

# Модель $X \boxplus K$

May 25, 2020

## 1 Математическое описание моделей

Определим математические модели " $X \boxplus K$ ":

1.  $Y_{g_4} = g_4(x) \equiv x \boxplus K$ , где  
 $x \in V_4$  - вектор входных данных,  
 $k \in V_4$  - некоторый неизвестный постоянный в эксперименте ключ,  
 $Y_{g_4} \in V_4$  - выходные данные модели  $g_4$ ;
2.  $Y_{g_8} = g_8(x) \equiv x \boxplus K$ , где  
 $x \in V_8$  - вектор входных данных,  
 $k \in V_8$  - некоторый неизвестный постоянный в эксперименте ключ,  
 $Y_{g_8} \in V_8$  - выходные данные модели  $g_8$ ;
3.  $Y_{g_{16}} = g_{16}(x) \equiv x \boxplus K$ , где  
 $x \in V_{16}$  - вектор входных данных,  
 $k \in V_{16}$  - некоторый неизвестный постоянный в эксперименте ключ,  
 $Y_{g_{16}} \in V_{16}$  - выходные данные модели  $g_{16}$ ;
4.  $Y_{g_{32}} = g_{32}(x) \equiv x \boxplus K$ , где  
 $x \in V_{32}$  - вектор входных данных,  
 $k \in V_{32}$  - некоторый неизвестный постоянный в эксперименте ключ,  
 $Y_{g_{32}} \in V_{g_{32}}$  - выходные данные модели  $g_{32}$ .

## 2 Описание используемых нейронных сетей

Для решения поставленных задач использовались следующие нейронные сети (с минимальным количеством параметров):

1. Модель  $g_4$ : нейронная сеть с одним скрытым слоем, с 4 нейронами на скрытом слое (HNN-4).
2. Модель  $g_8$ : нейронная сеть с одним скрытым слоем, с 8 нейронами на скрытом слое (HNN-8).
3. Модель  $g_{16}$ : нейронная сеть с одним скрытым слоем, с 16 нейронами на скрытом слое (HNN-16).
4. Модель  $g_{32}$ : нейронная сеть с одним скрытым слоем, с 64 нейронами на скрытом слое (HNN-64). (Примечание: для модели  $g_{32}$  также была построена НС с 32 нейронами на скрытом слое. Однако максимально достигнутая точность была 87.5%. Поэтому от нее я отказался и использовал модель HNN-64.)

Точность построенной модели к реальной оценивалась использовалось расстояние Хэмминга:  
 $w(y, \hat{y}) = \sum_{i=1}^j y_i \oplus \hat{y}_i$ , где  $y_i \in V_j$ .

Для оценки точности проведенного эксперимента использовалась следующая функция:  
 $\hat{f} = L - \frac{1}{T_e} \sum_{j=1}^{T_e} w(y^{(j)}, \hat{y}^{(j)})$ , где  $L$  - количество бит в выходных данных оцениваемой модели.

Компьютерные эксперименты проводились на следующих данных:

1. Модель  $G_4$  :
  - количество параметров для HNN-4: 32;
  - обучающая выборка  $T_o = 10$  пар  $(x, y)$ ;
  - экзаменационная выборка  $T_e = 6$  пар  $(x, y)$ .
2. Модель  $G_8$ :
  - количество параметров для HNN-8: 128;
  - обучающая выборка  $T_o = 128$  пар  $(x, y)$ ;
  - экзаменационная выборка  $T_e = 24$  пар  $(x, y)$ .
3. Модель  $G_{16}$ :
  - количество параметров для HNN-16: 512;
  - обучающая выборка  $T_o = 512$  пар  $(x, y)$ ;
  - экзаменационная выборка  $T_e = 102$  пар  $(x, y)$ .
4. Модель  $G_{32}$ :
  - количество параметров для HNN-64: 4096;
  - обучающая выборка  $T_o = 2048$  пар  $(x, y)$ ;
  - экзаменационная выборка  $T_e = 409$  пар  $(x, y)$ .

### 3 Результаты компьютерных экспериментов

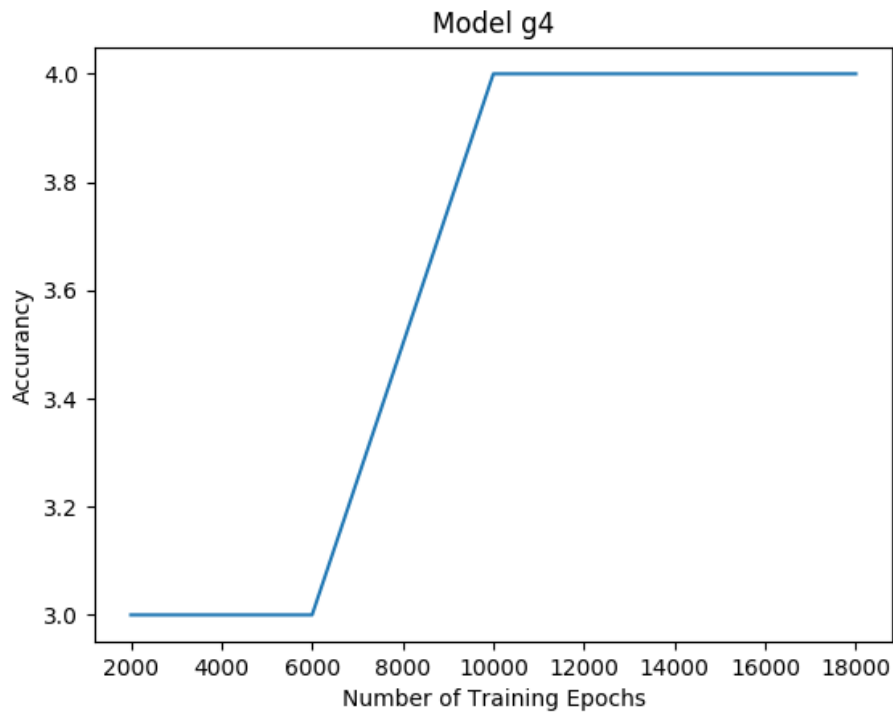


График точности построенной нейронной сети HNN-4 модели  $g_4$  от количества итераций обучения.

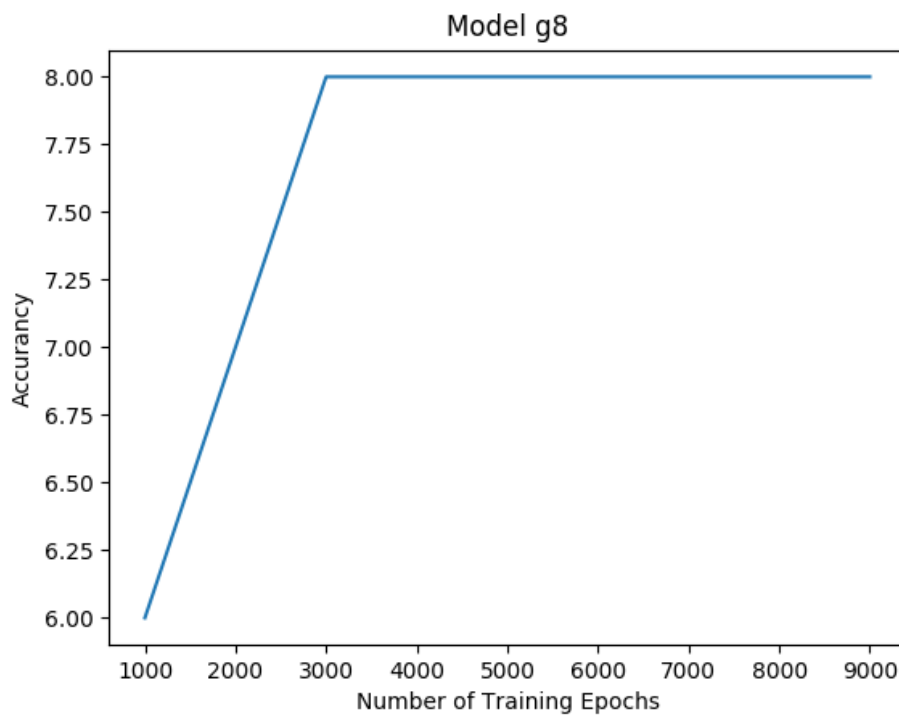


График точности построенной нейронной сети HNN-8 модели  $g_8$  от количества итераций обучения.

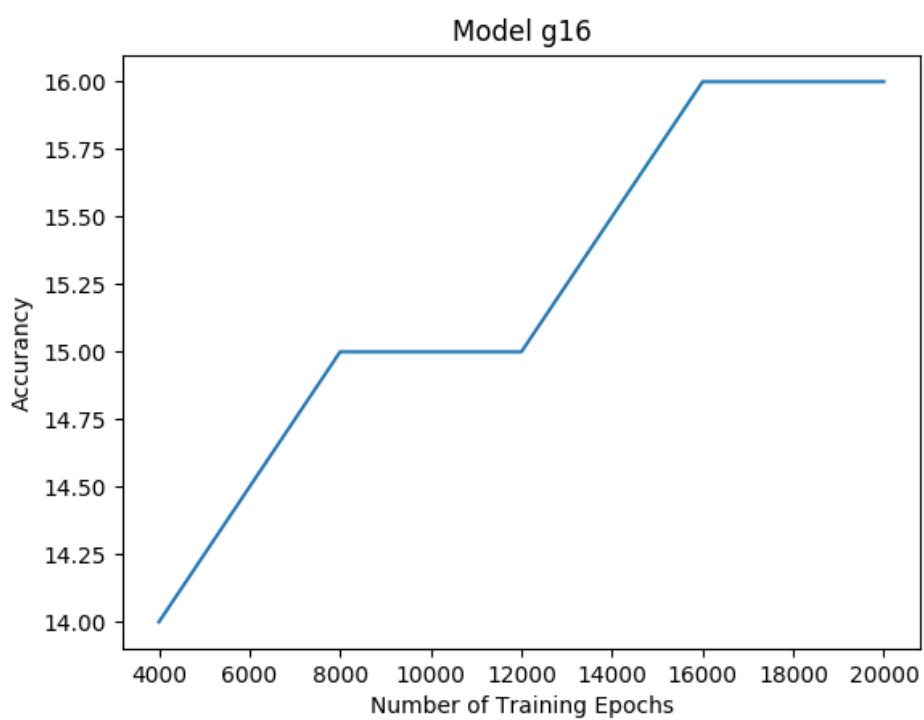


График точности построенной нейронной сети HNN-16 модели  $g_{16}$  от количества итераций обучения.

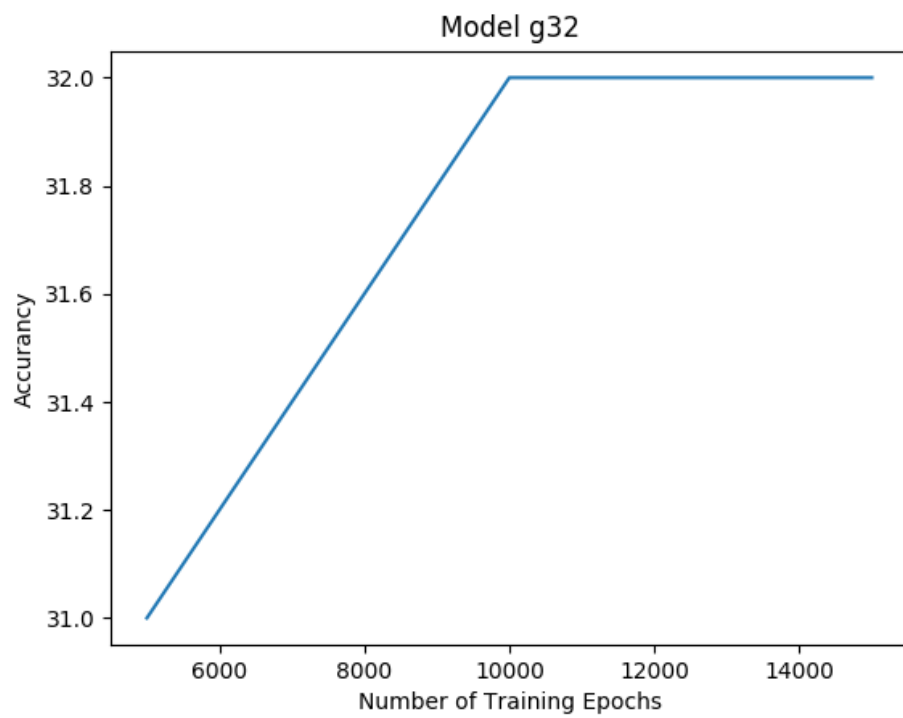


График точности построенной нейронной сети HNN-64 модели  $g_{32}$  от количества итераций обучения.