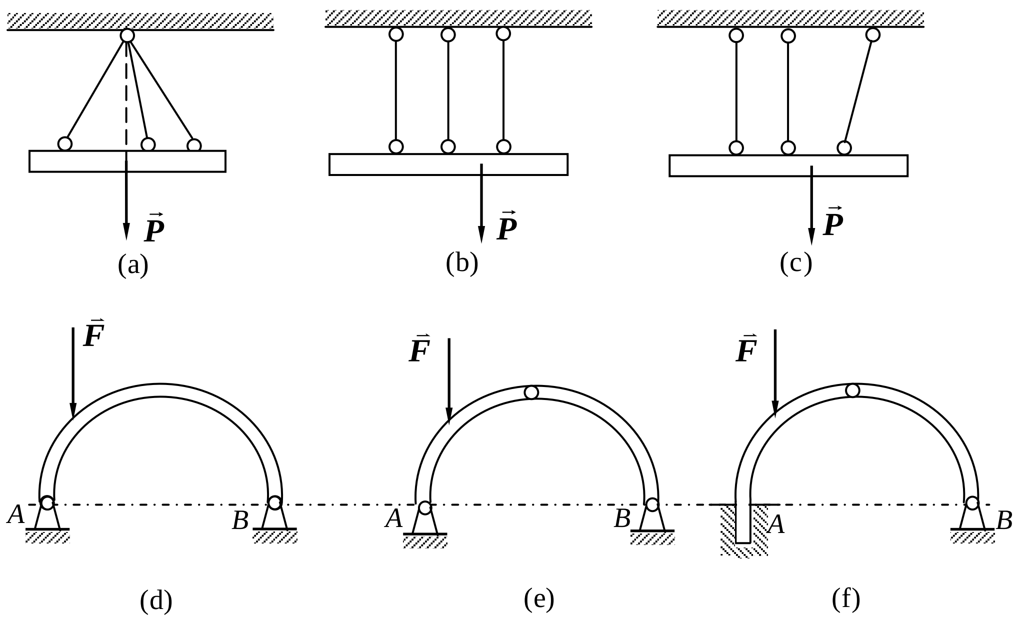


2-4. 在图示结构中，各构件的自重略去不计，在构件 BC 上作用一力偶矩为 M 的力偶，各尺寸如图，求支座 A 的约束力。

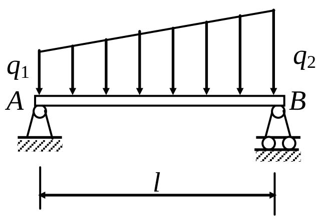


班级　　　　　　　　学号　　　　　　　　姓名　　　　　　　　日期

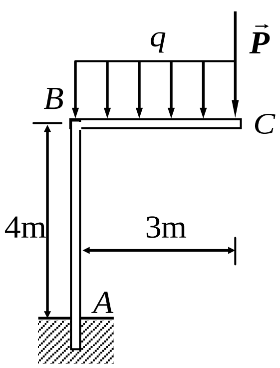
2-5. 简明回答下列问题：怎样判定静定和静不定问题？图中所示的六种情况哪些是静定问题，哪些是静不定问题？为什么？



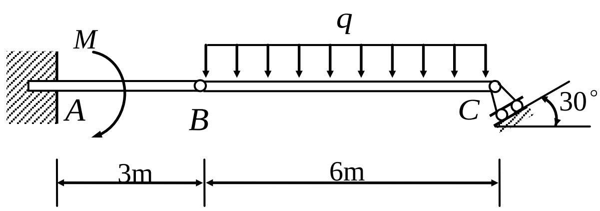
2-6. 简支梁如图，梯形载荷的集度分别为 q_1、q_2，求支座 A、B 处的反力。



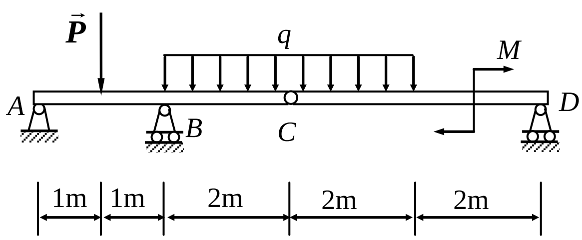
2-7.　　刚架尺寸如图，已知 q=4kN/m, P=5kN，求固定端 A 处的约束力。



2-8. 求下列各梁的支座反力和中间铰处的约束反力。

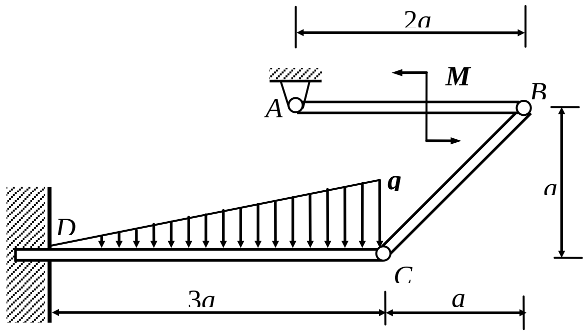


(a) 已知 q=20kN/m，M=40kN·m

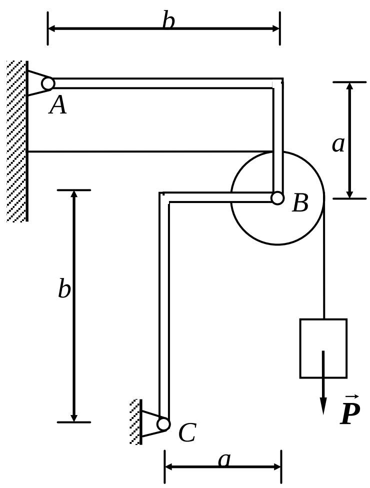


(b) 已知 P=5kN，q=2.5kN/m，M=5kN·m

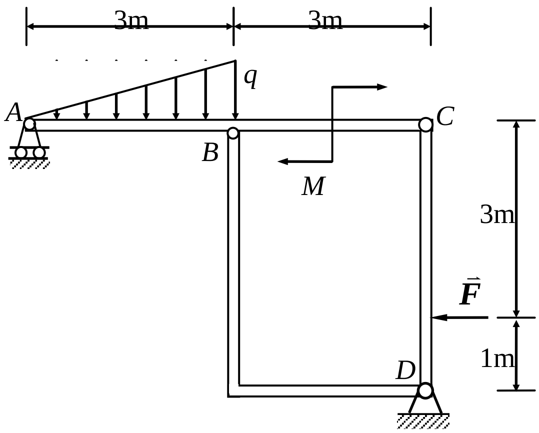
2-9. 图示平面构架，构件 AB 上作用一个矩为 M 的力偶，梁 DC 上作用一最大集度为 $\boldsymbol{q}$ 的线性分布载荷，各构件重量均不计，试求支座 A、D 处的约束力。



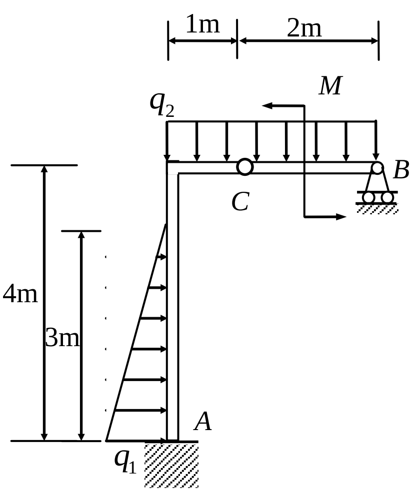
2-10. 图示机架上挂一重 P 的物体，各构件的尺寸如图示。不计滑轮及杆的自重与摩擦，求支座 A、C 的约束力。



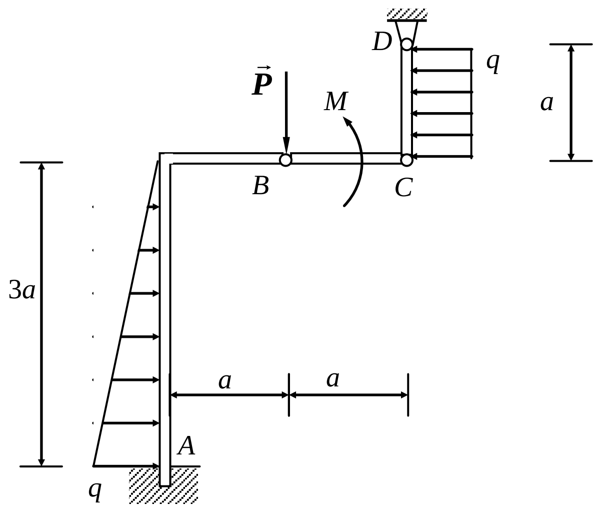
2-11.　　平面构架的尺寸及支座如图所示，三角形分布载荷的最大集度 q= 2kN/m，M =10kNm，F=2kN，各杆自重不计。求铰支座 D 处的销钉对杆 CD 的作用力。



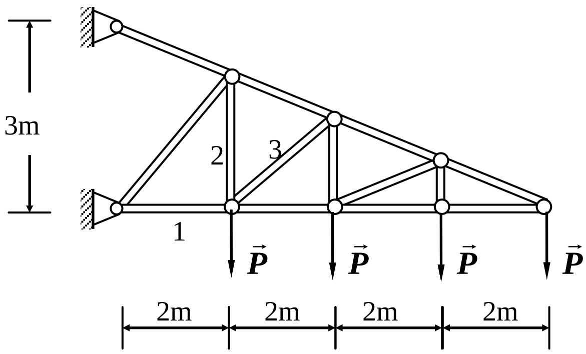
2-12.　　图示结构由 AC 和 CB 组成。已知线性分布载荷 $q_1 = 3\,\text{kN/m}$，均布载荷 $q_2 = 0.5\,\text{kN/m}$，$M = 2\,\text{kN}\cdot\text{m}$，尺寸如图。不计杆重，求固定端 A 与支座 B 的约束力和铰链 C 的内力。



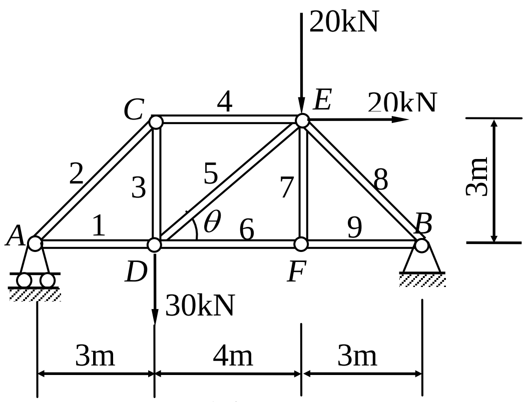
2-13. 图示构架由直杆 BC，CD 及直角弯杆 AB 组成，各杆自重不计，载荷分布及尺寸如图。销钉 B 穿透 AB 及 BC 两构件，在销钉 B 上作用集中力 F。已知 q，a，M，且 $M = qa^2$。求（1）固定端 A 的约束力及销钉 B 对 BC、AB 杆的作用力。



2-14.　　已知桁架结构及其受力如图。试用截面法求杆 1、2、3 的内力。

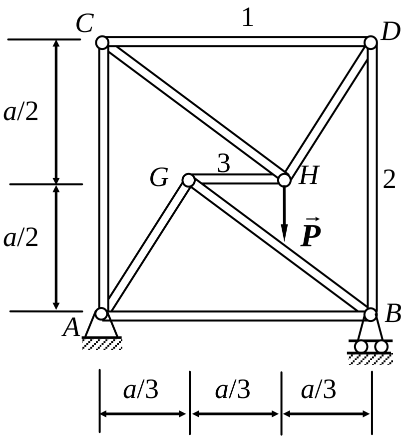


2-15.　用节点法求图示桁架各杆件的内力。

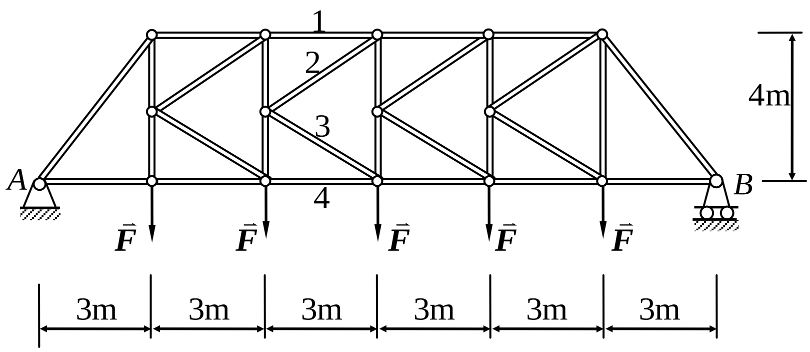


图(a)

2-16.　　已知载荷 ***P*** 及尺寸，求图示平面桁架 1、2、3 杆的内力。

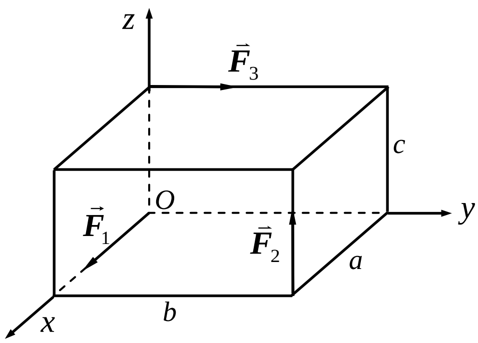


2-17.　　试计算图示桁架中指定杆件的内力。图中 F = 8kN。

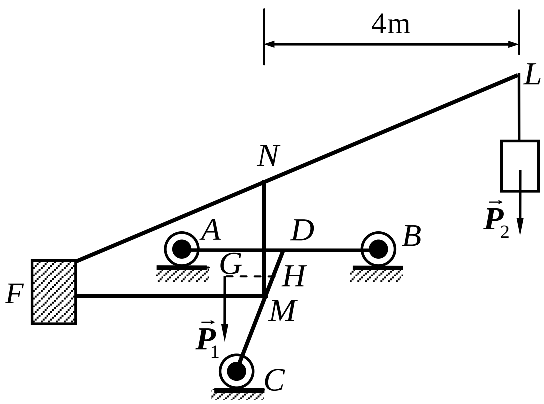


三、空间力系

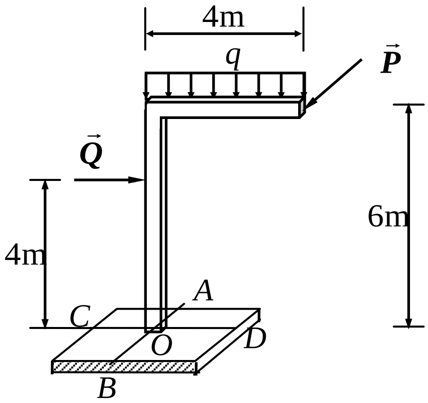
3-1. 边长为 $a \times b \times c$ 的长方体受力如图，$F_1 = F_2 = F_3 = F$，①试求力系向 O 点简化的结果。②求该力系简化为一个合力需要满足的条件。



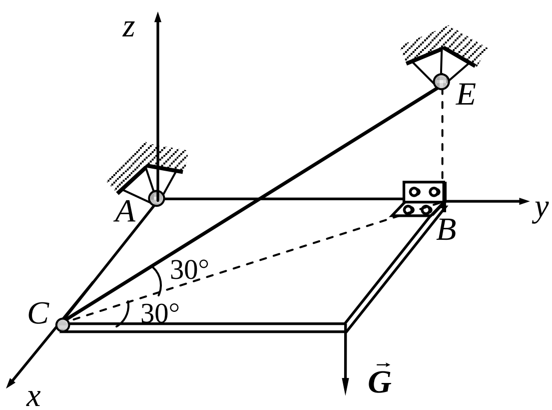
3-2. 已知　　起重机装在三轮小车 ABC 上，尺寸为：$AD=DB$=1m，CD=1.5m，CM=1m，KL=4m。机身连同平衡锤 F 共重 P_1=100kN，作用在 G 点，G 点在平面 $LMNF$ 之内，GH=0.5m。所举重物 P_2=30kN。求当起重机的平面 LMN 平行于 AB 时车轮对轨道的压力。



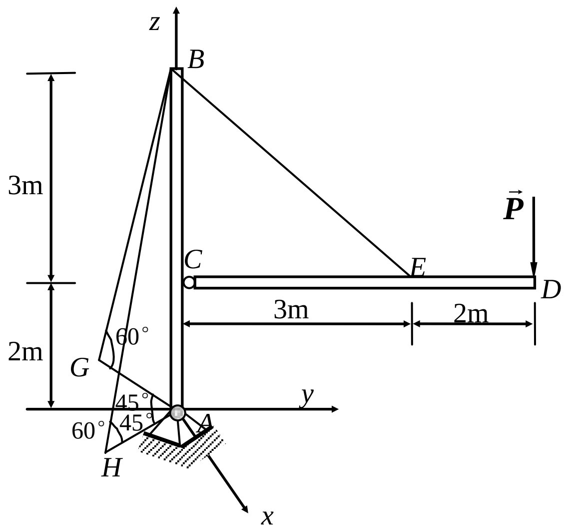
3-3. 已知 q=2kN/m；P=5kN，Q=4kN，作用线分别平行于 AB、CD。求固定端 O 处的约束反力。



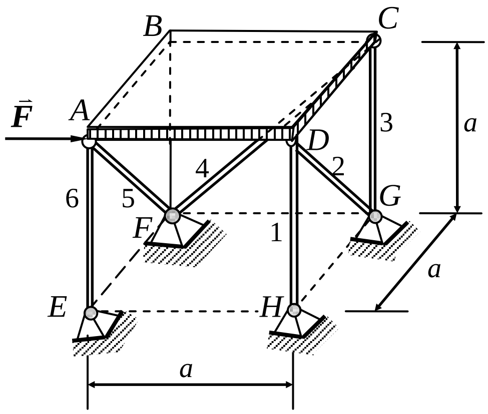
3-4. 板 $ABCD$ 重量不计，用球铰链 A 和蝶铰链 B 固定在墙上，细绳 CE 维持于水平位置，BE 铅直。D 点受到一个平行于铅直轴 z 的力 G=500N。$\angle BCD = 30^{\circ}$，$\angle BCE = 30^{\circ}$。设蝶铰链不产生 y 方向的约束反力。求细绳拉力和铰链反力。



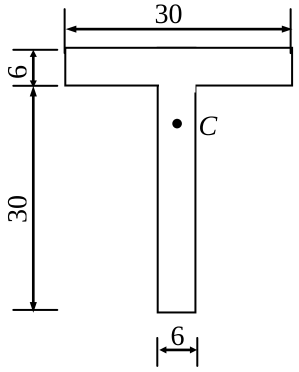
3-5. 已知扒杆如图所示，竖杆 *AB* 用两绳拉住，并在 *A* 点用球铰约束，*P*=20kN。求两绳中的拉力和 *A* 处的约束力。



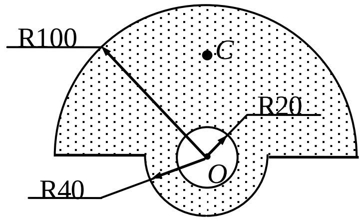
3-6. 图示六杆支撑一正方形板 *ABCD*，在板角 *A* 处作用水平力 *F*。设板和杆自重不计，求各杆内力。



3-7.　　平面图形及尺寸如图，单位为 cm。求形心 *C* 的位置。

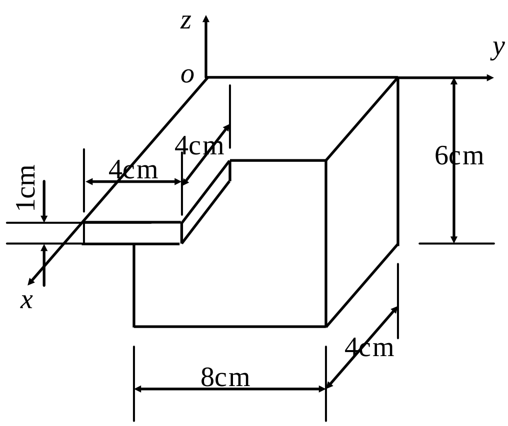


（1）



（2）

3-8.　　已知机器基础由均质物体组成，均质块尺寸如图所示。求均质块重心的位置。

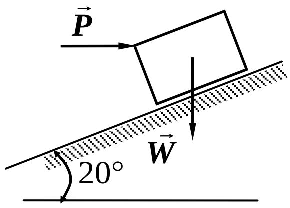


四、摩擦

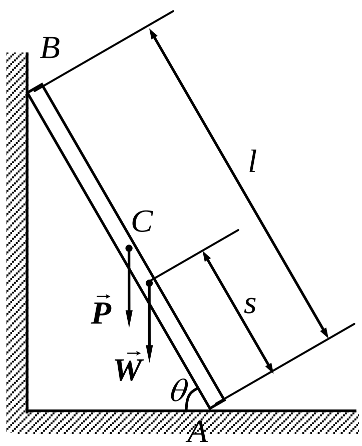
4-1. 已知物块重 W=980N，物块与斜面间的静摩擦系数 $f = 0.20$，动摩擦系数 $f' = 0.17$。当水平主动力分别为 P=500N 和 P=100N 两种情况时，

（1） 物块是否滑动；

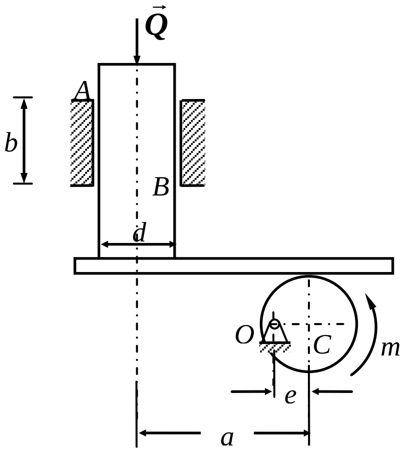
（2） 求实际的摩擦力的大小和方向。



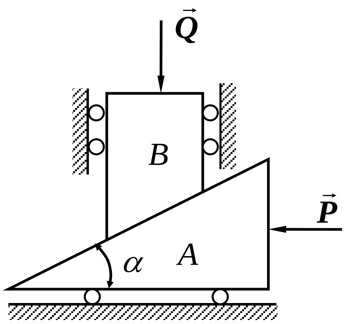
4-2. 已知 梯子 AB 重为 P=200N，梯长 l，与水平夹角 $\theta = 60^{\circ}$。接触面间的摩擦系数均为 0.25。人重 G=650N。求人所能达到的最高点 C 到 A 点的距离 s 应为多少？



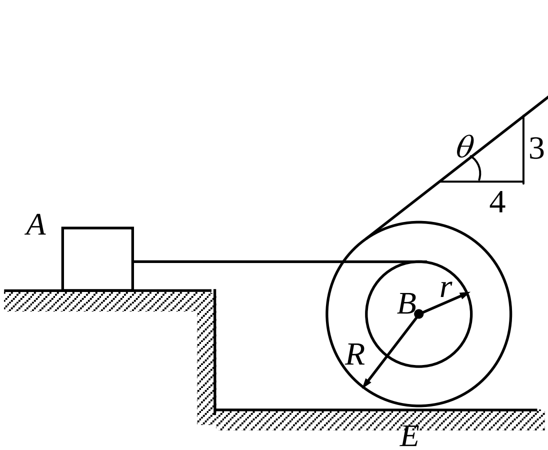
4-3.　已知推杆 AB 与滑道间的摩擦系数为 f，滑道宽为 b；偏心轮上作用一力偶 m；推杆轴受铅直力 Q。偏心轮与推杆间的摩擦忽略不计。求 b 的尺寸为多少时，推杆才不致被卡住。



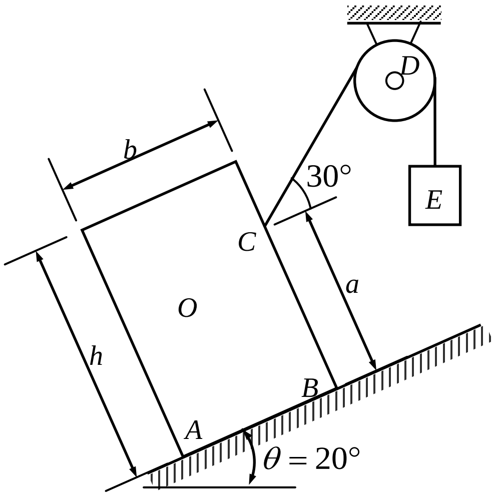
4-4.　已知尖劈 A 的顶角为 α，在 B 块上受重物 $\boldsymbol{Q}$ 的作用。A 与 B 块间的摩擦系数为 f（其它有滚珠处表示光滑）。不计 A 和 B 块的重量，求（1）顶住物块所需的力 $\boldsymbol{P}$ 的值；（2）使物块不向上移动所需的力 $\boldsymbol{P}$ 的值。



4-5. 物块 A 重 500N，轮轴 B 重 1000N，物 A 与轮轴以水平绳连接。轮轴半径 r＝5cm，R＝10cm，在轮轴上绕以细绳，此绳跨过光滑的滑轮 D，在端点系一重物 C。已知物块 A 与水平面间的静摩擦因数为 0.5，轮轴与水平面间的静摩擦因数为 0.2。求使物体系平衡时物体 C 重量的最大值。



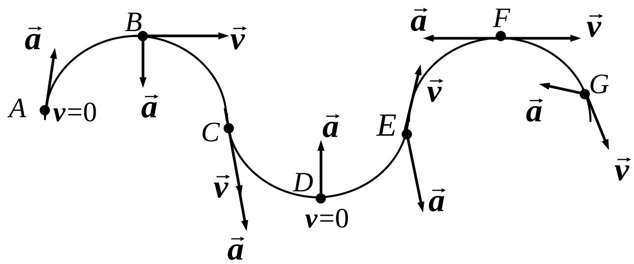
4-6.　均质箱体 A 的宽度 b = 1m，高 h = 2m，重 P = 200kN，放在倾角为θ = 20°的斜面上。箱体与斜面之间的静摩擦因数 f_s = 0.2。今在箱体的 C 点系一无重软绳，方向如图所示，绳的另一端绕过滑轮 D 挂一重物 E。已知 BC = a = 1.8m。求箱体处于平衡状态的重物 E 的重量。



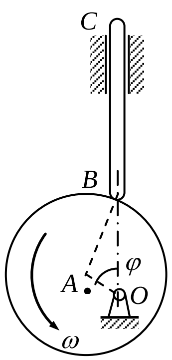
第二篇　运动学

五、点的运动学

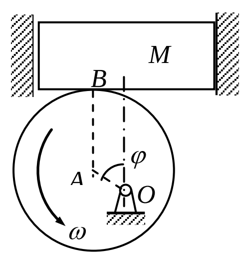
5-1. 已知动点各瞬时的速度 v 和加速度 a 的方向如图所示，C、E 为拐点。问：哪些情况是可能的，哪些是不可能的，并说明理由。



5-2. 已知（1）圆形凸轮半径为 R，绕 O 轴转动，带动顶杆 BC 作铅直直线平动。凸轮圆心在 A 点，$OA=e$，$\varphi=\omega t$（ω为常量）。求顶杆 BC 端点 B 的运动方程、速度。（2）如把顶杆换成平底物块 M。求物块 M 上 B 点的运动方程、速度和加速度。



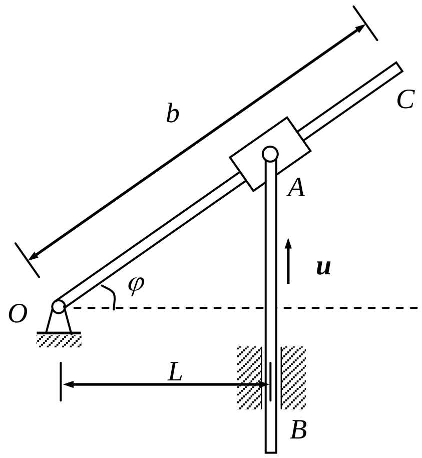
(1)



(2)

5-3. 已知摇杆机构的滑杆 *AB* 以匀速 $\boldsymbol{u}$ 向上运动，初瞬时 $\varphi = 0$，摇杆长 *OC*=*b*。

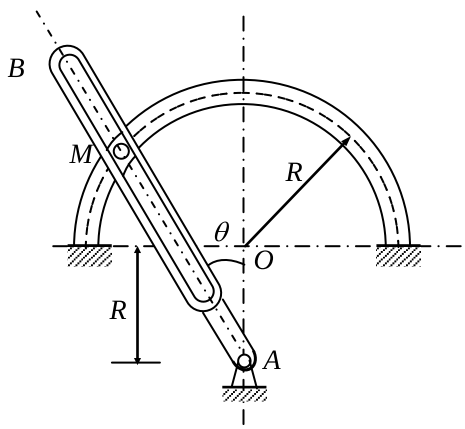
（1）用直角坐标法建立摇杆上 *C* 点的运动方程和在 $\varphi = \pi/4$ 时该点的速度。



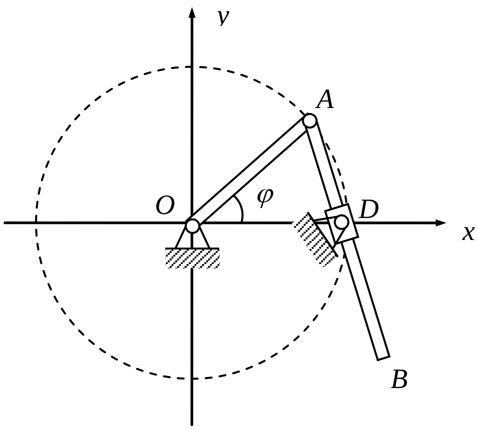
（2）用自然法建立摇杆上 *C* 点的运动方程和在 $\varphi = \pi/4$ 时该点的速度。

5-4.　已知点的运动方程：$x=50t$，$y=500-5t^2$，单位为米，秒。求 $t=0$ 时，点的切向加速度、法向加速度及轨迹的曲率半径。

5-5. 已知摇杆 AB 在一定范围内以匀角速度绕 A 轴转动，摇杆的角速度 $\omega=\dfrac{\pi}{10}$ rad/s，$\theta=\omega t$，$OA=R=10$cm。试分别用直角坐标系法和自然法给出动点 M 的运动方程，并求其速度和加速度。

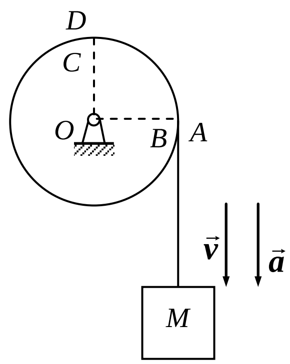


5-6. 曲柄 OA 长 r，在平面内绕 O 轴转动，如图所示，杆 AB 通过固定于点 D 的套筒与曲柄 OA 铰接于 A 点。设$\varphi=\omega t$，杆 AB 长 $l = 2r$，求点 B 的运动方程、速度和加速度。

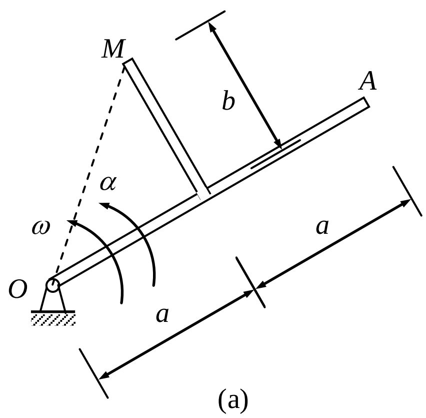


六、刚体的简单运动

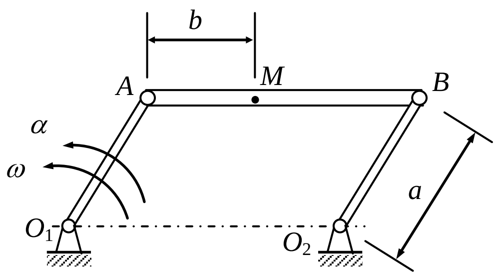
6-1. 一细绳绕在鼓轮上，绳端系一重物 M，M 以速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$ 向下运动。绳与鼓轮间无相对滑动。问绳上两点 A、D 和轮缘上两点 B、C 的加速度是否相同？



6-2. 已知刚体的角速度为ω, 角加速度为α ，求 A、M 两点的速度、切向和法向加速度的大小，并画出方向。

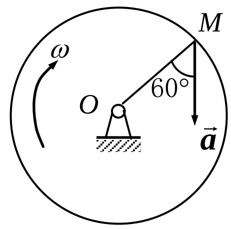


(a)

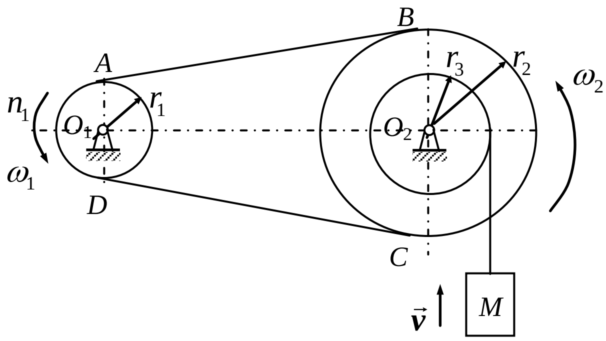


(b)

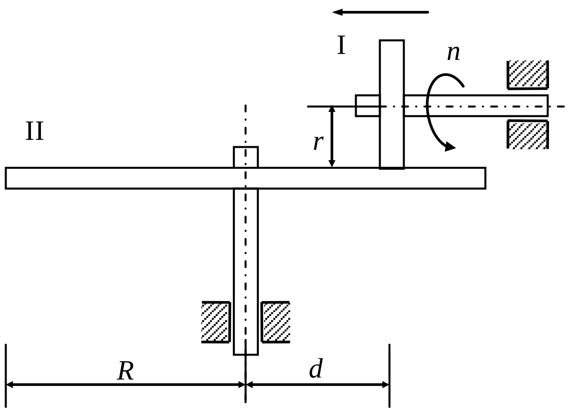
6-3. 如图所示，一飞轮绕固定轴 O 转动，其轮缘上任一点 M 的全加速度在某运动过程中与轮半径的交角恒为 60°。当运动开始时，其转角 $\varphi_0 = 0$，角速度为 ω_0。求飞轮的转动方程以及角速度与转角的关系。



6-4. 已知轮 I、II、III 的半径分别为 $r_1=30$cm，$r_2=75$cm，$r_3=40$cm，轮 I 的转速 $n_1=100$rpm。求物块 M 的上升速度，胶带 AB、BC、CD、DA 各段上点的加速度的大小。

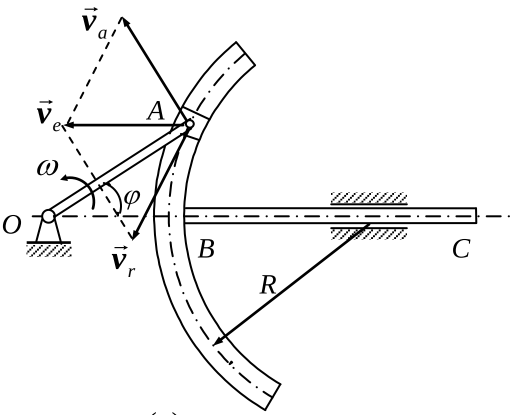


6-5.　　摩擦传动机构的主动轮 I 的转速为 n＝600rpm，它与轮 II 的接触点按箭头所示方向移动，距离 d 按规律 d ＝10－0.5t 变化，单位为厘米、秒。摩擦轮的半径 r＝5cm，R＝15cm。求（1）以距离 d 表示的轮 II 的角加速度，（2）当 d＝r 时，轮 II 边缘上的一点的全加速度的大小。

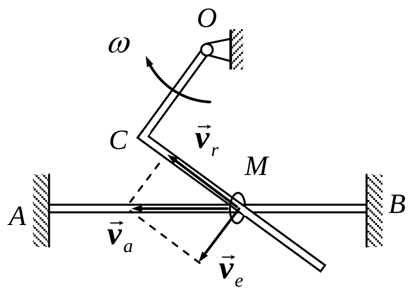


七、点的合成运动

7-1. 图中的速度平行四边形有无错误？错在哪里？



(*a*)



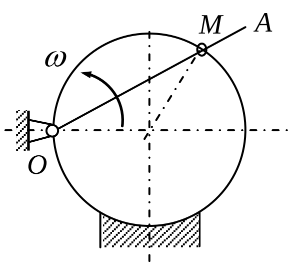
(*b*)

7-2. 在下列各题中，试根据所给的条件选动点、动系，判别绝对运动、相对运动和牵连运动的形式，并画出速度矢量图。

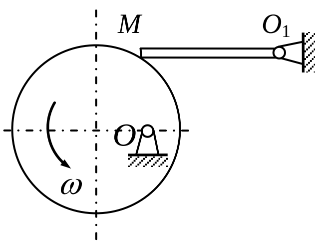
(a)图示 M 为一小圆环，套在杆 OA 和固定的大圆环上，已知杆 OA 的角速度为 ω。求环 M 沿大环滑动的速度。

(b)图示偏心轮以角速度 ω 绕 O 轴转动，求从动杆 O_1M 的角速度。

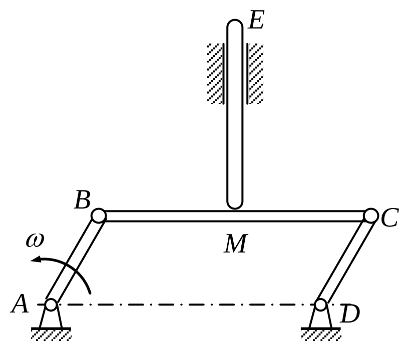
(c) 图示机构中，$AB=CD$，$AD=BC$，杆 AB 以角速度 ω 转动，求杆 ME 的速度。



(*a*)



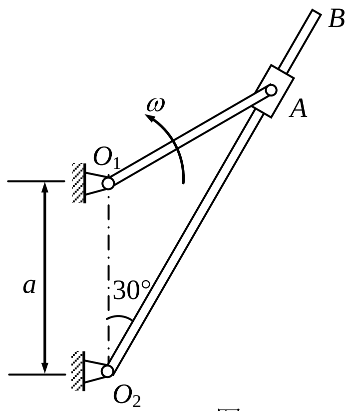
(*b*)



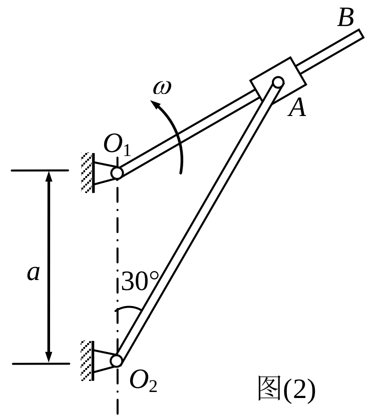
(*c*)

7-3.　图(1)所示机构中，$O_1O_2 = O_1A = a = 20\text{cm}$，$\omega_1 = 3\text{rad/s}$。求图示瞬时杆 O_2B 的角速度。

图(2)所示机构中，$O_1O_2 = a = 20\text{cm}$，$O_2A = \sqrt{3}a$，$\omega_1 = 3\text{rad/s}$。求图示瞬时杆 O_2A 的角速度。

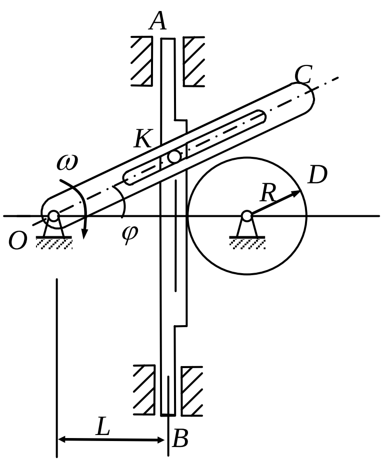


图(1)

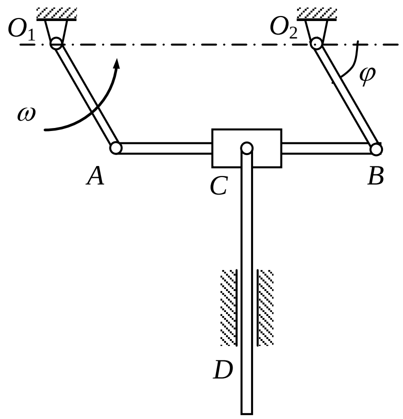


图(2)

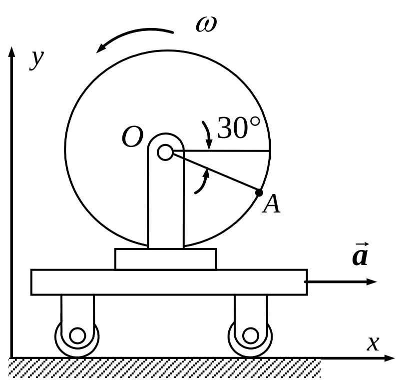
7-4. 已知 L＝40cm，摇杆 OC 的角速度ω＝0.5rad/s，齿轮 D 的节圆半径 R＝10cm。试求φ ＝30° 时，齿轮 D 的角速度。



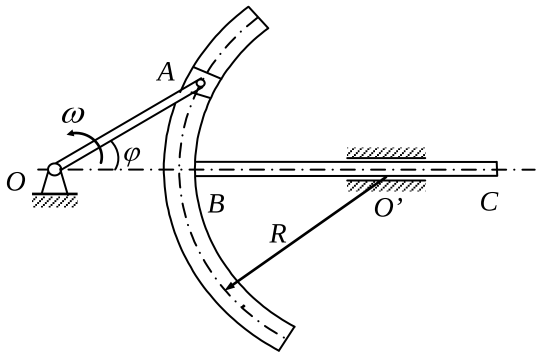
7-5. 已知 $O_1A=O_2B=10\text{cm}$，$O_1O_2=AB$，O_1A 以匀角速度 $\omega=2\text{rad/s}$ 绕 O_1 轴转动。求 $\varphi=60^\circ$，CD 杆的速度及加速度。



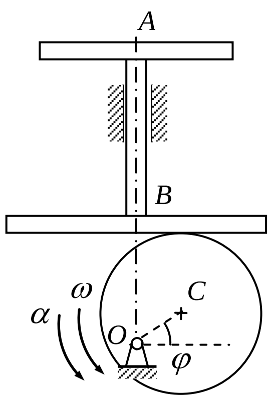
7-6. 已知小车以匀加速度 $a=49.2\text{cm/s}^2$ 水平向右运动，圆轮半径 $r=20\text{cm}$，绕 O 轴按 $\varphi=t^2$ 规律转动。求在 $t=1\text{s}$ 时，此时 A 点的绝对加速度。



7-7. 圆弧形滑槽半径 R＝10cm，圆心在导杆上 O'点。曲柄长 OA＝10cm，$\omega=4\pi$ rad/s 求当$\varphi=30^{\mathrm{o}}$时，导杆 CB 的速度及加速度。



7-8. 凸轮半径为 R，偏心距 OC＝e，图示瞬时 OC 与水平线成夹角 φ，凸轮绕轴 O 转动的角速度为 ω，角加速度为 α，顶杆的平底始终接触凸轮表面。求该瞬时顶杆 AB 的速度及加速度。



7-9. 物体对地面的速度为 $\boldsymbol{u}$，沿下列轨道运动至图示位置时，试求出科氏加速度的大小和方向，设地球的自转角速度为ω。

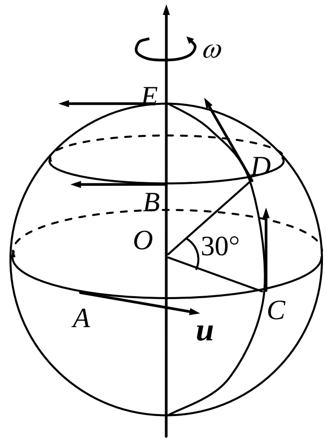
（1）赤道 A 点；

（2）北纬 30° B 点；

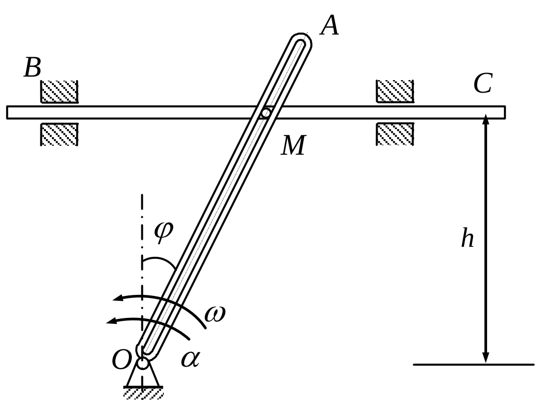
（3）沿经线 C 点；

（4）沿经线 D 点；

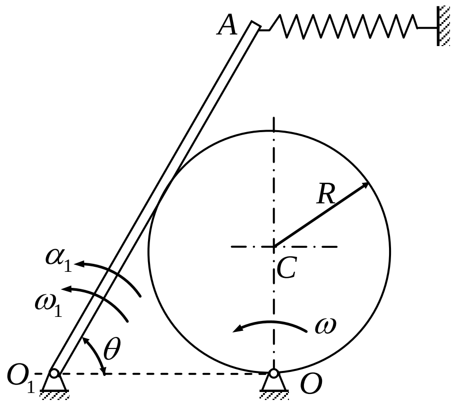
（5）沿经线 E 点。



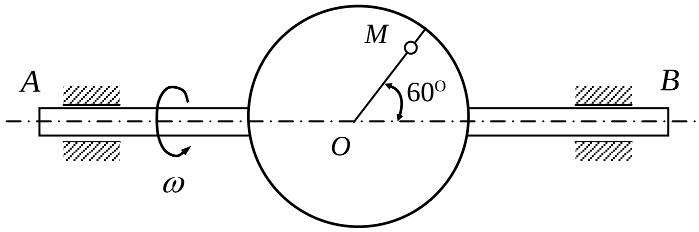
7-10. 摇杆 OA 绕 O 轴摆动，通过固定在滑枕 BC 上的销子带动滑枕运动。已知 h＝2m，当 φ=30° 时，摇杆的角速度和角加速度分别为 $\omega=1\mathrm{rad/s}$，$\alpha=1\mathrm{rad/s^2}$，求此时滑枕 BC 的速度和加速度。



7-11.　　*　图示偏心轮摇杆机构中，摇杆 O_1A 借助弹簧压在半径为 R 的偏心轮 C 上。偏心轮 C 绕轴 O 往复摆动，从而带动摇杆绕轴 O_1 摆动。图示瞬时，轮 C 的角速度为 ω，角加速度为零，$OC \perp OO_1$，$\theta = 60^\circ$，求该瞬时摇杆 O_1A 的角速度 ω_1 和角加速度 α_1。

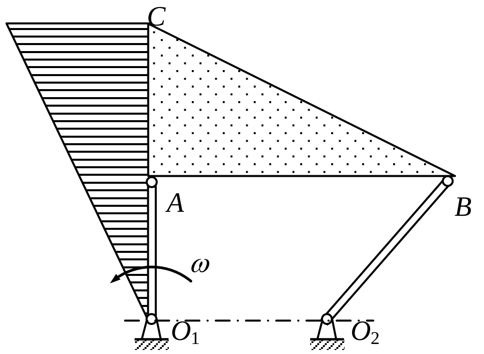


7-12. * 图示圆盘绕 AB 轴转动，角速度$\omega = 2t$ rad/s，点 M 沿圆盘直径离开中心向外移动的方程：$r = OM = 4t^2\text{cm}$。半径 OM 与 AB 轴成 60° 角。求当 $t = 1\text{s}$ 时，点 M 的绝对加速度的大小。

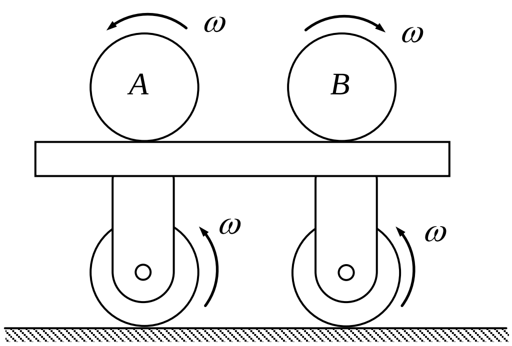


八、刚体的平面运动

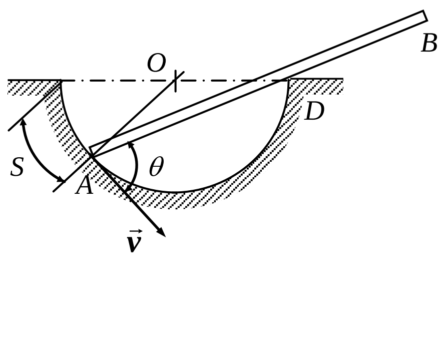
8-1. 如图所示，O_1A 的角速度为ω_1，板 ABC 和杆 O_1A 铰接。问图中 O_1A 和 AC 上各点的速度分布规律对不对？



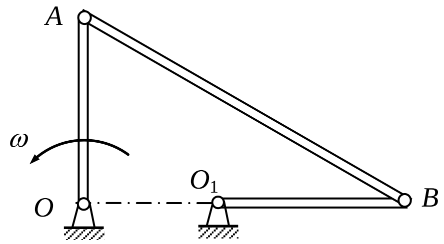
8-2. 如图所示，板车车轮半径为 r，以角速度ω 沿地面只滚动不滑动，另有半径同为 r 的轮 A 和 B 在板车上只滚动不滑动，其转向如图，角速度的大小均为ω，试分别确定 A 轮和 B 轮的速度瞬心位置。



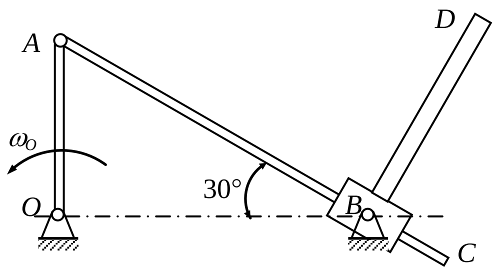
8-3. 直杆 AB 的 A 端以匀速度 $\boldsymbol{v}$ 沿半径为 R 的半圆弧轨道运动，而杆身保持与轨道右尖角接触。问杆 AB 作什么运动？你能用几种方法求出杆 AB 的角速度？



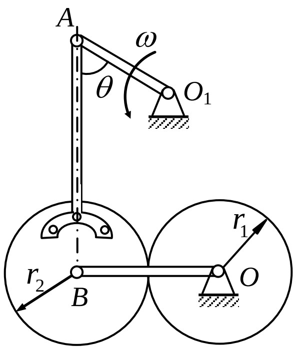
8-4.　如图所示四连杆机构 $OABO_1$ 中，$OA=O_1B=AB/2$，曲柄 OA 的角速度ω=3rad/s。当 OA 转到与 OO_1 垂直时，O_1B 正好在 OO_1 的延长线上，求该瞬时 AB 杆的角速度ω_{AB}和曲柄 O_1B 的角速度ω_1。



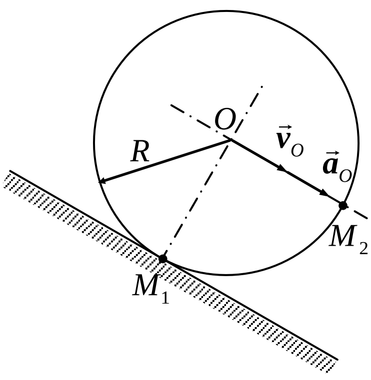
8-5.　图示曲柄摇机构中，曲柄 OA 以角速度ω_0绕 O 轴转动，带动连杆 AC 在摇块 B 内滑动，摇块及与其固结的 BD 杆绕 B 铰转动，杆 BD 长 l；求在图示位置时摇块的角速度及 D 点的速度。



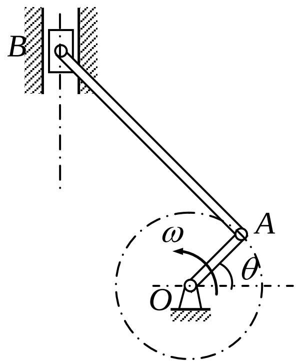
8-6.　在瓦特行星传动机构中，平衡杆 O_1A 绕 O_1 轴转动，并藉连杆 AB 带动曲柄 OB，而曲柄 OB 活动地装置在 O 轴上。在 O 轴上装有齿轮 I，齿轮 II 的轴安装在杆 AB 的 B 端。已知 $r_1 = r_2 = 30\sqrt{3}\text{cm}$，$O_1A = 75\text{cm}$，$AB = 150\text{cm}$，又 $\omega = 6\text{rad/s}$；求当 θ=60° 及 $AB \perp OB$ 时，曲柄 OB 及齿轮 I 的角速度。



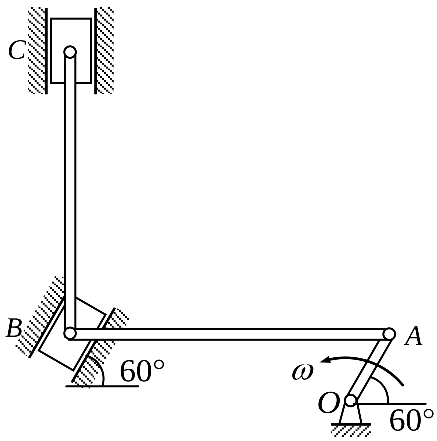
8-7.　车轮在铅垂平面内沿倾斜直线轨道滚动而不滑动。轮的半径 R=0.5m，轮心 O 在某瞬时的速度 v_0=1m/s，加速度 a_0=3m/s^2。试分别求轮缘上的两点 M_1 和 M_2 的加速度。



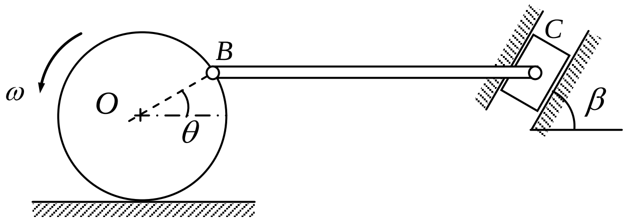
8-8.　曲柄长 OA=0.2m，绕 O 轴以匀角速度 ω=10rad/s 转动，通过长 AB=1m 的连杆带动滑块 B 沿铅直导槽运动。在图示位置，曲柄与水平线成角 $\theta = 45°$ 且与连杆 AB 垂直。试求该瞬时连杆 AB 的角速度、角加速度以及滑块 B 的速度、加速度。



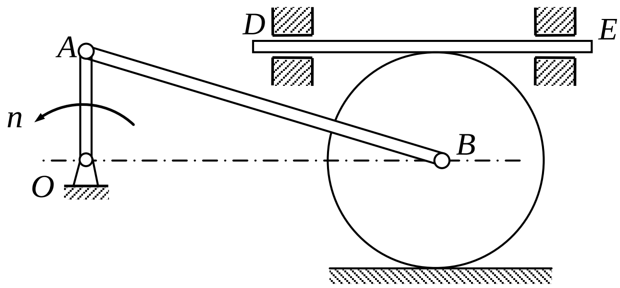
8-9. 在图示机构中，曲柄 OA 长为 r，绕 O 轴以等角速度ω转动，AB=6r，$BC=3\sqrt{3}r$，求图示位置时，滑块 C 的速度和加速度。



8-10.　直径为$6\sqrt{3}$cm 的滚子在水平面作匀速滚动而无滑动，并通过连杆 *BC* 带动滑块 *C*。已知滚子的角速度ω=12rad/s，$\theta = 30°, \beta = 60°$, *BC*=27cm。求 *BC* 杆与地面平行时的角速度、角加速度和 *C* 点的速度、加速度。



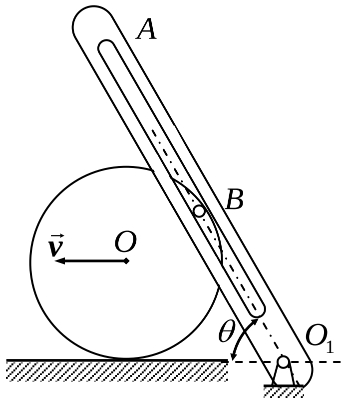
8-11. 曲柄 OA 以匀转速 n＝60rpm 绕 O 轴转动，通过连杆带动圆柱沿水平地面作无滑动的滚动，圆柱借摩擦带动物体 DE 沿水平方向平行移动，设圆柱与 DE 间也没有滑动。已知 OA＝100mm，AB＝300mm，圆柱半径 R＝100mm。求该曲柄 OA 处于铅直位置瞬时，物体 DE 的速度和加速度。



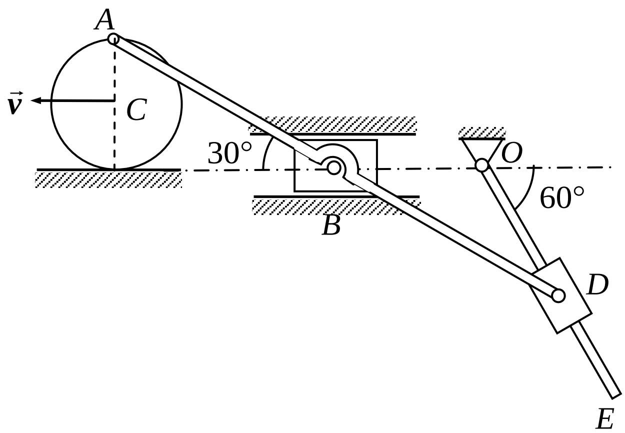
8-12. 如图，轮 O 在水平面内匀速纯滚动，轮心的速度为 $\boldsymbol{v}$，轮缘上固定销钉 B， 此销钉在摇杆 O_1A 的槽内滑动，并带动摇杆绕 O_1 轴转动。已知轮的半径为 R，在图示位置时 O_1A 是轮的切线， 摇杆与水平线的夹角 θ =60° 。求

① 销钉 B 点的速度和摇杆 O_1A 的角速度；

② 销钉 B 点的加速度和摇杆 O_1A 的角加速度。



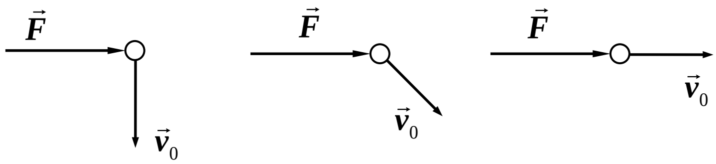
8-13 *　图示圆轮半径为 r，在水平面上作纯滚动，轮心 C 以匀速度 $\boldsymbol{v}$ 向左运动。图示瞬时，摇杆 OE 与水平线夹角为 60°，连杆 ABD 与水平线夹角为 60°，$AB = BD = 4r$，试求该瞬时，(1)滑块 D 销的速度；(2)摇杆 OE 的角速度；(3) 摇杆 OE 的角加速度。



第三篇 动力学

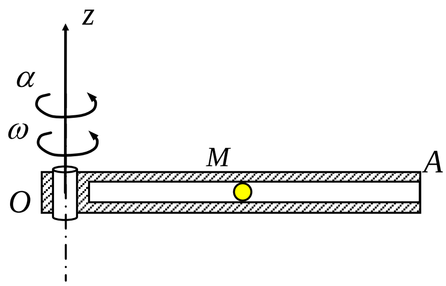
九、质点的运动微分方程

9-1. 三个质量相同的质点，在某瞬时的速度分别如图所示，若对他们作用了大小、方向相同的力 F，问质点的运动情况是否相同?

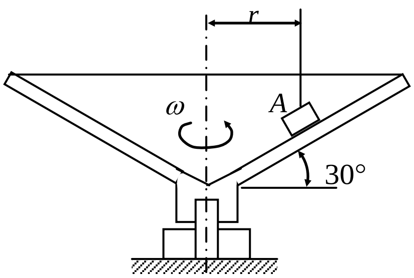


(a)　　　　(b)　　　　(c)

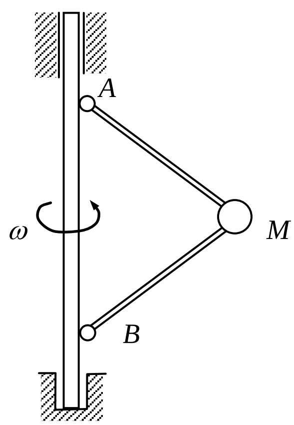
9-2. 如图所示，管 OA 内有一小球 M，管壁光滑。当管 OA 在水平面内绕铅直轴 O 转动时，小球为什么向管口运动?



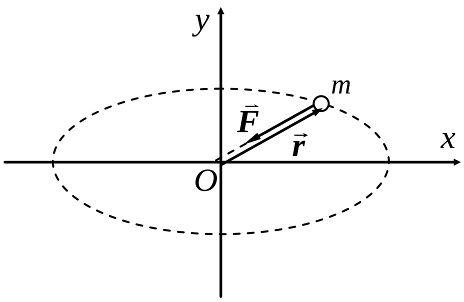
9-3. 如图所示物块 A 置于锥形圆盘上，离转动轴的距离为 r=20cm，如物块与锥面间的摩擦系数为 f=0.3，问圆盘的每分钟转速应在什么范围内，方能使物块在锥面上保持平衡，假定角速度改变很慢，角加速度可忽略不计。



9-4. 图示质量为 m 的球 M，为两根各长 l 的杆所支持，此机构以不变的角速度 ω 绕铅直轴 AB 转动。如 AB=2a，两杆的各端均为铰接，且杆重忽略不计，求杆 AM、BM 的内力。

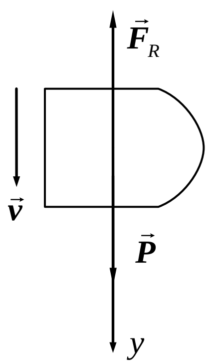


9-5. 图示质点的质量为 m，受指向原点 O 的力 $\vec{F} = -k\vec{r}$ 作用，力与质点到点 O 的距离成正比。如初瞬时质点的坐标为 $x = x_0$，$y = 0$，而速度的分量为 $v_x = 0, v_y = v_o$。试求质点的轨迹。

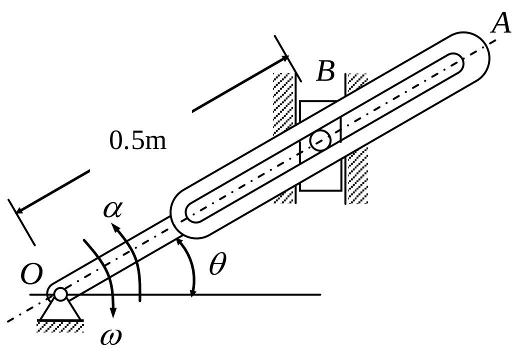


o

9-6. 不前进的潜水艇重 Q，受到较小的沉力 P (重力与浮力的合力)向水底下沉。在沉力不大时，水的阻力 $\vec{F}_R = -kA\vec{v}$，其中 k 为比例常数，A 为潜水艇的水平投影面积，v 为下沉速度。如当 t=0 时，v=0。求下沉速度和在时间 T 内潜水艇下潜路程 s。



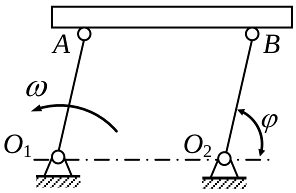
9-7.　图示机构处于铅直平面内，滑块 B 重 $G = 9.8\text{N}$，在摇杆与水平线成 $\theta = 30^{\circ}$ 时，$\omega = 2\text{rad/s}$，$\alpha = 2\text{rad/s}^2$，转向如图。求导槽的约束反力及销钉与摇杆间的压力。摇杆质量不计。所有摩擦忽略不计。



十、动量定理

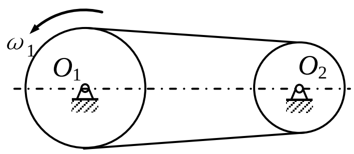
10-1.　　计算下列各图中系统的动量。

(a)　均质摆杆 $O_1A = O_2B = l$，质量均为 m，角速度为 ω，$O_1O_2 = AB$，均质矩形板 AB 质量为 M。求图示瞬时系统的动量。



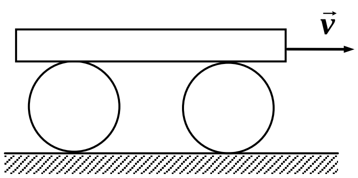
(a)

(b)　带传动机构中，带轮 O_1 和 O_2 以及胶带都是均质的，重量分别为 P_1，P_2 和 P_3，带轮 O_1 的角速度为 ω_1。求系统的动量。



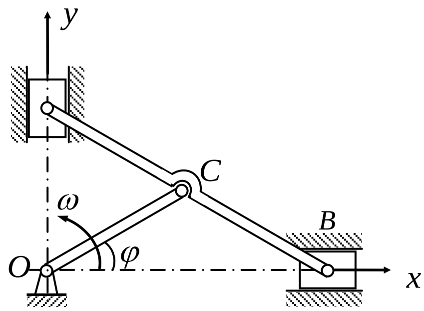
(b)

(c)　重 P_1 的平板放在重量均为 P_2 且半径相等的两个轮子上，平板速度为 v，各接触处没有相对滑动。求系统的动量。



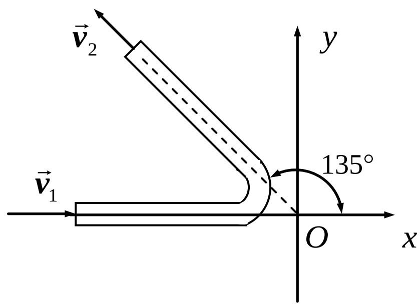
(c)

(d)椭圆规尺 AB 重 $2P_1$，曲柄 OC 重 P_1，滑块 A、B 重量均为 P_2，$OC=AC=CB=l$；曲柄绕 O 轴转动的角速度 ω 为常量；当开始时，曲柄水平向右。求图示瞬时系统的动量。

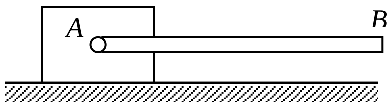


(d)

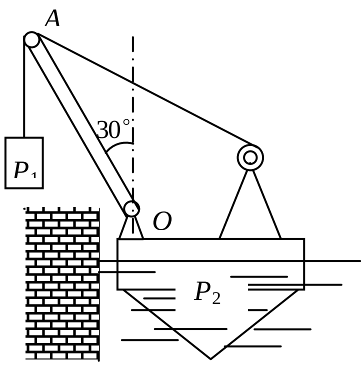
10-2. 直径 d=200mm 的管道有一个 135° 的弯头，流经管道的水的密度 ρ=1000kg/m^3，若流量 Q=0.6m^3/s。求弯头处因水流的动量变化所引起的附加动压力。



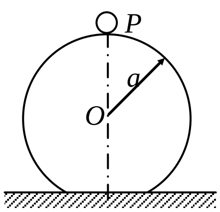
10-3. 图示物块 A 质量为 M，放在光滑水平面上；其上铰接的 AB 杆质量为 m、长为 l。求当杆 AB 从水平静止释放后至铅直时，A 块的水平位移。



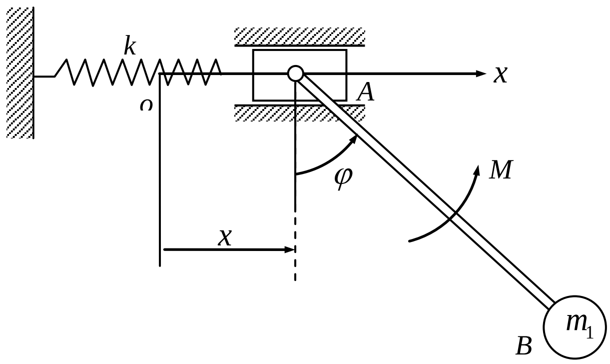
10-4.　已知重物 $P_1 = 20\text{kN}$，起重机 $P_2 = 200\text{kN}$，起重杆 $0A = 8\text{m}$。开始时，系统静止，杆与铅直位置成 60° 角；水的阻力和杆重不计。求 OA 转到与铅直位置成 30° 角时起重机的位移。



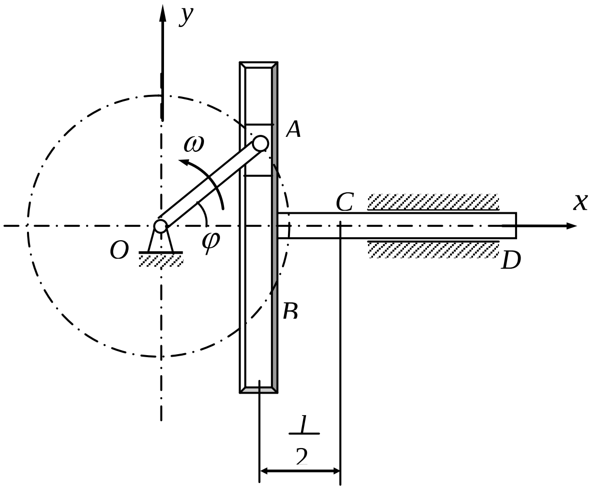
10-5.　图示小球 P 沿光滑大半圆柱体表面滑下。小球质量为 m；大半圆体质量为 M，半径 为 a，放在光滑水平面上。求小球在未离开半圆柱之前的运动轨迹。



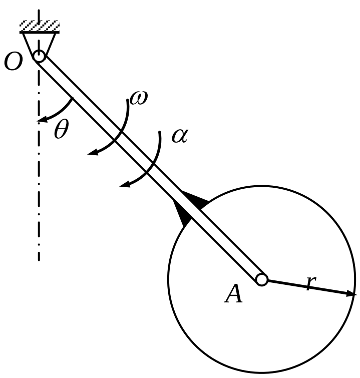
10-6.　如图所示，质量为 m 的滑块 A，可以在水平光滑槽内运动，具有刚度系数为 k 自重不计的弹簧一端与滑块相连接，另一端固定。杆 $AB = l$，质量不计，A 端与滑块铰接，B 端固结质量为 m_1 的质点，在铅锤面内可绕水平轴 A。设杆在力偶 M 作用下转角 $\varphi = \omega t$，ω为常数。初瞬时 $\varphi = 0$，弹簧为原长，滑块静止，求滑块 A 的运动微分方程。



10-7.　图机构，已知曲柄 OA 质量为 m_1，$OA=l$，角速度ω为常数，$\varphi=\omega t$；滑块 A 质量为 m_2，滑杆质量为 m_3，质心在 C 点，不计各处摩擦；求(1)机构质量中心的运动方程；(2)作用在轴 O 处的最大水平力。



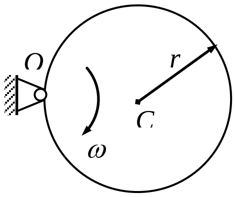
10-8.　质量为 m，长为 l 的均质杆杆端与质量为 m 、半径为 r 的均质圆盘中心固结，绕水平轴 O 的作定轴转动，图示瞬时杆与铅垂线夹角为θ ，角速度为ω，角加速度为α，试求该瞬时轴承 O 处的约束力。



十一、动量矩定理

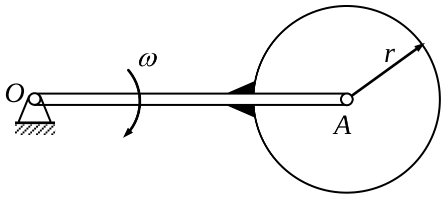
11-1.　　试求下列刚体或系统对水平轴 O 的动量矩。

（a）质量为 m，半径为 r 的均质圆盘绕水平轴 O 作定轴转动，角速度为ω。



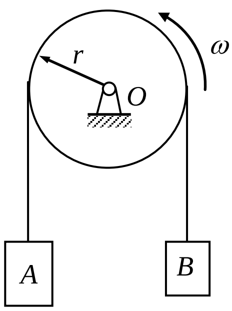
(a)

（b）质量为 m，长为 l 的均质杆杆端与质量为 m 、半径为 r 的均质圆盘中心固结，绕水平轴 O 的作定轴转动，角速度为ω 。



(b)

（c）图示滑轮组，重物 A 和 B 质量分别为 m_1 和 m_2；滑轮 O 的质量为 m_3，半径为 r，可视为均质圆盘。滑轮绕水平轴 O 的作定轴转动，角速度为ω。（绳子不计质量和弹性。）

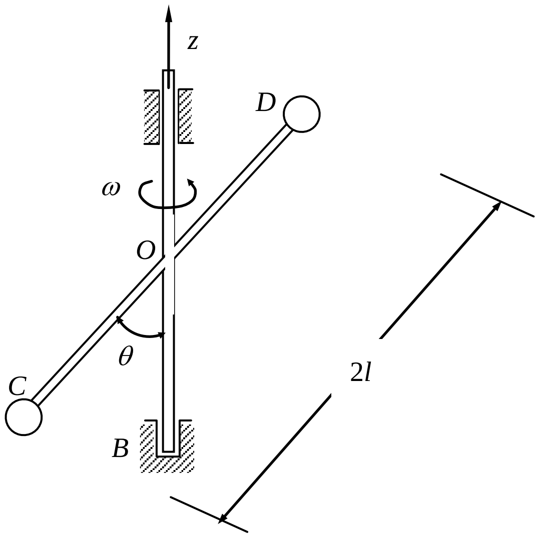


（c）

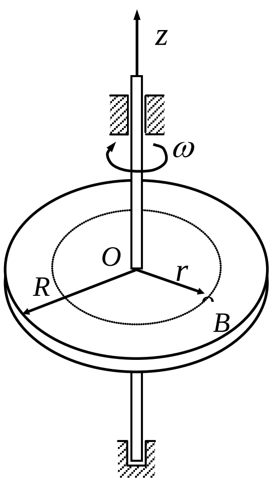
11-2. 如图图示，杆 CD 与 z 轴的夹角为θ，杆长 $CO = OD = l$，杆端固结的小球 C、D 质量均为 m，大小不计；系统绕铅直轴 z 转动的角速度为ω，求

⑴ 杆 CD 不计质量时，系统对 z 轴的动量矩；

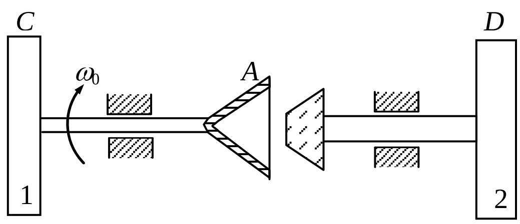
⑵ 均质杆 CD 质量为 $2m$ 时，系统对 z 轴的动量矩。



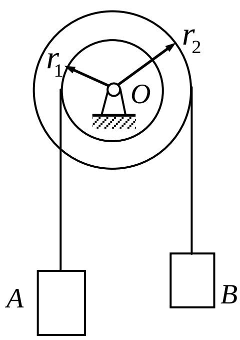
11-3. 已知半径为 R，重量为 P 的均质圆盘，可绕 z 轴无摩擦地转动。一重量为 Q 的人在盘上由 B 点按规律 $s=\dfrac{1}{2}at^2$ 沿半径为 r 的圆周行走。开始时，圆盘和人静止。求圆盘的角速度和角加速度。



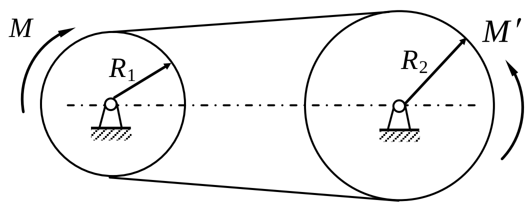
11-4.　图示离合器，轮 1 和 2 的转动惯量分别为 J_1和 J_2，初始时，轮 2 静止，轮 1 具有角速度 ω_0。求⑴当离合器接合后，两轮共同转动的角速度；⑵若经过 t 秒后两轮的转速才相同，离合器应有的摩擦力矩。



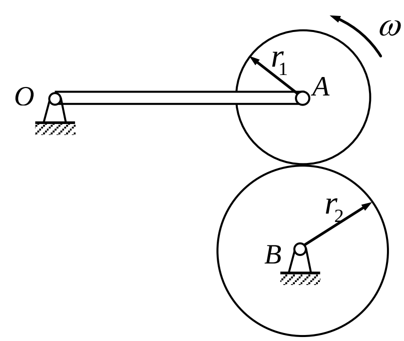
11-5.　重物 A 和 B 质量分别为 m_1和 m_2；塔轮的质量为 m_3，对水平轴 O 的回转半径为 ρ，且质心位于转轴 O 处。求鼓轮的角加速度 α 。（绳子不计质量和弹性。）



11-6.　图示两均质带轮的半径各为 R_1 和 R_2，其重量分别为 P_1 和 P_2，分别受矩为 M 的主动力偶和矩为 M' 的阻力偶作用，胶带与轮之间无滑动，胶带质量略去不计。求第一个带轮的角加速度。

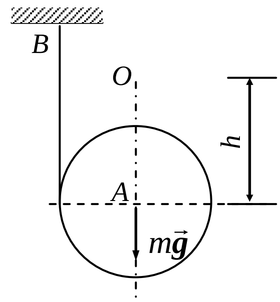


11-7.　均质圆轮 A 重量为 P_1，半径为 r_1，以角速度 ω 绕杆 OA 的 A 端转动，此时将轮放置在均质轮 B 上；杆 OA 重量不计；均质轮 B 重量为 P_2、半径为 r_2，初始静止，但可绕其中心自由转动。放置后轮 A 的重量由轮 B 支持。设两轮间的摩擦系数为 f'；求自轮 A 放在轮 B 上到两轮间没有相对滑动时的时间。

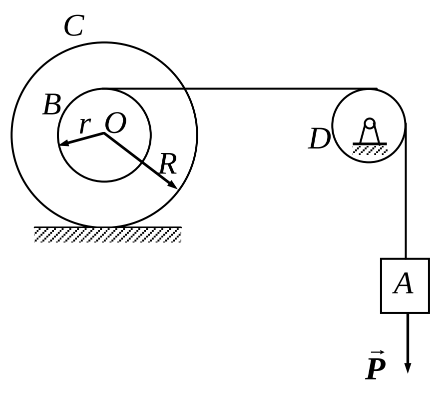


\

11-8.　均质圆柱体 A 的质量为 m，在外圆上绕以细绳，绳的一端 B 固定不动，如图所示。圆柱体因解开绳子而下降，其初速为零。求当圆柱体的轴心降落了高度 h 时轴心的速度和绳子的张力。

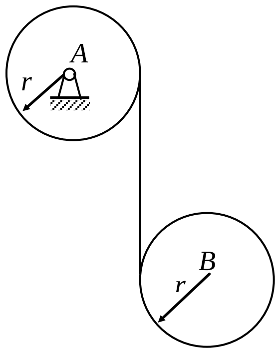


11-9.　重物 A 重 P，系在跨过固定滑轮 D 并绕在鼓轮 B 上的绳子上，鼓轮 B 半径为 r，轮 C 的半径为 R，两者固连在一起，沿水平面纯滚动。两者总重为 Q，关于水平轴 O 的回转半径为 ρ，不计 D 轮质量。求重物 A 的加速度。

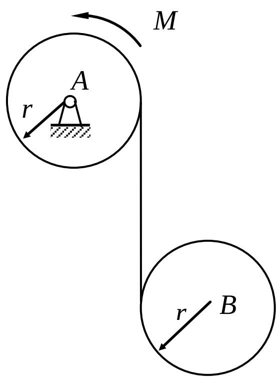


11-10.　　均质圆柱 A 和 B 的重量均为 P，半径均为 r，一绳缠绕在绕固定轴 O 转动的圆柱 A 上，绳的另一端绕在圆柱 B 上，如图所示。摩擦不计。求

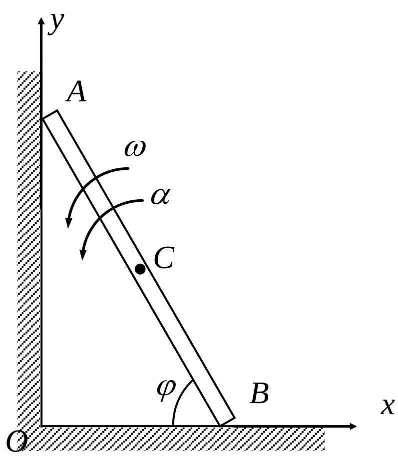
⑴圆柱体 B 下落时质心的加速度；



⑵若在圆柱体 A 上作用一矩为 M 的逆时针转向的力偶，试问在什么条件下圆柱体 B 的质心将上升。



11-11.　　质量为 m、长为 l 的均质杆 AB 放在铅直平面内，在 $\varphi=\varphi_0$ 角时由静止状态倒下，墙与地面均光滑。求（1）杆在任意位置 φ 时的角速度和角加速度；（2）杆脱离墙时与水平面所夹的角。



11-12*　质量为 m、半径为 r 的均质圆盘，在距盘心 $\frac{r}{2}$ 处焊接一个质量为 m 的质点。圆盘经干扰后可在水平面上往复纯滚动，试求：

(1) 系统对速度瞬心的绝对动量矩。

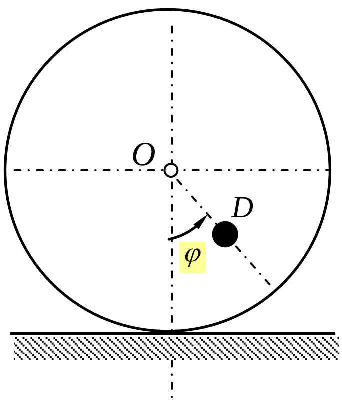
(2) 系统的运动微分方程。

(3) 若系统的运动微分方程具有以下形式：

$$A(\varphi)\ddot{\varphi}+B(\varphi)\dot{\varphi}^2+C(\varphi)=0$$

试说明改变均质圆盘的质量，对 $A(\varphi)$、$B(\varphi)$ 和 $C(\varphi)$ 分别有何影响？

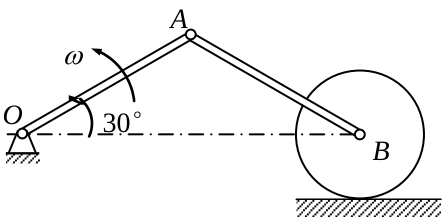
（提示：余弦定理 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos\varphi$）



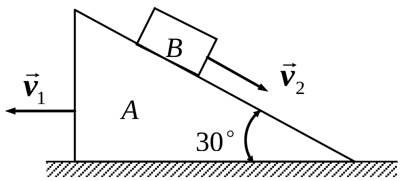
十二、动能定理

12-1. 计算下列各系统的动能：

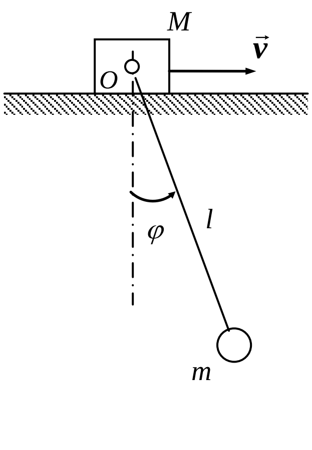
⑴ 图示平面机构中，均质杆 $OA = AB = l$，均质轮 B 半径为 r，杆与轮质量均为 m，OA 杆以角速度 ω 绕水平轴 O 作定轴转动，通过杆 AB 带动轮 B 在水平面纯滚动，试求图示瞬时系统的动能。



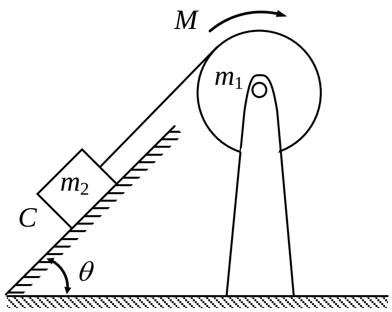
⑵ 滑块 A 沿水平面以速度 v_1 移动，重物块 B 沿滑块以相对速度 v_2 滑下，已知滑块 A 的质量为 m_1，物块 B 的质量为 m_2。



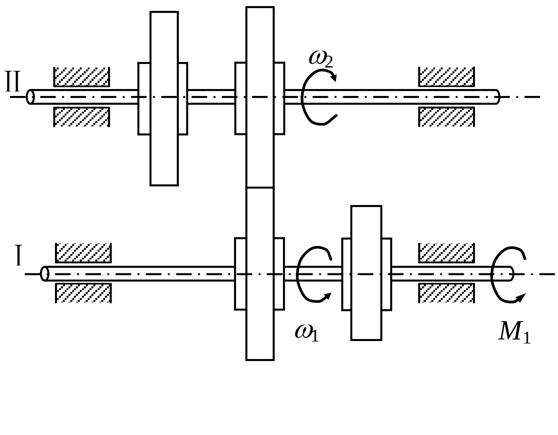
12-2. 已知滑块质量为 M，以匀速 v 沿水平直线运动，O 点悬挂一单摆，摆长为 l，摆锤质量为 m，转动方程为$\varphi = \varphi$（t）。求滑块与单摆所组成的系统的动能表达式。



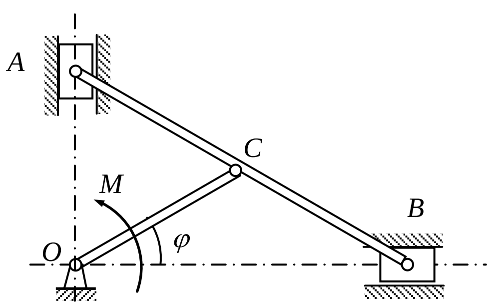
12-3.　已知均质圆轮半径为 r，质量为 m_1，重物质量为 m_2，力偶 M 的矩为常量，斜面倾角为θ。重物与斜面间的动滑动摩擦系数为f'。初始时，系统静止。求圆轮转过 φ 角时的角速度和角加速度。



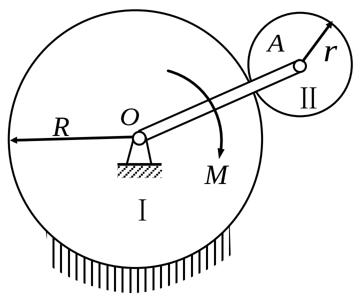
12-4.　　图示轴Ⅰ和轴Ⅱ（连同安装在轴上的齿轮和带轮等）的转动惯量分别为 $J_1 = 5\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 和 $J_2 = 4\text{kg}\cdot\text{m}^2$，且 $\dfrac{\omega_2}{\omega_1}=\dfrac{3}{2}$，作用于轴Ⅰ上的力偶矩 $M_1= 50\text{N}\cdot\text{m}$，系统由静止而运动。求⑴ 轴Ⅱ转速达到 $n_2 = 120\text{r/min}$ 时，轴Ⅱ转过的圈数。⑵ 在这过程中轴Ⅱ的角加速度。



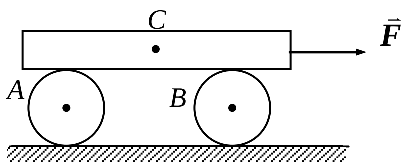
12-5.　　椭圆规位于水平面内，均质杆 OC 和 AB 重量分别为 P 和 $2P$，且 $OC = AC = BC = l$。滑块 A、B 的重量均为 Q。曲柄上的力偶矩 M 为常数，系统于 $\varphi = 0$ 由静止开始运动，忽略各处摩擦。求曲柄的角速度（以转角 φ 的函数表示）和角加速度。



12-6.　周转齿轮传动机构放在水平面内，动齿轮半径 r，重 P，可看成为均质圆盘；曲柄 OA 重 Q，可看成均质杆；定齿轮半径为 R。曲柄上作用一矩为 M 的不变力偶，使此机构由静止开始运动。求曲柄转过 φ 角后的角速度和角加速度。

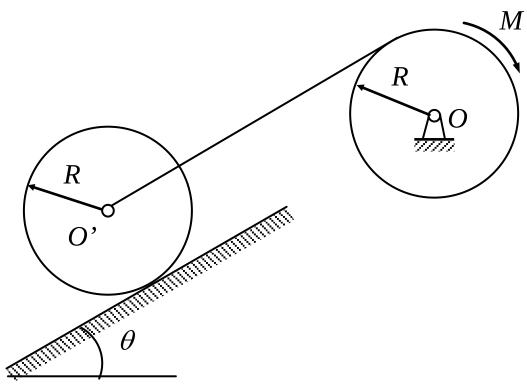


12-7.　图示均质板质量为 m，搁在两个均质圆柱滚子上，滚子质量均为 $\dfrac{m}{2}$，半径均为 r。如在板上作用水平力 $\boldsymbol{F}$，滚子与水平面和平板间都没有滑动，求板的加速度。

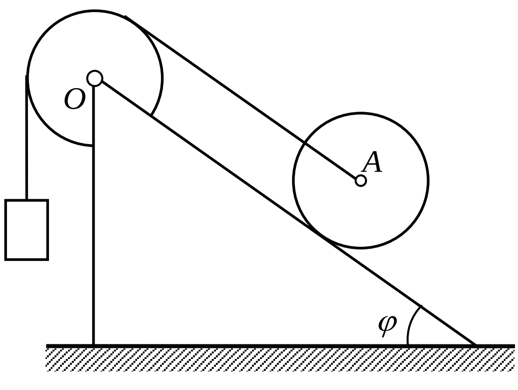


12-8.　　图示机构中，圆柱体 O'和鼓轮 O 为均质物体，质量均为 m，半径均为 R。圆柱体 O'沿倾角为 θ 的斜面纯滚动，在鼓轮上作用一常力矩为 M，不计绳子的质量及弹性。

求 (1) 鼓轮的角加速度；(2) 轴承 O 的约束反力。



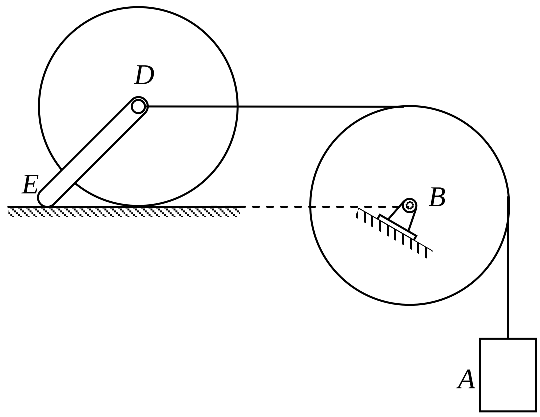
12-9.　　均质磙子 A 与滑轮 B 质量均为 m_1，半径相等，磙子沿倾角为φ 的斜面向下作纯滚动，借一不计质量的绳子提升质量为 m_2 的物体 C。若绳子不可伸长，轴承摩擦不计，求（1）磙子质心的加速度；（2）磙子与滑轮间绳子的张力。



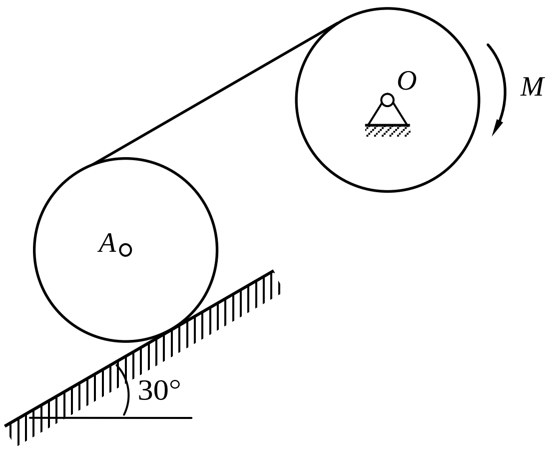
12-10.　质量为 m 的物块 A 借不可伸长的绳子经滑轮 B 拖动磙子 D 在水平面上纯滚，磙子和滑轮均可视为质量为 m、半径为 r 的均质圆盘。质量为 1.5m、长 $l=\sqrt{2}\,r$ 均质细长杆 DE 在端与磙子中心铰接，E 端与地面接触。若绳和滑轮 B 间没有相对运动，E 端与地面的摩擦不计，试求：

(1) 磙心中心 D 的加速度；

(2) 地面对杆端 E 的约束反力。

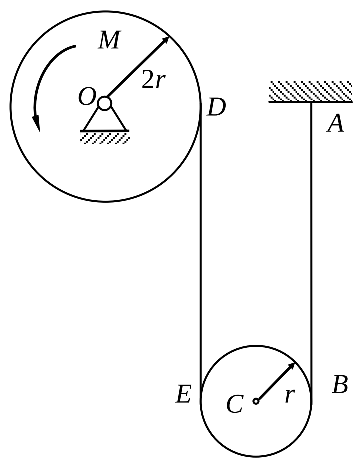


12-11.　均质磙子 A 与滑轮 O 质量均为 m，半径均为 r，轮 O 上作用矩为 $M=mgr$ 的力偶，通过与斜面平行的绳子带动磙子沿倾角为θ 的斜面作纯滚动。若绳子不计质量且不可伸长，轴承摩擦不计，求（1）磙子 A 质心的加速度；（2）磙子与滑轮间绳子的张力；（3）斜面与磙子之间的摩擦力。

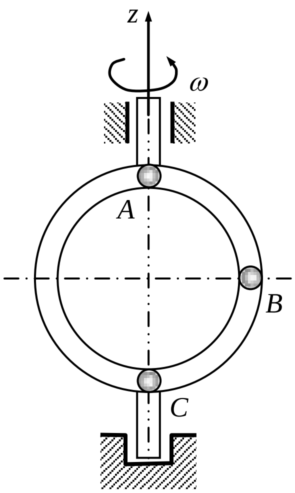


12-12.　滑轮组如图，定滑轮 O 半径为 $2r$，动滑轮 C 半径为 r，两滑轮间及 AB 段绳子方向铅直。两轮均可视为质量为 m 的均质圆盘。绳子与滑轮间无相对滑动，轴承 O 处的摩擦和绳子的质量均忽略不计。若在轮 O 上作用一矩为 $M=2mgr$ 的常值力偶，试求：

(1) 动滑轮心 C 的加速度；
(2) DE 段绳子的拉力；
(3) AB 段绳子的拉力。



12-13. 图示圆环半径为 R，对 z 轴的转动惯量为 J，绕 z 轴以角速度 ω 转动。质量为 m 的小球初始位于圆环内的 A 点处静止，由于微小干扰小球离开点 A 下滑，不计摩擦；求当小球分别到达点 B 和点 C 时，圆环的角速度和质点的速度。

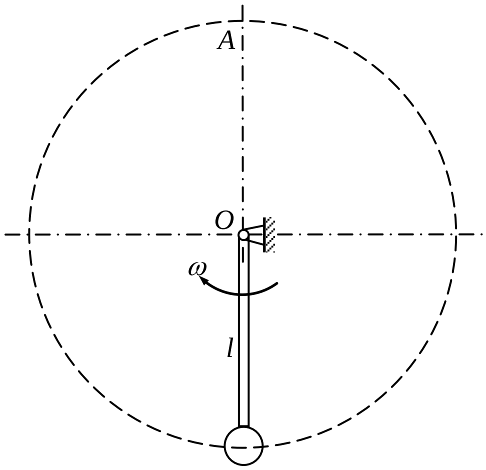


12-14.　均质细杆质量为 $2m$，长为 l，其一端固连质量为 m 的小球，此系统可绕水平轴 O 转动。开始时杆与小球位于最低位置，并获得初角速度 ω_0。

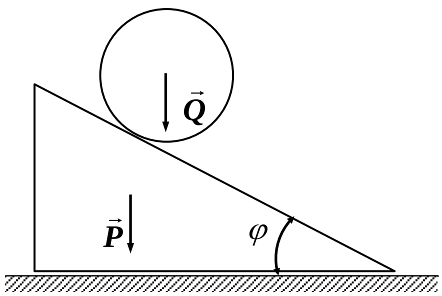
试就以下两种情况求初角速度 ω_0 应有的值：

(1)　杆与小球到达铅直最高位置 OA 时，角速度为零；

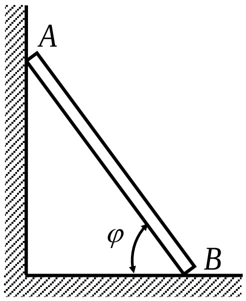
(2)　杆与小球通过位置 OA 时，支点 O 的反力为零。



12-15.　图示均质圆柱体重 Q，半径为 r，沿倾角为 φ、重 P 的三棱柱体作无滑动滚动，三棱柱体置于光滑的水平面上。求三棱柱体的加速度。



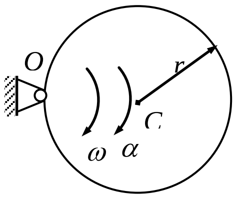
12-16.　如图所示，均质杆 AB 长为 l，质量为 m，沿光滑的铅直墙和水平地板于直立位置静止倒下。求杆在任意位置 φ 时的角速度 ω 和角加速度 α 以及 A、B 处的约束力。



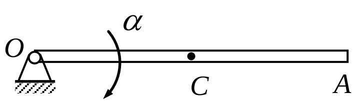
十三、达朗贝尔原理

13-1. 求下列刚体惯性力系简化结果。

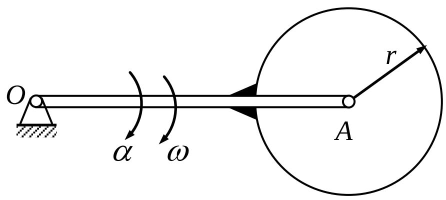
（*a*）质量为 *m*，半径为 *r* 的均质圆盘绕水平轴 *O* 作定轴转动，角速度为ω，角加速度为α，试求圆盘的惯性力系向转轴 *O* 简化的结果。（在图中画出主矢主矩的方向）



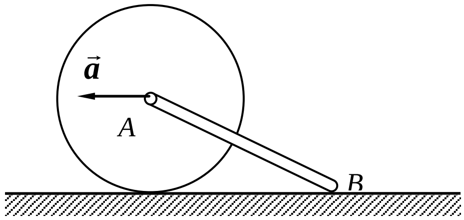
(*b*)均质杆 *OA* 质量为 *m*，长为 *l*，可绕 *O* 轴转动。图示瞬时，角速度为零，角加速度为α，试分别求该瞬时杆的惯性力系简化的结果（1）向转轴 *O* 简化；（2）向质心 *C* 简化。（在图中画出主矢主矩的方向）



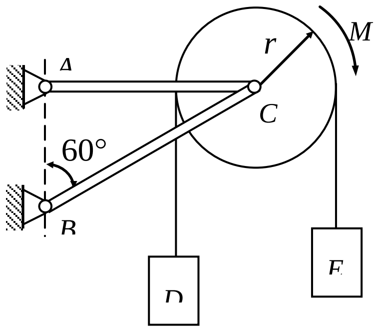
（*c*）质量为 *m*，长为 *l* 的均质杆杆端与质量为 *m* 、半径为 *r* 的均质圆盘中心固结，绕水平轴 *O* 的作定轴转动，角速度为ω ，角加速度为α，试求系统惯性力系简化的结果（在图中画出主矢、主矩的方向）



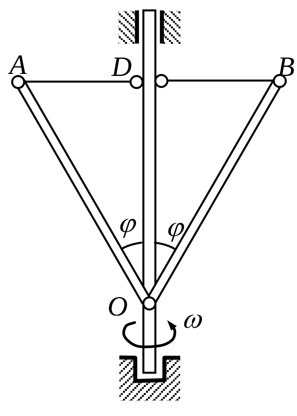
（*d*）图示均质圆轮质量为 m_1，半径为 *r*,；均质细长杆长 $l = 2r$，质量为 m_2，杆端 *A* 与轮心光滑铰接，沿水平面作纯滚动，带动杆 *AB* 作平移。若已知轮心 *A* 的加速度为 *a*，试求系统惯性力系简化的结果，并画出惯性力系主矢和主矩的方向。



13-2.　已知重物 D 和 E 质量分别为 $m_D = 250\text{kg}$，$m_E = 60\text{kg}$；力偶矩 M＝400Nm。滑轮半径 r = 20cm，不计滑轮、杆 AC、杆 BC 以及钢丝绳的质量且钢丝绳不可伸长；求重物的加速度和支座 A 和 B 的约束反力。

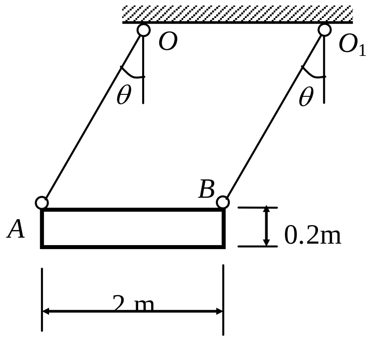


13-3.　已知均质杆 OA 与 OB 各长为 l，重均为 P，一端用铰链固定在铅垂轴上的 O 点，另一端用水平绳连在轴上的 D 处，杆与轴的夹角为φ，令△AOB 随轴 OD 以匀角速度ω 转动。求绳的拉力及铰链 O 对杆 OB 的约束反力。

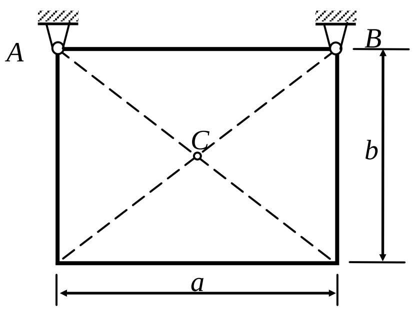


13-4.　　均质长方体浪木重为 P，悬挂在两根等长的软绳上，$OO_1 = AB$，从 $\theta = 30°$的位置无初速释放开始摆动；求在下面两个瞬时浪木的加速度和两绳的拉力：

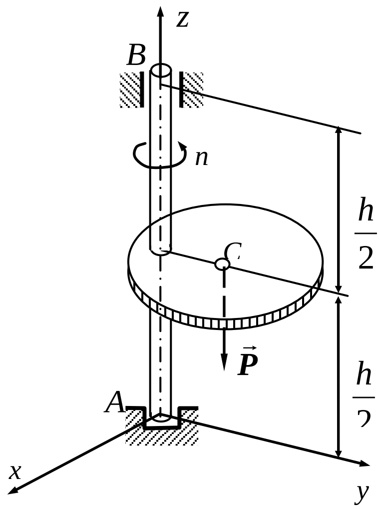
(1)开始运动瞬时；(2)浪木通过最低位置瞬时。



13-5.　　图示长 a =20cm，宽 b =15cm 的均质矩形板质量为 27kg，由销 A、销 B 悬挂，如果突然撤去销 B，求该瞬时平板的角加速度和销 A 的约束反力。

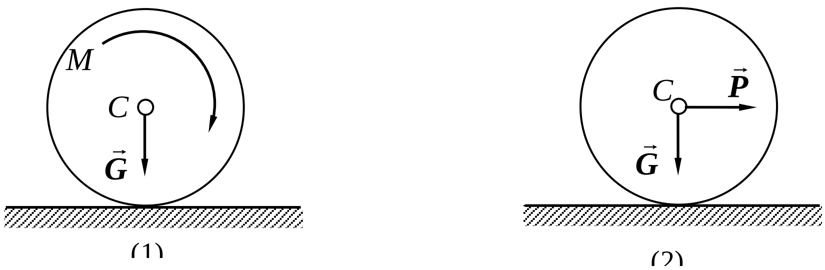


13-6.　图示涡轮机的转盘重 P＝2kN，重心 C 到转轴 z 的距离 e＝0.5mm（图中已夸大），转轴 z 垂直于转盘的对称面，盘匀速转动，转速 n＝6000 rpm，AB＝h＝1000mm；求当转盘转到重心 C 位于 yz 平面的瞬时，止推轴承 A 和向心轴承 B 的静反力和附加动反力。

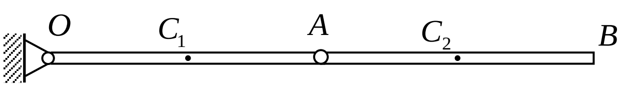


13-7.　已知均质杆 AB 重为 P，以两根与之等长的绳子悬挂在水平位置；求在一根绳断开时另一根绳子的拉力。

13-8.　已知圆轮重 G、半径为 R，沿水平面纯滚。若不计滚阻：试问在下列两种情况下，轮心的加速度及接触面的摩擦力是否相等：(1)在轮上作用一矩为 M 的顺钟向力偶；(2)在轮心上作用一水平向右、大小为 M/R 的力 P。

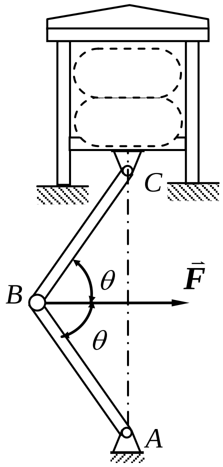


13-9*　均质细杆 OA、AB 的质量均为 m、长均为 l，用光滑铰链 O、A 连接如图。初始时两杆均处于水平位置，求系统由静止释放瞬时，两杆的角加速度。

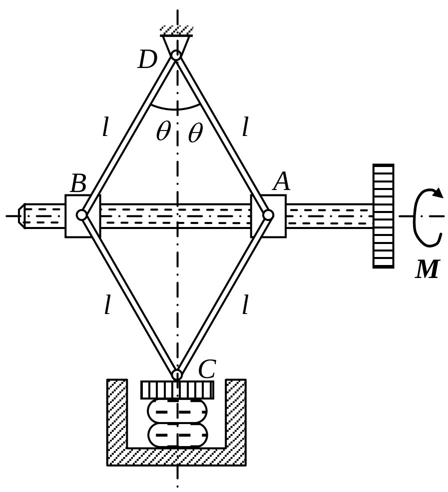


十四、虚位移原理

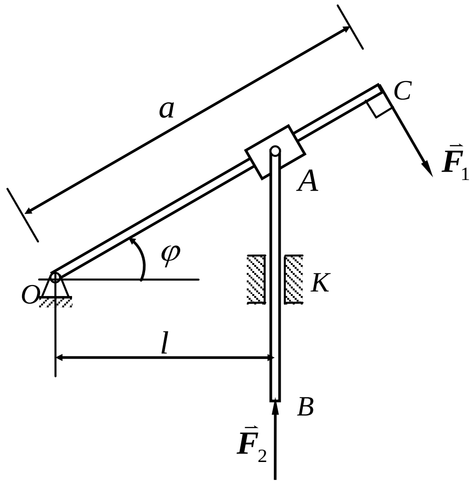
14-1. 图示曲柄压榨机的销钉 B 上作用水平力 $\boldsymbol{F}$，此力位于 ABC 平面内。设 $AB=BC$，$\angle ABC=2\theta$，求压榨机对物体的压力。



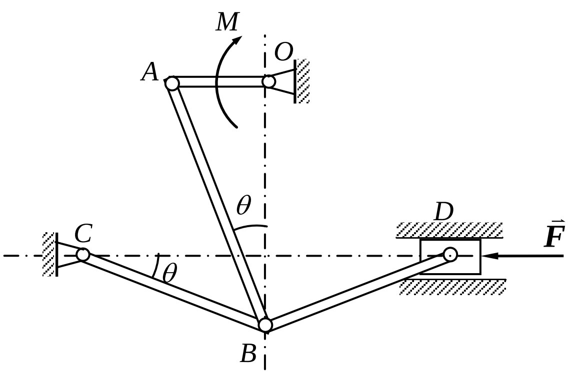
14-2. 在压榨机的手轮上作用一力偶，其矩为 M。手轮轴的两端各有螺距同为 h，但方向相反的螺纹。螺纹上各有一个螺母 A 和 B，这两螺母各与长度相同的四杆相铰接，形成菱形框，其中 D 点不动，而 C 点连接在压榨机的水平压板上。求当菱形框的顶角为 2θ 瞬时，压缩机对被压物体的压力。



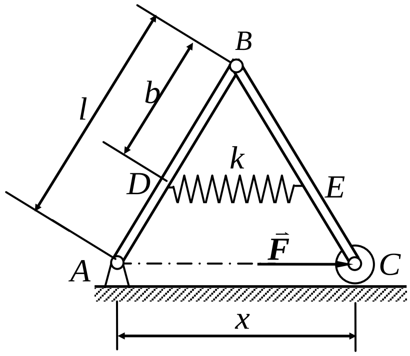
14-3.　　图示机构中，当曲柄 OC 绕 O 轴摆动时，滑块 A 沿曲柄滑动，从而带动杆 AB 在铅直槽 K 内移动。已知 $OC=a$，$OK=l$，力 $\vec{F}_1 \perp OC$；力 $\vec{F}_2$ 沿铅直方向。求机构平衡时 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 的关系。



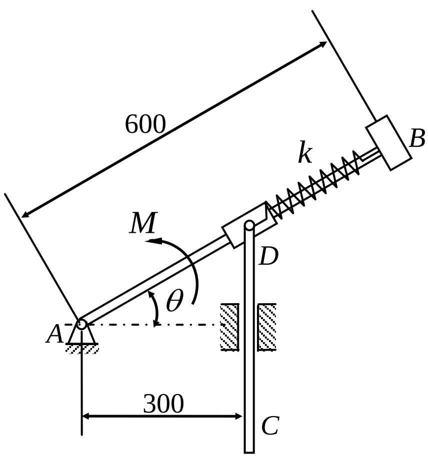
14-4.　　图示机构中，曲柄 OA 上作用一力偶，其矩为 M，滑块 D 上作用水平力 F。已知 $OA=a$，$BC=BD=l$。求当机构在图示位置平衡时，力 P 与力偶矩 M 的关系。



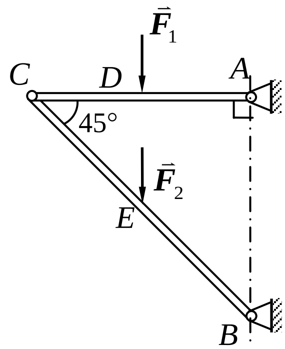
14-5.　如图所示，两等长杆 *AB* 与 *BC* 用铰链连接，且在 *D*、*E* 两点连一弹簧。弹簧刚性系数为 k，当 $AC=a$ 时，弹簧拉力为零；设 $BC=BA=l$，$BE=BD=b$，系统在 $\boldsymbol{F}$ 作用下平衡，杆重不计；求平衡时，*AC* 长 x =？



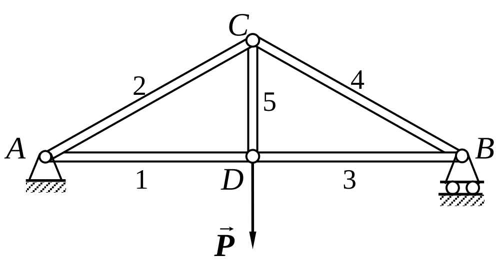
14-6.　图示滑套 *D* 套在直杆 *AB* 上，并带动杆 *CD* 在铅直滑道上滑动。已知弹簧刚度系数 k=5kN/m，$\theta = 0°$ 时，弹簧为原长 300 mm；杆重不计，系统在图示位置平衡；求平衡时，力偶矩 M 。



14-7. 图示构架由均质杆 *AC* 和 *BC* 在 *C* 处铰接而成。已知杆重 $F_1 = 2\text{kN}, F_2 = 4\text{kN}$, 杆 *AC*=2m；用虚位移原理求支座 *B* 处的约束反力。

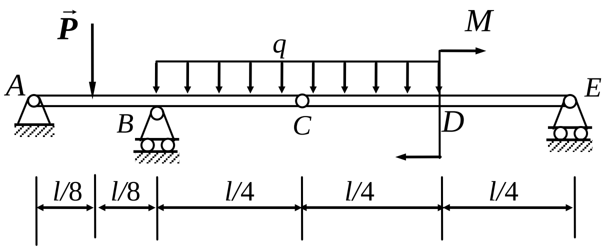


14-8. 平面桁架如图，*AD*=*DB*=6m，*CD*=3m，节点 *D* 处作用载荷 ***P***。试用虚位移原理求图示桁架中杆 3 的内力。

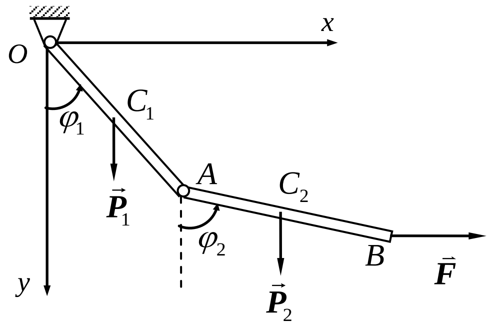


(*a*)

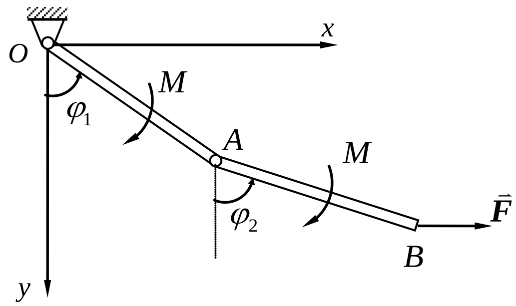
14-9.　　组合梁如图，已知 l =8m，P=4900N，q =2450N/m，M =4900N·m；用虚位移原理求各支座反力。



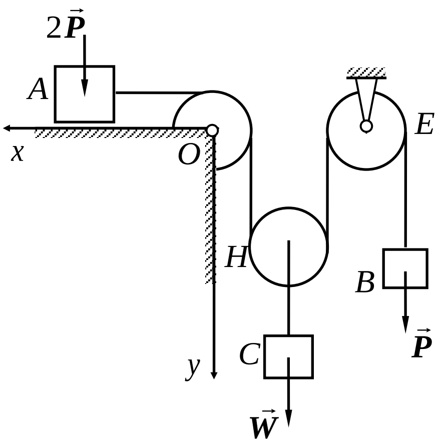
14-10.　均质杆 $OA=2l_1, AB=2l_2$，OA 重 P_1，AB 重 P_2，两杆在 A 处铰接，OA 杆可绕水平轴 O 转动。在 B 端作用一水平力 $\boldsymbol{F}$，系统平衡；求平衡时的角 φ_1, φ_2。



14-11. 图示二联杆机构中，$OA=AB=l$，自重不计，在杆件平面内作用有矩为 M 的力偶及水平力 $\boldsymbol{F}$；试确定机构平衡时 φ_1、 φ_2 角。

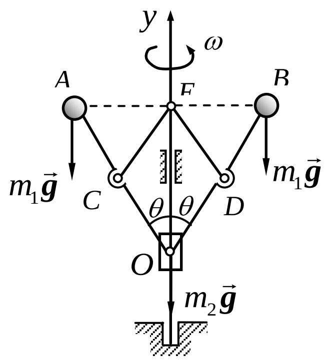


14-12. 重物 A 和重物 B 分别连接在细绳的两端，重物 A 放在粗糙的水平面上，重物 B 绕过滑轮 E 悬挂，动滑轮 H 中心挂重物 C。A 重 $2P$，B 重 P，滑轮重不计；试求图示机构平衡时，重物 C 的重量 W；物 A 与水平面的摩擦系数 f。

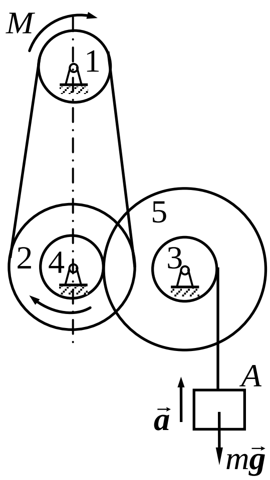


十五、动力学普遍方程与拉格朗日方程

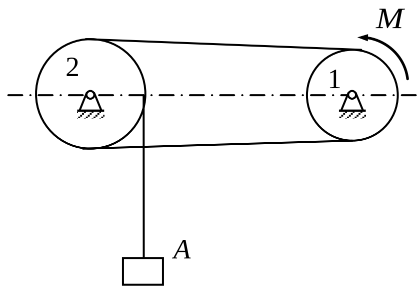
15-1.　图示离心调速器以角速度ω绕铅直轴转动，每个球质量为 m_1，套管 O 质量为 m_2，$OC=EC=AC=OD=ED=BD=l$，杆重不计；求两臂稳定旋转时 OA、OB 与铅垂轴的夹角θ。



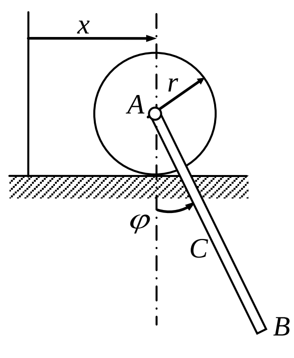
15-2.　起重机械如图，鼓轮 1 半径为 R，其上作用一不变力矩M，鼓轮 2 半径为 r_2，鼓轮 3 半径为 r_3，传动比$\dfrac{z_5}{z_4}=K$，重物质量为 m，不计各传动部件及绳索质量，忽略摩擦，求重物 A 的加速度。



15-3. 质量分别为 m_1、m_2 的均质传动轮 1、2 借助传动皮带绕水平轴转动。轮 1 半径为 r_1，作用有主动力矩 M，轮 2 上绕挂有重物 A 的绳索，重物质量为 m_3，不计摩擦，求重物加速度 a



15-4. 质量为 m、长为 $l=4r$ 的均质杆一端用光滑铰链铰接于质量为 m、半径为 r 的轮心 A，轮在粗糙的水平面上纯滚动，试用第二类拉格朗日方程建立系统的运动微分方程，并求其初积分。

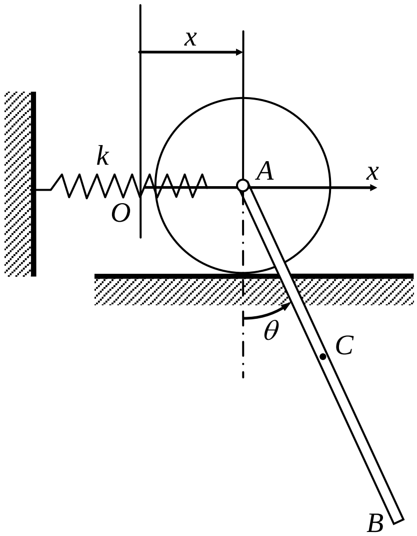


15-5.　　，均质圆盘质量为 m，半径为 r，在水平面纯滚动；盘中心 A 铰接一质量为 m，长为 $2l$ 的均质摆杆及刚度系数为 k 的弹簧。

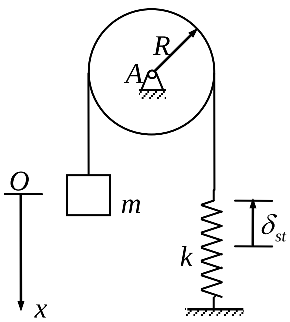
（1）　选定系统的广义坐标，写出系统的动能和势能表达式；

（2）　用第二类拉格朗日方程列出系统的运动微分方程；

（3）　写出系统在稳定平衡位置附近的微振动方程式。

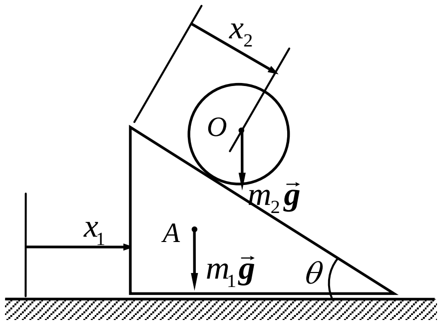


15-6.　　图示半径为 R 的滑轮可绕水平轴 A 转动，在滑轮上绕一不可伸长的绳子，绳的一端悬挂质量为 m 的重物，另一端固接在刚度系数为 k 的弹簧上。设滑轮质量为 M，分布于圆周上，绳与滑轮间无滑动。求重物振动的固有频率。



(a)

15-7.　　如图所示，质量为 m_1、倾角为 θ 的三棱柱与水平面的摩擦不计；质量为 m_2、半径为 r 的均质圆柱沿三棱柱斜面向下作纯滚动，求三棱柱的加速度及圆柱中心相对于三棱柱的加速度。



(a)

15-8.　如图所示，三棱柱质量为 m_1，倾角为θ，质量为 m_2 的均质圆柱沿三棱柱斜面作纯滚动，弹簧刚度系数为 k，在初瞬时弹簧无变形；不计三棱柱与水平面的摩擦。试建立系统的运动微分方程。