班级：__________________ 姓名：__________________ 学号：__________________

第一章　概率论的基本概念

习题 1—1　随机事件

1、设A,B,C表示三个事件，试将下列事件用A,B,C表示出来：

（1）A,C都发生，B不发生；

（2）三个事件中至少有一个发生；

（3）三个事件中至少有两个。

2、设某人对一目标接连进行三次射击，设 $A_i=\{第i次命中\}(i=1,2,3)$；$B_j=\{射击恰好命中j次\}(j=0,1,2,3)$；$C_g=\{三次射击至少命中k次\}(k=0,1,2,3)$。

（1）通过A_1,A_2,A_3表示B_2；

（2）通过B_1,B_2,B_3表示C_2.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

3 设A,B,C为三个事件，指出下列各等式成立的条件。

（1）$ABC=A$；（2）$A\cup B\cup C=A$；

（3）$A\cup B=AB$；（4）$(A\cup B)-A=B$.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

习题 1—2　概率

1、设$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}$，$P(AB)=P(AC)=P(BC)=\frac{1}{8}$，$P(ABC)=\frac{1}{16}$，求下列事件的概率：（1）$P(A\cup B\cup C)$；（2）$P(A\cup B\cup C)$.

2、从 5 双不同尺码的鞋子中任取 4 只，求至少有 2 只配成一双的概率。

班级：____________________ 姓名：____________________ 学号：____________________

3、从$[0,1]$中随机地取两个数，求下列事件的概率：（1）两数之和小于$\frac{5}{4}$；（2）两数之积大于$\frac{1}{4}$；

（3）以上两个条件均满足.

4、旅行社 100 人中有 43 人会讲英语，35 人会讲日语，32 人会讲日语和英语，9 人会讲法语、英语和日语，且每人至少会讲英、日、法三种语言中的一种，在其中任意挑选一人，求此人会讲英语和日语，但不会讲法语的概率。

班级：____________________ 姓名：____________________ 学号：____________________

习题 1—3 条件概率

1、根据对电路停电情况的研究，得到电路停电原因的一下经验数据：5%是由于变电器损坏；80%是由于电路线损坏；1%是由于两者同时损坏.试求下列各种停电事件发生的概率。(1) 在已知变电器损坏的条件下，电路线损坏；(2) 变电器损坏但电路线完好；(3) 在已知电路线没损坏的条件下，变电器损坏。

2、一批灯泡共 100 只，次品率为 10%，不放回的抽取 3 次，每次取一只，问第 3 次才取到合格品的概率是多少？

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

3、玻璃杯成箱的出售，每箱 20 只，假设各箱含 0 个，1 个，2 个次品的概率相应的为 0.8，0.1，0.1，一顾客欲买一箱玻璃杯，售货员随意地抽取一箱，顾客开箱后随意地查看 4 只，若无次品则买下这箱玻璃杯，否则退回，试求：（1）顾客买下该箱玻璃杯的概率；（2）若一个顾客买下了一箱玻璃杯，在顾客买下的这箱玻璃杯中确实无次品的概率。

班级：____________ 姓名：____________ 学号：____________

习题 1—4 独立性

1、设A,B为两个事件，且$P(A)=0.8,P(B)=0.6,P(A-B)=0.32$，问$A$与$B$是否相互独立，为什么？

2、某举重运动员在一次试举中能举起某一重量的概率为p，如果他最多只能试举 3 次，且前面的试举情况对后面没有影响，求他能举起这个重量的概率。

班级：__________________ 姓名：_________________ 学号：_________________

3、一实习生用一台机器接连独立地制造 3 个同种零件，第i个零件是不合格的概率为

$p_i=\dfrac{1}{i+1}(i=1,2,3)$求：(1)他制造的三个零件中前两个为合格品，而第三个不是合格品的概率，

（2）三个零件中至少有一个。

班级：____________ 姓名：____________ 学号：____________

第二章　随机变量及其分布

习题 2—1　随机变量及其分布函数

1、已知随机变量X的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} a+be^{-\frac{x^2}{2}}, x>0, \\ 0, \quad x\leqslant 0. \end{cases}$$

求系数a,b的值。

2、下列函数中可以作为某个随机变量的分布函数的是（　　）.

(A) $F(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$, $-\infty<x<+\infty$

(B) $F(x)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{\pi}\arctan x$, $-\infty<x<+\infty$

(C) $F(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2}(1-e^{-x}), & x>0, \\ 0, & x\leqslant 0. \end{cases}$

(D) $f(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$,其中$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$

班级：____________________ 姓名：__________________ 学号：________________

习题 2—2 离散型随机变量及其分布

1、已知袋中编号分别为 1，2，3，4，5 的五只球，现从中任意抽取三只，以 X 表示取出的三只球中最小编号，求 X 的分布律和分布函数，并画出分布函数的图形。

2、已知实验室有同类设备 4 台，每台设备一年里需要维修的概率为 0.25，求一年里（1）需要维修的设备台数 X 的分布律；（2）没有设备需要维修的概率；（3）至少有两台设备需要维修的概率。

班级：____________ 姓名：____________ 学号：____________

3、一批产品共有 10 件，其中 7 件正品，3 件次品，每次随机地抽取一件产品，分别在下列情况下，求直到取出正品为止所需抽取的次数 X 的分布律。（1）采取无放回抽样；（2）采取有放回抽样.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

习题 2—3 连续型随机变量及其分布

1、设随机变量X的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}cx^3, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求（1）常数C；（2）X的分布函数$F(x)$；（3）$P\left\{-1\leqslant X\leqslant \frac{1}{2}\right\}$.

2、设连续型随机变量X的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<1\\ \ln x, & 1\leqslant x<e\\ 1 & x\geqslant e\end{cases}$$

求（1）X的概率密度$f(x)$，（2）$P\{X<2\}$,$P\{0<X\leqslant 3\}$.

班级：＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿ 学号：＿＿＿＿＿＿＿＿

3、设某年级学生的数学考试成绩（百分制）服从正态分布$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，平均成绩为72分。

（1）若$\sigma=10$，且规定90分以上为“优秀”，则“优秀”考生占总学生数的百分之几？

（2）若σ未知，但已知96分以上的占考生总数的2.3%，试求考生的数学成绩在60分至84分之间的概率。

4、设随机变量X的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

以Y表示对X的三次独立重复观察中事件$\left\{X\leqslant\frac{1}{2}\right\}$出现的次数，求$P\{Y=2\}$。

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

习题 2—4 随机变量函数分布

1、设离散型随机变量X的分布律为：

X	-2	-1	0	1	3
p_k	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$	a

试求：（1）确定常数a;　　　（2）$Y = X^2 + 2$的分布律。

2、设随机变量X~$N(0,1)$，求$Y = e^X$的概率密度函数。

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

第三章　多维随机变量及其分布

习题 3—1　二维随机变量及其分布

1、设一袋中有四个球，它们依次标有数字 1，2，2，3。从此袋中任取一球后不放回袋中，再从袋中任取一球，以分别X、Y记第一、二次取得的球上标有的数字，求：（1）(X,Y)的联合分布律，（2）$P\{X+Y\geqslant 4\}$的值。

2、设二维随机变量(X,Y)在区域$D=\{(x,y)|0<x<2,-1<y<2\}$上服从均匀分布，试求（1）$P\{X\leqslant Y\}$，（2）$P\{X+Y>1\}$.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

3、设二维随机变量的联合概率密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases} Ce^{-2(x+y)} & 0<x<+\infty,0<y<+\infty \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求：（1）常数C的值；

（2）$P\{(X,Y)\in D\}$的值，其中$D=\{(x,y)|x>0,y>0,x+y\leqslant 1\}$；

（3）随机变量X与Y至少有一个小于2的概率.

班级：__________________ 姓名：__________________ 学号：__________________

习题3—2 边缘分布

1、一射手进行射击，每次击中目标的概率为0.7，射击进行到击中目标两次为止.设X表示第一次击中目标所进行的射击次数，以Y表示总共射击次数.试求：（1）(X,Y)的联合分布律；（2）(X,Y)关于X与Y的边缘分布律.

2、设二维连续型随机变量的联合概率密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases} A(x^2+xy), & 0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant 2, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

试求：（1）常数A的值；

（2）(X,Y)的联合分布函数；

（3）(X,Y)关于X与Y的边缘概率密度函数和边缘分布函数.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

习题 3—3 随机变量的独立性

1、设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2y} & 1\leqslant x<+\infty,1\leqslant y\leqslant e\\ 0 & \text{其他}\end{cases},$$

判断X与Y是否相互独立.

2、设随机变量Y的密度函数$f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0\\ 0, & y\leqslant 0\end{cases}$，定义随机变量$X_1,X_2$为$X_k=\begin{cases}2, & Y\leqslant k\\ 3, & Y>k\end{cases}$

$(k=1,2)$，求X_1和X_2的联合分布，并判断X_1与X_2是否相互独立.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

3、设 X 与 Y 是相互独立的随机变量，X 在 $(0,1)$ 服从均匀分布，Y 的概率密度函数为

$$f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-y/2} & y>0\\ 0 & y\leqslant 0\end{cases}$$

（1）求 X 与 Y 的联合密度概率；

（2）设含有 a 的二次方程为 $a^2+2Xa+Y^2=0$，试求该方程有实根的概率.

班级：______________ 姓名：______________ 学号：______________

习题 3—4　条件分布

1、设二维随机变量的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}\sin(x+y), & 0<x<\frac{\pi}{2},0<y<\frac{\pi}{2}\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

试求$f_{X|Y}(x|y)$和$f_{Y|X}(y|x)\left(0<x<\frac{\pi}{2},0<y<\frac{\pi}{2}\right)$.

2、在10件产品中有2件一级品，7件二级品和1件次品，从10件产品中无放回抽取3件，用X表示其中的一级品，用Y表示其中的二级品数，求（1）$X=0$在的条件下Y的条件分布；（2）在$Y=2$的条件下X的条件分布.

班级：__________________ 姓名：__________________ 学号：__________________

习题 3—5　二维随机变量函数的分布

1、设随机变量X与Y相互独立，且它们的分布率分别为

X	-1	-2
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

Y	1	2
P	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

求（1）$U=2X+Y$的分布律；（2）$V=X^2+Y^2$的分布律.

2、设X,Y是相互独立的随机变量，它们分别服从参数为λ_1,λ_2泊松分布，证明$Z=X+Y$服从参数为$\lambda_1+\lambda_2$的泊松分布.

班级：__________________ 姓名：__________________ 学号：__________________

3、设随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} 3x & 0<x<1,0<y<x \\ 0 & \text{其它} \end{cases},$$

试求$Z=X-Y$的概率密度函数.

4、设连续型随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} x+y & 0\leqslant x\leqslant 1,0\leqslant y\leqslant 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求（1）$U=\max(X,Y)$的分布函数和概率密度函数；

（2）$V=\min(X,Y)$的分布函数和概率密度函数.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

第四章　数字特征

习题 4—1　数学期望

1、将n只球随机地放到m个盒子中，每个盒子可装任意多个球，每个球以相同地概率落入每个盒子中，求有球的盒子数X的数学期望.

2、设(X,Y)的密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}4xye^{-(x^2+y^2)}, & x>0,y>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，求（1）$E(X)$；（2）$E(Z)$，其中$Z=\sqrt{X^2+Y^2}$.

班级：＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿ 学号：＿＿＿＿＿＿＿＿

习题 4—2　方差

1、设离散型随机变量X的分布律为

X	-2	0	2
P	0.4	0.3	0.3

求：（1）$D(X)$；（2）$D(-3X^2-5)$

2、设连续型随机变量X的分布函数为：$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ kx+b, & 0\leqslant x\leqslant \pi\\ 1, & x>\pi\end{cases}$，求：（1）常数$k,b$的值；（2）$D(X)$.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

习题 4—3　重要分布的期望和方差

1、设随机变量X与Y相互独立，且$X\sim N(2,1)$，$Y\sim N(-2,4)$，$Z=3X-2Y+4$，试求：（1）$D(Z)$；（2）$P\{Z\leqslant 9\}$的值.

班级：____________________ 姓名：____________________ 学号：____________________

习题 4—4 协方差、相关系数与矩

1、设随机变量(X,Y)服从区域$D=\{(x,y)|0<x<1,0<y<x\}$上的均匀分布，试求：（1）X与Y的协方差$\mathrm{cov}(X,Y)$；（2）相关系数ρ_{XY}.

2、随机变量X的概率密度函数为：$f(x)=\dfrac{1}{2}e^{-|x|}$，$-\infty<x<+\infty$，试证明$X$与$|X|$不相关，但不独立.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

3、已知$E(X)=1$，$E(Y)=2$，$E(Z)=-1$，$D(X)=1$，$D(Y)=2$，$D(Z)=3$，$\rho_{XY}=0$，$\rho_{XZ}=\frac{1}{2}$，$\rho_{YZ}=-\frac{1}{2}$，求：（1）$D(X+Y+Z)$；（2）$E[(X+Y+Z)^2]$.

班级：____________ 姓名：____________ 学号：____________

第五章 大数定律与中心极限定理

习题 5—1 中心极限定理

1、一册400页的书中每一页的印刷错误个数服从参数为$\lambda=0.2$的泊松分布，各页有多少个错误是相互独立的，求这册书的错误个数不多于90个的概率.

2、某单位设置一电话总机，共有200架电话分机.设每个电话分机是否使用外线通话是相互独立的.设同一时刻每个分机有5%的概率要使用外线通话.问总机需要多少外线才能以不低于90%的概率保证每个分机要使用外线时可供使用.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

第六章　数理统计的基本概念

习题 6—1　样本与统计量

1、设总体X的期望$EX=\mu$已知，方差$DX=\sigma^2$未知，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是总体的一个样本，试判别

$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$，$\frac{1}{2}(X_1+X_2)-\mu$，$\min(X_1,X_2,\cdots,X_n)$，$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$，

$\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$之中哪些是统计量，哪些不是统计量，为什么？

2、设总体X的期望$EX=\mu$，方差$DX=\sigma^2$已知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是总体的一个样本，$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，

$S_n^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$，求$E\left(\overline{X}\right)$，$D\left(\overline{X}\right)$和$E(S_n^2)$.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

习题 6—2 抽样分布

1、设总体$X \sim N(0,1)$，$X_1, X_2, \cdots, X_n$是其一个样本，试求下列统计量的分布.

（1）$\dfrac{X_1 - X_2}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}}$；（2）$\dfrac{\sqrt{n-1}\,X_1}{\sqrt{\sum\limits_{i=2}^{n} X_i^2}}$；（3）$\dfrac{(n-3)\sum\limits_{i=1}^{3} X_i^2}{3\sum\limits_{i=4}^{n} X_i^2}$.

2、设总体$X \sim N(\mu, \sigma^2)$，$X_1, X_2, \cdots, X_n$是其一个样本，求：（1）$P\left\{\left(\overline{X} - \mu\right)^2 \leqslant \dfrac{\sigma^2}{n}\right\}$；（2）当$n = 6$时，求$P\left\{\left(\overline{X} - \mu\right)^2 \leqslant \dfrac{4S^2}{n}\right\}$；（3）当$n$很大时，求$P\left\{\left(\overline{X} - \mu\right)^2 \leqslant \dfrac{4S^2}{n}\right\}$.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

第七章　参数估计

习题 7—1　点估计

1、设总体X的概率密度为$f(x;\theta)=\dfrac{1}{2}e^{-|x-\theta|}$，$-\infty<x<+\infty$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为其样本，则未知参数$\theta$的矩估计量.

2、设总体X的分布函数为$F(x;\beta)=\begin{cases}1-\dfrac{1}{x^{\beta}}, & x>1,\\ 0, & x\leqslant 1,\end{cases}$其中未知参数$\beta>1$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为其样本，求$\beta$的矩估计量$\hat{\beta}_M$和极大似然估计量$\hat{\beta}_L$.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

3、设总体$X \sim P(\lambda)$，其中λ为未知参数.$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$为来自总体X的样本，试求：（1）λ的矩估计量λ_M；（2）λ的极大似然估计量λ_L.

班级：____________ 姓名：____________ 学号：____________

习题 7—2 估计量的评价标准

1、设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$为正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的一个样本，试确定常数C，使$C\sum\limits_{i=1}^{n}|X_i-\mu|$为$\sigma$无偏估计.

2、设X_1,X_2为取自总体X的一个样本，$EX=\mu$，$DX=\sigma^2$均存在，C_1,C_2为常数，且$C_1+C_2=1$.

证明：（1）$\hat{X}=C_1X_1+C_2X_2$为$EX=\mu$的无偏估计；（2）当$C_1=C_2=\dfrac{1}{2}$时，其方差$D(\hat{X})$最小.

班级：____________ 姓名：____________ 学号：____________

习题 7—3　区间估计

1、某公司希望估计其职工实际探亲的平均天数μ，为此，通过抽取n个职工调查，并且希望其估计误差不超过2天，且置信度不低于0.9，假定职工实际探亲天数$X \sim N(\mu, 15^2)$，问至少应调查多少职工？

2、为比较两种品牌的小卡车的燃料经济效益，做一项实验.取13辆A品牌车和10辆B品牌车，以$90km/h$的不变速度来使用，测得结果为：$\bar{x}_A = 16km/L$，$s_A = 1.0km/L$，$\bar{x}_B = 11km/L$，$s_B = 0.8km/L$，假设每辆卡车每升油所能行驶的距离近似服从正态分布；设$X_A \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$，$X_B \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$.求：（1）标准差比$\dfrac{\sigma_1}{\sigma_2}$的置信度为98％的置信区间；（2）若$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$，求期望值差$\mu_1 - \mu_2$的置信度为98％的置信区间.

班级：__________________ 姓名：__________________ 学号：__________________

第八章　假设检验

习题 8—1　单个正态总体的假设检验

1、某大学大一女生平均身高为$162.5cm$，标准差为$6.9cm$，在$\alpha=0.02$的显著水平下，若从现在的班上随机选出50名女生，其平均身高为$165.2cm$，试问是否有理由相信平均身高改变了？

2、设某次考试的学生成绩服从正态分布，从中随机地抽取36位考生的成绩，算得平均成绩为66.5分，标准差为15分，在显著性水平0.05下，是否可以认为这次考试全体考生的平均成绩为70分？并给出检验过程.

班级：________________ 姓名：________________ 学号：________________

3、某品牌香烟的尼古丁含量服从正态分布，其标准差为$1.3mg$，若随机抽取此牌香烟8支，其标准差为$s=1.8$，在$\alpha=0.05$显著性水平下，检验假设$H_0:\sigma=1.3$，$H_1:\sigma\neq1.3$.