

第十三章 门电路和组合逻辑电路



本章内容

13.1 基本门电路及其组合

13.2 TTL门电路

13.4 组合逻辑电路的分析和设计

13.5 加法器



合肥工业大学

HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

13.1 基本门电路及其组合



目录 / contents

01

数字电路概述

02

基本逻辑门电路

03

基本逻辑门电路的组合

04

TTL门电路



01 数字电路概述

1. 模拟信号和数字信号

模拟
信号

- 随时间连续变化的信号

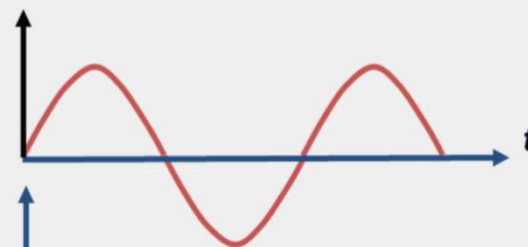
模数转
换AD

数模转
换DA

数字
信号

- 时间上和数值上的变化都是不连续的信号

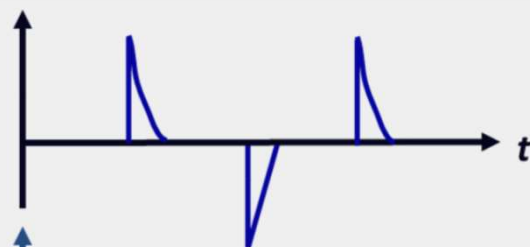
正弦波



三角波

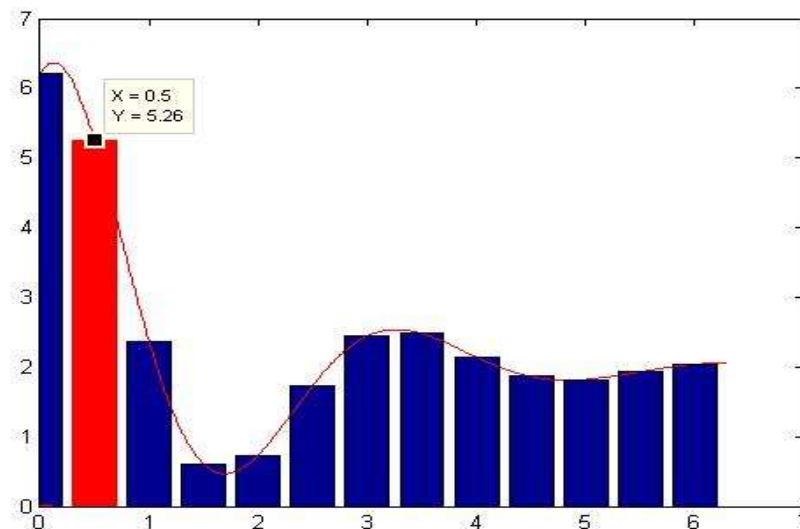


尖顶波

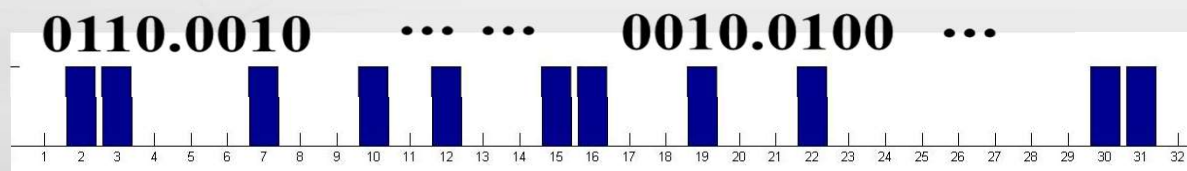


矩形波





模拟
信号



数字
信号

Y	6.2	5.3	2.4	0.6	0.7	1.7	2.4	2.5	2.1	1.9	1.8	1.9	2
---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	---

0110.0010

... ..

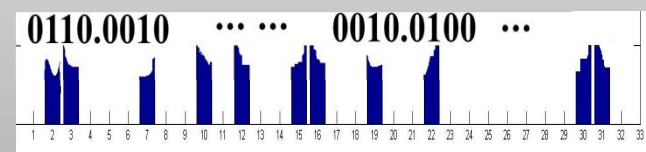
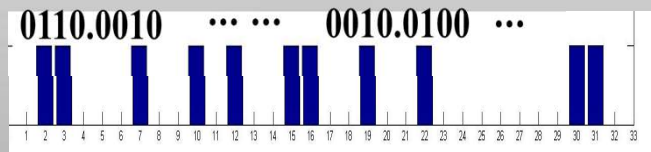
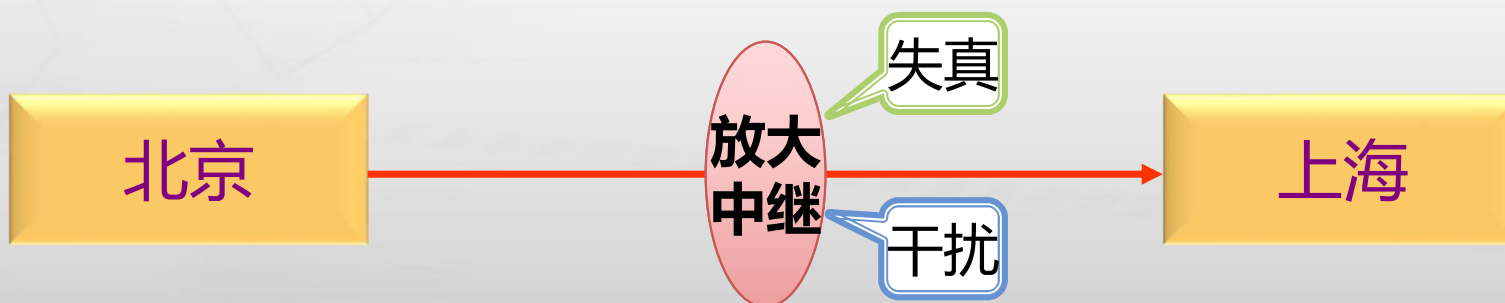
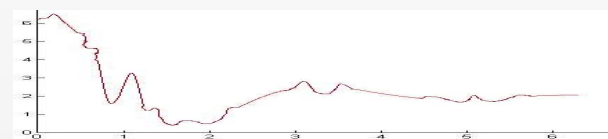
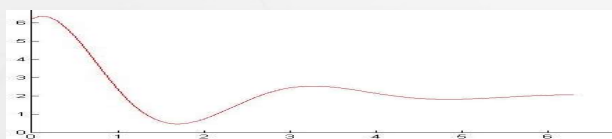
0010.0100

... ..

2. 数字信号的优点

数字信号的优点：便于压缩、传输，抗干扰性强。

实验：从北京向上海传送一个信号



3. 数字电路和模拟电路特点比较

	模拟电路	数字电路
处理信号	模拟信号	数字信号
研究对象	输入输出信号之间大小相位关系	输入、输出信号之间逻辑关系
研究方法	图解分析、小信号模型分析	逻辑代数、状态表、逻辑图
基本电路元件	三极管、场效应管、运放	逻辑门电路、触发器
三极管工作区	放大区	饱和、截止区
典型电路	信号放大、运算、处理、发生	组合、时序、A/D、D/A转换

4. 逻辑系统

数字电路输入和输出信号都是电位（电平）高低来表示，电平**高、低**用**逻辑1、逻辑0**两种状态来区别。

正逻辑

- 高电平：1
- 低电平：0

典型值

3.6 V

0.3 V

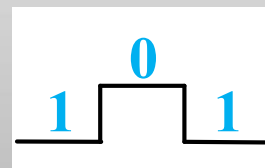
变化范围

2.4 ~ 5 V (输出)

0 V左右 (输出)

负逻辑

- 高电平：0
- 低电平：1



02 基本逻辑门电路

基本逻辑门电路

一、门电路的基本概念

门电路：实现逻辑关系的电子电路。

常见门电路：**与门**、**或门**、**非门**、与非门、或非门、与或非门、异或门。

电路实现：利用**开关元件**的**开关特性**实现上述逻辑。



基本逻辑关系：为 “与” 、 “或” 、 “非” 三种。

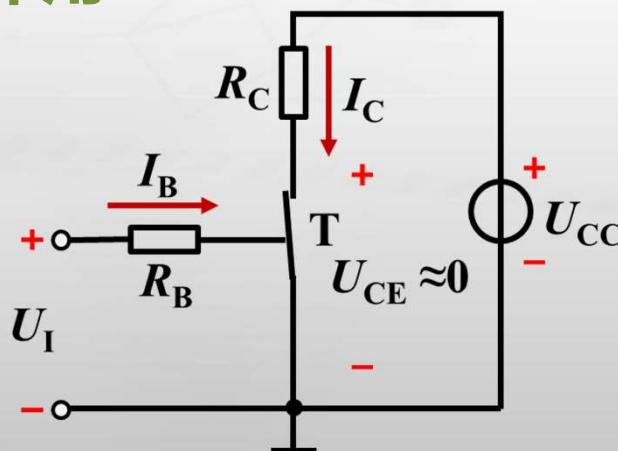


二极管的开关作用

正向偏置导通电流较大，电阻为零，相当于**开关接通**；
反向偏置电流几乎为零，电阻为无穷大，相当**开关断开**。

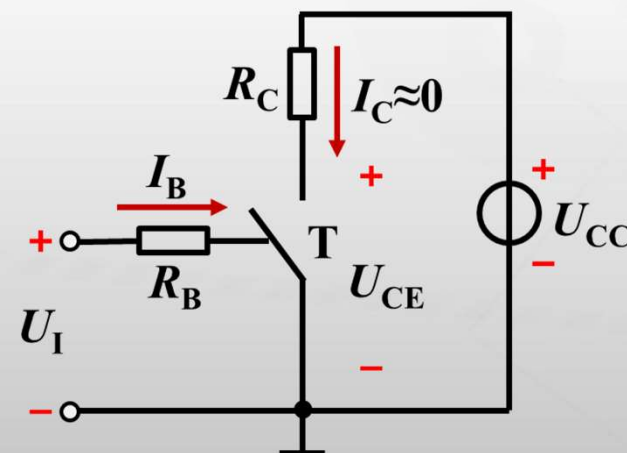
三极管开关作用

饱和状态：
 $I_C \approx U_{CC}/R_C$
 $U_{CE} \approx 0$



开关接通

截止状态：
 $I_B = 0$, $I_C \approx 0$
 $U_{CE} \approx U_{CC}$



开关断开

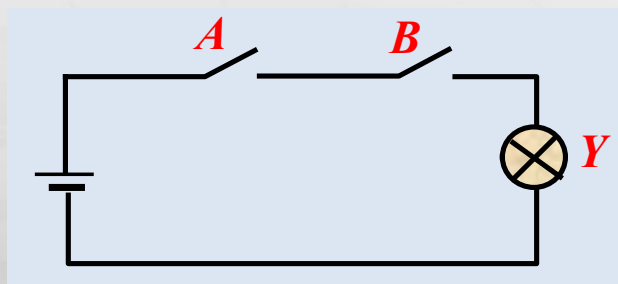


基本逻辑门电路

二. 与门

(1) “与” 逻辑关系

决定某事件的**条件全部具备**时，事件才发生。



条件：开关都闭合

结果：灯亮

与逻辑功能表

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
断开	断开	不亮
断开	闭合	不亮
闭合	断开	不亮
闭合	闭合	灯亮

1 表示开关闭合，灯亮

0 表示开关断开，灯不亮

与逻辑状态表

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

基本逻辑门电路

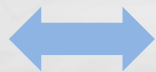
二. 与门

(1) “与” 逻辑关系

与逻辑表达式 $Y = A \cdot B$

与逻辑运算规则

$$\begin{array}{ll} 0 \cdot 0 = 0 & 0 \cdot 1 = 0 \\ 1 \cdot 0 = 0 & 1 \cdot 1 = 1 \end{array}$$

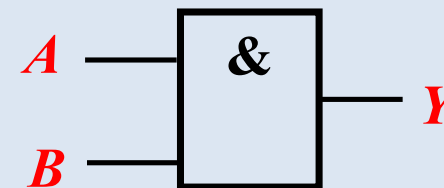


见 “0” 得 “0”
全 “1” 得 “1”

与门：实现与逻辑运算的电路

与逻辑状态表

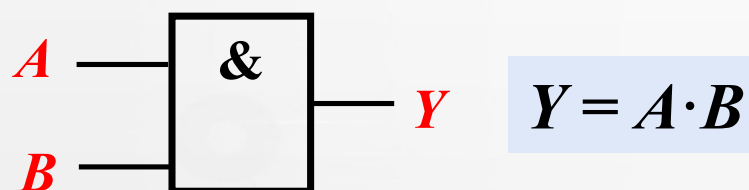
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



逻辑符号

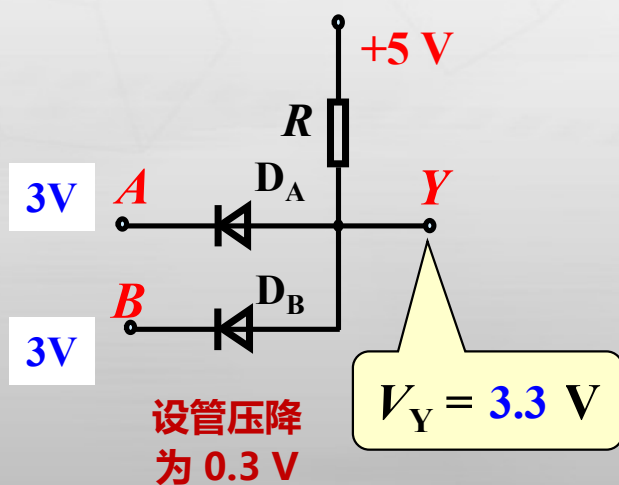
基本逻辑门电路

(2) 二极管“与”门电路



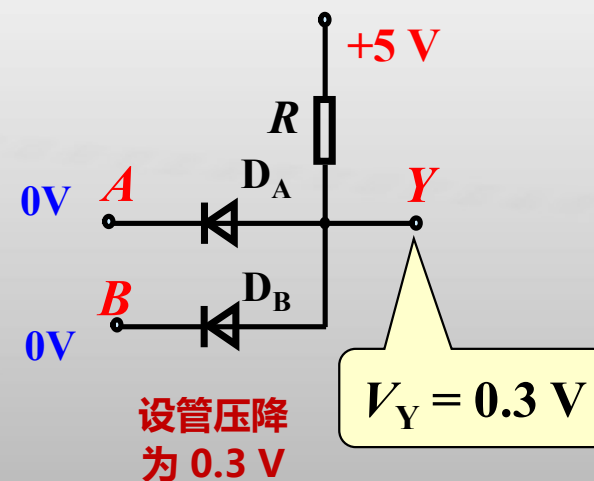
与门逻辑状态表

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



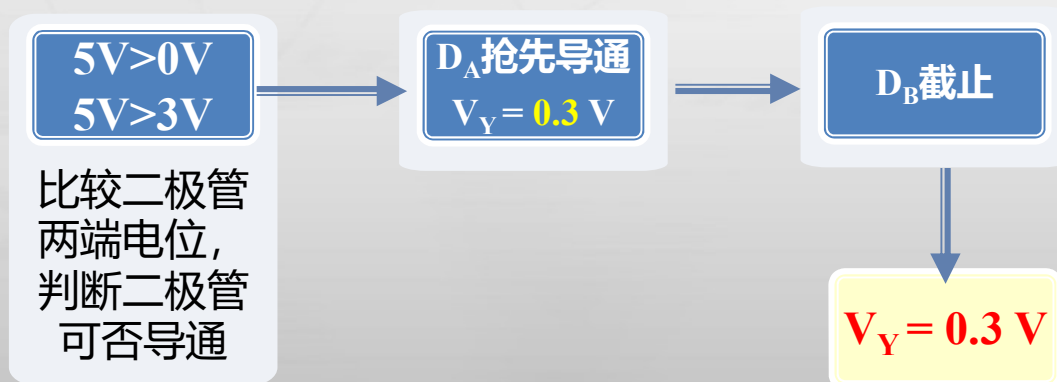
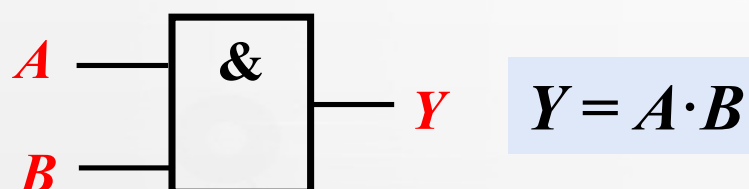
3V

3V



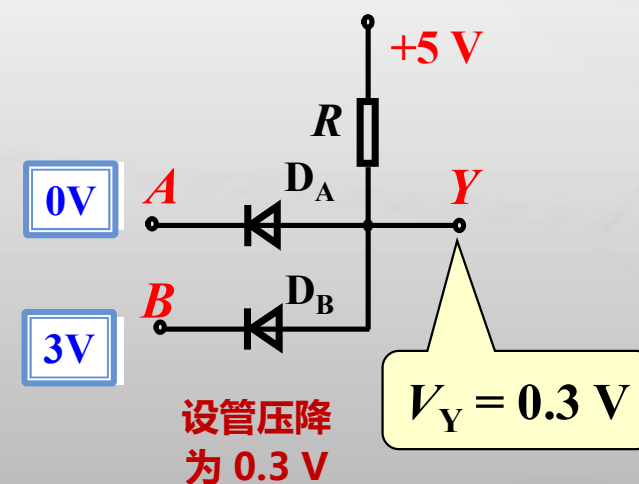
基本逻辑门电路

(2) 二极管“与”门电路



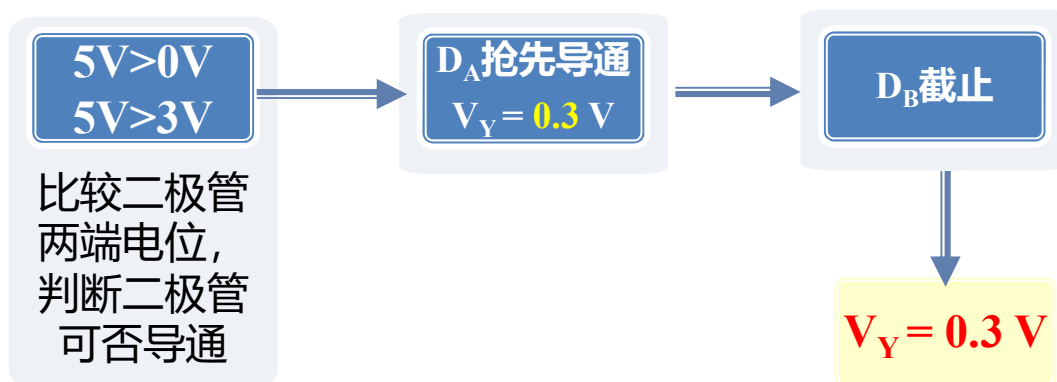
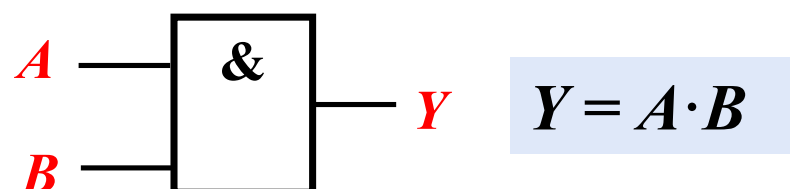
与门逻辑状态表

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



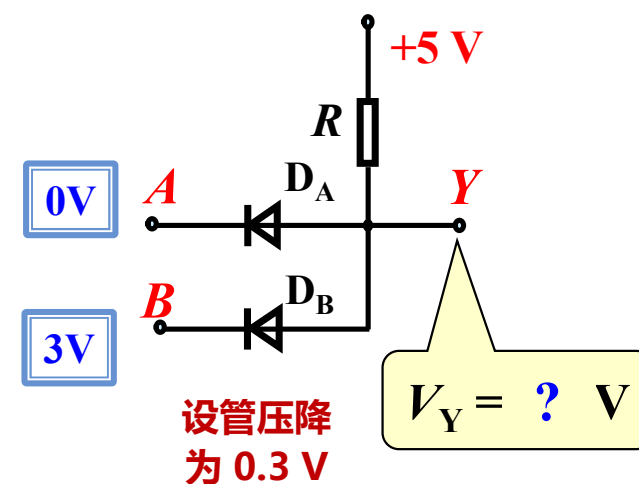
基本逻辑门电路

(2) 二极管“与”门电路



与门逻辑状态表

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

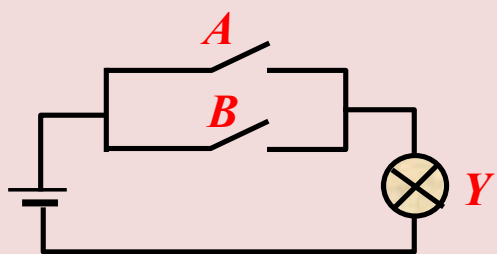


基本逻辑门电路

二. 或门

(1) “或” 逻辑关系

决定某事件的**条件之一具备**时，该事件就发生。



条件： 开关任意闭合

结果： 灯亮

1 表示开关闭合，灯亮

0 表示开关断开，灯不亮

或逻辑功能表

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
断开	断开	不亮
断开	闭合	灯亮
闭合	断开	灯亮
闭合	闭合	灯亮

或逻辑状态表

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

基本逻辑门电路

二. 或门

(1) “或” 逻辑关系

或逻辑表达式 $Y = A + B$

或逻辑运算规则

$$\begin{array}{ll} 0 + 0 = 0 & 0 + 1 = 1 \\ 1 + 0 = 1 & 1 + 1 = 1 \end{array}$$

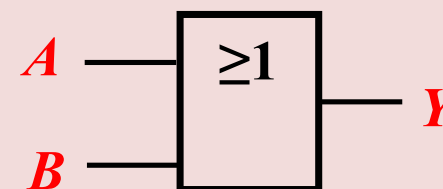


见 “1” 得 “1”
全 “0” 得 “0”

或门：实现或逻辑运算的电路

或逻辑状态表

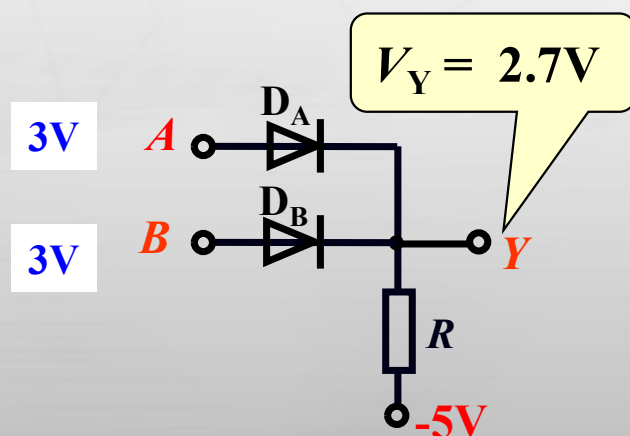
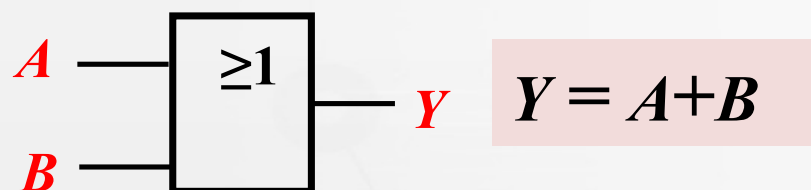
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



逻辑符号

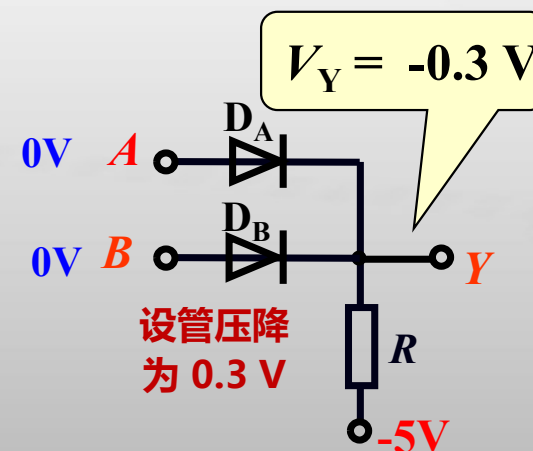
基本逻辑门电路

(2) 二极管“或”门电路



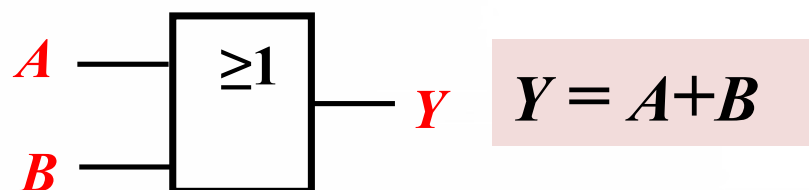
或门逻辑状态表

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



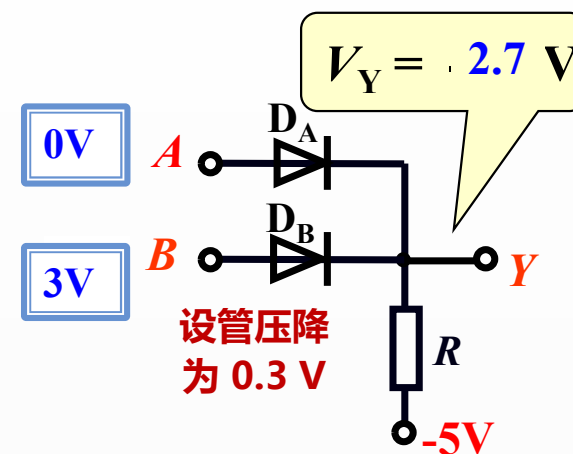
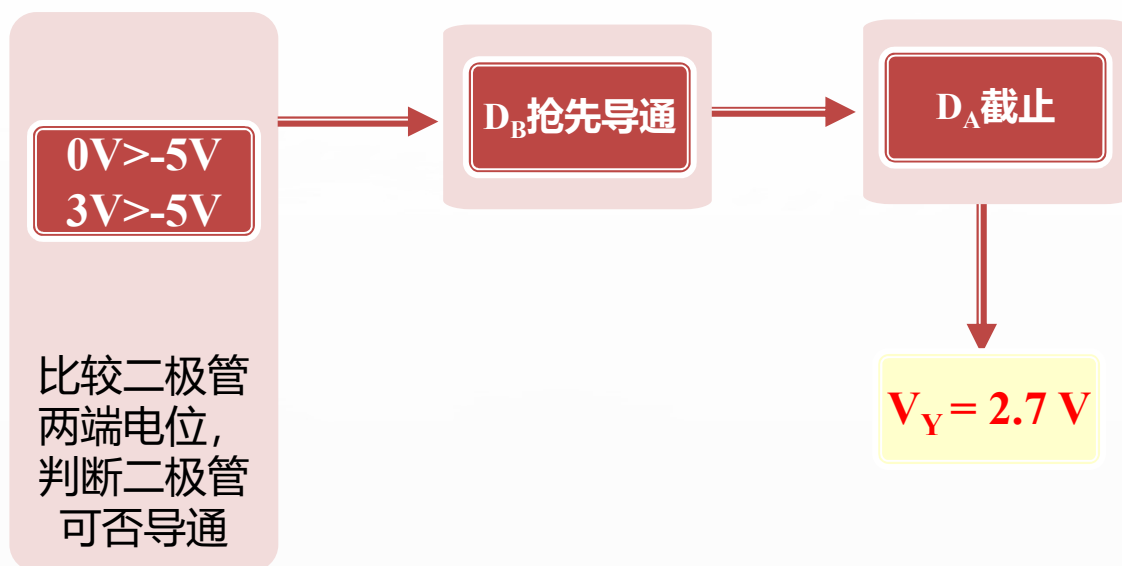
基本逻辑门电路

(2) 二极管“或”门电路



或门逻辑状态表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



基本逻辑门电路

三、非门

(1) “非” 逻辑关系

条件具备结果不发生。
条件不具备结果发生。

条件：开关断开
结果：灯亮

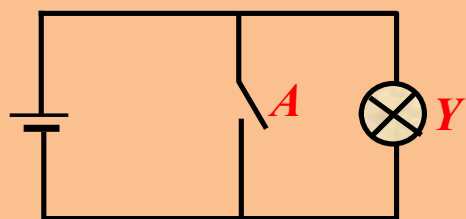
1 表示开关闭合，灯亮
0 表示开关断开，灯不亮

非逻辑功能表

A	Y
断开	灯亮
闭合	不亮

非逻辑状态表

A	Y
0	1
1	0



基本逻辑门电路

三、非门

(1) “非” 逻辑关系

非逻辑表达式 $Y = \bar{A}$

非逻辑运算规则

$$\bar{0} = 1 \quad \bar{1} = 0$$

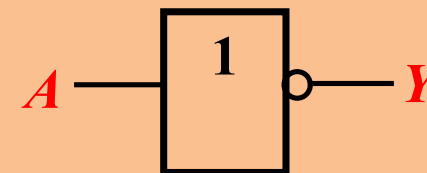


见 “1” 得 “0”
见 “0” 得 “1”

非逻辑状态表

A	Y
0	1
1	0

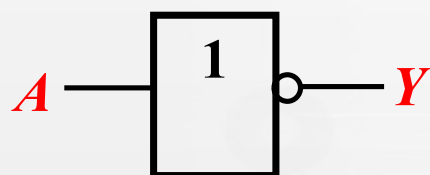
非门：实现非逻辑运算的电路



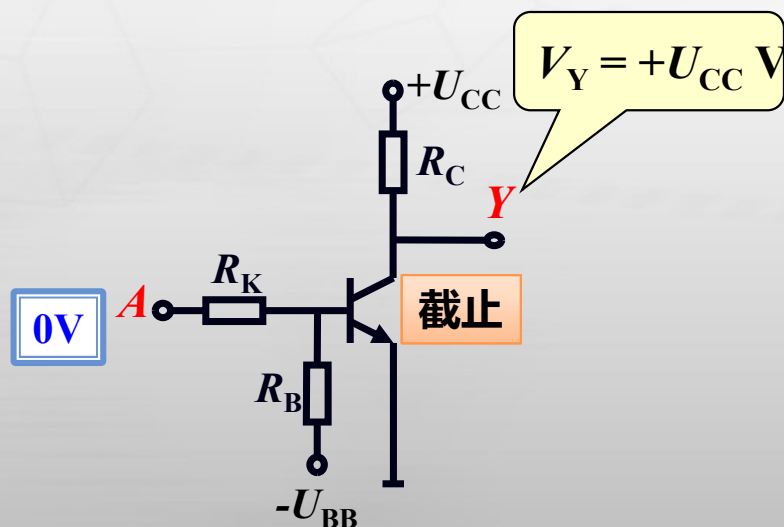
逻辑符号

基本逻辑门电路

(3) 三极管非门电路

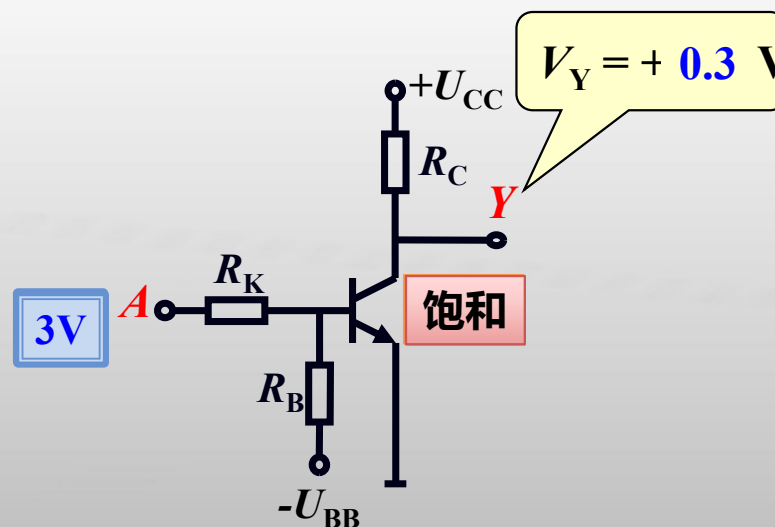


$$Y = \bar{A}$$



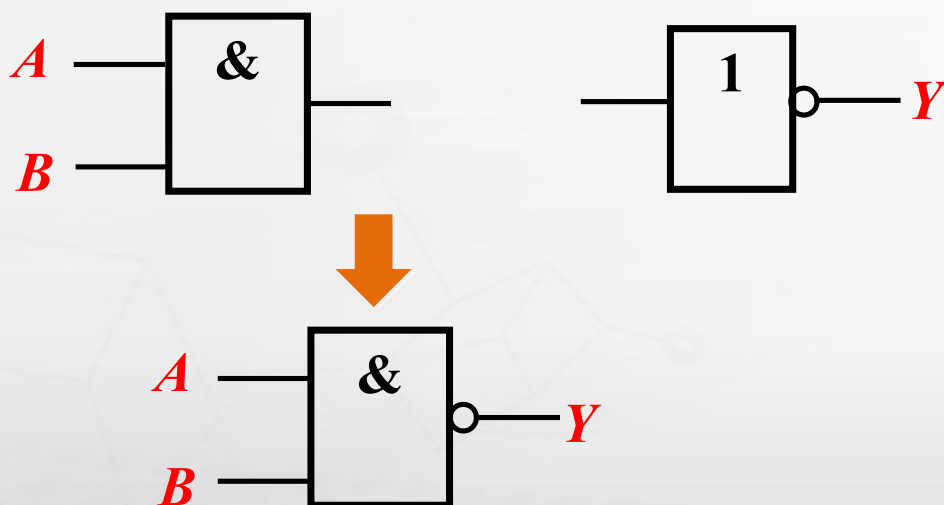
非门逻辑状态表

A	Y
0	1
1	0



03 基本逻辑门电路的组合

1、与非门



“与非” 门

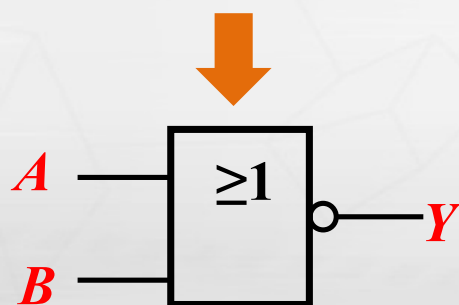
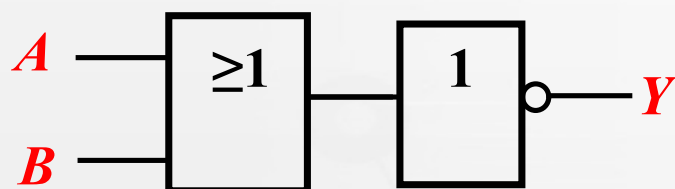
逻辑表达式: $Y = \overline{AB}$

与非门逻辑状态表

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

见 “0” 得 “1”
全 “1” 得 “0”

2、或非门



“或非” 门

逻辑表达式: $Y = \overline{A + B}$

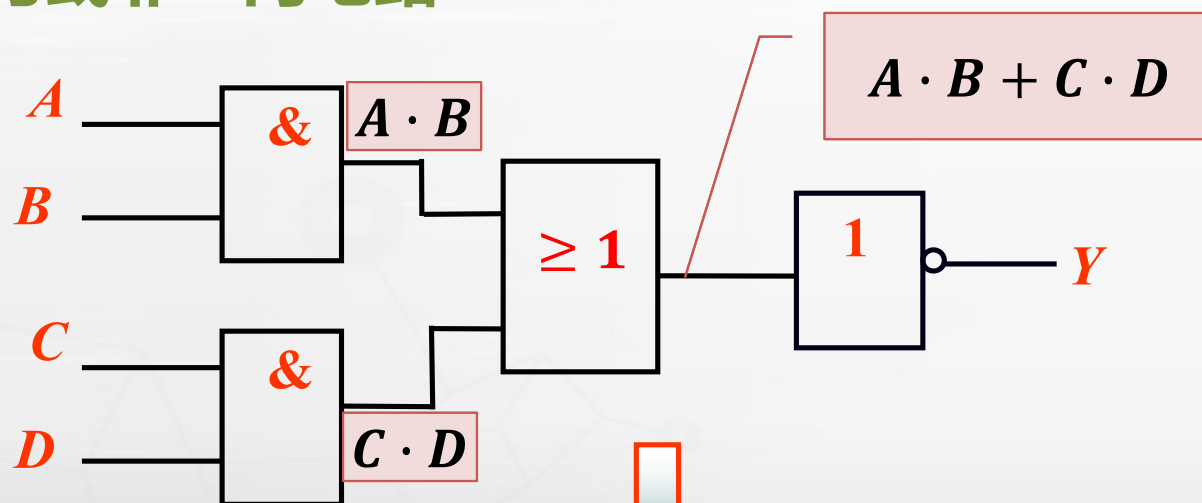
或非门逻辑状态表

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

见 “1” 得 “0”
全 “0” 得 “1”

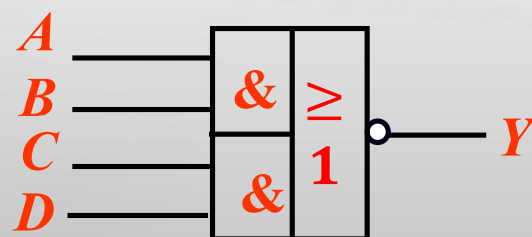
基本逻辑门电路的组合

3、“与或非”门电路



逻辑表达式:


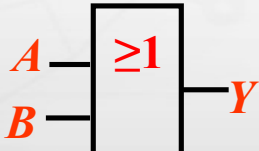
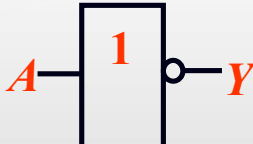
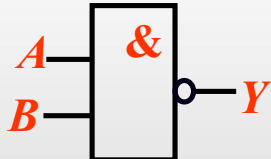
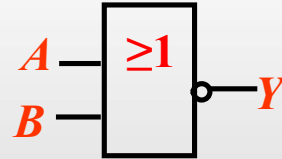
$$Y = \overline{A \cdot B + C \cdot D}$$



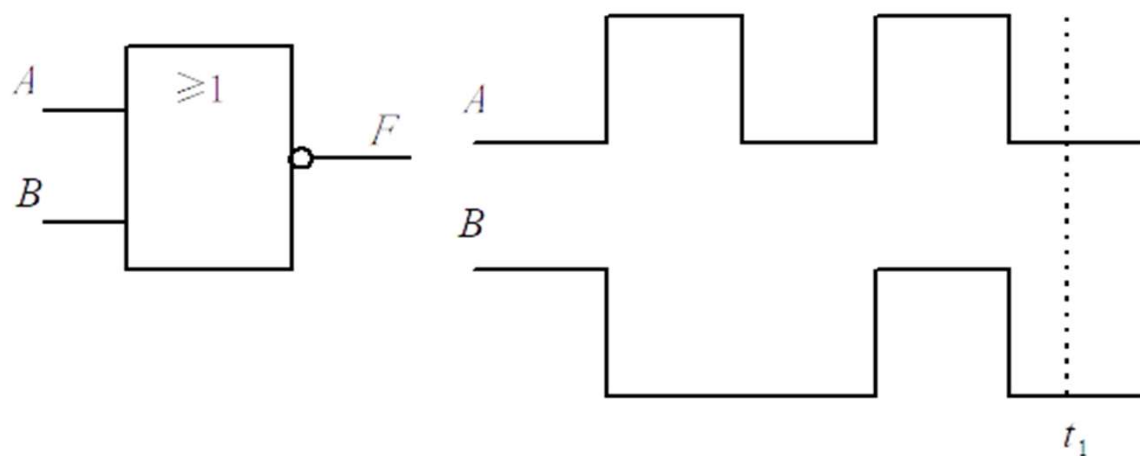
“与或非”门

总 结

五种常用逻辑门

逻辑门	与	或	非	与非	或非
图形符号					
逻辑式	$Y = A \cdot B$	$Y = A + B$	$Y = \bar{A}$	$Y = \overline{A \cdot B}$	$Y = \overline{A + B}$

1、逻辑图和输入 A 、 B 的波形如图所示，分析在 t_1 时刻输出 F 为()。



A

1

B

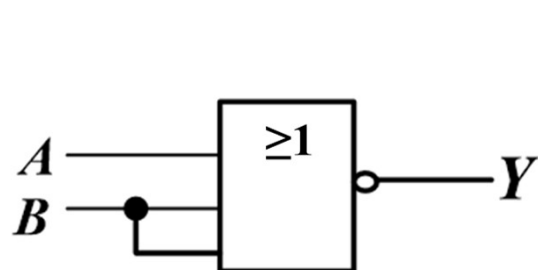
0

C

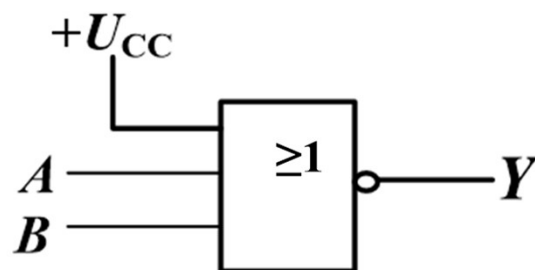
不定

提交

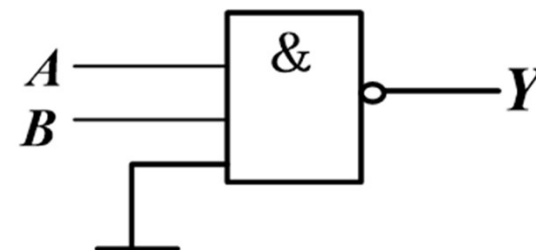
2、如图所示各电路中，多余输入端的处理哪个是正确的？（ ）



A



B



C

提交

分立元件门电路

- 由分立电阻、二极管、三极管构成。

缺点

体积大、工作不可靠

需要不同电源

各种门的输入、输出电平不匹配

数字集成门电路

- 在一块半导体基片上实现完整的逻辑电路的全部元件及其连接。

优点

体积小

可靠性高

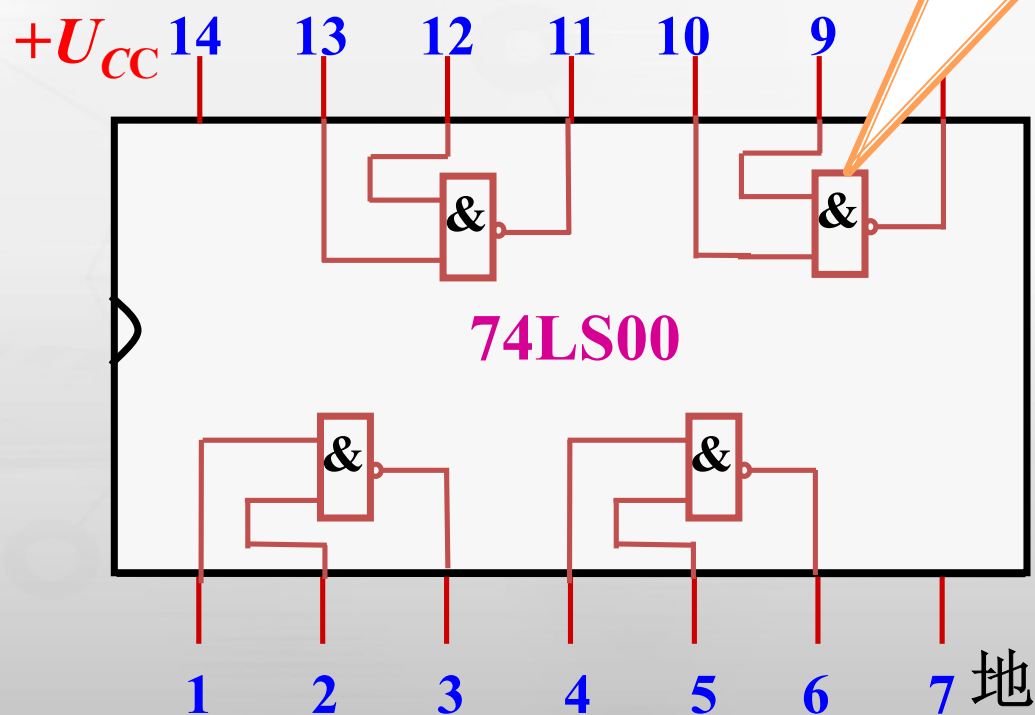
速度快

电平匹配

注：目前分立元件电路已被**集成电路**（TTL门电路、MOS门电路等）所替代。

TTL门电路

一、TTL逻辑与非门电路



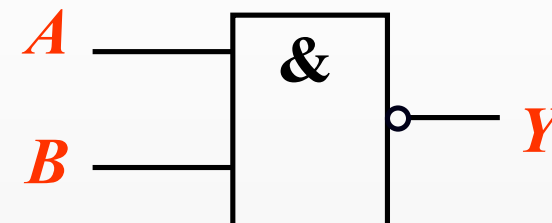
TTL 与非门引脚图

各类型号集成芯片



一、TTL逻辑与非门电路

逻辑表达式: $Y = \overline{A \cdot B}$



“与非” 门

“与非” 门逻辑状态表

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Y</i>
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

有“0”出“1”
全“1”出“0”

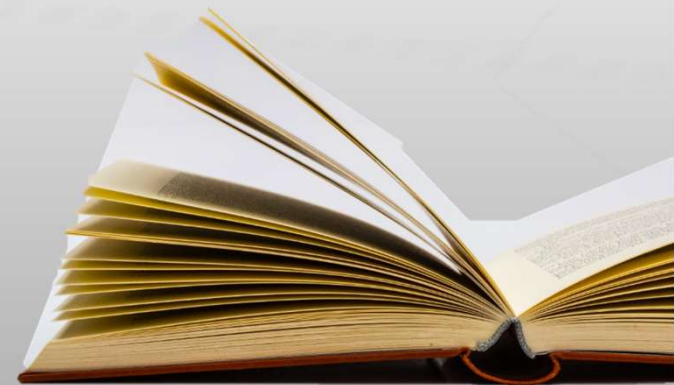
“与非” 逻辑关系



合肥工业大学

HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

13.4 组合逻辑电路的分析和设计



目录 / contents

01

逻辑代数和逻辑函数

02

组合逻辑电路的分析

03

组合逻辑电路的设计



01 逻辑代数和逻辑函数

数字电路概述

一、基本概念

逻辑电路（数字电路）：研究电路输入输出之间的逻辑关系。

逻辑代数（布尔代数）：用于表示逻辑关系的数学工具。

逻辑变量

用于表示逻辑关系的变量

A 为原变量

\bar{A} 为反变量

逻辑值

逻辑 “0”

逻辑 “1”

0和1表示两个对立的逻辑状态。

电位的低高
(0表示低电位, 1表示高电位)
开关的断合等。

逻辑函数

逻辑变量之间的因果关系

二、逻辑代数运算法则

基本运算法则

$$(1) \ 0 \cdot A = 0 \quad (2) \ 1 \cdot A = A$$

$$(3) \ A \cdot A = A \quad (4) \ A \cdot \overline{A} = 0$$

$$(5) \ 0 + A = A \quad (6) \ 1 + A = 1$$

$$(7) \ A + A = A \quad (8) \ A + \overline{A} = 1$$

$$(9) \ \overline{\overline{A}} = A$$

二、逻辑代数运算法则

交换律: (10) $AB = BA$ (11) $A + B = B + A$

结合律: (12) $ABC = (AB)C = A(BC)$

(13) $A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C)$

分配律: (14) $A(B + C) = AB + AC$

(15) $A + BC = (A + B)(A + C)$ ✓

证明:
$$\begin{aligned}(A + B)(A + C) &= AA + AB + AC + BC \\&= A + A(B + C) + BC \\&= A[1 + (B + C)] + BC \\&= A + BC\end{aligned}$$

吸收律 (16) $A(A + B) = A$

证: $A(A + B) = AA + AB = A(1 + B) = A$

(17) $A(\bar{A} + B) = AB$

(18) $A + AB = A$

(19) $A + \bar{A}B = A + B$ ✓

分配律

证: $A + \bar{A}B = (A + \bar{A})(A + B) = A + B$

(20) $AB + \bar{A}\bar{B} = A$

(21) $(A + B)(A + \bar{B}) = A$

反演律

$$\left. \begin{array}{l} (22) \quad \overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B} \\ (23) \quad \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B} \end{array} \right\} \text{很重要}$$

列状态表证明：

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A+B}$	$\overline{A} \cdot \overline{B}$	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A} + \overline{B}$
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0

三、逻辑函数（逻辑式）的化简

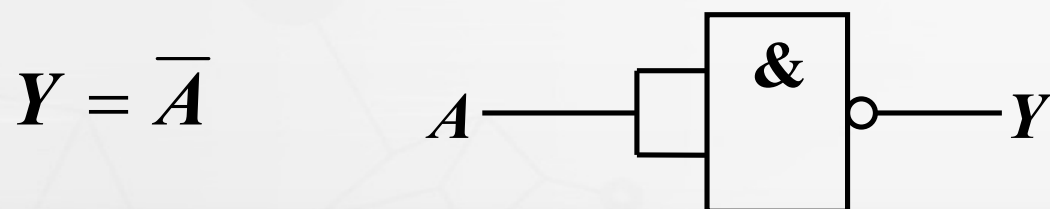
[例 1] 应用逻辑代数运算法则化简下列逻辑式：

$$Y = ABC + \underline{ABD} + \overline{ABC} + CD + \underline{BD}$$

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad Y &= ABC + \overline{ABC} + CD + B(\overline{D} + DA) \\ &= \underline{ABC} + \overline{ABC} + CD + B\overline{D} + \underline{AB} \\ &= AB(1 + C) + \overline{ABC} + CD + B\overline{D} \\ &= \underline{AB} + \overline{ABC} + CD + B\overline{D} \\ &= B(A + \overline{AC}) + CD + B\overline{D} \\ &= AB + \underline{BC} + CD + \underline{B\overline{D}} \\ &= AB + B(\overline{C} + \overline{D}) + CD \\ &= AB + BCD + CD \\ &= AB + B + CD \\ &= B(A + 1) + CD \\ &= B + CD \end{aligned}$$

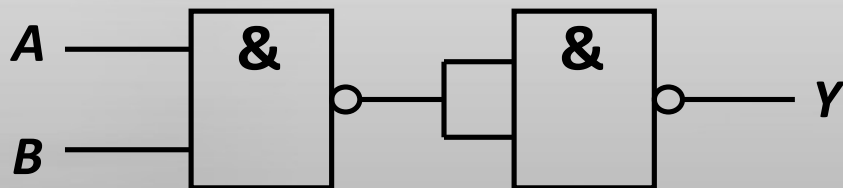
四、逻辑函数的变换（用“与非”门构成其它基本门电路）

(1)应用“与非”门构成“非”门电路



(2)应用“与非”门构成“与”门电路

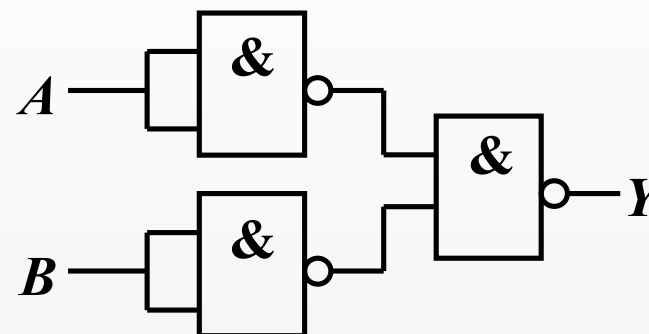
由逻辑代数运算法则： $Y = AB = \overline{\overline{AB}}$



(3)应用“与非”门构成“或”门电路

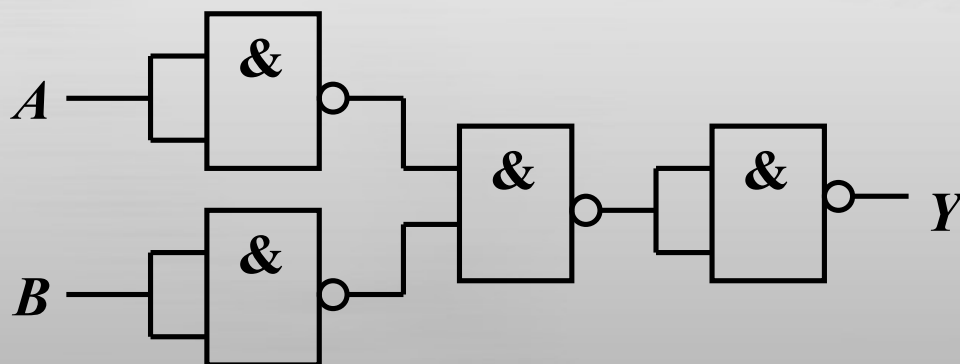
由逻辑代数运算法则：

$$Y = A + B = \overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$$



(4) 用“与非”门构成“或非”门

由逻辑代数运算法则： $Y = \overline{A + B} = \overline{A} \overline{B} = \overline{\overline{\overline{A} \overline{B}}}$



五、逻辑函数的表示方法

1. 逻辑函数

用有限个与、或、非逻辑运算符，按某种逻辑关系将逻辑变量 A 、 B 、 C 、...连接起来，所得的表达式 $Y = F(A, B, C, \dots)$ 称为逻辑函数。

2. 逻辑函数的表示方法

逻辑状态表

逻辑式

逻辑图

2. 逻辑函数的表示方法

逻辑状态表

- 用输入、输出变量的逻辑状态（“1”或“0”）以表格形式来表示逻辑函数。

逻辑式

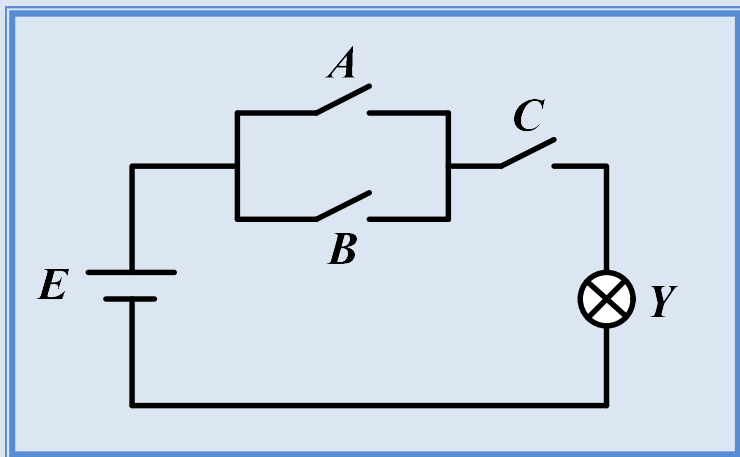
- 用“与”“或”“非”等运算来表达逻辑函数的表达式

逻辑图

- 用图形符号描述逻辑函数

◆ 逻辑状态表

例：举重裁判电路， C 为主裁判开关， A 、 B 为副裁判开关， Y 为指示灯。
电路功能：当主裁判开关闭合，同时至少有一名副裁判开关闭合，指示灯才会亮。



断 "0"



合 "1"

亮 "1"



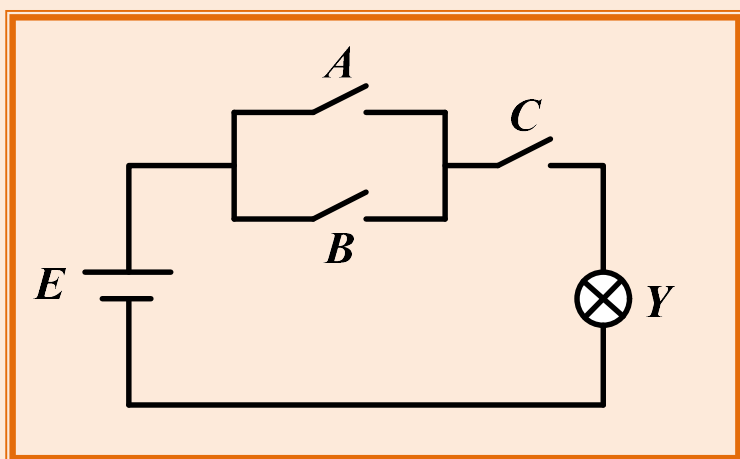
灭 "0"

逻辑状态表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

◆ 逻辑式

例：举重裁判电路， C 为主裁判开关， A 、 B 为副裁判开关， Y 为指示灯。
电路功能：当主裁判开关闭合，同时至少有一名副裁判开关闭合，指示灯才会亮。



A 、 B 中至少有一个闭合，可表示为： $A+B$

同时还要求 C 闭合，可表示为： $C(A+B)$

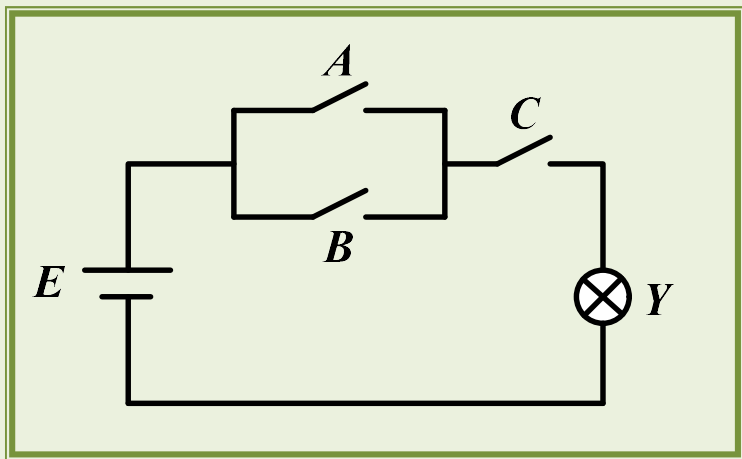
故： $Y=C(A+B)$ “或与” 式

$= AC + BC$ “与或” 式

$= \overline{\overline{AC} \cdot \overline{BC}}$ “与非 - 与非”

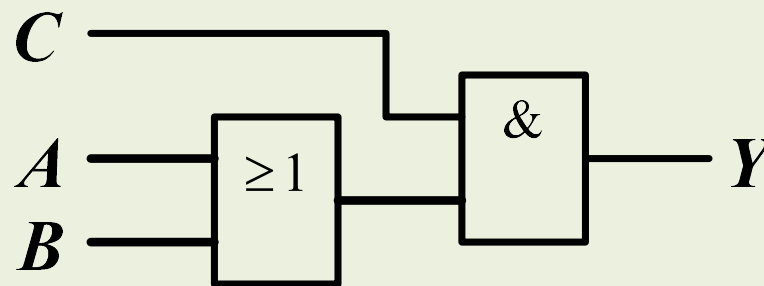
◆ 逻辑图

例：举重裁判电路， C 为主裁判开关， A 、 B 为副裁判开关， Y 为指示灯。
电路功能：当主裁判开关闭合，同时至少有一名副裁判开关闭合，指示灯才会亮。



将逻辑函数式中的与或非等运算关系用相应的逻辑符号表示出来，就可以画出逻辑图。

$$Y = C(A + B)$$



3. 逻辑函数的转换

◆ (1) 由状态表转换到逻辑式

- 取 $Y=“1”$ (或 $Y=“0”$) 列逻辑式
- 每个 $Y=“1”$ 对应的输入变量取值组合写成一个乘积项

$\bar{A}\bar{B}C$

$\bar{A}B\bar{C}$

$A\bar{B}\bar{C}$

ABC

- 这些乘积项作逻辑或

逻辑函数式 $Y = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$

逻辑状态表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

3. 逻辑函数的转换

◆ (2) 由逻辑式转换到状态表

逻辑状态表

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>Y</i>
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$Y = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$$

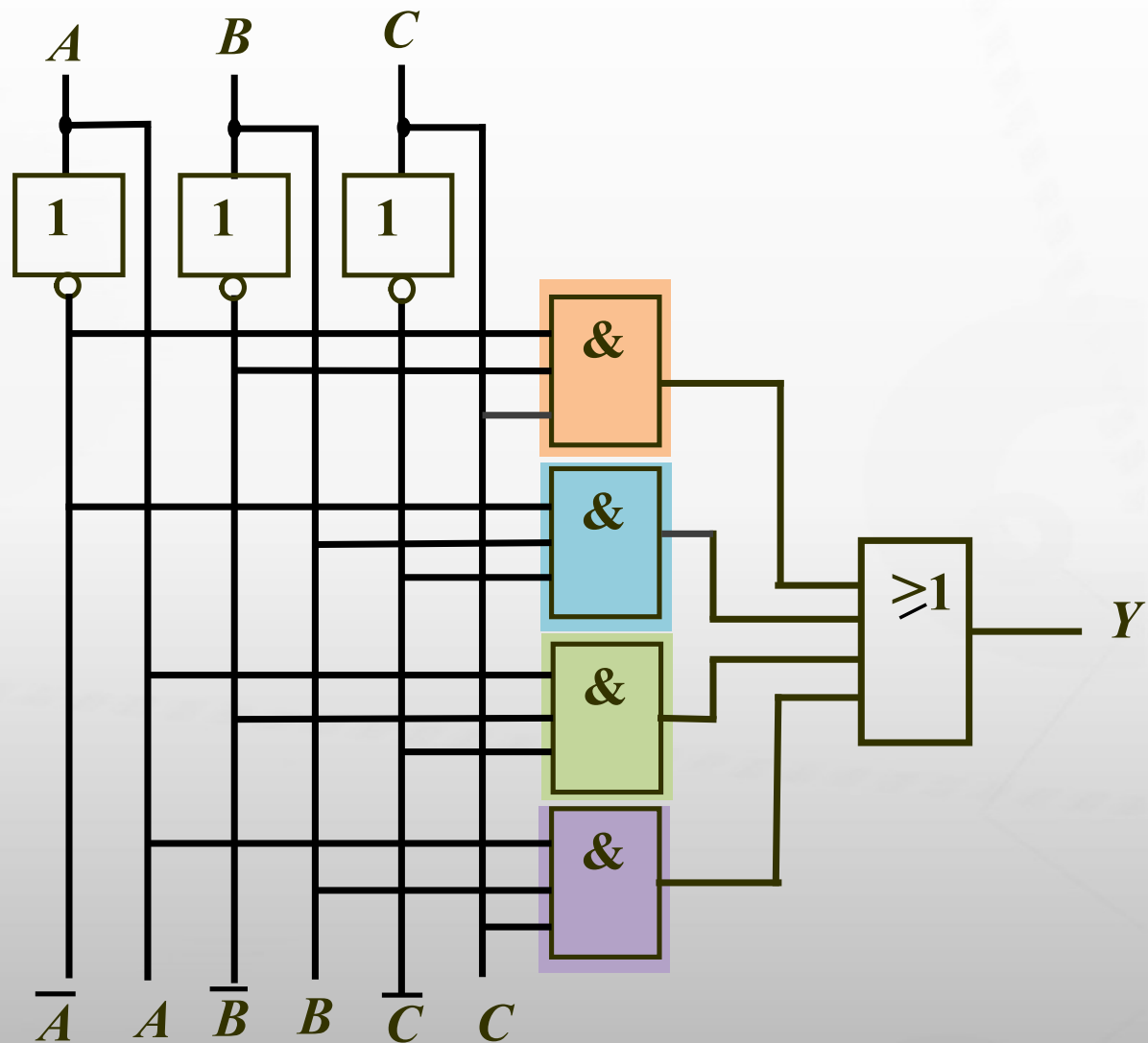
3. 逻辑函数的转换

◆ (3) 逻辑式和逻辑图的相互转换

逻辑式 \longrightarrow 逻辑图

方法：将运算符号转换成图形符号

$$Y = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC$$



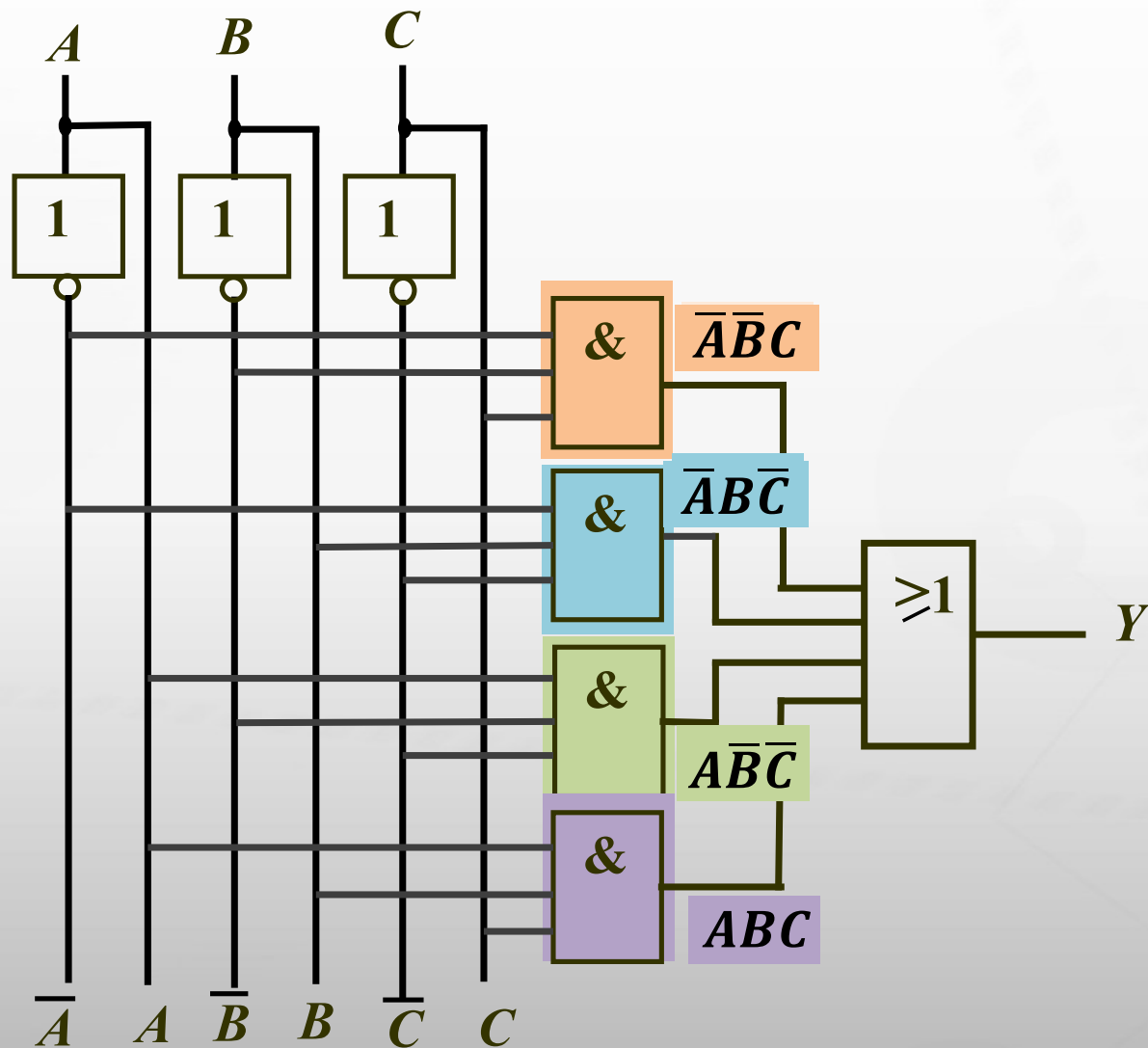
3. 逻辑函数的转换

◆ (3) 逻辑式和逻辑图的相互转换

逻辑图 \longrightarrow 逻辑式

方法：将图形符号转换成运算符号

$$Y = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$



02 组合逻辑电路的分析

数字电路的分类

组合逻辑电路

当前的输出仅取决于当前的输入

时序逻辑电路

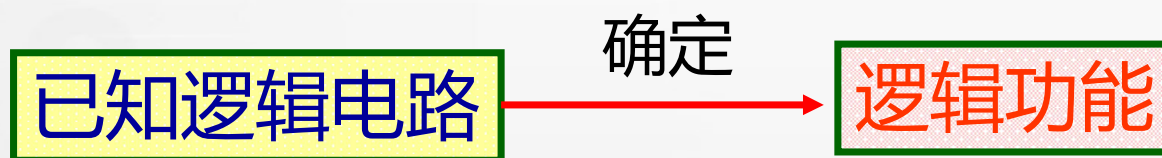
除与当前输入有关外还与原状态有关

★ **组合逻辑电路**：任何时刻电路的输出状态只取决于该时刻的输入状态，而与该时刻以前的电路状态无关。



组合逻辑电路框图

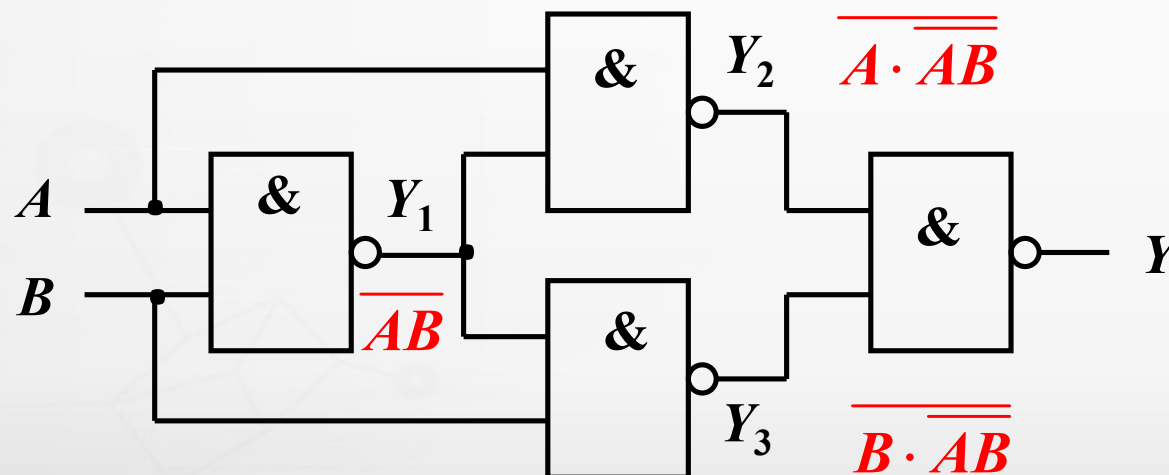
组合逻辑电路的分析



分析步骤:

- (1) 由逻辑图写出输出端的逻辑表达式
- (2) 运用逻辑代数化简或变换
- (3) 列逻辑状态表
- (4) 分析逻辑功能

例 1：分析下图的逻辑功能



(1) 写出逻辑表达式

$$Y = \overline{Y_2 \cdot Y_3} = \overline{A \cdot AB \cdot B \cdot AB}$$

(2) 应用逻辑代数化简

$$Y = \overline{Y_2} \cdot \overline{Y_3} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{AB}} \cdot \overline{\overline{B} \cdot \overline{AB}}$$

反演律

$$= \overline{\overline{A} \cdot \overline{AB}} + \overline{\overline{B} \cdot \overline{AB}}$$

$$= A \cdot \overline{AB} + B \cdot \overline{AB}$$

反演律

$$= A \cdot (\overline{A} + \overline{B}) + B \cdot (\overline{A} + \overline{B})$$

$$= A\overline{B} + B\overline{A}$$

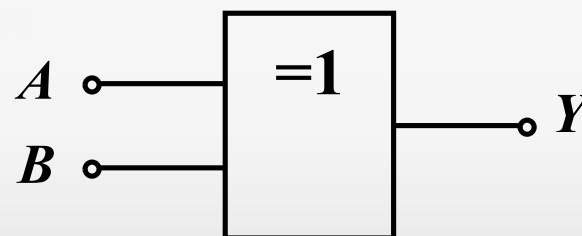
(3) 列逻辑状态表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Y = A\bar{B} + B\bar{A}$$

$$= A \oplus B$$

逻辑式

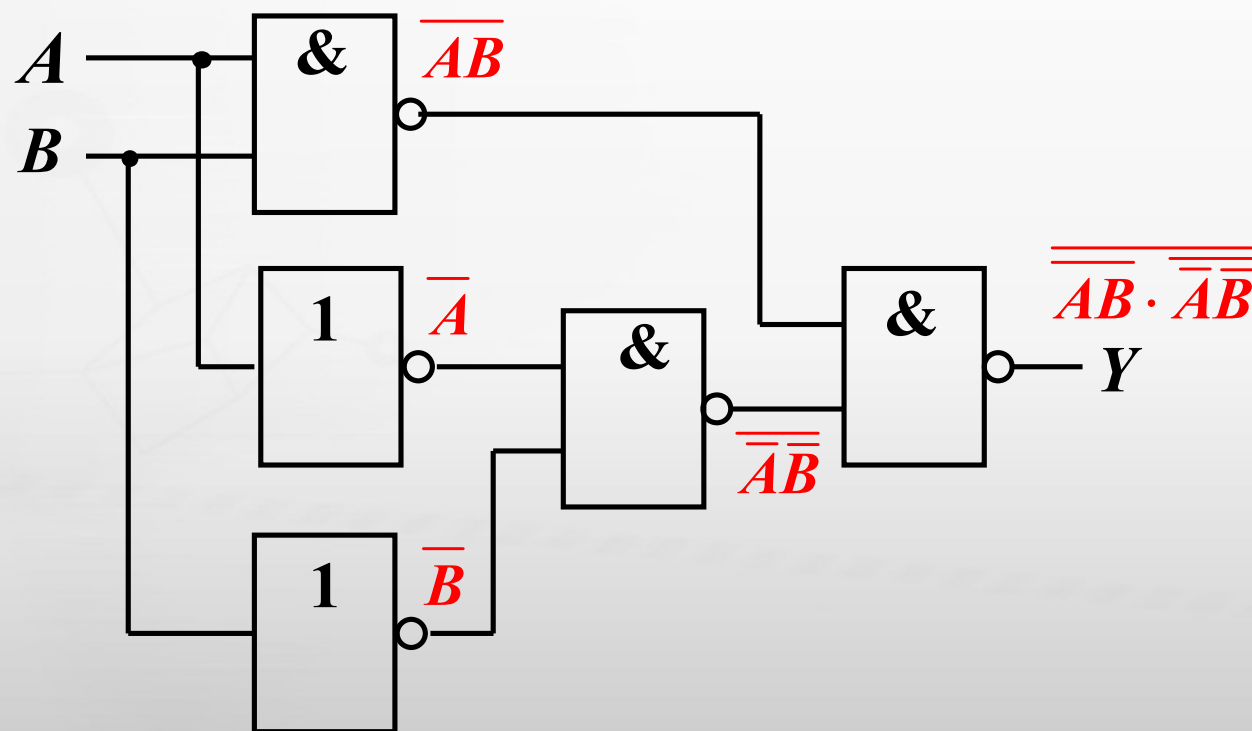


逻辑符号

(4) 分析逻辑功能

输入相同输出为“0”，输入相异输出为“1”，
称为“异或”逻辑关系。这种电路称“异或”门。

例 2：分析下图的逻辑功能



(1) 写出逻辑式

$$Y = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{AB}} = AB + \overline{AB} \cdot \dots$$

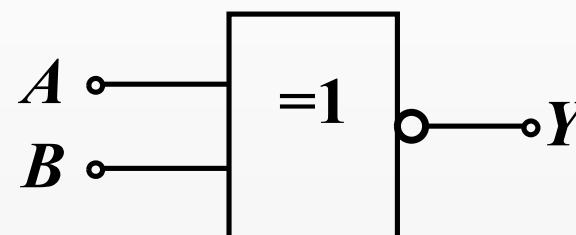
化简

(2) 列逻辑状态表

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$\begin{aligned} Y &= AB + \bar{A}\bar{B} \\ &= \overline{A \oplus B} \\ &= A \odot B \end{aligned}$$

逻辑式



逻辑符号

(3) 分析逻辑功能

输入相同输出为 “1”, 输入相异输出为 “0”, 称为 “判一致电路” (“同或门”), 可用于判断各输入端的状态是否相同。

二、组合逻辑电路的设计

组合逻辑电路设计的目标是什么？

- 具有一定逻辑功能的电路（逻辑图）

这个电路的逻辑功能由谁来确定？

- 实际的逻辑问题（功能）

什么是组合逻辑电路的设计？

- 根据实际逻辑问题，设计符合其要求的逻辑电路

二、组合逻辑电路的设计



步骤如下:



基本逻辑门电路的组合

二、组合逻辑电路的设计

◆ 举例

功能

设计

逻辑图



设计要求

3人表决器

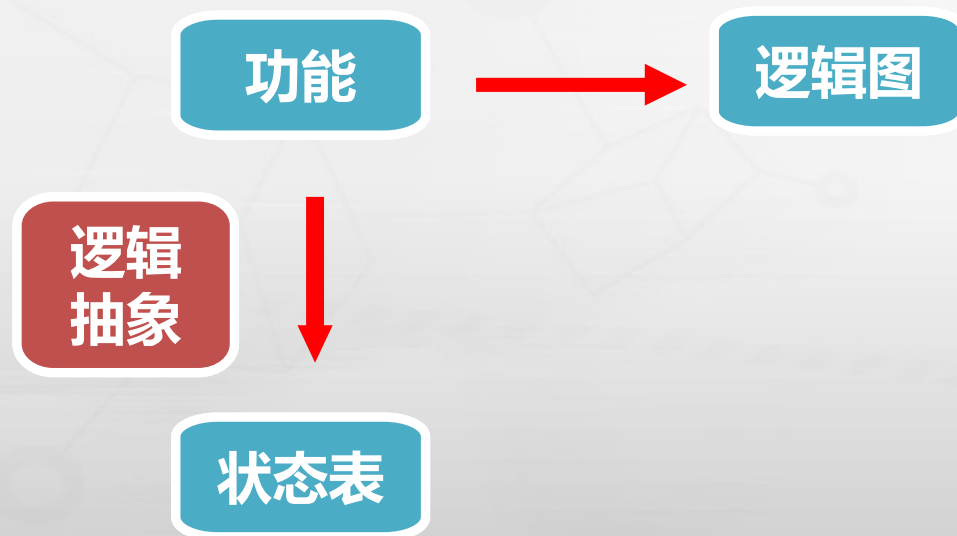


选秀现场

基本逻辑门电路的组合

二、组合逻辑电路的设计

1. 逻辑抽象

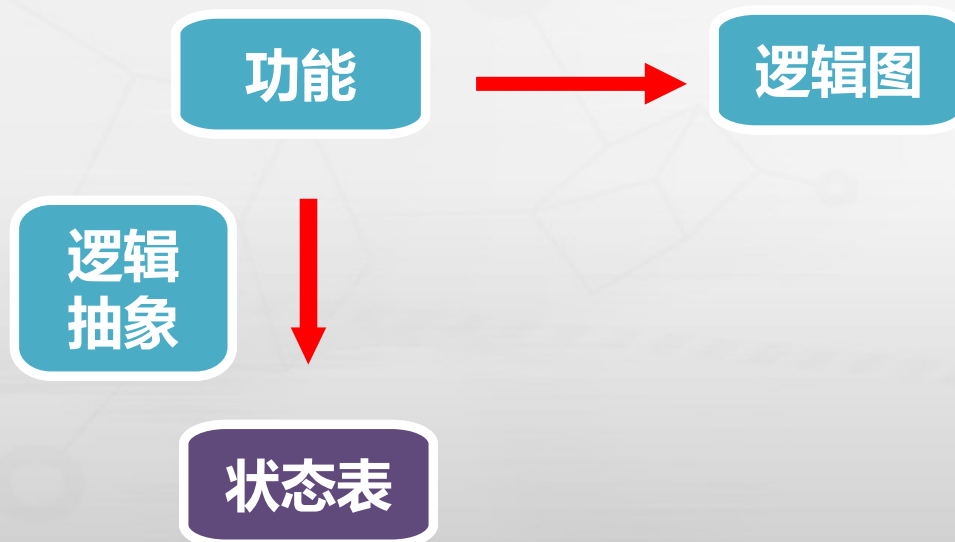


输入变量	输出变量
$A、B、C$	Y
评判信息	表决结果
赞成→1	晋级→1
不赞成→0	淘汰→0

基本逻辑门电路的组合

二、组合逻辑电路的设计

2. 列状态表



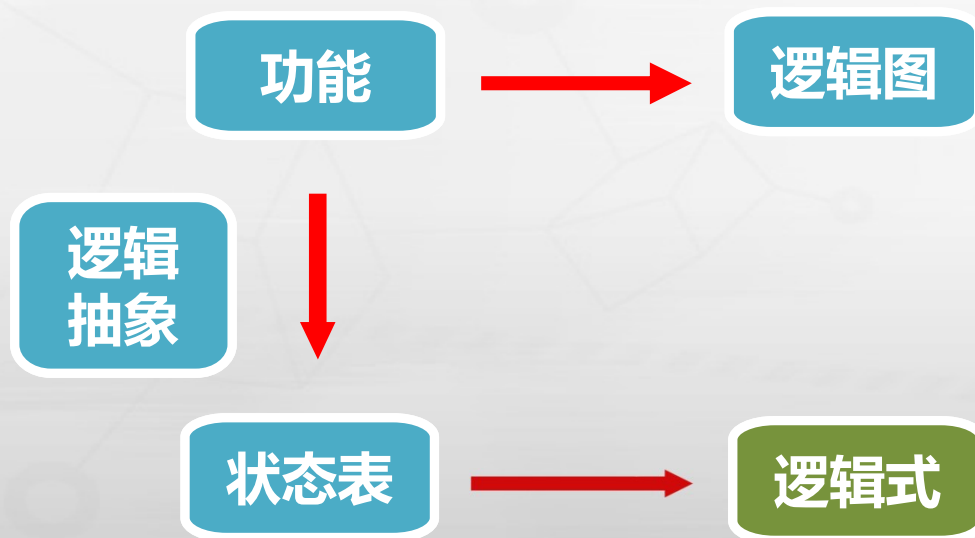
三人表决器状态表

输入			输出
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

基本逻辑门电路的组合

二、组合逻辑电路的设计

3. 写逻辑式

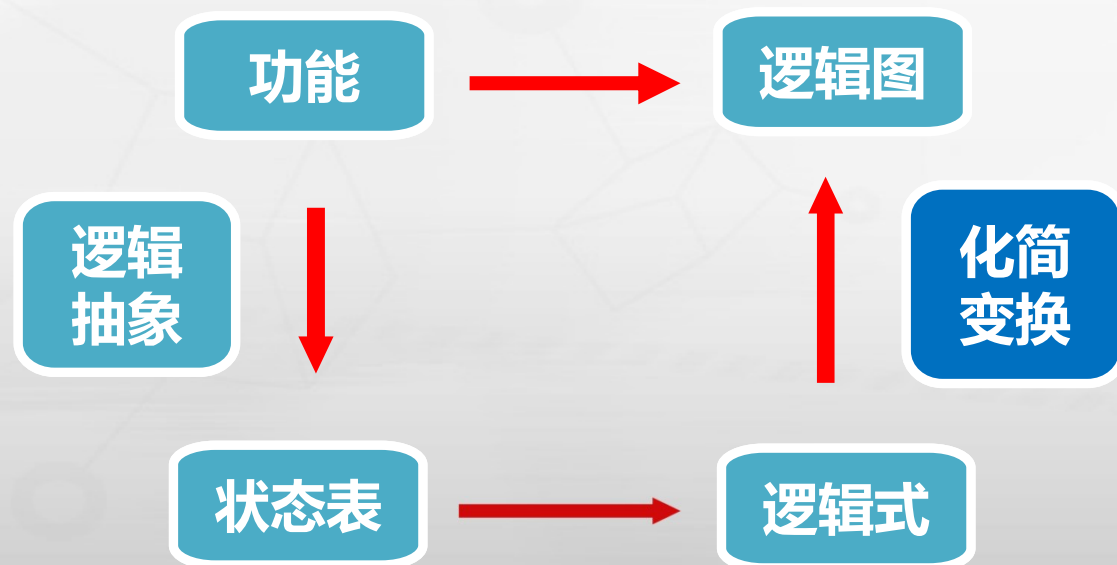


$$Y = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

输入			输出
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>Y</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

二、组合逻辑电路的设计

4. 化简和变换



$$Y = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

公式法化简

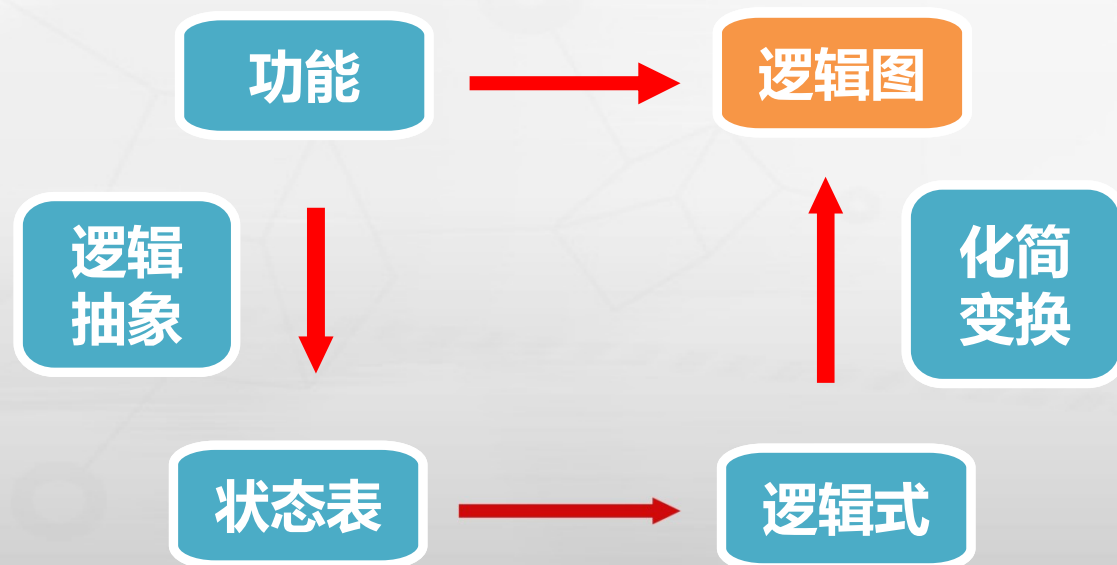
$$Y = AB + BC + AC$$



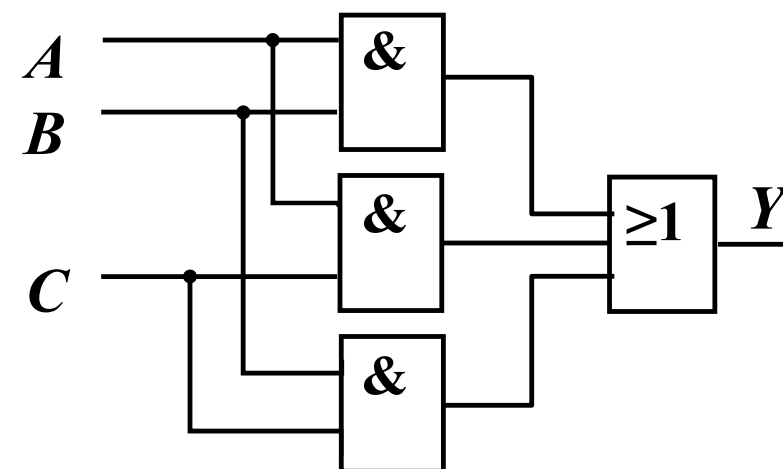
基本逻辑门电路的组合

二、组合逻辑电路的设计

5. 画逻辑图



$$Y = AB + BC + AC$$



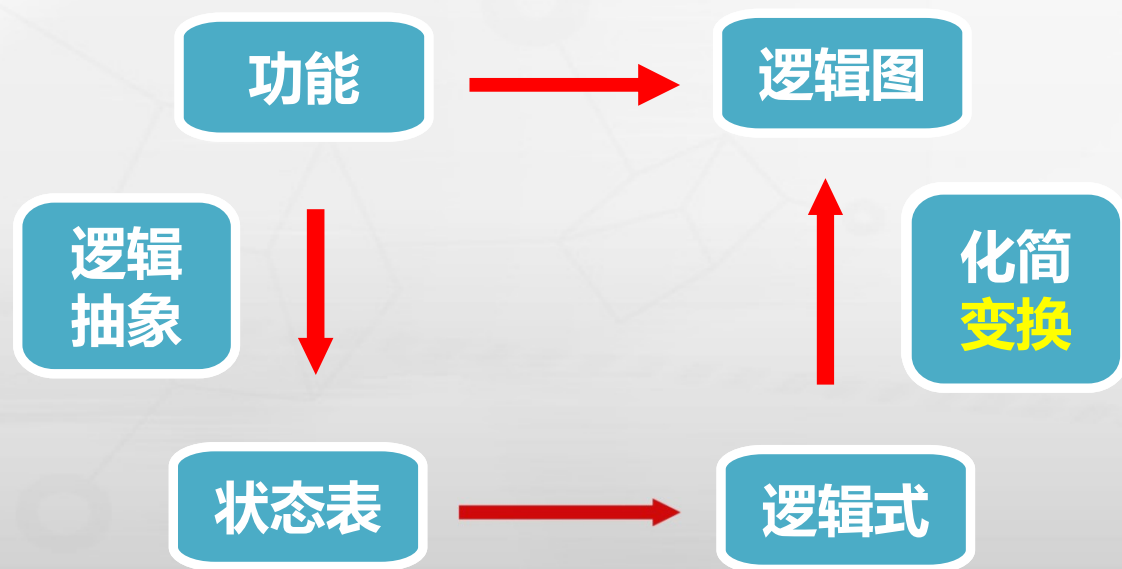
如何用与非门实现



基本逻辑门电路的组合

二、组合逻辑电路的设计

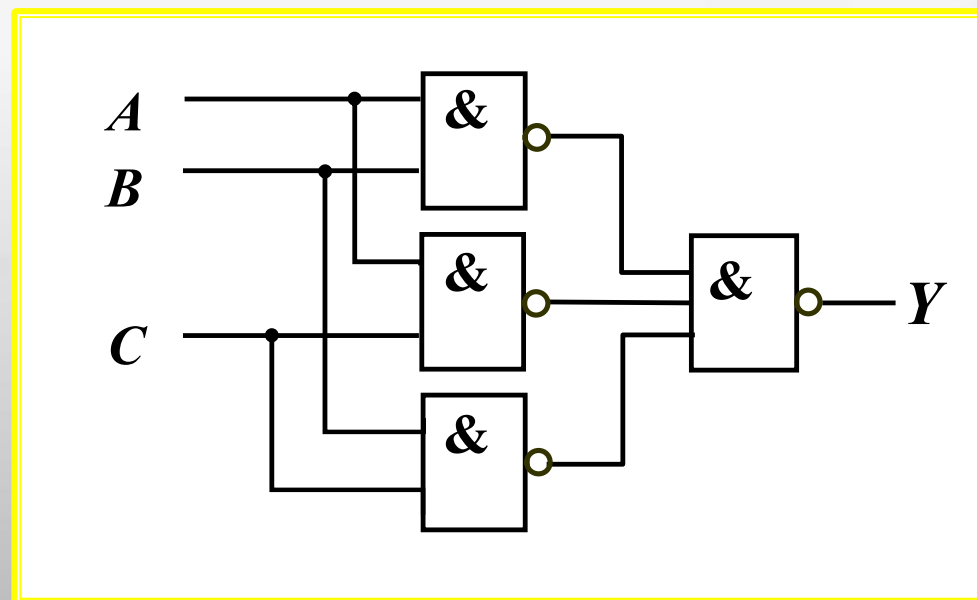
5. 画逻辑图



$$Y = AB + BC + AC$$

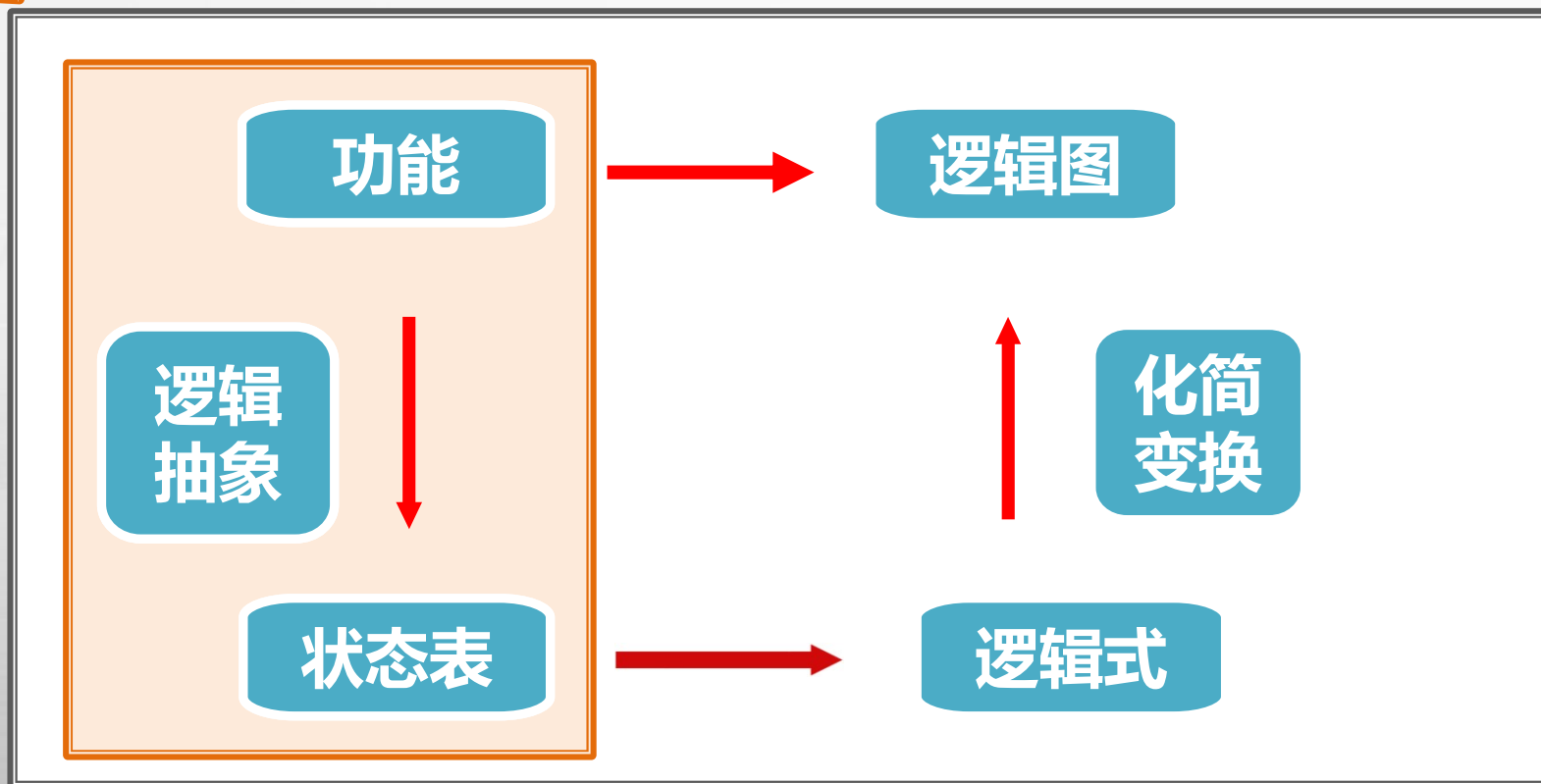
$$Y = \overline{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}}$$

$$Y = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AC}}$$



难点

组合逻辑电路设计总结



$$Y = AB\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC$$

$$= AB\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC + ABC + ABC$$

$$= AB(C + \bar{C}) + BC(A + \bar{A}) + AC(B + \bar{B})$$

$$= AB + BC + AC$$

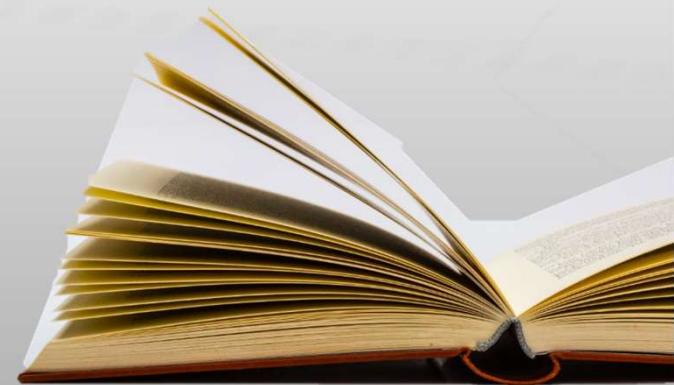

$$A + A = A$$





合肥工业大学
HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

13.5 加法器



本节内容

一、半加器

二、全加器

十进制

- 0~9十个数码, “逢十进一”。

二进制

- 0, 1两个数码, “逢二进一”。

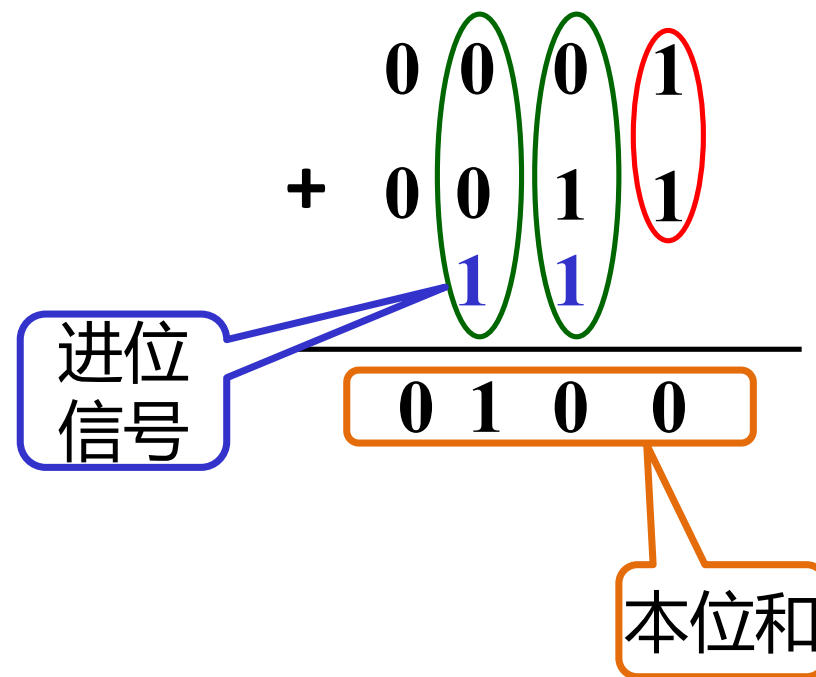
加法器: 实现二进制加法运算的电路

数字电路概述

二进制加法运算的基本规则

- (1) 0, 1两个数码, 逢二进一。
- (2) 最低位是两个最低位数的叠加, 不需考虑进位。
- (3) 其余各位都是三个数相加, 包括加数、被加数和低位来的进位信号。
- (4) 任何位相加都产生两个结果: 本位和、向高位的进位信号。

如: $A=0001$, $B=0011$, 计算 $A+B$



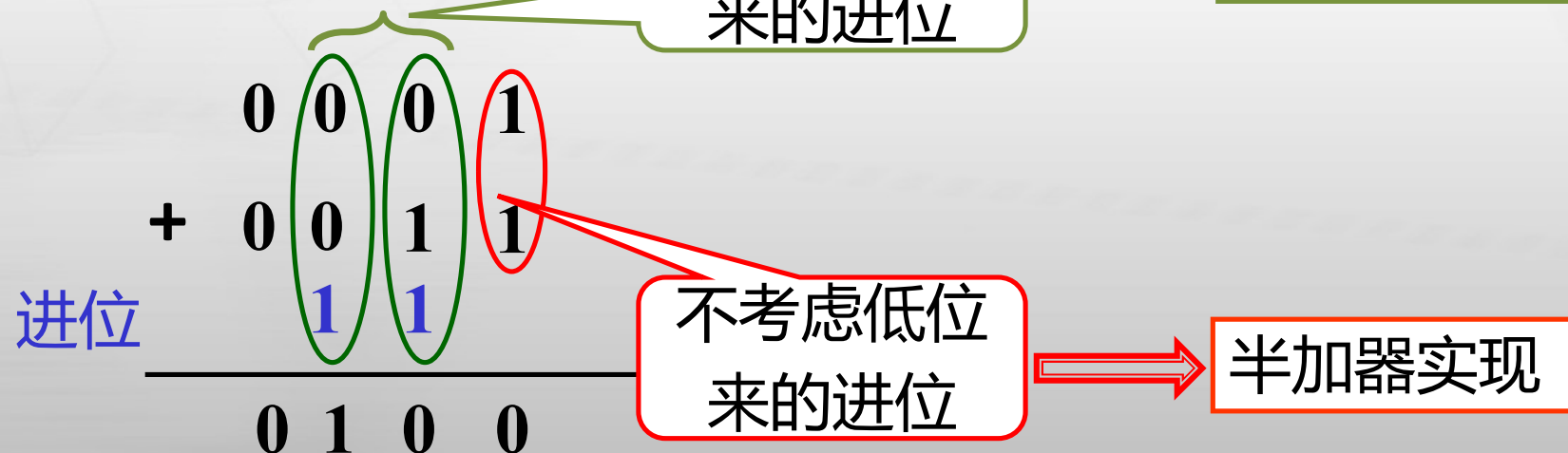
加法器: 实现二进制加法运算的电路

加法器: 实现二进制加法运算的电路

半加器

全加器

如:



一、半加器

半加：实现两个一位二进制数相加，不考虑来自低位的进位。

如何设计半加器电路



1.逻辑
抽象



1.列状
态表



2.写逻辑
式



3.化简
与变换



4.画逻辑
图

一、半加器



(1) 逻辑抽象

两个输入 $\begin{cases} A & \text{加数} \\ B & \text{被加数} \end{cases}$

两个输出 $\begin{cases} S & \text{— 表示本位和} \\ C & \text{— 表示向高位的进位} \end{cases}$

一、半加器

(2) 列状态表

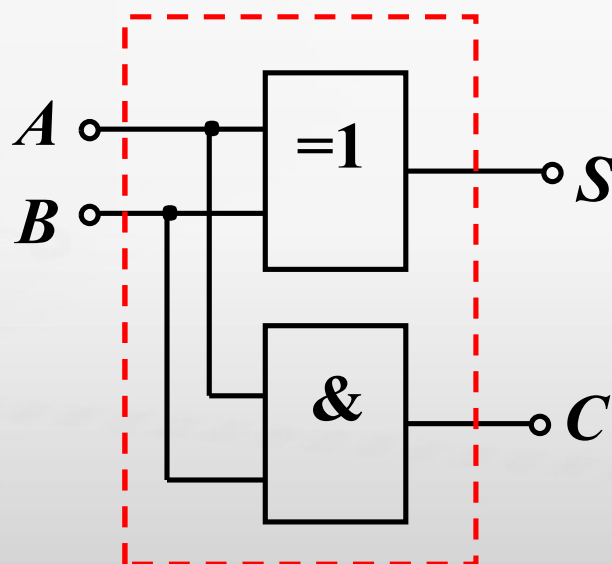
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>S</i>	<i>C</i>
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

(3) 写逻辑表达式

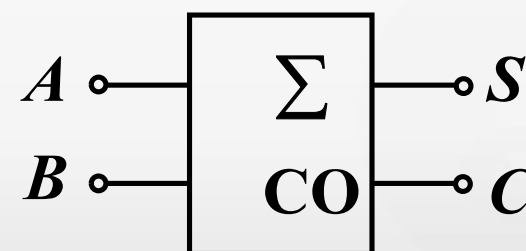
$$S = A\bar{B} + \bar{A}B = A \oplus B$$

$$C = AB$$

(4) 画逻辑图



逻辑图



逻辑符号

二、全加器

全加：实现两个一位二进制数相加，且考虑来自低位的进位。

(1) 逻辑抽象

三个输入 $\left\{ \begin{array}{l} A_i \text{ 加数} \\ B_i \text{ 被加数} \\ C_{i-1} \text{ 来自低位的进位} \end{array} \right.$

两个输出 $\left\{ \begin{array}{l} S_i \text{ — 表示本位和} \\ C_i \text{ — 表示向高位的进位} \end{array} \right.$

二、全加器

(2) 列状态表

(3) 写逻辑表达式并化简

$$\begin{aligned} S_i &= \overline{A_i} \overline{B_i} C_{i-1} + \overline{A_i} B_i \overline{C_{i-1}} + A_i \overline{B_i} \overline{C_{i-1}} + A_i B_i C_{i-1} \\ &= A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1} \end{aligned}$$

公式法

$$\begin{aligned} C_i &= \overline{A_i} B_i C_{i-1} + A_i \overline{B_i} C_{i-1} + A_i B_i \overline{C_{i-1}} + A_i B_i C_{i-1} \\ &= A_i B_i + B_i C_{i-1} + A_i C_{i-1} \end{aligned}$$

卡诺图法

A_i	B_i	C_{i-1}	C_i	S_i
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

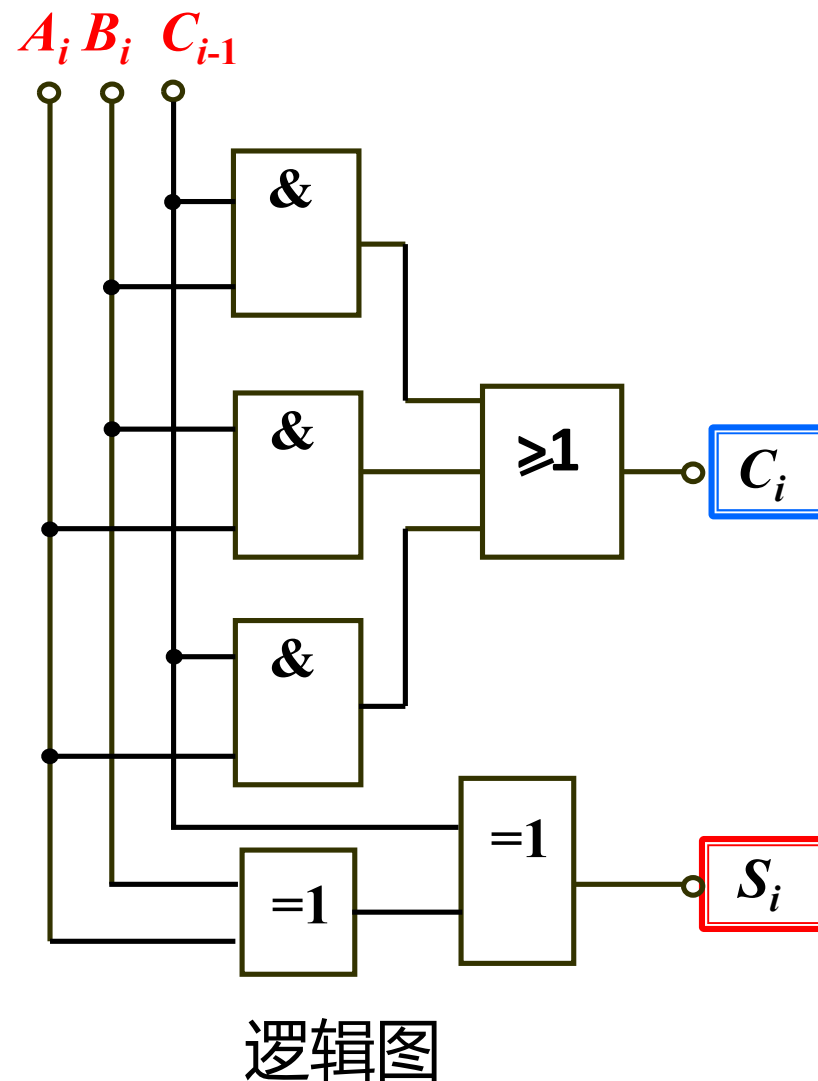
全加器状态表

二、全加器

(4) 画逻辑图

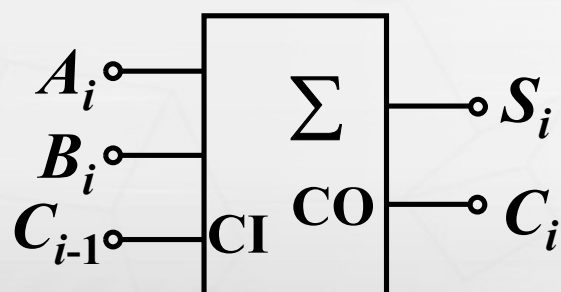
$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$$

$$C_i = A_i B_i + B_i C_{i-1} + A_i C_{i-1}$$

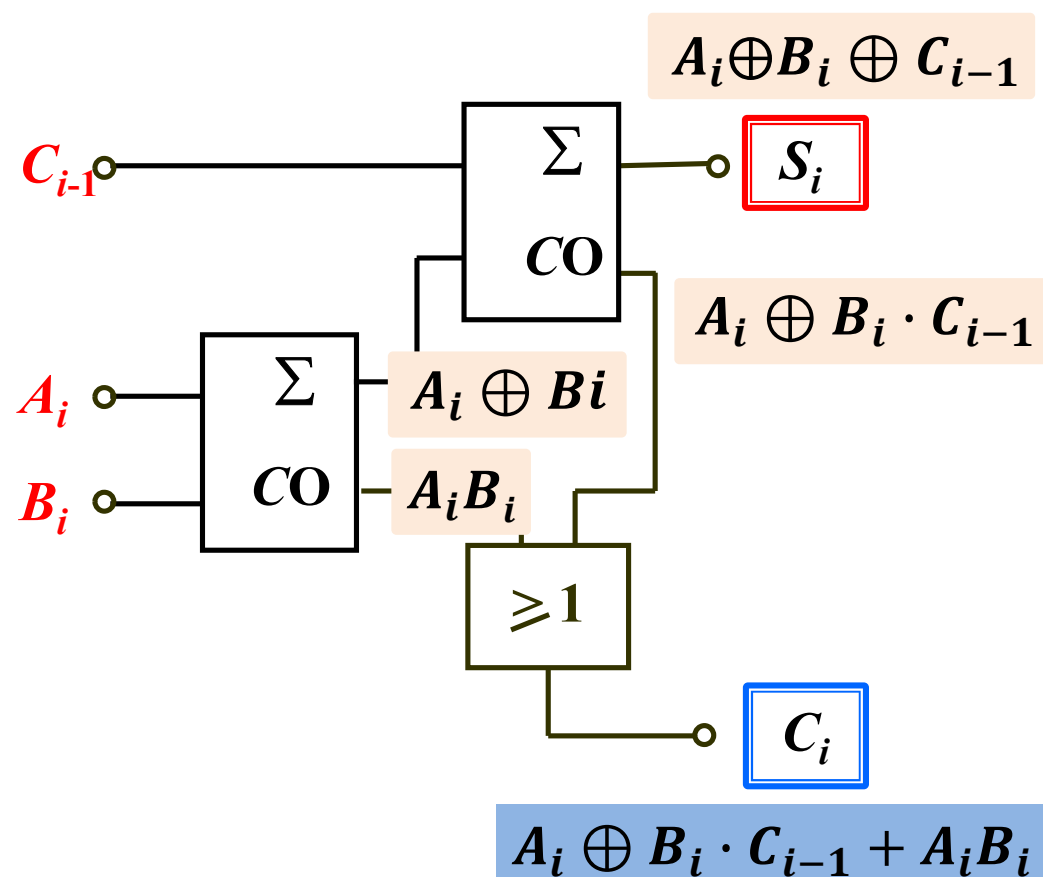


二、全加器

(4) 画逻辑图



逻辑符号



半加器构成的全加器