

2018 ~ 2019 学年第 一 学期 课程代码 1400211B/A1400011B 课程名称 《高等数学》A1 学分 6 课程性质: 必修 ■ 考试形式: 闭卷 ■

专业班级 (教学班) _____ 考试日期 _____ 命题教师 高等数学课程组 _____ 系/教研室主任审批签名 _____

一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 若 $f(x)$ 为可导的奇函数且 $f'(x_0) = 5$, 则 $f'(-x_0) = \underline{\quad\quad\quad}$.
2. 曲线 $y = x \ln(e + \frac{1}{x})$ ($x > 0$) 的渐近线方程为 $\underline{\quad\quad\quad}$.
3. 设 $y = \ln \sec x$, 则 $y''' = \underline{\quad\quad\quad}$. $\frac{dy}{dx} = 2y \quad ; \quad \frac{dy}{dx} = 2dx$
4. 若函数 $f(x)$ 可导且满足 $f(x) = \int_0^{2x} f(\frac{t}{2}) dt + \ln 2$, 则 $f(x) = \underline{\quad\quad\quad}$. $\therefore \ln y = 2x + \ln 2$
5. 函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) 的带有拉格朗日型余项的 n 阶麦克劳林公式为 $\underline{\quad\quad\quad}$.

二、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 下列命题错误的是 ()
 - (A) 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处不连续, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处必不可导
 - (B) 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处必可导
 - (C) 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处必连续
 - (D) 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处不可导, 则 $f(x)$ 在点 x_0 处必不可微

2. 下列等式中成立的是 ()

- (A) $d \int f(x) dx = f(x)$
- (B) $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x) dx$
- (C) $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x) + C$
- (D) $d \int f(x) dx = f(x) dx$

3. 下列函数在 $[-1, 1]$ 上满足罗尔定理条件的是 ()

- (A) $f(x) = e^x$
- (B) $f(x) = |x|$
- (C) $f(x) = 1 - x^2$
- (D) $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

4. 函数 $y = x \arctan x$ 的图形是 ()

- (A) $(-\infty, +\infty)$ 处处是凸的
- (B) $(-\infty, +\infty)$ 处处是凹的
- (C) $(-\infty, 0)$ 为凸的, $(0, +\infty)$ 为凹的
- (D) $(-\infty, 0)$ 为凹的, $(0, +\infty)$ 为凸的

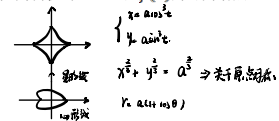
5. 函数 $y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x} + x e^x$ 满足一个微分方程是 ()

- (A) $y'' - y' - 2y = 3x e^x$
- (B) $y'' - y' - 2y = 3e^x$
- (C) $y'' + y' - 2y = 3x e^x$
- (D) $y'' + y' - 2y = 3e^x$

三、计算下列各题 (每小题 6 分, 共 36 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} (e^{t^2} - 1) dt}{\ln(1+x^6)}$
2. 不定积分 $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}$
3. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\sin x}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$
4. 求曲线 $y = \frac{x^2}{2a}$ 和 $y = \frac{a^3}{a^2+x^2}$ 所围成平面图形的面积 ($a > 0$)
5. 设 $y = y(x)$ 由方程 $e^{xy} + y^2 - 5x = 0$ 所确定, 试求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0}$, $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=0}$
6. 求微分方程 $\ln x dy + (y - \ln x) dx = 0$, 满足条件 $y|_{x=e} = 1$ 的解

- 四、(本题满分 10 分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+ax^3)}{y - \arcsin x} & x < 0 \\ 6 & x = 0 \\ \frac{e^{ax} + x^2 - ax - 1}{x \sin \frac{x}{4}} & x > 0 \end{cases}$, 问 a 为何值时, $x = 0$ 是 $f(x)$ 的可间断点.



- 五、(本题满分 8 分) 当 $0 < x_1 < x_2 < \frac{\pi}{2}$ 时, 证明不等式 $\frac{\tan x_2}{\tan x_1} > \frac{x_2}{x_1}$

- 六、(本题满分 8 分) 把星形线 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ 所围成的图形, 绕 x 轴旋转, 计算所得旋转体的体积

- 七、(本题满分 8 分) 求数列 $\{\sqrt[n]{n}\}$ 中最大的项