

1. Grundlagen

1.1. Größen

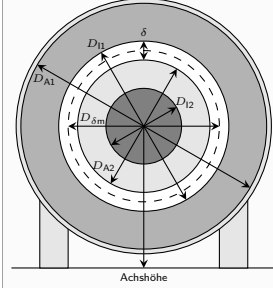
magnetische Größen		
Durchflutung (magnetische Spannungsquelle)	Θ	[A]
Fluss	Φ	[Vs]
verketteter Fluss	Ψ	[Vs]
mag. Flussdichte	\vec{B}	$\left[\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}\right]$
mag. Feldstärke	\vec{H}	$\left[\frac{\text{A}}{\text{m}}\right]$
magnetische Spannung	V_m	[A]
magnetischer Widerstand	R_m	$\left[\frac{\text{A}}{\text{Vs}}\right]$
Streuzyff	σ	[1]
elektrische Größen		
Stromdichte	\vec{s}	$\left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2}\right]$
dielektrische Verschiebung	\vec{D}	$\left[\frac{\text{As}}{\text{m}^2}\right]$
el. Feldstärke	\vec{E}	$\left[\frac{\text{V}}{\text{m}}\right]$
Strombelag	a	$\left[\frac{\text{A}}{\text{m}}\right]$
spezifischer Widerstand	ρ	$[\Omega \text{ m}]$

mechanische Größen		
Drehmoment	M	[Nm]
Massenträgheitsmoment	J	$[\text{kg m}^2]$
Spulenwindungszahl	w_{Sp}	[1]
effektive Windungszahl	w_{eff}	[1]
Luftspalthöhe	δ	[mm]
scheinbarer Luftspalt	δ'	[mm]
effektiver Luftspalt	δ''	[mm]
Anzahl der Leiter pro Nut	Z_N	[1]
Zahl der Einzelspulen (Kommutatorsegmente)	Z_K	[1]
ideelle Eisenlänge	l_i	[m]
bewickelbare Nutfläche	A_N	$[\text{m}^2]$
magnetisch aktiver Winkel	β_M	[rad]
Drehzahl	n	$\left[\frac{1}{\text{s}}\right]$
Rotornutenzahl	N	[1]
Rotornutenzahl pro Pol	Q	[1]
Anzahl paralleler Zweige	a	[1]

Näherungsfaktoren		
Carterfaktor	k_C	[1]
Eisenfüllfaktor	k_{Fe}	[1]
Eisenfaktor (Magnetisierungsbedarf Eisen)	k_μ	[1]
Nutfüllfaktor	k_Q	[1]

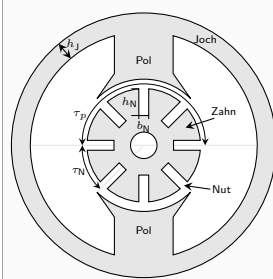
Permeabilität $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$
 Permittivität $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$

1.1.1. Allgemeine Maschinenbegriffe - Durchmesser



Maße	
Stator Außend.	D_{A1}
Stator Innend.	D_{I1}
Rotor Außend.	D_{A2}
Rotor Innend.	D_{I2}
Mittl. Luftspaltd.	D
Luftspalthöhe	δ

1.1.2. Allgemeine Maschinenbegriffe - Abmessungen



Maße	
Nutzahl	N [1]
Nutteilung	τ_N [cm]
Polpaarzahl	p [1]
Polteilung	τ_P [cm]
Nuthöhe	h_N [cm]
Nutbreite	b_N [cm]
Jochhöhe	h_J [cm]
$\tau_N = \frac{\pi \cdot D}{N}$	$\tau_P = \frac{\pi \cdot D}{2p}$

1.2. Grundlegende Gleichungen

1.2.1. Maxwell

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \vec{s} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} &= \vec{s} \quad (< 10 \text{ kHz}) \end{aligned}$$

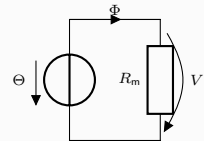
$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad \text{div } \vec{D} = \gamma$$

1.2.2. Durchflutungs- und Induktionsgesetz

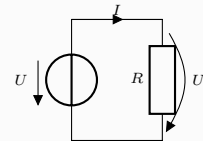
$$\begin{aligned} \oint_{L_A} \vec{H} d\vec{l} &= \iint_{A_L} \vec{s} d\vec{A} = \sum i = \Theta & u_i &= \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\iint_{A} \vec{B} d\vec{A} \right) \\ \oint_L \vec{E} d\vec{l} + u_i &= 0 \end{aligned}$$

1.2.3. Kenngrößen

$$\begin{aligned} \Phi &= \iint \vec{B} d\vec{A} & I &= \iint \vec{s} d\vec{A} \\ V_m &= \int \vec{H} d\vec{l} & U &= \int \vec{E} d\vec{l} \\ \Theta &= w \cdot I & R &= \frac{U}{I} = \rho \frac{l}{A} \\ R_m &= \frac{V_m}{\Phi} = \frac{l}{\mu \cdot A} & \vec{D} &= \epsilon \cdot \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \cdot \vec{H} \\ \Psi &= \Phi \cdot w = L \cdot i \end{aligned}$$



magnetisch wirksame Fläche
 $A = k_{\text{Fe}} \cdot A_{\text{geometrisch}}$



1.3. Entstehung des Drehmoments

1.3.1. Lorenzskraft

$$\vec{F}_L = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

1.3.2. Drehmoment

$$M_D = F \cdot r = M_L + M_R + J \frac{d\omega}{dt}$$

$$m_d(t) = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \int_{-\frac{l_i}{2}}^{\frac{l_i}{2}} \int_0^{2\pi} a(\vartheta, z, t) B_\delta(\vartheta, z, t) d\vartheta dz$$

1.3.3. Strombelag

$$a = \int \vec{s} d\vec{l} = \frac{\partial \sum i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\iint_A \vec{s} d\vec{A} \right] = -\frac{\partial \Theta}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} \text{mittlerer Strombelag} & a_m = \frac{b_N}{\tau_N} \cdot A_N = \frac{\sum \Theta_N}{\tau_P} & \text{Amplitude} & A_N = \frac{Z_N \cdot i}{b_N} = \frac{\Theta_N}{b_N} \end{aligned}$$

1.3.4. Felderregenerkurve

$$V(\vartheta) = \Theta(\vartheta) = -\frac{D}{2} \int a_{\text{ges}}(\vartheta) d\vartheta$$

1.4. Effektiver Luftspalt

Magnetfeld wegen Nuten inhomogen. Ausgleich durch Carterfaktor k_C (ungenutzt $k_{C_i} = 1$):

$$\delta' = k_C \cdot \delta \quad k_C = \frac{k_{C1} \cdot k_{C2}}{\text{Stator Rotor}} \quad k_{C_i} = \frac{\tau_{N_i}}{\tau_{N_i} - \gamma_i \cdot \delta}$$

$$\delta'' = k_\mu \cdot k_{\text{Abfl}} \cdot \delta' \quad \gamma_i = \frac{\left(\frac{b_{N_i}}{\delta}\right)^2}{5 + \left(\frac{b_{N_i}}{\delta}\right)} \quad k_\mu = 1 + \frac{V_{m\text{Fe}}}{2 \cdot V_{m\delta'}}$$

1.5. Streuung

1.5.1. Polstreuung

Φ_E : Gesamtfluss durch Polspule

Φ_{Eh} : Hauptfluss

$\Phi_{E\sigma}$: Streufluss

$$\Phi_E = \Phi_{Eh} + \Phi_{E\sigma} = (1 + \sigma_E) \cdot \Phi_{Eh}$$

$$\sigma_E = \frac{\Phi_{E\sigma}}{\Phi_{Eh}}$$

1.5.2. Nut- und Zahnkopfstreuung

$\Phi_{N\sigma}$: Gesamtfluss der in Nuten gebetteten Spulen

Φ_{Nh} : Hauptfluss

$\Phi_{N\sigma}$: Streufluss (Nut- & Zahnkopfstreuung)

$$\Phi_N = \Phi_{Nh} + 2\Phi_{N\sigma} = (1 + \sigma_N) \cdot \Phi_{Nh}$$

$$\sigma_N = \frac{2 \cdot \Phi_{N\sigma}}{\Phi_{Nh}}$$

1.5.3. Stirnstreuung

Φ_S : Gesamtfluss Stirnstreuung

Φ_{Sh} : Hauptfluss Stirnstreuung

$\Phi_{S\sigma}$: Streufluss Stirnstreuung

$$\text{gesamte Streuzyff: } \sigma_{\text{ges}} = \frac{\Phi_{S\sigma, \text{ges}}}{\Phi_{Sh}}$$

$$\Phi_S = \Phi_{Sh} + \Phi_{S\sigma, \text{ges}} = (1 + \sigma_{\text{ges}}) \cdot \Phi_{Sh}$$

$$\sigma_S = \frac{\Phi_{S\sigma}}{\Phi_{Sh}}$$

1.5.4. Induktivitäten

Hauptinduktivität: $L_h = \frac{\Psi_h}{i}$

Gesamte Streuinduktivität: $L_\sigma = \frac{\Psi_\sigma}{i} = \sigma \cdot L_h$

$$\text{Totale Induktivität: } L_{\text{ges}} = \frac{\Psi_{\text{ges}}}{i} = (1 + \sigma) \cdot L_h$$

1.6. Spulen

Spulenwindungszahl

Nebeneinanderliegende Spulenseiten pro Nut

Wellenwicklung

Schleifenwicklung

$$\begin{aligned} w_{\text{Sp}} &= \frac{Z_N}{2 \cdot u} \\ u &= \frac{Z_K}{N} \\ a &= 2 \\ a &= 2 \cdot p \end{aligned}$$

1.7. Verluste

1.7.1. Kupferverluste

$$P_{\text{Cu}} = R \cdot I^2$$

1.7.2. Reibungsverluste

• Ventilationsverluste (Verwirbelung im Kühlmittel, Strömungsverluste)

• Lagerreibung

• Reibung an Kontaktflächen (z.B. Schleifringe, Kommutator)

1.7.3. Hystereseverluste

$$P_{\text{FeH}} = m_{\text{Fe}} \cdot v_{15\text{H}} \cdot \frac{f}{50 \text{ Hz}} \cdot \left(\frac{B}{1,5 \text{ T}}\right)^2$$

$$\text{Verlustzyff: } v_{15\text{H}} (f = 15 \text{ Hz}, B = 1,5 \text{ T}) \left[\frac{\text{W}}{\text{kg}}\right] \quad (\text{Herstellerangabe})$$

1.7.4. Wirbelstromverluste

$$P_{\text{FeW}} = m_{\text{Fe}} \cdot v_{15\text{W}} \cdot \left(\frac{f}{50 \text{ Hz}}\right)^2 \cdot \left(\frac{B}{1,5 \text{ T}}\right)^2$$

$$\text{Verlustzyff: } v_{15\text{W}} (f = 15 \text{ Hz}, B = 1,5 \text{ T}) \left[\frac{\text{W}}{\text{kg}}\right] \quad (\text{Herstellerangabe})$$

1.7.5. Gesamte Eisenverluste

$$P_{\text{Fe}} = m_{\text{Fe}} \cdot v_{\text{Fe}15} \cdot \frac{f}{50 \text{ Hz}} \cdot \left(\frac{B}{1,5 \text{ T}}\right)^2$$

1.8. Leistung

1.8.1. mechanische Leistung

$$P_m = 2\pi \cdot n \cdot M_i = \omega_m \cdot M_i$$

1.8.2. elektrische Leistung

$$P_{\text{el}} = U \cdot I$$

1.9. Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{auf}}}$$

$$\eta_{\text{Motor}} = \frac{P_m}{P_{\text{el}}}$$

$$\eta_{\text{Generator}} = \frac{P_{\text{el}}}{P_m}$$

2. Permanentmagnete

2.1. Größen

Remanenzflussdichte

B_r [T]

kritische Feldstärke (aus Kennlinie ablesen)

$H_{M, \text{krit}}$ $\left[\frac{\text{A}}{\text{m}}\right]$

Steigung Scherungsgerade

k_{SG} [1]

Luftspalthöhe Permanentmagnet

δ_M [mm]

Länge der Magnete

l_M [m]

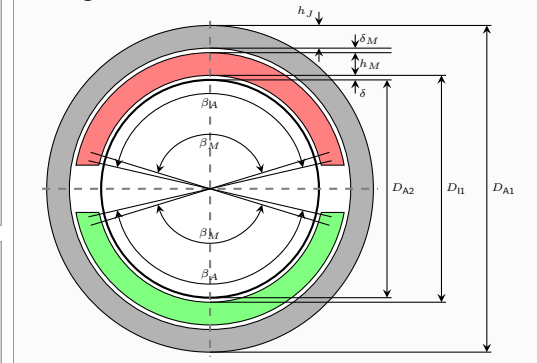
Höhe Permanentmagnete

h_M [m]

Sicherheitsfaktor

γ_{krit} [1]

2.2. Allgemein



2.2.1. Flusssichte

Luftspalt $B_\delta = -\mu_0 \frac{h_M}{\delta} H_M = B_M \frac{A_M}{A_\delta} (1 - \sigma)$

Permanentmagnet $B_M = -\frac{h_M}{\delta} \frac{A_\delta}{A_M} \frac{\mu_0}{1 - \sigma} H_M = -k_{SG} \cdot H_M$

2.2.2. Fluss

Luftspalt $\Phi_\delta = (1 - \sigma) \Phi_M = B_\delta A_\delta$

Permanentmagnet $\Phi_M = B_M A_M$

2.2.3. Fläche

Luftspalt $A_\delta = \beta_M \frac{D}{2} l_i = \beta_M \frac{D}{2} l_2 \cdot k_{Fe}$

Permanentmagnet $A_M = \beta_M \frac{D}{2} l_M$

Leiterquerschnitt $A_L = \frac{A_N \cdot k_Q}{Z_N}$

2.2.4. Materialgrößen

$\sigma = k_{\sigma 1} \cdot k_{\sigma 2}$

2.2.5. Effektiver Luftspalt

$\delta' = k_{C2} \cdot (\delta + \delta_M)$

$\delta'' = (1 + k_\mu)$

$k_\mu = \frac{V_\mu}{2 \cdot H_\delta \cdot \delta'}$

2.3. Scherungsgerade

Arbeitspunktbestimmung	
1. Scherungsgerade:	$B_M = -k_{SG} \cdot H_M$
2. Materialkennlinie:	$B_M = \mu_0 \mu_r H_M + B_r$
3. Schneiden von Materialkennlinie und Scherungsgerade	
4. \Rightarrow Arbeitspunkt:	$H_M = -\frac{1}{\mu_0 \mu_r + k_{SG}} B_r$

Luftspaltfluss im Arbeitspunkt:

$$\Phi_{\delta P} = (1 - \sigma) \cdot \frac{k_{SG}}{\mu_0 \mu_r + k_{SG}} \cdot B_r \cdot l_M \cdot \frac{D_{l1}}{2} \cdot \beta_M$$

Maximal zulässiger Ankerstrom:

$$I_{2, \max} = \frac{2\pi \cdot (h_M + \delta'')}{\omega_2 \cdot \beta_M} \cdot \left| (H_M'' - H_M) \frac{\mu_0 \mu_r + k_{SG}}{k_{SG}} \frac{1}{1 + \frac{\delta''}{h_M}} \right|$$

Maximal zulässige Feldstärke:

$$H_M'' = \gamma_{krit} \cdot H_{M, \text{krit}}$$

3. Gleichstrommaschine

3.1. Größen

Maschinenkonstante (Spannung)	k_U	[1]
Maschinenkonstante (Drehmoment)	k_M	[1]
Flusskonstante	k_Φ	$\left[\frac{Vs}{A}\right]$
Erregerstromkonstante	k_E	[1]
Ankerwindungszahl	w_2	[1]
Bürstenübergangsspannung	U_B	[V]
Kommutatorsegmentspannung	U_S	[V]

3.2. Systemgleichungen

$$U_A = R_{A, \text{res}} \cdot I_A + U_i + 2 \cdot U_B \quad \omega_2 = \frac{N_2 \cdot Z_N}{2a}$$

$$\Phi_E = k_\Phi \cdot I_E \quad k_U = 4p \cdot w_2$$

$$U_i = k_U \cdot \Phi_E \cdot n \quad k_M = \frac{k_U}{2\pi}$$

$$M_i = k_M \cdot \Phi_E \cdot I_A$$

$$M_i = M_R + M_L + J \frac{d\omega}{dt}$$

3.3. Verhalten

$I < I_N \rightarrow$ Reihenschlussverhalten
 $I > I_N \rightarrow$ Nebenschlussverhalten

3.4. Gleichstrom-Nebenschlussmaschine

3.4.1. ESB

3.4.2. Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie

$$n = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{k_U \cdot \Phi_E} - \frac{2\pi \cdot R_{A, \text{res}}}{(k_U \cdot \Phi_E)^2} \cdot M_i$$

3.4.3. Wichtige Betriebspunkte

Anlaufmoment: ($n = 0$) $M_{i, \text{An}} = k_M \cdot \Phi_E \cdot I_{A, \text{An}}$

Leerlaufdrehzahl: ($M_i = 0$) $n_0 = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{k_U \cdot \Phi_E}$

Anlaufstrom: ($n = 0$) $I_{A, \text{An}} = \frac{U_A - 2 \cdot U_B}{R_{A, \text{res}}}$

$n = n_0 \cdot \left(1 - \frac{M_i}{M_{i, \text{An}}}\right) \quad M_i = M_{i, \text{An}} \cdot \left(1 - \frac{n}{n_0}\right)$

3.5. Gleichstrom-Reihenschlussmaschine

3.5.1. ESB

$R_{A, \text{res}} = R_V + R_A + R_E || R_P$

3.5.2. Systemgleichungen

$$I_E = k_E \cdot I_A \quad \text{mit } k_E = \begin{cases} 1 & \text{für } R_P \rightarrow \infty \\ 0 & \text{für } R_P = 0 \\ \frac{R_P}{R_P + R_E} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\Phi_E = k_\Phi \cdot I_E = k_\Phi k_E \cdot I_A$$

$$M_i = k_M \cdot \Phi_E \cdot I_A = k_M k_\Phi k_E \cdot I_A^2$$

$$U_i = k_U \cdot \Phi_E \cdot n = k_U k_\Phi k_E \cdot I_A \cdot n$$

3.5.3. Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie

$$M_i = k_M k_\Phi k_E \cdot \frac{(U_A - 2 \cdot U_B)^2}{(k_U k_\Phi k_E \cdot n + R_{A, \text{res}})^2}$$

Anlaufmoment: ($n = 0$) $M_{i, \text{An}} = k_M k_\Phi k_E \cdot \left(\frac{U_A}{R_{A, \text{res}}}\right)^2$

3.6. Permanenterrregte Gleichstrommaschine

3.6.1. ESB

3.6.2. Systemgleichungen

Maximaler Ankerstrom: $I_{A, \text{max}} = I_L \cdot a = S \cdot A_L \cdot a$

Maximale Ankerspannung: $U_{A, \text{max}} = U_S \cdot \frac{Z_K}{2 \cdot p}$

4. Wechselfeld - Drehfeld

4.1. Größen		
Stator	Index 1	
Rotor	Index 2	
Ordnungszahl der Oberwellen	ν	[1]
elektrische Frequenz	f	[Hz]
elektrische Kreisfrequenz	ω	$\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$
	$\omega = 2\pi f$	
mechanische Kreisfrequenz	ω_m	$\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$
Phasenwinkel	φ	[rad]
Strangachsenwinkel	ϑ	[rad]
Strangspannung	U_1	[V]
Strangstrom	I_1	[A]
komplexe Scheinleistung	\underline{S}	[VA]
Wirkleistung	P	[W]
Blindleistung	Q	[Var]
Strangzahl	m	[1]
Windungszahl pro Strang	w_1	[1]
Lochzahl (Nuten pro Pol und Strang)	q	[1]
Nutwinkel	α_N	[rad]
Spulenwinkel	α_{Sp}	[rad]
Polwinkel	α_p	[rad]
Spulenweite	W_{Sp}	[cm]
Zonungsfaktor	ξ_Z	[1]
Sehnungsfaktor	ξ_S	[1]
Nutslitzbreitenfaktor	ξ_N	[1]
Schrägungsfaktor	ξ_{Schr}	[1]

4.2. Stern & Dreieckschaltung	
Sternschaltung $U_1 = \frac{U_N}{\sqrt{3}}$ $I_1 = I_N$	Dreiecksschaltung $U_1 = U_N$ $I_1 = \frac{I_N}{\sqrt{3}}$

4.3. Allgemeines zu Wechselgrößen

$$\underline{a}^\nu = e^{j\nu \frac{2\pi}{3}} \quad \underline{a}^0 + \underline{a}^1 + \underline{a}^2 = 0$$

$$\underline{a}^2 = \underline{a}^* = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$x(t) = \sqrt{2} \cdot X \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\vec{x}(t) = \frac{1}{3} \cdot [x_A(t) + \underline{a} \cdot x_B(t) + \underline{a}^2 \cdot x_C(t)] = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \underline{X} \cdot e^{j\omega t}$$

$$\underline{X} = X \cdot e^{j\varphi}$$

4.3.1. Wechselfeld

$$B(\vartheta, t) = \hat{B} \cdot \cos(\vartheta - \vartheta_0) \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

4.3.2. Drehfeld

$$B(\vartheta, t) = \hat{B} \cdot \cos((\vartheta - \vartheta_0) - (\omega t - \varphi))$$

4.4. Einfluss realer Luftspalt

$$\text{Wicklungsfaktor: } \xi(\nu) = \xi_Z(\nu) \cdot \xi_S(\nu) \cdot \xi_N(\nu)$$

$$w_{\text{eff}} = w_{\text{Sp}} \cdot \xi(\nu)$$

$$\alpha_N = \frac{2\pi}{N} \quad \alpha_{\text{Sp}} = W_{\text{Sp}}(\text{absolut}) \cdot \alpha_N \quad \alpha_p = \frac{2\pi}{2p}$$

4.4.1. Zonung
Erhöhung der Lochzahl q
(Beschränkt durch $N_{\text{max}} = \frac{D\pi}{\tau_{N,\text{min}}}$) mit $\tau_{N,\text{min}} \approx 1 \text{ cm}$

$$w_{\text{eff}} = q \cdot w_{\text{Sp}} \cdot \xi_Z(\nu)$$

$$\xi_Z(\nu) = \frac{\sin\left(q \cdot \nu \cdot \frac{\alpha_N}{2} p\right)}{q \cdot \sin\left(\nu \cdot \frac{\alpha_N}{2} p\right)} = \frac{\sin\left(\nu \cdot \frac{\pi}{2} \frac{q}{Q}\right)}{q \cdot \sin\left(\nu \cdot \frac{\pi}{2} \frac{1}{Q}\right)}$$

4.4.2. Sehnung
Kürzung der Spulenweite W_{Sp} (nicht bei Einschnittwicklung möglich)

$$w_{\text{eff}} = q \cdot w_{\text{Sp}} \cdot \xi_S(\nu)$$

$$\xi_S(\nu) = \sin\left(\nu \cdot \frac{\pi}{2} \frac{W_{\text{Sp}}}{\tau_p}\right) = \sin\left(\nu \cdot \frac{\alpha_{\text{Sp}}}{\alpha_p} \frac{\pi}{2}\right)$$

4.4.3. Nutschlitzbreite

$$w_{\text{eff}} = w_{\text{Sp}} \cdot \xi_N(\nu)$$

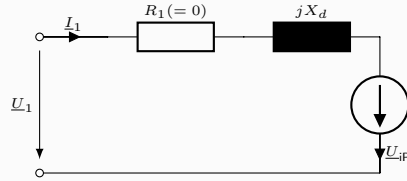
$$\xi_N(\nu) = \frac{\sin\left(\nu \cdot \frac{b_N}{D}\right)}{\nu \cdot \frac{b_N}{D}}$$

5. Synchronmaschine

5.1. Größen

Erregerstrom	I_2	[A]
induzierte Polradspannung	$\underline{U}_{\text{iP}}$	[V]
synchrone Reaktanz	X_d	[Ω]
Selbstinduktivität	L	[H]
Koppelinduktivität (von Rotor nach Stator)	M_{21}	[H]
Polradwinkel	ϑ	[rad]
Phasenwinkel von \underline{Z}_1	φ_{Z1}	[rad]
Netzleistung (Wirkleistung)	P_1	[W]
innere elektrische Leistung	P_W	[W]
Drehfeldleistung	P_δ	[W]
mechanische Leistung	P_m	[W]
Erregerleistung	P_E	[W]
Leerlaufkurzschlussstrom	\underline{I}_{K0}	[A]
Dreisträngiger Dauerkurzschlussstrom	$\underline{I}_{K\text{III}}$	[A]
Leerlaufkurzschlussverhältnis (LKV)	$\frac{\underline{I}_{K0}}{\underline{I}_N}$	[1]
Verketteter Fluss Permanentmagnet	$\underline{\Psi}_{\text{PM}}$	[Vs]

5.2. ESB



$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_{\text{iP}}$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_d$$

$$X_d = X_{1h} + X_{1\sigma} = 2\pi f \cdot (L_{1h} + L_{1\sigma})$$

$$|\underline{U}_{\text{iP}}| = U_{\text{iP}} = \omega M_{21} \sqrt{2} \cdot I_2$$

$$\sigma = \frac{L_{1\sigma}}{L_{1h}}$$

5.3. Systemgleichungen

$$\vec{u}_1 = R_1 \cdot \vec{i}_1(t) + \frac{\partial \vec{\Psi}_1(t)}{\partial t}$$

$$\vec{\Psi}_1 = L_1 \cdot \vec{i}_1(t) + M_{21} \cdot \vec{i}_2(t)$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2(t) + \frac{\partial \Psi_2(t)}{\partial t}$$

$$\Psi_2 = L_2 \cdot i_2(t) + 3 \cdot M_{21} \cdot (\vec{i}_1(t) e^{-jp\vartheta_m} + \vec{i}_1^*(t) e^{jp\vartheta_m})$$

5.4. Wichtige Gleichungen

5.4.1. Synchrone Drehzahl Luftspaltfeld

$$n_{\text{syn}} = n_N = \frac{f_1}{p}$$

5.4.2. Drehmoment

$$M_K \sim \frac{U_1}{f_1}$$

$$M_i = -\frac{3p}{\omega_1} \cdot \left[\frac{U_1 \cdot U_{\text{iP}}}{Z_1} \cdot \sin(\vartheta - \varphi_{Z1}) + \frac{U_{\text{iP}}^2}{Z_1} \cdot \sin(\varphi_{Z1}) \right]$$

Kippmoment:

$$M_K = \frac{3p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1 \cdot U_{\text{iP}}}{Z_1} = \frac{3p}{\omega_1} \cdot U_1 \cdot I_{K\text{III}}$$

$$R_1 = 0 \Rightarrow \varphi_{Z1} = 0 \Rightarrow M_i = -M_K \cdot \sin(\vartheta)$$

5.4.3. Leistung

$$\underline{S}_1 = m_1 \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*$$

$$P_1 = S_1 \cdot \cos(\varphi) = m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi)$$

$$P_W = 3 \cdot U_{\text{iP}} \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi)$$

$$P_\delta = \omega_m \cdot M_i = P_W - 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2$$

$$P_m = 2\pi \cdot n \cdot (M_i - M_R) = \omega_m \cdot (M_i - M_R) = P_\delta - P_R$$

$$P_E = U_2 \cdot I_2$$

$$\eta = \frac{P_m}{P_1 + P_{vE}}$$

5.5. Betriebsbereiche

Bei Leerlauferrregung ($I_2 = I_{20}$): $\Rightarrow U_1 = U_{\text{iP}}$

Bei linearer Leerlaufkennlinie ($X_d = \text{const.}$): $I_2 = I_{20} \cdot \frac{U_{\text{iP}}}{U_1}$

5.5.1. Leerlauf ($I_1 = 0$)

$$I_{20} = \frac{U_{\text{iP}}}{\omega M_{21} \sqrt{2}} = \frac{U_1}{\omega M_{21} \sqrt{2}}$$

5.5.2. Kurzschluss ($U_1 = 0$)

$$I_{K\text{III}} = \frac{U_{\text{iP}}}{Z_1}$$

$$I_{K0} = I_{K\text{III}}(I_{20}) = \frac{U_1}{Z_1}$$

5.5.3. Betriebsarten

ϑ zwischen dem Zeiger von \underline{U}_1 nach $\underline{U}_{\text{iP}}$

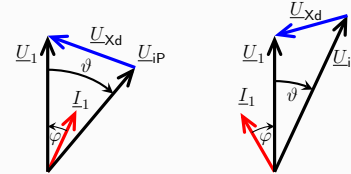
φ zwischen dem Zeiger von \underline{I}_1 nach \underline{U}_1

\underline{I}_2 eilt $\underline{U}_{\text{iP}}$ um 90° nach

Phasenschieberbetrieb: $\vartheta = 0$ ($R_1 = 0$ VZS - Betrieb am starren Netz)

- Betrieb im Leerlauf
- reine Blindleistungsabgabe bzw. -aufnahme
- $\cos(\varphi) = 0 \Rightarrow$
 - untererregt: $\Rightarrow \varphi = 90^\circ$ deg
 - übererregt: $\Rightarrow \varphi = -90^\circ$ deg

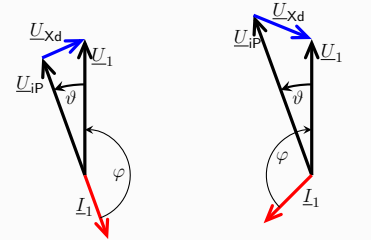
Motorbetrieb: $\vartheta < 0$ ($R_1 = 0$ VZS - Betrieb am starren Netz)



untererregt $\varphi > 0$

übererregt $\varphi < 0$

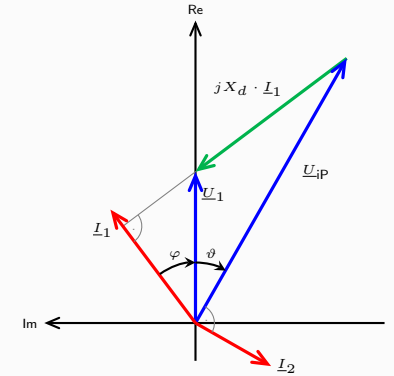
Generatorbetrieb: $\vartheta > 0$ ($R_1 = 0$ VZS - Betrieb am starren Netz)



untererregt $\varphi > 0$

übererregt $\varphi < 0$

5.6. Zeigerdiagramm



5.7. Stromortskurve

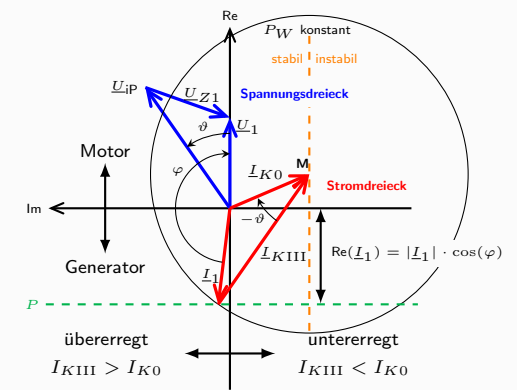
$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{K0} - \underline{I}_{K\text{III}}$$

$$\underline{I}_{K\text{III}} = \frac{U_{\text{iP}}}{U_1} \cdot \underline{I}_{K0} \cdot e^{j\vartheta}$$

$$\underline{I}_{K0} = -\frac{U_1}{Z_1} \cdot j e^{j\varphi_{Z1}}$$

Stromortskurve

1. \underline{U}_1 auf reelle Achse legen
2. Richtung von $\underline{U}_{\text{iP}}$ einzeichnen
3. \underline{I}_{K0} einzeichnen
bei $R_1 = 0$: \underline{I}_{K0} eilt \underline{U}_1 um 90° nach
4. konstante Erregung: Kreis um Spitze von \underline{I}_{K0} mit Radius $I_{K\text{III}}$
5. Richtungen von $\underline{I}_{K\text{III}}$ und \underline{I}_1 festgelegt durch φ bzw. ϑ
6. bei $R_1 = 0$: Verlängerung von $\underline{U}_{\text{iP}} \perp \underline{I}_{K\text{III}}$



5.8. dq-Darstellung

Zeigerdiagramm

1. \underline{U}_1 auf reelle Achse legen
2. \underline{I}_1 einzeichnen
3. Richtung von \underline{U}_{iP} legt d und q Achse fest
(ϑ = unbekannt \Rightarrow weiter bei Trick)
4. Zerlegung von \underline{I}_1 in \underline{I}_d und \underline{I}_q
5. Spannungsabfall an $X_d = |X_d \cdot I_d|$
(ϑ = unbekannt \Rightarrow weiter bei Trick)
6. Spannungsabfall an $X_q = |X_q \cdot I_q|$
7. $\underline{U}_{iP} = \underline{U}_1 - jX_d \cdot \underline{I}_d - jX_q \cdot \underline{I}_q$

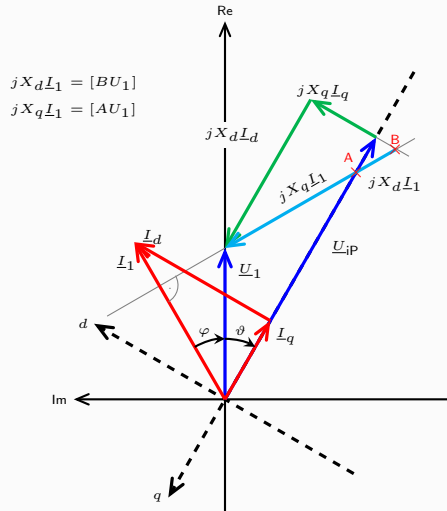
Trick

1. $\vartheta = \arg(\underline{U}_1 - jX_q \cdot \underline{I}_1) \Rightarrow$ Richtungsgerade von $\underline{U}_{iP} (||jX_d \underline{I}_d)$
2. $\underline{U}_{iP} =$ Senkrechte von $\underline{U}_1 - jX_d \cdot \underline{I}_d$ auf Richtungsgerade

5.8.1. Systemgleichungen

$$\begin{aligned} U_d &= R_1 \cdot I_d - \omega_1 L_q \cdot I_q \\ U_q &= R_1 \cdot I_q + \omega_1 L_d \cdot I_d + \sqrt{2} \cdot U_{iP} \\ U_{iP} &= \sqrt{2} \cdot \omega_1 M_{21} \cdot I_2 \\ U_2 &= R_2 \cdot I_2 \\ M_i &= 3 \cdot p \cdot M_{21} \cdot I_2 \cdot I_q \end{aligned}$$

5.8.2. Zeigerdiagramm



5.9. Schenkelpollläufer

5.9.1. Drehmoment ($R_1 = 0$)

$$M'_i = -\frac{m_1 \cdot p}{\omega_1} U_1 \left[\frac{U_{iP}}{X_d} \sin(\vartheta) + \frac{U_1}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin(2\vartheta) \right]$$

Reluktanzmoment (Reaktionsmoment):

$$M_r = -\frac{m_1 \cdot p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin(2\vartheta)$$

Vollpolläufer entwickeln kein Reluktanzmoment wegen $L_d = L_q$.
Maximales Reluktanzmoment bei $|\vartheta| = 45^\circ$ deg.

5.9.2. Systemgleichungen

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_d + \underline{U}_q + \underline{U}_{iP} \\ &= jX_d \cdot \underline{I}_d + jX_q \cdot \underline{I}_q + \underline{U}_{iP} \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_d + \underline{I}_q \end{aligned}$$

5.10. Permanenterregte Synchronmaschine

5.10.1. Betriebsverhalten

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= L_1 I_1 + \Psi_{PM} & \Psi_{PM} &= \xi \cdot w_1 \cdot \hat{\Phi}_\delta \\ \Psi_d &= L_d I_d + \Psi_{PM} & \Psi_q &= L_q I_q \end{aligned}$$

$$U_{iP} = \sqrt{2} \omega_1 \cdot \Psi_{PM}$$

5.10.2. Drehmoment

$$M_D = \frac{m_1}{2} \cdot p \cdot [\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d I_q]$$

äquivalent zu M_D Schenkelpollläufer

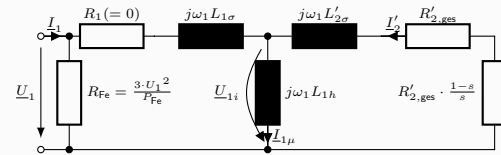
- ### 5.10.3. Betriebsarten
- symmetrischer Betrieb
 - EC-Betrieb als BLDC

6. Asynchronmaschine

6.1. Größen

Übersetzungsverhältnis	\tilde{u}	[1]
Schlupf	s	[1]
Kippschlupf	s_K	[1]
Kippmoment	M_K	[Nm]
Bezogener Statorwiderstand	ρ_1	[1]
Bezogener Rotorwiderstand	ρ_2	[1]
Hilfsgröße	$\Delta\rho_1$	[1]
Rotor-Statorwärmeverluste	P_{Cu}	[W]
Magnetisierungsstrom	$\underline{I}_{1\mu}$	[A]
Rotor-Vorwiderstand	R_{2V}	[Ω]

6.2. ESB



6.2.1. Übersetzungsverhältnis

Bei Schleifring-ASM gilt: $M_{21} = M_{12} = M$

$$\tilde{u} = \frac{L_{1h}}{M} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \cdot \frac{w_1 \xi_1}{w_2 \xi_2} \cdot \frac{1}{\xi_{Schr}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \cdot \frac{w_{1,eff}}{w_{2,eff}} \cdot \frac{1}{\xi_{Schr}}$$

$$\begin{aligned} R'_{2,ges} &= \tilde{u}^2 \cdot R_{2,ges} & R'_{2,ges} &= R'_2 + R'_{2V} \\ \underline{U}_2 &= \frac{1}{\tilde{u}} \cdot \underline{U}_{1i} & L'_{2\sigma} &= \tilde{u}^2 \cdot (L_{2\sigma} + L_{2Schr}) \\ \underline{I}_2 &= \frac{1}{\tilde{u}} \cdot \underline{I}_1 \end{aligned}$$

6.3. Systemgleichungen

$$\begin{aligned} \vec{u}_1 &= R_1 \cdot \vec{i}_1 + \frac{\partial \vec{\Psi}_1}{\partial t}, & \vec{\Psi}_1 &= L_1 \cdot \vec{i}_1 + M \cdot \vec{i}_2 \cdot e^{jp\vartheta m} \\ 0 &= R_{2,ges} \cdot \vec{i}_2 + \frac{\partial \vec{\Psi}_2}{\partial t}, & \vec{\Psi}_2 &= L_2 \cdot \vec{i}_2 + M \cdot \vec{i}_1 \cdot e^{-jp\vartheta m} \\ J \frac{d\omega}{dt} &= M_i - M_R - M_L \end{aligned}$$

6.4. Wichtige Größen

6.4.1. Schlupf

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}} = \frac{\omega_{syn} - \omega_m}{\omega_{syn}} = \frac{\omega_1 - p \cdot \omega_m}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Gegenstrombremse	Motor	Generator
$s > 1$	$1 > s > 0$	$s < 0$

6.4.2. Drehzahl

$$\begin{aligned} \text{synchrone Drehzahl} & & \text{Nennndrehzahl} \\ n_{syn} &= \frac{f}{p} & n_N &= n_s (1 - s_N) \end{aligned}$$

6.4.3. Leistung

$$\begin{aligned} \underline{S}_1 &= m_1 \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* \\ P_1 &= S_1 \cdot \cos(\varphi) = m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi) \\ P_{Netz} &= m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_N) = P_1 + P_{Fe} \\ P_\delta &= 2\pi \cdot n_{syn} \cdot M_i = P_1 - P_{Cu1} - P_{Fe} \\ P_{mi} &= (1 - s) P_\delta = P_\delta - P_{Cu2} - P_{2V} = \omega_m \cdot M_i \\ P_m &= 2\pi \cdot n \cdot (M_i - M_R) = \omega_m \cdot (M_i - M_R) = P_{mi} - P_R \\ P_{Cu2} &= s \cdot P_\delta = m_2 \cdot R_2 \cdot I_2^2 \end{aligned}$$

6.4.4. Phase

ASM immer induktiv $\Rightarrow \varphi > 0$

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_{1Z} - \varphi_{1N} \\ \varphi &= \begin{cases} \arctan\left(\frac{b}{a}\right) & \text{für } a > 0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + \pi & \text{für } a < 0, b \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right) - \pi & \text{für } a < 0, b < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

6.4.5. Weitere Parameter

$$\begin{aligned} L_{1\sigma} &= \sigma_1 \cdot L_{1h} & L_1 &= L_{1h} + L_{1\sigma} \\ L_{2\sigma} &= \sigma_2 \cdot L_{1h} & L'_2 &= L_{1h} \cdot (1 + \sigma_2) \\ L_\sigma &= \sigma \cdot L_1 = L_{1\sigma} + \frac{\xi_{Schr}}{1 + \sigma_2} \cdot L'_{2\sigma} \\ \rho_1 &= \frac{R_1}{\omega_1 L_1} & \rho_2 &= \frac{R_{2,ges}}{\omega_1 L'_2} = \frac{R'_{2,ges}}{\omega_1 L'_2} \\ \Delta\rho_1 &= \sqrt{1 + \left(\frac{\rho_1}{\sigma}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \rho_1^2} \\ \sigma &= 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1) \cdot (1 + \sigma_2)} = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \end{aligned}$$

6.5. Statorstrom

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\omega_1 L_1} \cdot \frac{\rho_2 + js}{\rho_1 \cdot \rho_2 - \sigma \cdot s + j(\rho_2 + s \cdot \rho_1)}$$

Anlaufstrom:

$$I_{1A} = |\underline{I}_1|(s=1) = \frac{U_1}{\omega_1 L_1} \sqrt{\frac{1 + \rho_2^2}{(1 - \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\sigma})^2 + (\frac{\rho_1 + \rho_2}{\sigma})^2}}$$

Ideeller Kurzschlussstrom:

$$I_{1Ki} = |\underline{I}_1|(s \rightarrow \pm\infty) = \frac{U_1}{\omega_1 L_\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\rho_1}{\sigma}\right)^2}}$$

Leerlaufstrom:

$$I_{10} = |\underline{I}_1|(s=0) = \frac{U_1}{\omega_1 L_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \rho_1^2}}$$

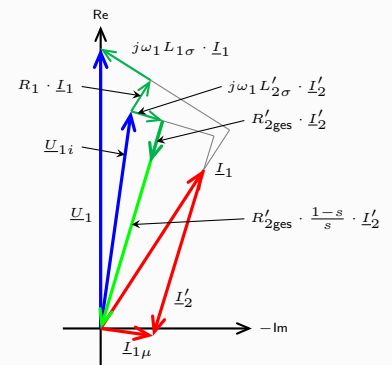
6.5.1. Magnetisierungsstrom

$$\underline{I}_\mu = \frac{\rho_2 + j \cdot s \cdot (\sigma - \sigma_1 \cdot (1 - \sigma))}{\rho_1 \cdot \rho_2 - \sigma \cdot s + j \cdot (\rho_2 + s \cdot \rho_1)} \cdot \frac{\underline{U}_1}{\omega_1 L_1}$$

6.6. Zeigerdiagramm

Zeigerdiagramm

1. \underline{U}_1 auf reelle Achse legen und \underline{I}_1 einzeichnen
2. $R_1 \underline{I}_1$ (gleiche Phasenlage wie \underline{I}_1)
 $j\omega_1 L_{1\sigma} \underline{I}_1$ (eilt \underline{I}_1 um 90° voraus)
3. $\underline{U}_{1i} = \underline{U}_1 - R_1 \underline{I}_1 - j\omega_1 L_{1\sigma} \underline{I}_1$
4. $\underline{I}_{1\mu} = \frac{\underline{U}_{1i}}{j\omega_1 L_{1h}}$ (eilt \underline{U}_{1i} um 90° nach)
5. $\underline{I}'_2 = \underline{I}_{1\mu} - \underline{I}_1$
6. $R'_{2,ges} \underline{I}'_2$ (parallel zu \underline{I}'_2)
7. $j\omega_1 L'_{2\sigma} \underline{I}'_2$ (eilt \underline{I}'_2 um 90° voraus)
8. $R'_{2,ges} \cdot \frac{1-s}{s} \cdot \underline{I}'_2 = -\underline{U}_{1i} - R'_{2,ges} \underline{I}'_2 - j\omega_1 L'_{2\sigma} \underline{I}'_2$

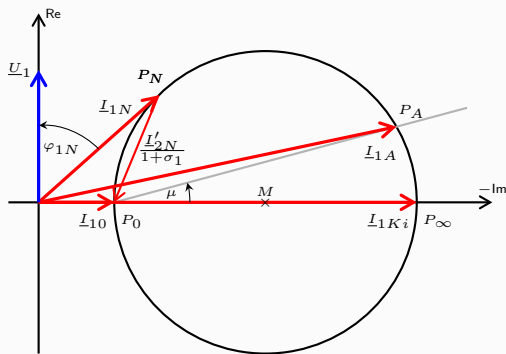


6.7. Stromortskurve

bei $R_1 = 0$ $\tan(\mu) = s_K$

Stromortskurve $R_1 = 0 \wedge R_{Fe} = 0$

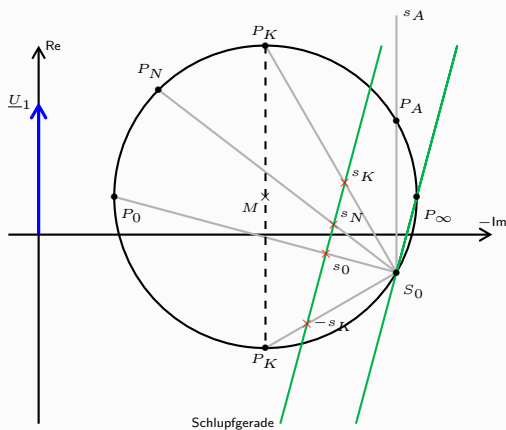
1. \underline{U}_1 auf reelle Achse legen $\Rightarrow \varphi_{1U} = 0$
2. $R_1 = 0 \Rightarrow \underline{I}_{10}$ und \underline{I}_{1Ki} haben keinen Realteil
3. Kreismittelpunkt auf Im-Achse zwischen \underline{I}_{1Ki} und \underline{I}_{10}
4. μ zwischen P_0 und P_A



6.7.1. Schlupfgerade

Schlupfgerade $R_1 = 0 \wedge R_{Fe} \neq 0$

1. (Bei $R_{Fe} = 0$) Mittelpunkt M auf -Im Achse
2. Schlupfgerade an beliebiger Stelle einzeichnen
3. gesuchtes s aus Längenverhältnis zu bekanntem Schlupf bestimmen



6.7.2. Maßstab

Strommaßstab	m_I	$\left[\frac{A}{cm} \right]$
Leistungsmaßstab	$m_P = m_1 \cdot U_1 \cdot m_I$	$\left[\frac{W}{cm} \right]$
Drehmomentmaßstab	$m_M = \frac{m_P}{2\pi \cdot n_{syn}}$	$\left[\frac{Nm}{cm} \right]$

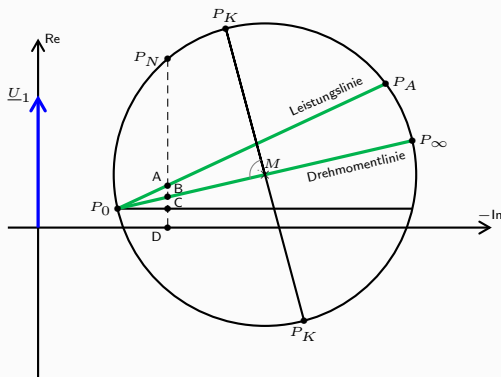
6.7.3. Ablesbare Werte

$R_1 \neq 0 \wedge R_{Fe} \neq 0$

Aufgenommene elektrische Leistung	$P_1 = \overline{PD} \cdot m_P$
Eisenverluste Stator	$P_{Fe} = \overline{CD} \cdot m_P$
Kupferverluste Stator	$P_{Cu1} = \overline{BC} \cdot m_P$
Kupferverluste Rotor	$P_{Cu2} = \overline{AB} \cdot m_P$
Abgegebene mechanische Leistung	$P_m = \overline{PA} \cdot m_P$
Inneres Drehmoment	$M_i = \overline{PB} \cdot m_M$

Definition Punkt D: Orthogonale Projektion von P auf Im-Achse

$R_1 = 0$ $B = C$ und M auf Höhe von P_0
 $R_{Fe} = 0$ $C = D$ und P_0 auf -Im Achse



6.8. Drehmoment

$$M_K \sim \left(\frac{U_1}{f_1} \right)^2 \quad M_N \sim \Phi_\delta \frac{U_1}{f_1}$$

$$M_i = M_R + M_L + J \frac{\partial \omega}{\partial t}$$

6.8.1. Drehmomentgleichung

$$M_i = 3p(1-\sigma) \frac{U_1^2}{\omega_1^2 L_\sigma} \frac{s \cdot s_K}{\Delta \rho_1 s_K^2 + 2 \frac{\rho_1}{\sigma} (1-\sigma) s_K s + \Delta \rho_1 s^2}$$

Kippmoment:

$$M_K = M_i(s_K) = \frac{3}{2} p \cdot (1-\sigma) \frac{U_1^2}{\omega_1^2 L_\sigma} \left(\frac{1}{\Delta \rho_1 + \frac{\rho_1}{\sigma} (1-\sigma)} \right)$$

$$(R_1 = 0) : M_K = \frac{m_1 U_1 \frac{I_{1Ki} - I_{10}}{2\pi \cdot n_s}}{1 + \frac{\rho_1^2}{1 + \left(\frac{\rho_1}{\sigma} \right)^2}}$$

$$\text{Kippschlupf: } s_K = \frac{\rho_2}{\sigma} \sqrt{1 + \left(\frac{\rho_1}{\sigma} \right)^2}$$

$s_K > 0$ Motor $s_K < 0$ Generator

6.8.2. Klossche Gleichung (Annahme $R_1 = 0$)

$$\frac{M_i}{M_K} = \frac{2 \cdot s_K \cdot s}{s_K^2 + s^2}$$

$$s_{1,2} = s_K \frac{M_K}{M_i} \pm \sqrt{\left(s_K \frac{M_K}{M_i} \right)^2 - s_K^2}$$

Nur echte Lösung wenn gilt: $s < s_K$

6.9. Symmetrische Komponenten

$$s_m + s_g = 2 \quad s_m = s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad s_g = \frac{n_s + n}{n_s}$$

6.9.1. Spannungen Mit- und Gegensystem

$$\text{Mitsystem } \underline{U}_m = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_u + \underline{a} \cdot \underline{U}_v + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_w)$$

$$\text{Gegensystem } \underline{U}_m = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_u + \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_v + \underline{a} \cdot \underline{U}_w)$$

$$\text{Nullsystem } \underline{U}_m = \frac{1}{3} \cdot (\underline{U}_u + \underline{U}_v + \underline{U}_w)$$

Nullsystem verschwindet bei Dreiecksschaltung oder Sternschaltung ohne herausgeführten Sternpunkt

6.9.2. Drehmoment mit Kompensation (Kippschlupf ändert sich)

$$M_{ges} = M_m - M_g$$

$$M = 3p \cdot (1-\sigma) \cdot \frac{U_1^2}{\omega^2 L_1} \cdot \frac{\rho_2 \cdot s}{(\rho_1 \cdot \rho_2 - \sigma \cdot s)^2 + (\rho_2 + s \cdot \rho_1)^2}$$