

---

Università degli Studi di Milano-Bicocca  
Dipartimento di Informatica, Sistemistica e Comunicazione  
Anno Accademico 2020/2021

Sistemi Complessi: Modelli e Simulazione

Pelusi Marta, mat 800444  
Talamona Stefano, mat 822452

## L'UNIONE FA LA FORZA

Per le formiche è solo questione di ormoni



---

## Abstract

Le formiche si sa, sono conosciute da tutti come uno tra gli insetti più laboriosi e uniti della terra. Riescono a procurarsi sempre il cibo necessario per sopravvivere e superare lunghi inverni soprattutto grazie al loro fantastico gioco di squadra, e la favola "La cicala e la formica" di Esopo ne è un esempio. Differentemente da quanto sembra sono insetti privi di intelligenza e provvisti di un istinto quasi fuori dal comune. Ma cosa succede se per trovare il cibo dovessero superare e risolvere un intero labirinto? E se, all'interno di esso, dovessero superare degli ostacoli che impediscono loro di fare gioco di squadra?

È proprio in seguito che scopriremo che l'unione fa sempre la forza.

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>4</b>
1.1	Obiettivi . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Stato dell'arte</b>	<b>5</b>
2.1	Le formiche . . . . .	5
2.2	I feromoni . . . . .	6
2.3	La ricerca del cibo . . . . .	6
2.4	La luce rossa . . . . .	7
2.5	AntSimulator . . . . .	8
2.5.1	ACO: Ants Colony Optimization . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Sistemi complessi</b>	<b>10</b>
3.1	Gli Agenti . . . . .	10
3.2	Boids . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Descrizione del modello</b>	<b>12</b>
4.1	Organizzazione e semantica del codice . . . . .	12
4.2	Interazione tra gli agenti . . . . .	13
4.3	Ambiente . . . . .	14
4.4	Movimento degli agenti . . . . .	16
4.5	Modifiche effettuate al modello originale . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Simulazioni</b>	<b>22</b>
5.1	Simulazioni semplici . . . . .	24
5.2	Simulazioni con luci rosse . . . . .	25
<b>6</b>	<b>Analisi dei risultati</b>	<b>26</b>
<b>7</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>30</b>
7.1	Sviluppi futuri . . . . .	31
<b>A</b>	<b>Appendici</b>	<b>32</b>
A.1	Rappresentazione grafica dei dati raccolti . . . . .	32
A.2	Esempi di simulazioni . . . . .	35
	<b>Bibliografia</b>	<b>38</b>

# 1 Introduzione

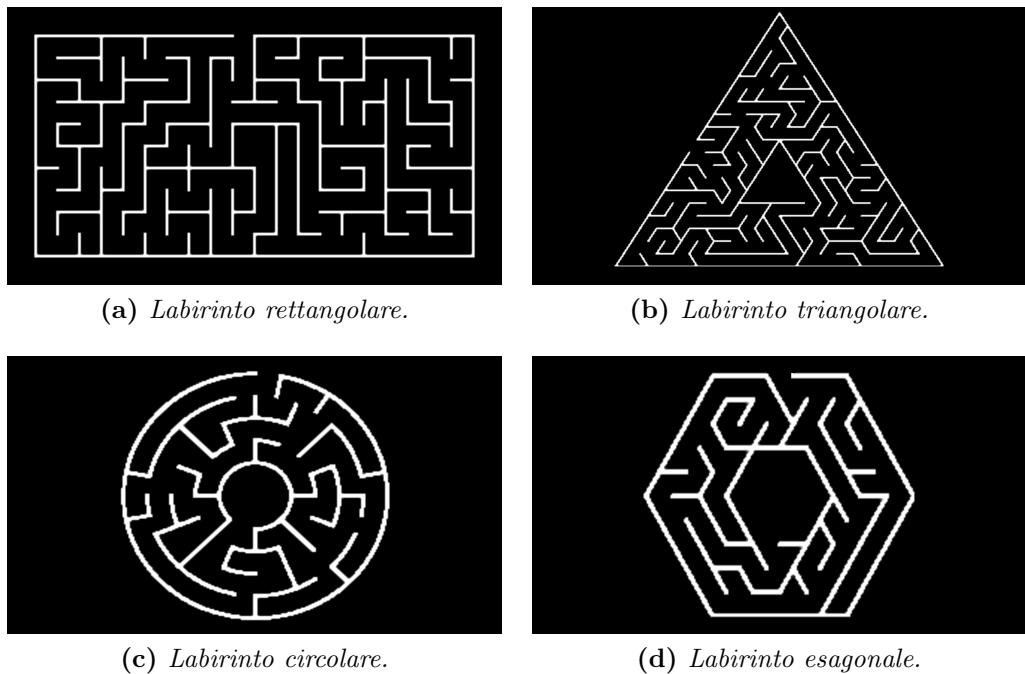
Le formiche sono un popolo estremamente ricco ed interessante; ne esistono tantissime specie diverse, per questo nostro progetto, prenderemo in considerazione la specie *Lasius Niger*. Queste formiche sono particolarmente sensibili alla luce rossa in quanto i loro occhi non riescono a vederne le frequenze.

Questo lavoro prende come punto di partenza il codice [AntSimulator](#) presente su gihub al fine di simulare il comportamento delle formiche all'interno di labirinti sotto diverse condizioni. I comportamenti delle formiche, in generale, rappresentano un sistema complesso che siamo interessati a simulare secondo obiettivi ben precisi descritti nel sottocapitolo seguente.

## 1.1 Obiettivi

L'obiettivo per il nostro progetto è quello di simulare il comportamento delle formiche all'interno di labirinti di forme differenti in diverse condizioni ambientali. Il nostro intento, infatti, è confrontare i tempi di risoluzione dei vari labirinti con diversi livelli di complessità: dapprima vogliamo calcolare il tempo che le formiche ci impiegano a raggiungere la fonte di cibo e, successivamente, il tempo da loro impiegato ad esaurirlo completamente.

Un labirinto si considererà risolto quando tutto il cibo posizionato nell'ambiente verrà preso dalle formiche. Nello specifico vogliamo studiare il comportamento delle formiche se esposte a luce rossa; l'idea è quella di calcolare i tempi di risoluzione di un labirinto (ad esempio di un labirinto circolare) prima e dopo aver esposto determinati corridoi ad un fascio di luce rossa. Questo sarà fatto per ogni tipo di labirinto. Secondo degli studi (spiegati in seguito) le formiche, così come molti altri insetti, sono cieche rispetto a certe lunghezze d'onda, tra cui quelle della luce rossa. Esse, infatti, sotto a questi fasci di luce, si disaggregano improvvisamente. Il nostro interesse, dunque, è osservare come cambia il tempo di risoluzione di un labirinto nel caso in cui le formiche fossero costrette a "distruggere" la loro catena nella ricerca del cibo.



**Figura 1:** Esempi di labirinti utilizzati.

## 2 Stato dell'arte

### 2.1 Le formiche

Uno dei più affascinanti fenomeni osservabili in natura è quello dell'organizzazione delle formiche. Le formiche sono insetti che, insieme alle api, vengono classificati come i più noti insetti sociali. La loro organizzazione è ben nota e molto efficiente grazie al fatto che, all'interno del formicaio, si suddividono i ruoli:

- Formiche operaie, il cui compito è quello di allevare i piccoli e cercare ed immagazzinare il cibo all'interno del formicaio;
- Formiche soldato, le quali difenderono il territorio, il formicaio e la regina;
- Formica regina, ovvero la formica feconda che depone le uova il cui unico compito è quello di dar vita ad altre formiche.

Le formiche comunicano tra loro tramite il rilascio di ferormoni combinati al suono. Tramite colpi e sfregamenti sul corpo tra due formiche, infatti, si possono comunicare semplici messaggi attraverso il suono che viene prodotto. Un altro tipo di comunicazione basata sul suono che consiste nello sbattere la testa contro una superficie rigida è adottata per avvisare altre formiche di un imminente pericolo tramite la propagazione attraverso il substrato delle onde sonore prodotte.

## 2.2 I ferormoni

Come detto, le formiche comunicano anche attraverso il rilascio di ferormoni. I ferormoni sono sostanze biochimiche prodotte dalle ghiandole esocrine di esseri viventi con la funzione di inviare segnali ad individui della stessa specie. Essi vengono distinti in quattro classi a seconda dell'effetto che provocano:

- Ferormoni traccianti, che vengono seguiti da appartenenti alla stessa specie come se fossero una traccia;
- Ferormoni di allarme, che vengono emessi in situazioni di pericolo;
- Ferormoni scatenanti, che inducono a chi li riceve modificazioni comportamentali a lungo termine;
- Ferormoni liberatori, che scatenano comportamenti di aggressione o di accoppiamenti a chi li riceve.

Nelle formiche il ruolo del feromone è fondamentale nella ricerca del cibo. Quando una formica trova del cibo rilascia dei ferormoni traccianti in modo che tutte le altre formiche che li ricevono siano in grado di trovare rapidamente la strada verso il cibo.

## 2.3 La ricerca del cibo

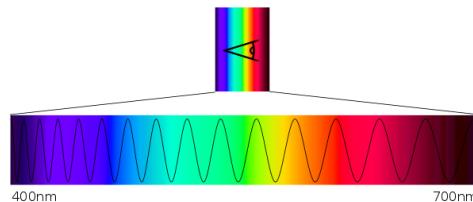
Nella ricerca del cibo le formiche inizialmente esplorano l'area che circonda il loro nido in modo casuale. Quando si trovano di fronte ad un ostacolo procedono in modo altrettanto casuale: in media il 50% andrà a destra e l'altro 50% andrà a sinistra. Mentre si muovono lasciano una scia di feromone terreno. Quando "scelgono" la loro strada tendono a scegliere percorsi segnati da forti concentrazioni di feromoni. Questo evita che venga percorsa più volte la stessa strada inutilmente per la ricerca di cibo: un percorso che non porta a del cibo sarà contrassegnato da bassi livelli di feromone che non porteranno le formiche a ripercorrerla. Non appena una formica trova una fonte di cibo valuta la quantità e la qualità del cibo e ne porta una parte al nido. Durante il viaggio di ritorno la quantità di feromone che una formica lascia sul terreno può dipendere dalla quantità e dalla qualità del cibo: più il cibo è tanto e nutriente e più feromone verrà rilasciato; le scie di feromone guideranno altre formiche verso la fonte di cibo.



**Figura 2:** Catena di formiche alla ricerca di cibo.

## 2.4 La luce rossa

Gli insetti sono generalmente ciechi alle lunghezze d'onda rosse ma sensibili all'ultravioletto. Dividendo lo spettro, come lo conosciamo, in rosso, verde e blu, possiamo dire che agli occhi delle formiche il rosso e il verde sono più simili all'oscurità e che il blu è per loro più luminoso.



**Figura 3:** Spettro della luce visibile.

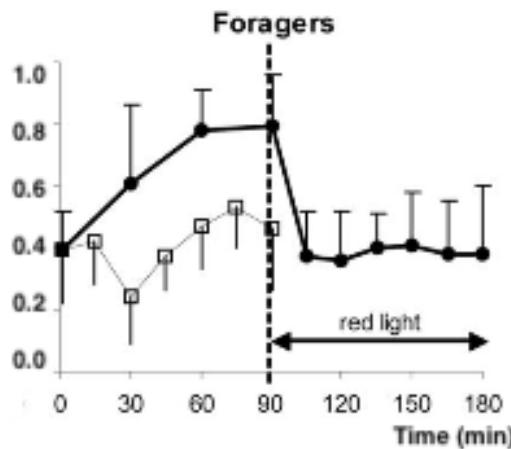
Questi insetti preferiscono l'oscurità perchè in natura il formicaio è sottoterra e ci vivono in assenza di luce.

Secondo degli studi è stato visto che le formiche si comportano diversamente nelle condizioni di buio totale e di luce rossa: nel buio totale si aggregano bene e forma un ammasso principale e stabile. Sotto la luce rossa si aggregano solo in piccoli e instabili gruppi. È stato provato a fare un cambiamento del regime di luce dal buio totale alla luce rossa durante l'esperimento e questo ha cambiato la tendenza all'aggregazione. Le formiche si sono disperse quando la luce rossa è stata accesa. In seguito alcune si sono riaggurate ad un livello simile a quello osservato nell'oscurità totale, mentre altre si sono riunite solo in piccoli e instabili gruppi. Questo risultato dimostra la sensibilità di entrambe le caste alla luce rossa.

La modulazione del comportamento di aggregazione in funzione della luce è adattativa: nel buio totale all'interno di un nido, gli individui si aggregano mentre la presenza della luce porta alla dispersione degli individui specializzati nella ricerca

di cibo. Un nido di formiche può essere visto come un'aggregazione di individui cooperanti. Le formiche specializzate nella cura della covata sono quindi più prevalenti vicino alle larve e quindi hanno un alto comportamento di aggregazione. Al contrario quando cercano del cibo si disperdono sotto la luce.

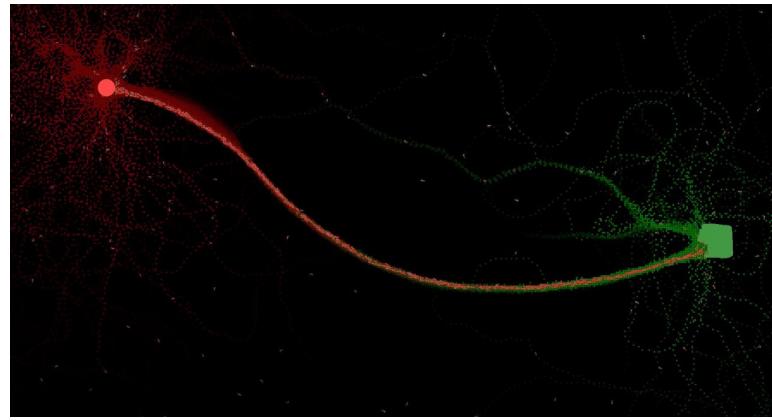
Questo può essere spiegato con un grafico che sull'asse delle ordinate presenta la frazione di aggregazione delle formiche e sull'asse delle ascisse indica il tempo espresso in minuti. I quadrati bianchi indicano la capacità di aggregazione delle formiche sotto la luce rossa mentre i cerchi neri in completa oscurità. Dopo 90 minuti in situazione di buio totale viene accesa una luce rossa (indicato dalla linea nera tratteggiata) che evidenzia un radicale cambiamento nel comportamento da parte delle formiche.



**Figura 4:** Evoluzione della frazione di formiche aggregate per le due caste sotto luce rossa (quadrato bianco) e buio totale (cerchio nero). (Stéphanie Depickère et.al)

## 2.5 AntSimulator

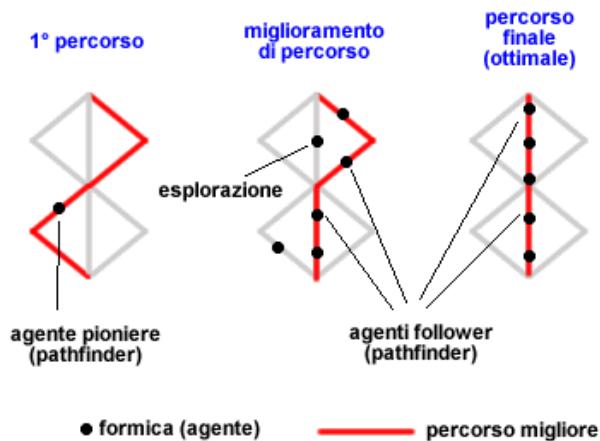
Sono stati fatti numerosi studi sul comportamento delle formiche e in molti hanno provato a simularne il movimento. In particolare per questo progetto è stato scelto di prendere il lavoro [AntSimulator](#) presente su github come punto di partenza. Questo codice, scritto in formato .cpp (C++), è stato pensato per simulare il comportamento delle formiche durante la ricerca di cibo. Queste esplorano il territorio nelle vicinanze del formicaio rilasciando feromoni, sostanze biochimiche capaci di condurre altre formiche sulla strada del cibo così che da formare una catena.



**Figura 5:** Fermo immagine di un frame di simulazione del comportamento delle formiche tramite AntSimulator. Il pallino rosso rappresenta il formicaio, le macchie verdi rappresentano il cibo e i puntini rossi rappresentano la catena di formiche venutasi a formare.

### 2.5.1 ACO: Ants Colony Optimization

L'algoritmo ACO (Ant Colony Optimization) è un'euristica che ricalca il comportamento naturale delle formiche. Si tratta di un algoritmo di ricerca del percorso ottimale tra un nodo di partenza (colonia di formiche) e un nodo obiettivo (cibo) basato sull'utilizzo di tecniche probabilistiche e sull'ottimizzazione metaeuristica. In natura le formiche si muovono a caso alla ricerca del cibo. Quando lo trovano, tornano a ritroso fino alla colonia depositando sul terreno dei segnali chimici (feromoni) al fine di tracciare un sentiero tra cibo e colonia per le altre formiche (comportamento cooperativo). Quando altre formiche incontrano il sentiero tracciato dai feromoni, smettono di muoversi a caso e iniziano a percorrerlo anche loro. Col passare del tempo, in natura, i feromoni evaporano e le formiche sono portate a compiere piccole variazioni di percorso. Il segnale dei feromoni tende a mantenersi più a lungo nei percorsi più brevi poiché sono anche quelli più frequentati dalle formiche.



**Figura 6:** Esempio miglioramento del cammino percorso dalle formiche durante la ricerca di cibo.

In conclusione, pur essendo ogni formica dotata di poca memoria e di scarsa intelligenza, tutte insieme riescono a risolvere un problema complesso senza bisogno di un'organizzazione centralizzata.

L'algoritmo ACO viene eseguito in parallelo: ogni agente (formica) si muove inizialmente a caso, le sue scelte sono frutto di un processo stocastico e ha una memoria molto limitata. Quando un singolo agente trova un percorso fino all'obiettivo, lo marca (aggiornamento attivo ritardato) e lo comunica agli altri agenti (comunicazione), i quali iniziano dinamicamente a percorrerlo.

Le formiche hanno la tendenza a muoversi cercando di ottimizzare il loro percorso, ovvero minimizzare sia i tempi di percorrenza sia la strada percorsa al fine di arrivare a del cibo. Sulla base di questo, l'algoritmo ACO è stato utilizzato e ha contribuito alla soluzione di alcuni problemi di ottimo di minimizzazione, come ad esempio quello del commesso viaggiatore (TSP). Quest'ultimo vuole trovare il percorso di minimo costo tale per cui si riesce a visitare tutto un insieme di città passando per ogni città una sola volta.

## 3 Sistemi complessi

Un sistema complesso è un sistema che presenta relazioni causa-effetto spesso comprensibili in retrospettiva, non necessariamente facilmente riproducibili e predibili. È, inoltre, abitato da agenti che possono effettuare azioni, percepire i cambiamenti dell'ambiente ed evolversi adattandosi a questi ultimi. Esso è tipicamente composto da una o più parti che possono evolversi e adattarsi ai cambiamenti dell'ambiente. Degli esempi di sistemi complessi sono organismi viventi, organizzazioni umane o un automa cellulare come il gioco della vita.

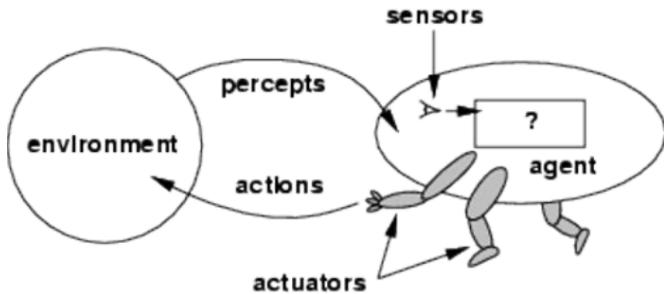
Lo studio dei comportamenti delle formiche può considerarsi come un sistema complesso in cui gli agenti sono le formiche. Attraverso l'osservazione dell'ambiente reale in cui questi insetti vivono è possibile simularne i movimenti per condurre studi più approfonditi.

### 3.1 Gli Agenti

Esistono molteplici definizioni di agente, ed è qui riportata la definizione data da Russell e Norvig: l'agente è un "qualsiasi" che percepisce l'ambiente tramite percettori e che agisce, in quel dato ambiente, tramite degli attivatori. L'agente realizza la funzione che mappa una percezione appartenente all'insieme delle percezioni, in un'azione che ne consegue

$$f : 2^P \longrightarrow A$$

Facendo un parallelismo si può pensare che anche un uomo sia un agente: i suoi percettori sono i suoi 5 sensi, mentre i suoi attivatori sono le braccia, le gambe, la bocca, etc...



**Figura 7:** Schematizzazione del concetto di agente secondo Russell e Norvig.

Due o più agenti interagiscono quando sono condotti ad avere una relazione dinamica attraverso un insieme di azioni reciproche. Proiettandoci sul nostro esperimento, possiamo fare un parallelismo: due formiche interagiscono tra loro quando una percepisce i feromoni che ha liberato un'altra. In questo caso le formiche hanno obiettivi comuni, quindi l'ambiente si distingue per avere una collaborazione coordinata tra gli agenti. Gli agenti possono comunicare e interagire tra loro attraverso lo scambio di messaggi oppure senza scambio di messaggi. Nel nostro caso le formiche comunicano tra loro solamente attraverso i loro comportamenti, quindi non c'è uno scambio diretto di messaggi. Questa tipologia di agenti è chiamata agente con riflessi semplici o agenti tropistici.

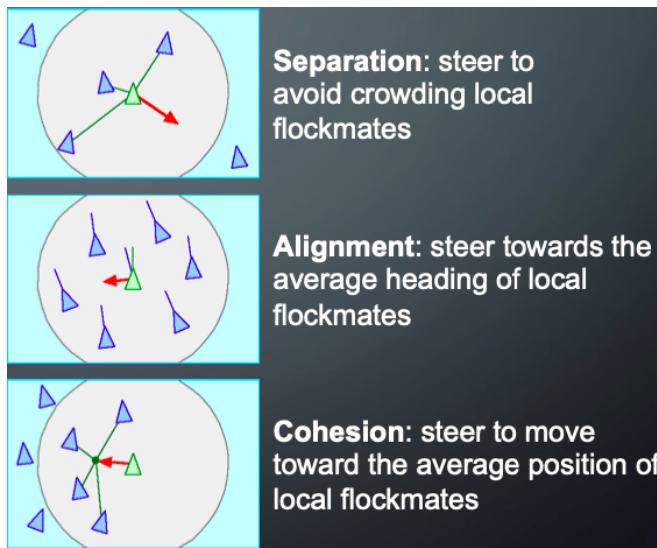
### 3.2 Boids

I boids rappresentano agenti con riflessi semplici (tropistici), ovvero un modello semplice che rappresenta entità elementari caratterizzate da una leggera specifica elementare e che di per sé esibiscono comportamenti che se posti in una moltitudine realizzano comportamenti complessi e interessanti.

I boids sono un modello del comportamento/movimento coordinato di enti collettivi biotici (ad esempio stormi di uccelli, banchi di pesci o, più in generale, insiemi di animali che mostrano aggregazione). Il comportamento di ogni singola entità è realizzato con una combinazione di 3 regole/moduli comportamentali che contribuiscono a definire l'aggiornamento del vettore velocità del singolo elemento sulla base di ciò che vede nelle vicinanze:

- Separation: modulo che impone al singolo boid di guardarsi intorno, valutare la posizione del centro di massa/centroide degli altri boids nelle vicinanze e di andare nella direzione opposta, ovvero non andare addosso agli altri;
- Alignment: suggerisce al boid di conformarsi alla massa, cioè fare una rotazione in modo tale che il proprio vettore velocità sia allineato col vettore velocità medio dei suoi compagni di gruppo;
- Cohesion: modulo che impone al boid di muoversi esattamente verso la posizione media dei suoi compagni che vede nelle vicinanze.

Questi tre modelli vanno combinati in una combinazione lineare in cui compare una costante moltiplicativa che determina l'importanza dei tre comportamenti in relazione al comportamento complessivo degli individui.



**Figura 8:** Moduli dei comportamenti principali dei boids.

## 4 Descrizione del modello

La base per la costruzione del nostro modello è [AntSimulator](#), un codice open source in formato .cpp (C++) presente su github che costituisce un simulatore dei comportamenti basilari delle formiche addette alla ricerca di cibo. Questo simula un ambiente bidimensionale suddiviso in celle in accordo col fatto che le formiche in natura non percepiscono la tridimensionalità degli oggetti. Ad ogni cella sono associati due valori di intensità: uno per tipo di feromone che le formiche sono in grado di rilasciare. Inoltre, non viene tenuta in considerazione una eventuale sovrapposizione degli agenti, assumendo, quindi, che una singola cella possa essere occupata da un numero arbitrario di individui. Una singola formica, invece, occupa una ed una sola cella.

In ogni simulazione sono presenti in totale 1024 formiche.

### 4.1 Organizzazione e semantica del codice

La directory di AntSimulator prevede due cartelle principali dove è contenuto il codice: include e src (source). Nelle due cartelle sono contenuti rispettivamente i file in formato .cpp e .hpp, ovvero i file C++ che costituiscono il codice sorgente e gli *header* C++ dove vengono implementate le funzionalità principali dell'applicativo. Molti di questi file hanno lo scopo di gestire la parte grafica, che consiste nella definizione delle strutture dati necessarie a rappresentare gli oggetti del modello (griglia di celle, formiche, cibo, feromoni ecc...) e a renderizzarle. In particolare, riguardo a quest'ultimo punto i file *async\_va\_renderer.hpp* e *double\_buffer.hpp* hanno lo scopo di implementare una procedura di rendering efficiente che consenta di eliminare quasi interamente disomogeneità nei tempi di elaborazione delle componenti grafiche, garantendo quindi la possibilità di un calcolo dei tempi di esecuzione delle simulazioni quanto più preciso possibile.

In *utils.hpp* e *utils.cpp* vengono implementate funzioni di utility, come ad esempio una funzione per il prodotto scalare tra vettori 2D. Anche *number\_generator.hpp* implementa funzioni di utility, ma in questo caso per la generazione di numeri casuali, utili soprattutto nella gestione del comportamento degli agenti.

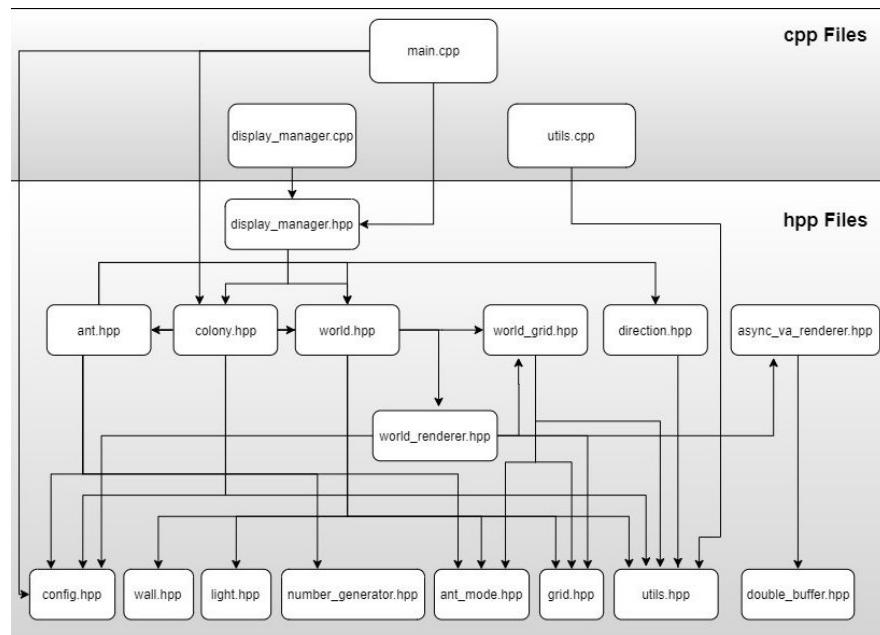
Nel file *config.hpp* vengono settati i valori per la maggior parte dei parametri fondamentali che definiscono il setting di una simulazione, ovvero il numero di formiche, le dimensioni della schermata, la posizione e la dimensione del formicario, e i vari colori degli elementi grafici.

Per quanto riguarda gli altri file, i nomi sono rappresentativi delle componenti da essi implementate, ad esempio è nel file *ant.hpp* che viene implementata la struttura "Ant" che rappresenta gli agenti (le formiche).

Infine la gestione degli input da tastiera viene implementata nei due file *display\_manager.hpp* e *display\_manager.cpp*, permettendo di utilizzare le funzionalità interattive dell'applicativo descritte nel capitolo 4.3.

In figura figura 9 si possono inoltre vedere le varie dipendenze tra i file appena descritti, dove gli archi orientati che collegano i file indicano quali di questi sono inclusi negli altri nel modo seguente:

$$fileX \longrightarrow file\_incluso\_in\_fileX$$



**Figura 9:** Diagramma delle dipendenze.

## 4.2 Interazione tra gli agenti

Come detto nel capitolo 2.1 le formiche comunicano tra loro sia rilasciando e percependo feromoni sia attraverso i suoni che producono scontrandosi. In questo

modello non è stata considerata l'interazione diretta tra gli agenti: le formiche, quindi, non possono percepire la presenza delle altre formiche e comunicano tra loro solamente tramite la presenza di ferormoni.

In AntSimulator esistono due tipi di ferormoni:

- TO\\_FOOD, ovvero il ferormone che viene rilasciato dalle formiche quando esplorano il territorio alla ricerca di cibo;
- TO\\_HOME, ovvero il ferormone che viene rilasciato dalle formiche quando prelevano un'unità di cibo e devono andare a depositarlo nel formicaio.

Il ferormone TO\_HOME, in particolare, è importante perché è quello che aiuta tutte le formiche presenti a trovare la strada che le conduce direttamente verso il cibo formando una vera e propria catena.

### 4.3 Ambiente

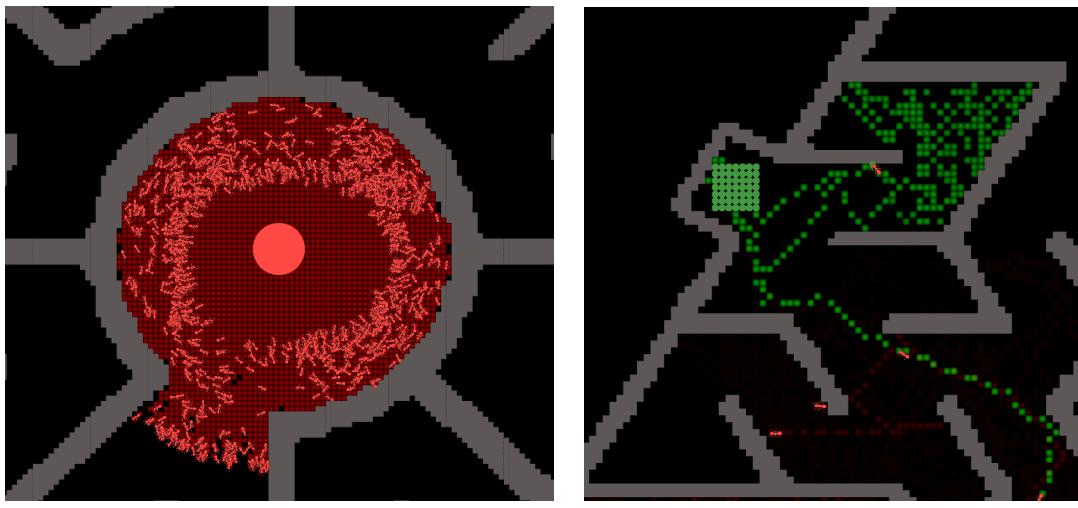
Le simulazioni sono ambientate all'interno di labirinti completamente bidimensionali all'esterno dei quali le formiche non possono uscire.

La dimensione dell'ambiente è di  $1920 \times 1080$  pixel (larghezza  $\times$  altezza) ed è composto da celle della dimensione di  $4 \times 4$  pixel, ovvero 480 celle in larghezza e 270 celle in altezza.

Le caratteristiche grafiche principali di questo applicativo sono:

- Disegnare le formiche in rosso;
- Disegnare i ferormoni lasciati dalle formiche durante la ricerca di cibo in rosso;
- Disegnare il cibo in verde;
- Disegnare i ferormoni rilasciati dalle formiche nel momento in cui trovano cibo in verde;
- Disegnare eventuali muri o ostacoli in grigio.

La simulazione inizia sempre con le formiche che escono dal formicaio (che è rappresentato con un pallino rosso) e che iniziano ad esplorare in modo randomico il territorio circostante. Durante la loro esplorazione rilasceranno ferormoni rossi nel momento in cui cercano del cibo e ferormoni verdi nel caso in trovano del cibo.



(a) Visualizzazione del formicaio e dei ferormoni rossi rilasciati dalle formiche.

(b) Visualizzazione dei ferormoni verdi rilasciati dalle formiche.

**Figura 10:** Visualizzazione dei tipi di ferormoni rilasciati dalle formiche durante la ricerca di cibo.

Per com'è stato settato il modello, quando si inserisce del cibo all'interno dell'ambiente esso appare come tanti pallini verdi, come si può vedere nella figura 10b: ogni pallino rappresenta 5 unità di cibo, ovvero per "esaurire" un solo pallino le formiche devono prelevarlo 5 volte.

Oltre a queste caratteristiche grafiche, il nostro modello presenta alcune funzionalità pratiche, ovvero:

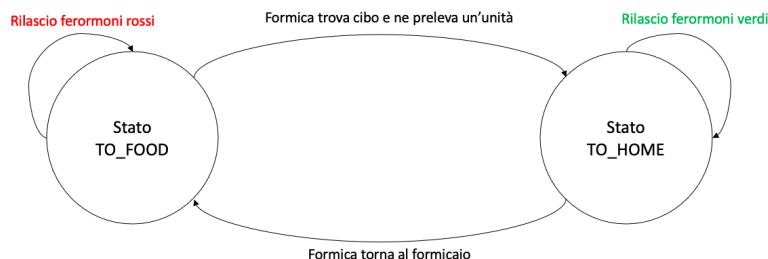
- Premendo il tasto P della tastiera è possibile mettere in pausa la simulazione;
- Premendo il tasto M della tastiera è possibile nascondere/mostrare i ferormoni rossi o verdi rilasciati dalle formiche;
- Premendo il tasto A della tastiera è possibile nascondere/mostrare le formiche;
- Premendo il tasto sinistro del mouse è possibile spostare la visualizzazione della simulazione;
- Premendo il tasto destro de mouse è possibile aggiungere del cibo;
- Muovendo la rotellina del mouse oppure usando il touchpad del computer è possibile fare zoom+ o zoom- della visualizzazione della simulazione;
- Premendo il tasto R della tastiera è possibile tornare allo zoom predefinito di inizio simulazione.

#### 4.4 Movimento degli agenti

Nella realtà il movimento delle formiche è randomico, e AntSimulator cerca di essere il più fedele possibile nel riprodurlo.

Il movimento degli agenti all'interno dell'ambiente è diviso in due stati principali che chiameremo TO\\_FOOD, ovvero quando una formica partendo dal formicaio inizia l'esplorazione in cerca di cibo rilasciando feromoni rossi, e TO\\_HOME, ovvero quando una formica ha trovato del cibo e, dopo averne prelevato un'unità, cerca la strada che la ricondurrà al formicaio dove il cibo trasportato verrà depositato. La differenza, però, tra questi due stati sta nei feromoni che vengono rilasciati; una formica che si trova in uno dei due stati considererà solamente feromoni appartenenti allo stato opposto perché, se così non fosse, si avrebbe un comportamento poco veritiero in cui le formiche sarebbero portate a tornare verso il formicaio prima ancora di aver trovato del cibo.

La transizione da TO\\_FOOD a TO\\_HOME avviene quando un agente preleva un'unità di cibo e inizia a rilasciare feromoni verdi, mentre la transizione opposta da TO\\_HOME a TO\\_FOOD avviene quando l'agente deposita all'interno del formicaio il cibo; in quel momento smette di rilasciare feromoni verdi e inizierà a rilasciare nuovamente feromoni rossi.



**Figura 11:** Schema riassuntivo cambiamento di stato TO\_HOME-TO\_FOOD e viceversa.

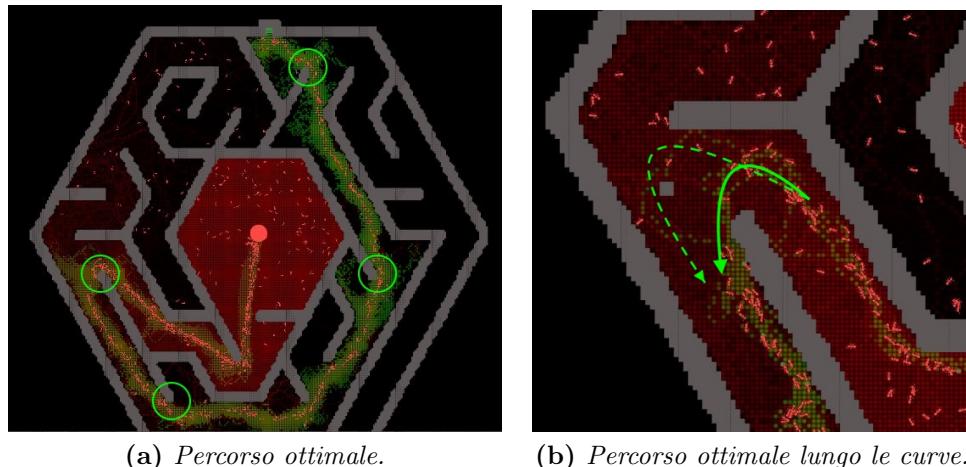
In entrambi gli stati ogni formica procede a velocità costante senza mai fermarsi. Per ogni agente, infatti, ad ogni intervallo di update prefissato, vengono ispezionate iterativamente 32 celle scelte casualmente all'interno del suo campo visivo definito da un'ampiezza pari a  $\frac{4}{5}\pi < 180^\circ$  e una profondità di 40 pixel. Durante l'ispezione possono verificarsi tre situazioni:

- La cella presa in considerazione è una cella che appartiene all'insieme {muri, cibo, formicaio}; in questo caso l'ispezione si interrompe e, come nuova direzione della formica, viene considerata l'ultima cella esplorata;
- Viene calcolato un valore di probabilità in modo pseudo-casuale e se questo è inferiore ad un parametro fissato chiamato liberty\_coef, l'esplorazione si interrompe e, come nuova direzione della formica, viene considerata l'ultima cella esplorata; se il valore di libertà è superiore al parametro liberty\_coef, invece, l'esplorazione riprende regolarmente;
- Una volta ispezionate le 32 celle, la cella con valore di intensità di feromone massima verrà utilizzata come nuova direzione dell'agente.

Una volta ottenuta una nuova direzione, che può anche rimanere invariata rispetto all'update precedente, gli va sommato un valore di rumore compreso nell'intervallo  $[-\pi \cdot 0.1, +\pi \cdot 0.1]$  chiamato `direction_noise_range`. Questo è motivato dal fatto che in natura nessuna formica percorre lunghe distanze procedendo perfettamente in linea retta anche in assenza di ostacoli e/o stimoli esterni.

Come detto sopra, non appena una formica avrà trovato del cibo rilascerà feromoni verdi e le altre formiche nelle vicinanze saranno indotte a percorrere la scia lasciata dal feromone verde per arrivare loro stesse al cibo. Questo descritto è esattamente il comportamento `cohesion` proprio dei boids.

Per la ricerca di cibo la colonna di formiche lungo la scia del feromone verde si viene a formare lungo il percorso più corto possibile per ottimizzare il tempo nel quale il cibo viene portato al formicaio. Percorrendo il labirinto, quindi, le formiche tenderanno a percorrere la strada avvicinandosi il più possibile agli spigoli dei muri, come mostrato nella seguente figura: l'immagine 12b indica che, quando ci si trova di fronte ad una curva, nonostante sia stato rilasciato parte del feromone alla sinistra di un eventuale ostacolo (indicato col quadratino grigio) per aggirarlo, si preferisce creare un nuovo percorso che costeggia lo spigolo del muro al fine di percorrere meno strada.



**Figura 12:** Spiegazione grafica del percorso ottimizzato fatto dalle formiche.

Il feromone rosso è rilasciato dalle formiche in modo che la sua intensità decresca via via che la formica si allontana dal formicaio e si avvicina al cibo secondo la seguente funzione

$$\text{intensita} = \text{intensita\_massima} * e^{-k * \text{quantita\_feromoni\_rilasciati}}$$

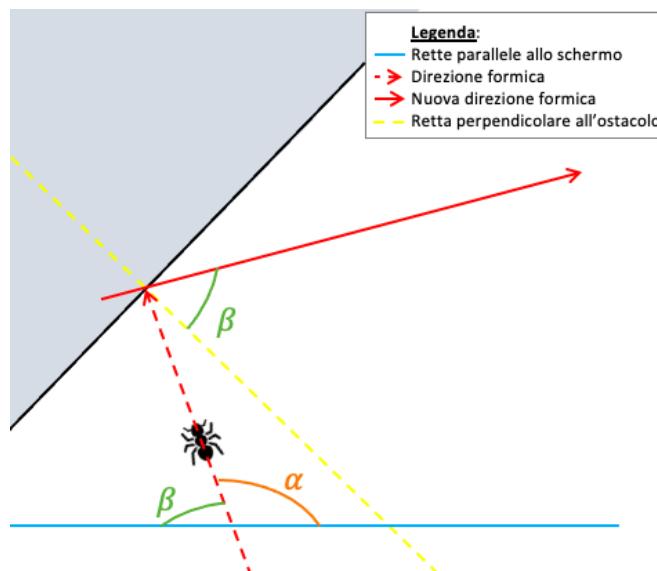
In altre parole questo significa che più una formica rilascia feromone rosso e più questo ha bassa intensità. Questo non rispecchia precisamente il reale comportamento della formica ma, per quanto riguarda il nostro contesto di simulazione, permette alla formica che ha raggiunto per prima il cibo di trovare la strada che porta al formicaio con molta facilità. Abbiamo fatto delle prove impostando un

valore fisso di intensità del ferormone rosso rilasciato e, dopo aver raggiunto il cibo, le formiche si perdevano per il labirinto non riuscendo a ritrovare la strada giusta verso il formicaio.

Va inoltre detto che, come visto anche dai numerosi articoli, il ferormone evapora nel tempo. Questo vale sia per quello rosso che per quello verde, permettendo alle formiche, una volta esaurito tutto il cibo ed evaporato tutto il ferormone verde, di ricominciare ad esplorare nuovamente le zone nei pressi del formicaio senza percorrere all'infinito la strada che, precedentemente, conduceva al cibo.

Nel momento in cui, invece, una formica sbatte contro un ostacolo, la nuova direzione che la formica percorrerà è calcolata tracciando una linea "immaginaria" perpendicolare all'ostacolo e invertendo l'angolo rispetto a tale linea, come spiegato nella figura seguente. Supponendo che  $\alpha$  sia la direzione percorsa dalla formica prima di sbattere contro il muro, la nuova direzione  $\beta$  è calcolata tramite la formula

$$\beta = 180 - \alpha$$



**Figura 13:** Calcolo della nuova direzione di moto della formica nel momento in cui sbatte contro un ostacolo. La freccia azzurra indica la direzione percorsa dalla formica; la linea tratteggiata bianca indica la linea immaginaria perpendicolare all'ostacolo; la linea rosa indica la direzione che percorrerà la formica dopo aver sbattuto contro l'ostacolo. I due archi gialli indicano che i due angoli di percorrenza rispetto alla linea tratteggiata bianca sono congruenti.

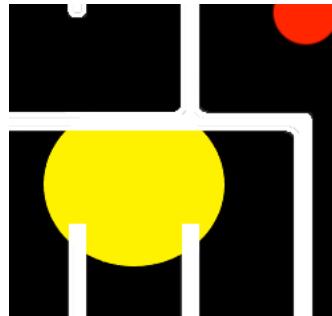
## 4.5 Modifiche effettuate al modello originale

Le modifiche che abbiamo applicato al codice sono le seguenti:

- Permettere al codice di creare un file .txt con sopra riportati i tempi di risoluzione dei vari labirinti in minuti;
- Aggiungere la presenza di luce che sarà poi trattata come luce rossa;

- Modificare il comportamento delle formiche nel momento in cui si vengono a trovare sotto le zone di luce.

La luce rossa è stata rappresentata come cerchi gialli per semplicità. Ne viene mostrato in seguito un esempio.



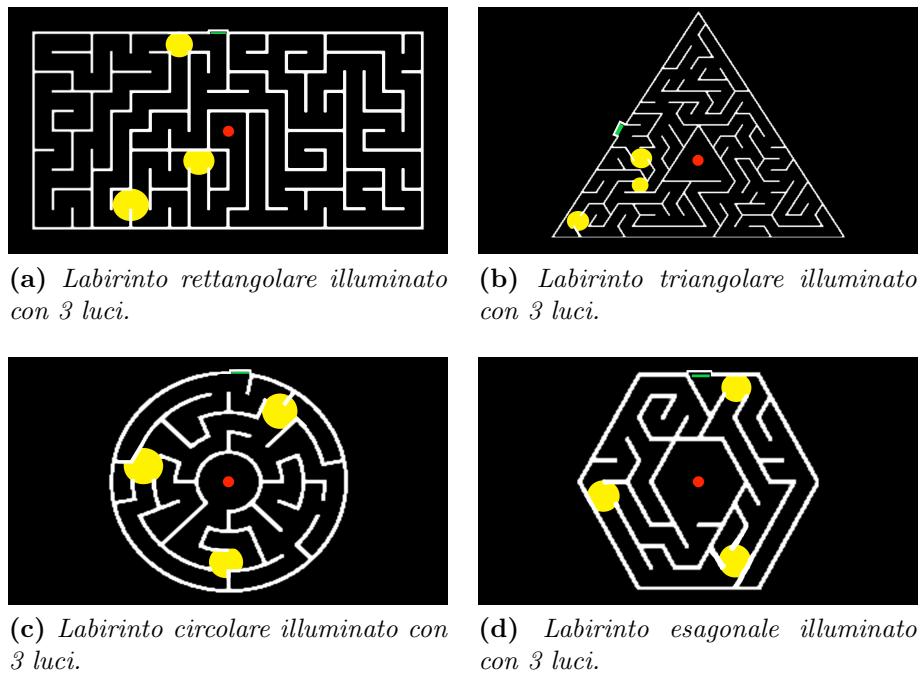
**Figura 14:** Esempio della presenza di fasci di luce rossa lungo i corridoi del labirinto. Il cerchio rosso rappresenta il formicaio.

Secondo degli studi, come spiegato nel capitolo 3.4, si è dimostrato che le formiche, così come altre tipologie di insetti, sono cieche sotto determinate lunghezze d'onda, in particolare sotto la luce rossa. Sotto questi fasci di luce, infatti, tendono a disaggregarsi respingendosi tra loro. Quello appena descritto è esattamente il comportamento separation assunto dai boids e fondato sui feromoni rilasciati dalle formiche.

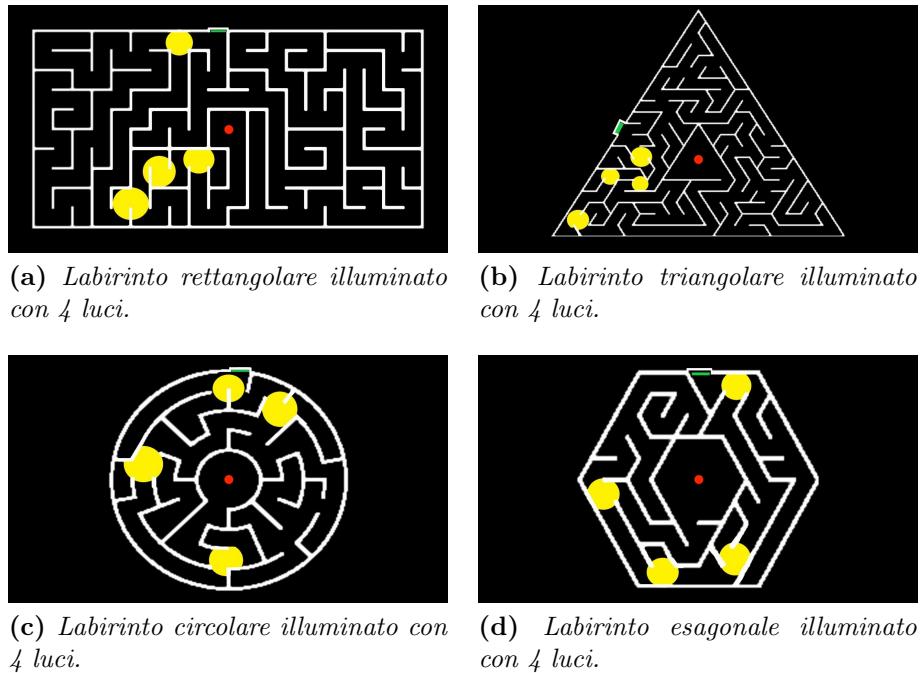
Sono stati utilizzati labirinti illuminati posizionando 3, 4 e 5 fonti di luce in punti strategici che le formiche sono obbligate ad attraversare per raggiungere il cibo o in prossimità di svolte che avrebbero potuto far prendere la direzione sbagliata agli agenti facendoli perdere.

Come detto in precedenza nel capitolo 4, l'ambiente utilizzato è completamente bidimensionale; le zone illuminate sono considerate come "dischetti piatti" senza effetto sfumato verso l'esterno sotto cui le formiche subiscono una modifica del comportamento.

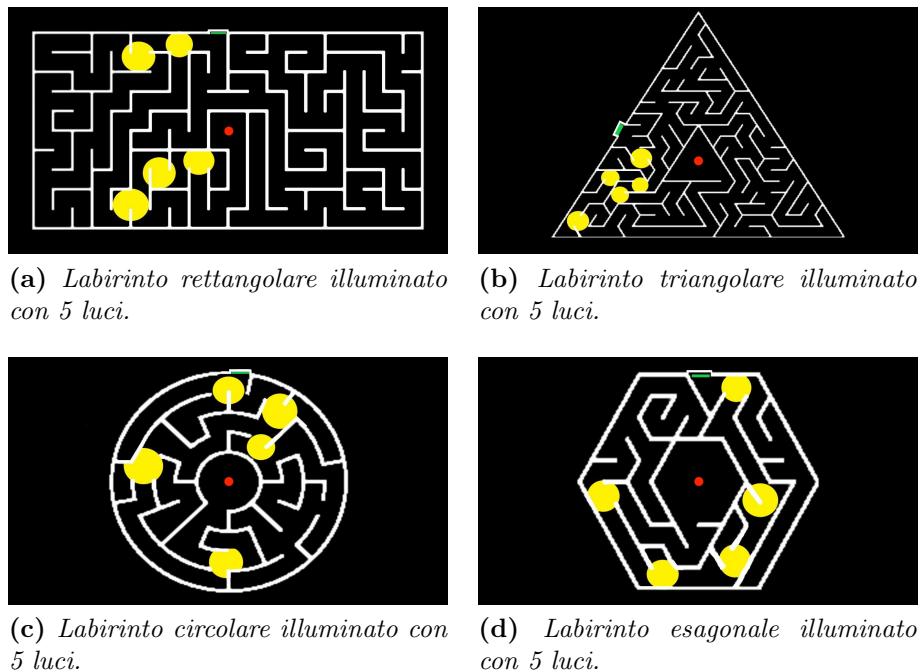
Il fatto che le luci aggiunte, come si può vedere dalle figure in seguito (figure 14, 15 e 16), abbiano dimensioni diverse tra i vari labirinti e negli stessi, è coerente col fatto che la loro dimensione dipende dal numero di svolte, dalla loro dimensione e dalla dimensione dei corridoi, in quanto ogni labirinto è diverso dall'altro.



**Figura 15:** Esempi di labirinti utilizzati illuminati con 3 luci. Il cerchio rosso al centro del labirinto rappresenta il formicaio, ovvero il punto di partenza delle formiche all'inizio di ogni simulazione.



**Figura 16:** Esempi di labirinti utilizzati illuminati con 4 luci.



**Figura 17:** Esempi di labirinti utilizzati illuminati con 5 luci.

All'interno dell'applicativo questo comportamento è stato modellato considerando che, secondo alcuni studi, la capacità aggregativa sotto la luce rossa scende drasticamente. Una formica in queste condizioni, dunque, deve far sì di non aggregarsi con le altre; ispezionando le celle del proprio campo visivo, sceglieranno di percorrere la direzione con il minor valore di intensità di feromone rilasciato. Verosimilmente, le celle con maggior livello di intensità di feromone rilasciata saranno quelle in cui sono appena passate delle altre formiche e quindi rappresentano la direzione da evitare. È stato inoltre osservato che per diverse specie di formiche e, in particolare, per le *Lasius Niger*, la presenza di luce determina un andamento più rettilineo e meno soggetto a cambi di direzione. Sulla base di ciò abbiamo modificato il timer per l'update della direzione degli agenti che si trovano in una zona illuminata da luce rossa impostandolo a 8 volte il suo valore originale ottenendo risultati coerenti con gli studi effettuati.

Come detto, la luce rossa riduce il potere aggregativo delle formiche rispecchian-  
do il comportamento di separation dei boids: le formiche, quindi, si allontanano reciprocamente come se fossero respinte da una forza repulsiva. Questo effetto, però, non si presenta solamente nel caso in cui le formiche si trovano nello stato TO\_HOME incolonnate, ma agisce anche in fase di ricerca del cibo, quindi quando gli agenti si trovano nello stato TO\_FOOD; per questo motivo ci si aspetta che, nel caso di simulazioni effettuate in labirinti illuminati, anche il tempo di raggiungimento del cibo (ovvero il tempo impiegato dalla prima formica che preleva un'unità di cibo) sia più alto rispetto alle simulazioni effettuate in labirinti non illuminati. Questo perchè nel caso in cui due o più formiche si trovino a

stretto contatto in fase di esplorazione sotto le zone di luce, esse tenderanno a respingersi tra loro.

## 5 Simulazioni

Le simulazioni che sono state eseguite si dividono in due insiemi:

- Simulazioni semplici, effettuate con labirinti semplici dentro i quali compaiono solamente il formicaio e il cibo;
- Simulazioni con luci rosse, effettuate con labirinti dentro i quali, oltre al formicaio e al cibo, sono stati aggiunti fasci di luce rossa in determinati corridoi.

Di entrambi i gruppi di simulazioni ne sono state eseguite 10 per ogni tipologia di labirinto. Per ogni simulazione è stato calcolato il tempo impiegato dalle formiche per raggiungere il cibo e il tempo impiegato per prelevarlo tutto. Ricordiamo che un labirinto si considera risolto quando tutto il cibo è stato prelevato dalle formiche per essere portato dentro al formicaio.

Rappresentiamo i risultati delle simulazioni con dei boxplot che presentano:

- Valore massimo e valore minimo sui baffi neri;
- Eventuali outlier rappresentati da "+" rossi;
- Mediana, rappresentata dalla linea rossa dentro il rettangolo blu;
- Media, rappresentata all'interno del rettangolo blu dall'asterisco verde.

Vengono riportate le tabelle con i valori quantitativi del tempo di raggiungimento del cibo e del tempo di esaurimento del cibo (ovvero il tempo impiegato dall'ultima formica che preleva l'ultima unità di cibo) di ciascuna simulazione per ogni forma di labirinto.

Labirinto rettangolare			
Raggiungimento cibo	Esaурimento cibo	Raggiungimento cibo luci	Esaурimento cibo luci
3,333333	19,683332	5,266667	26,083334
5,866670	20,683332	4,716667	28,200001
4,166667	19,166666	4,433333	24,650000
2,800000	17,883333	5,250000	24,116667
5,050000	19,833334	4,416667	22,544444
3,033333	19,933332	4,916667	24,000000
5,683333	19,350000	3,700000	22,350000
4,966667	19,666666	4,950000	24,666666
4,300000	18,950001	4,550000	24,650000
3,166667	18,183332	3,750000	23,433332

**Figura 18:** Tabella dei tempi riferiti al labirinto rettangolare.

## 5 Simulazioni

---

**Labirinto triangolare**

Raggiungimento cibo	Esaурimento cibo	Raggiungimento cibo luci	Esaурimento cibo luci
5,616667	23,833334	3,683333	29,033333
10,983334	28,733334	6,633333	32,066666
6,050000	26,166666	7,916667	33,166668
4,250000	22,850000	5,983333	32,000000
3,650000	20,850000	3,650000	27,683332
2,650000	21,233334	3,733333	32,666668
5,916667	24,133333	5,233333	30,566668
5,200000	23,283333	6,133333	31,966667
6,816667	23,483334	6,366667	33,066666
4,133333	20,783333	8,766666	34,666668

**Figura 19:** Tabella dei tempi riferiti al labirinto triangolare.

**Labirinto circolare**

Raggiungimento cibo	Esaурimento cibo	Raggiungimento cibo luci	Esaурimento cibo luci
4,966667	17,766666	7,483333	30,683332
3,900000	16,750000	6,400000	34,183334
4,383333	17,183332	4,900000	31,666666
5,716667	18,600000	7,600000	32,566666
6,533333	19,600000	6,883333	30,700001
5,750000	19,000000	5,533333	31,750000
7,450000	20,966667	5,950000	27,783333
5,033333	18,216667	8,566667	35,200001
7,166667	20,933332	5,333333	32,016666
5,150000	17,733334	4,716667	30,616667

**Figura 20:** Tabella dei tempi riferiti al labirinto circolare.

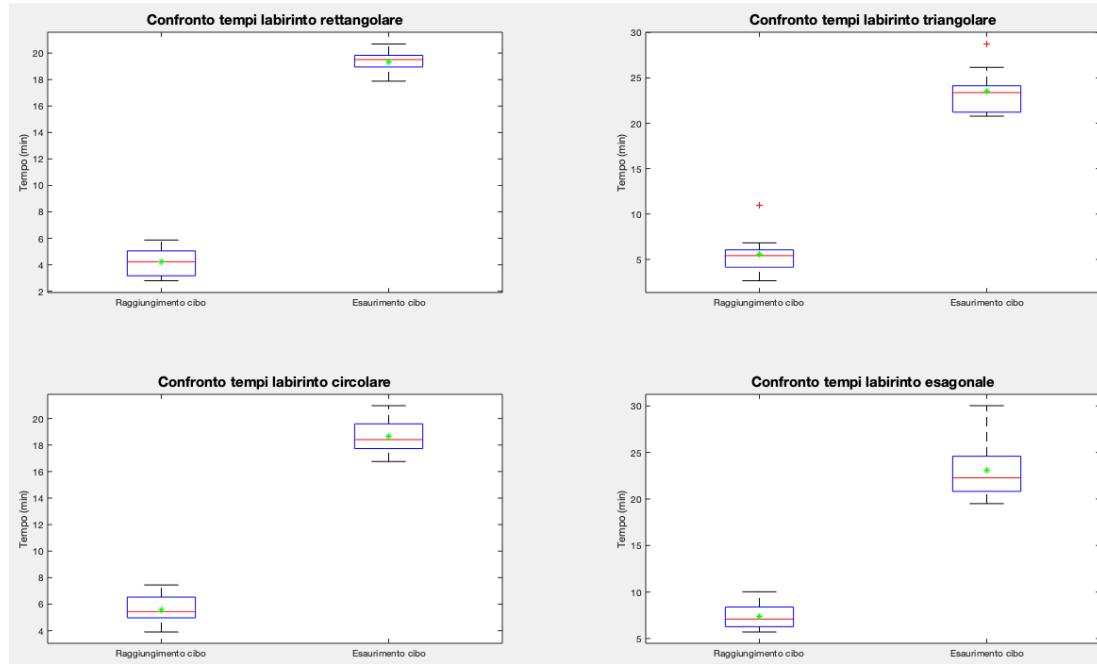
**Labirinto esagonale**

Raggiungimento cibo	Esaурimento cibo	Raggiungimento cibo luci	Esaурimento cibo luci
8,383333	22,916666	11,466667	40,183334
8,333333	30,033333	8,200000	29,950001
8,433333	22,799999	6,900000	29,066668
6,266667	21,116667	5,633333	30,333334
5,700000	19,500000	10,766666	34,383335
6,916667	21,750000	9,600000	31,350000
10,016666	26,750000	10,216666	31,600000
6,266667	20,733334	11,316667	38,000000
7,266667	24,600000	10,433333	32,283333
5,900000	20,816668	7,383333	30,166666

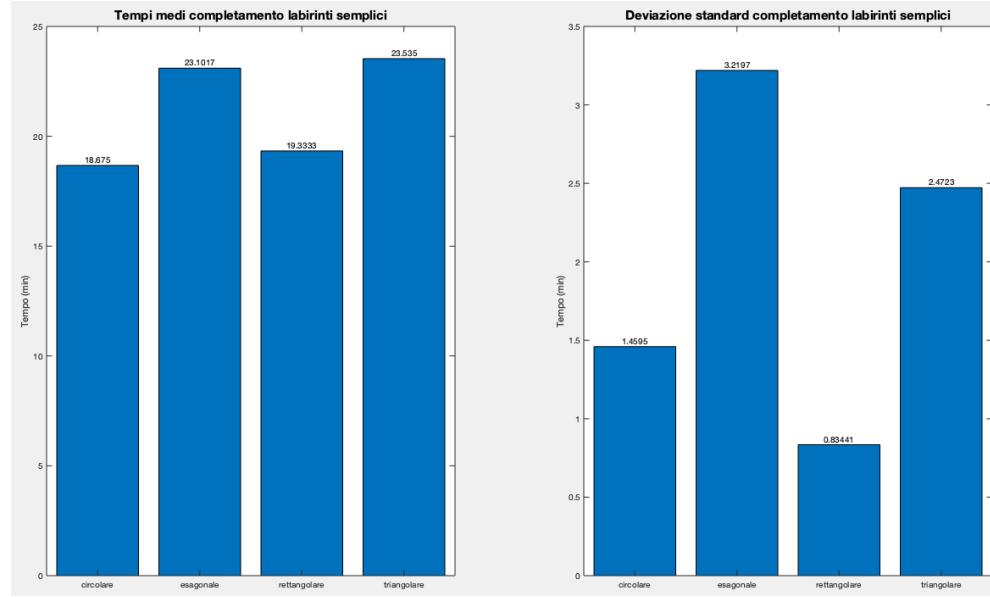
**Figura 21:** Tabella dei tempi riferiti al labirinto esagonale.

## 5 Simulazioni

### 5.1 Simulazioni semplici



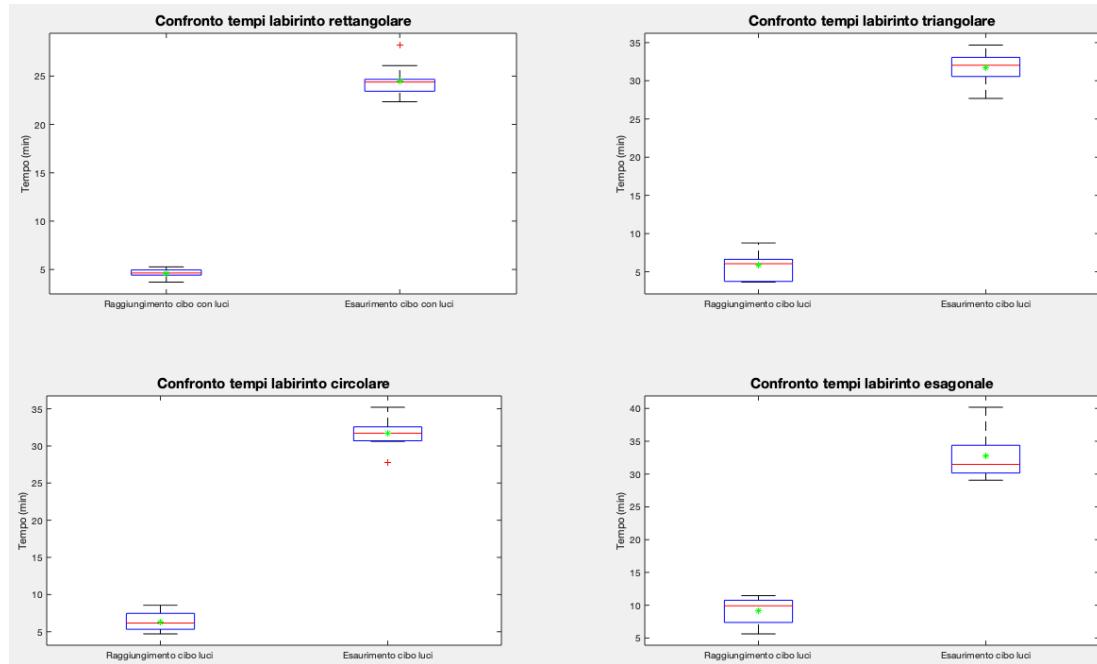
**Figura 22:** Rappresentazione grafica dei boxplot dei risultati delle simulazioni di labirinti semplici.



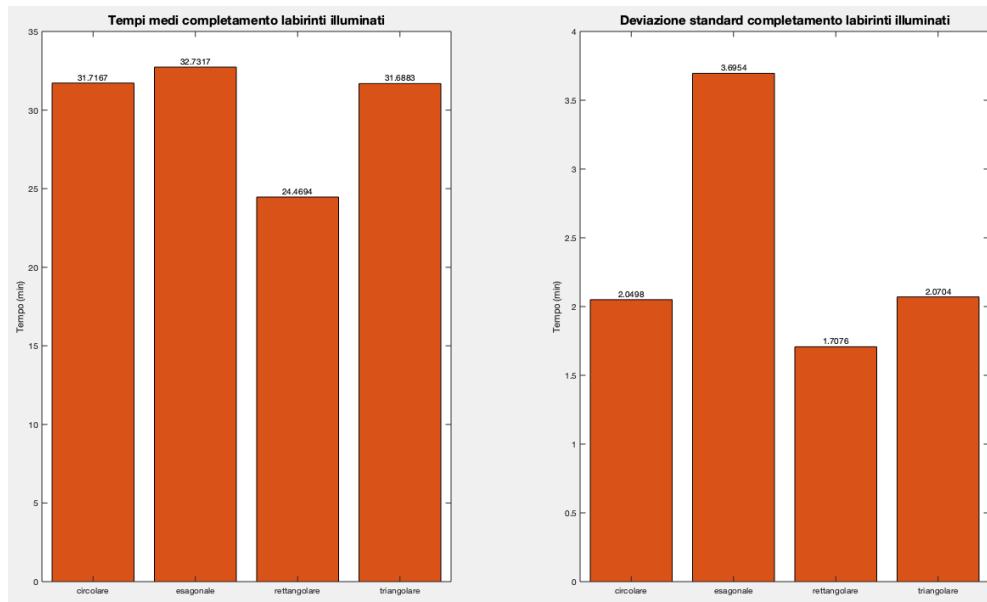
**Figura 23:** Rappresentazioni grafica tramite istogrammi dei tempi medi e delle deviazioni standard riferite alle simulazioni in labirinti semplici.

## 5 Simulazioni

### 5.2 Simulazioni con luci rosse



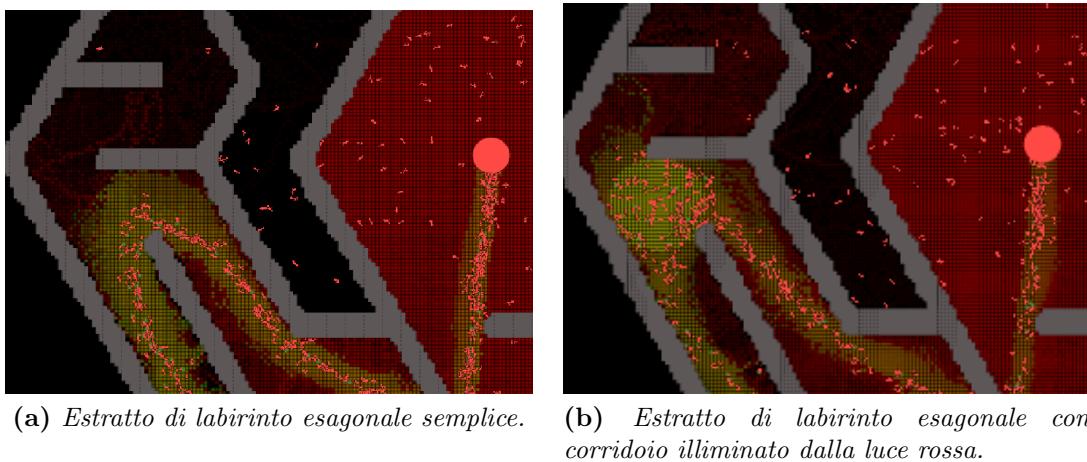
**Figura 24:** Rappresentazione grafica dei boxplot dei risultati delle simulazioni di labirinti illuminati da luci rosse.



**Figura 25:** Rappresentazioni grafica tramite istogrammi dei tempi medi e delle deviazioni standard riferite alle simulazioni in labirinti illuminati da luci rosse.

## 6 Analisi dei risultati

Osservando i risultati si può dedurre che, esattamente come atteso, le capacità disgregativa della luce rossa nei confronti delle formiche comporta un aumento dei tempi di percorrenza dei labirinti. Esse, infatti, quando attraversano i pezzi di corridoi illuminati dalla luce, non sono più in grado di mantenere la loro catena verso il formicaio e tendono a disperdersi, come mostrato nella figura seguente.



**Figura 26:** Confronto dello stesso estratto di labirinto esagonale prima e dopo aver illuminato il corridoio con la luce rossa per vedere la differenza nel comportamento delle formiche.

Vengono riportati in seguito i grafici con i dati relativi alle simulazioni nei vari labirinti all'interno dei quali il comportamento delle formiche è stato simulato dapprima senza la presenza di luci rosse e poi con la presenza di 3, 4, e 5 luci rosse.

La figura 28 e la figura 29 rappresentano i boxplot per le quattro tipologie di labirinti, rispettivamente per i tempi di raggiungimento del cibo (ovvero il tempo impiegato dalla prima formica che preleva un'unità di cibo) e per i tempi di completamento della simulazione (ovvero il tempo impiegato dalla formica che preleva l'ultima unità di cibo).

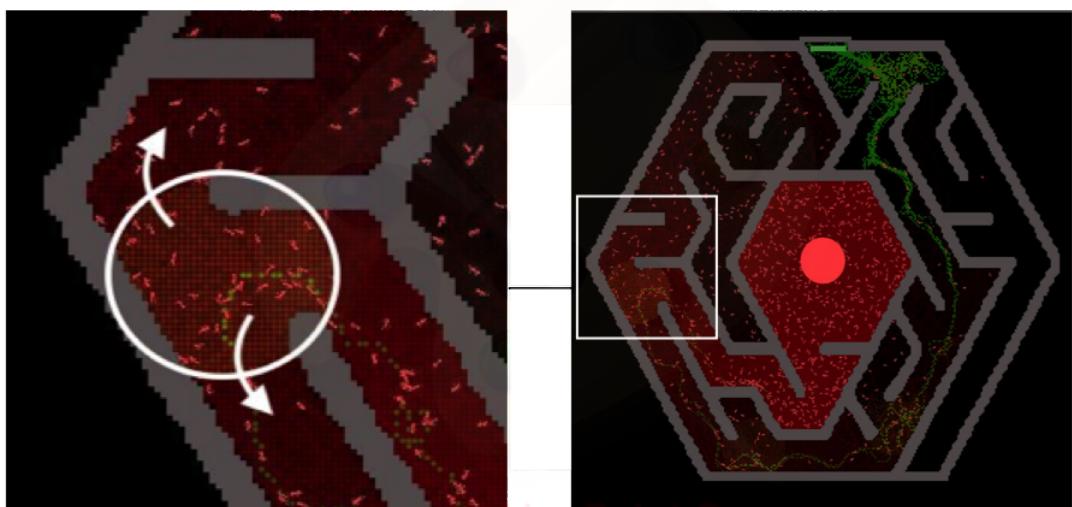
Il boxplot è il grafico che rende al meglio i nostri risultati in quanto si ha un'idea chiara di:

- Tempo medio impiegato, rappresentato da “\*” in verde;
- Deviazione standard, ovvero la dispersione dei dati, rappresentata dall'altezza della scatola blu;
- Valore massimo, ovvero il tempo massimo impiegato;
- Valore minimo, ovvero il tempo minimo impiegato;
- Mediana, ovvero il valore assunto dal valore che si trova in mezzo alla distribuzione.

Come spiegato nel capitolo 4.5 la luce ha effetto anche in fase di ricerca del cibo e non solamente nel momento in cui le formiche formano la colonna per depositare il cibo nel formicaio. Per questo motivo, confrontando i tempi di raggiungimento del cibo, si nota che nei labirinti illuminati il tempo medio è superiore rispetto che per i labirinti senza illuminazione.

Non è detto, invece, che ci sia un correlazione tra il tempo medio impiegato sia a raggiungere il cibo che a risolvere il labirinto e il numero di luci: può accadere, infatti, che un labirinto con più punti di illuminazione rispetto che un altro abbia tempi medi minori. Questo succede perchè, essendo il comportamento delle formiche in gran parte randomico, non è possibile affermare con certezza quale direzione prenderanno gli agenti anche se esposti a luci rosse.

Il tempo massimo per il raggiungimento del cibo è impiegato dagli agenti nel labirinto esagonale illuminato; questo ce lo si spiega perchè una delle luci in particolare è stata posizionata in corrispondenza di un bivio "decisivo" e circa metà delle formiche prende la direzione giusta, mentre l'altra metà si perde. La formica, infatti, sceglie col 50% di probabilità se andare a destra o sinistra quando si trova in prossimità di un ostacolo.



**Figura 27:** Esempio di bivio "decisivo" (evidenziato dal cerchio bianco e dalle rispettive frecce) per il labirinto esagonale illuminato.

Volendo commentare le deviazioni standard relative ai tempi impiegati dalle formiche per risolvere il labirinto, si può affermare che la dispersione dei dati non è prevedibile in quanto ogni simulazione è a sè e non presenta correlazione con le altre. L'andamento dei dati, infatti, dipende dalla "fortuna" che hanno le formiche di "azzeccare" la direzione corretta.

Sono stati poi confrontato i risultati tramite degli istogrammi per avere un confronto più diretto anche a livello visivo: la figura 30 e la figura 31 rappresentano, rispettivamente per ogni forma di labirinto, la media e la deviazione standard dei tempi impiegati a raggiungere il cibo e a completare la simulazione. Ogni colore

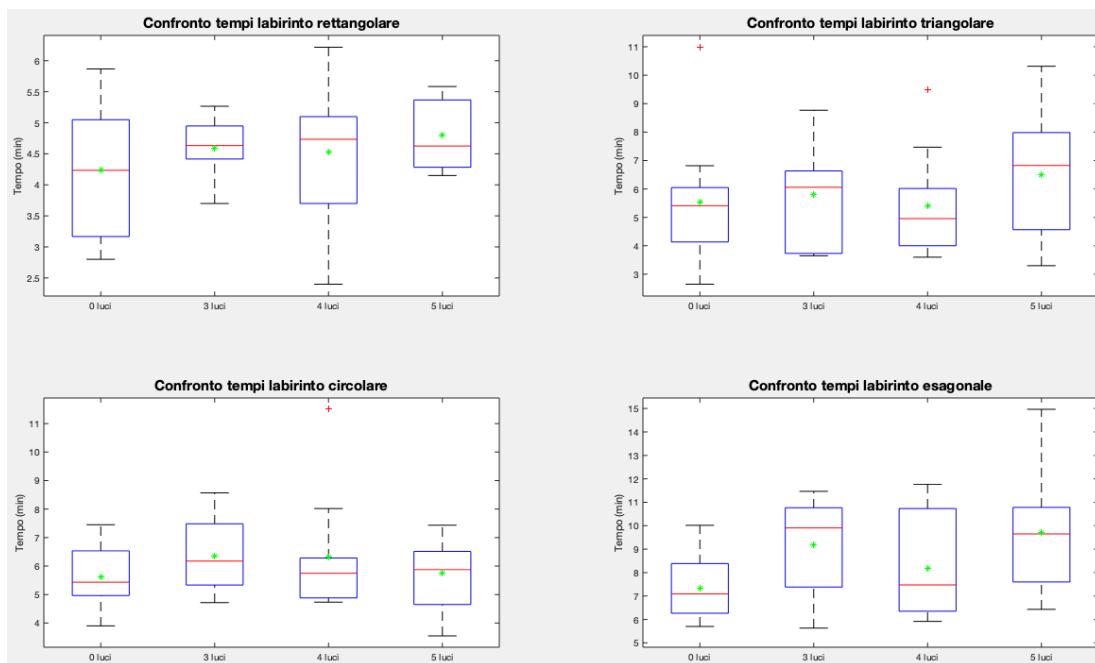
## 6 Analisi dei risultati

---

rappresenta una condizione di illuminazione che può essere con 0, 3, 4, o 5 luci. I grafici presenti nelle figure appena citate confermano i risultati precedentemente commentati.

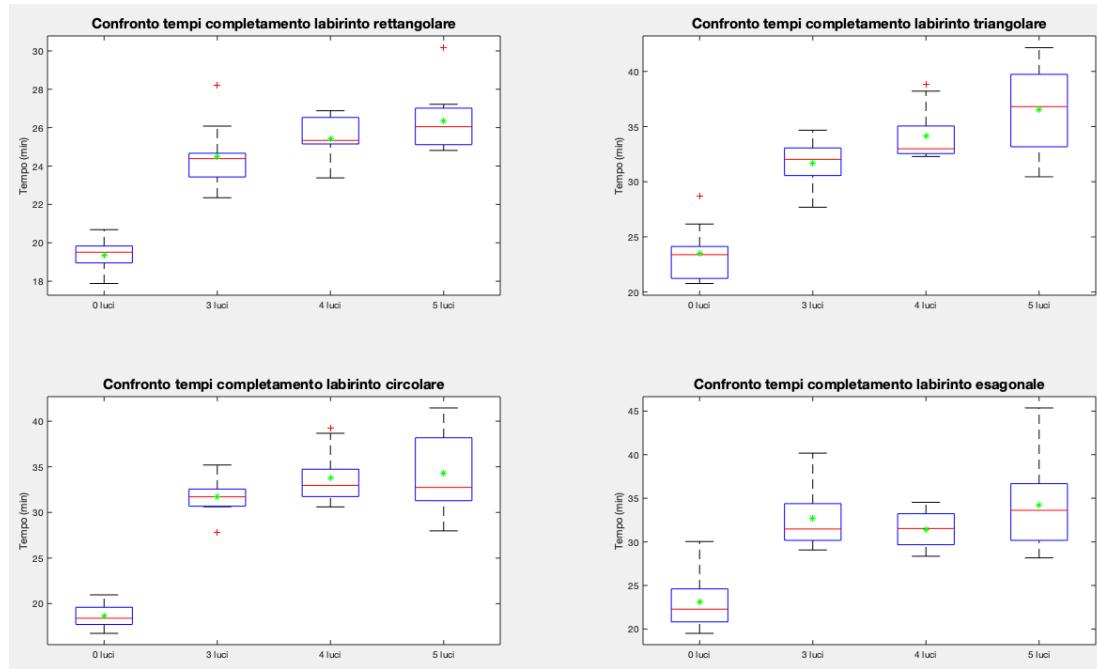
Dalla figura 30 si vede in modo molto evidente che non sono rispettate le proporzioni dei tempi tra i tempi di raggiungimento del cibo (sulla sinistra) e i tempi di esaurimento del cibo (sulla destra). I tempi relativi al labirinto circolare ed esagonale, sebbene siano bassi nella fase di raggiungimento del cibo, crescono notevolmente per quanto riguarda la fase di risoluzione del labirinto superando i 30 minuti totali.

Nell'appendice A.1 sono stati riportati, inoltre, altri grafici di confronto più specifici relativi alle simulazioni effettuate; tali grafici confermano ulteriormente i risultati commentati in precedenza.

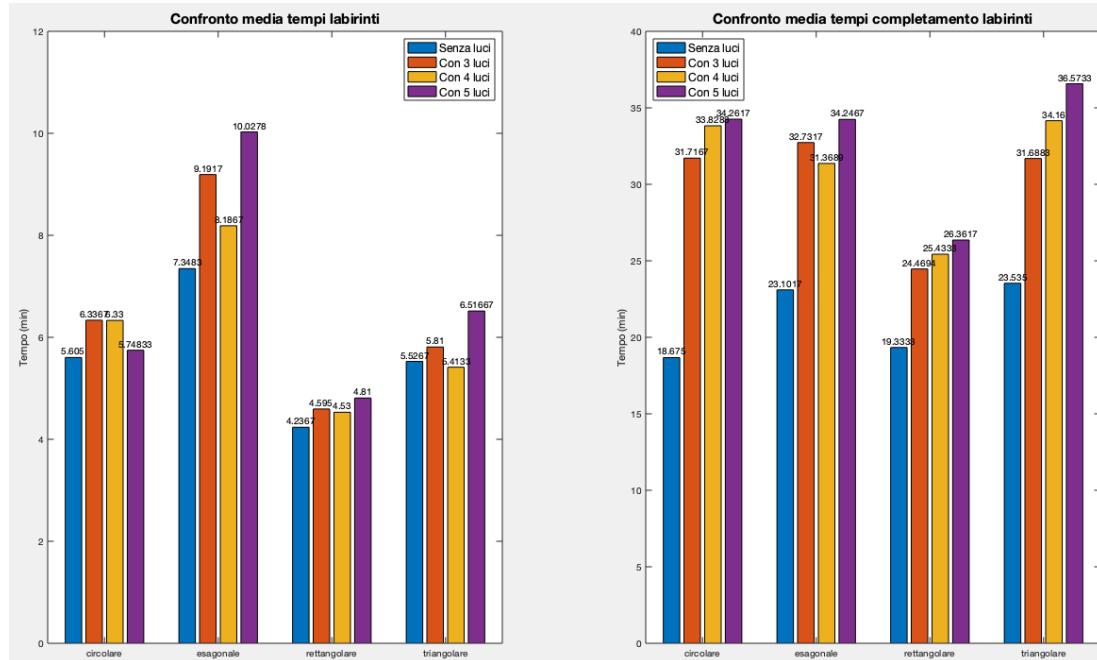


**Figura 28:** Rappresentazioni grafica tramite boxplot di confronto dei tempi riferiti al raggiungimento del cibo nelle varie tipologie di labirinto.

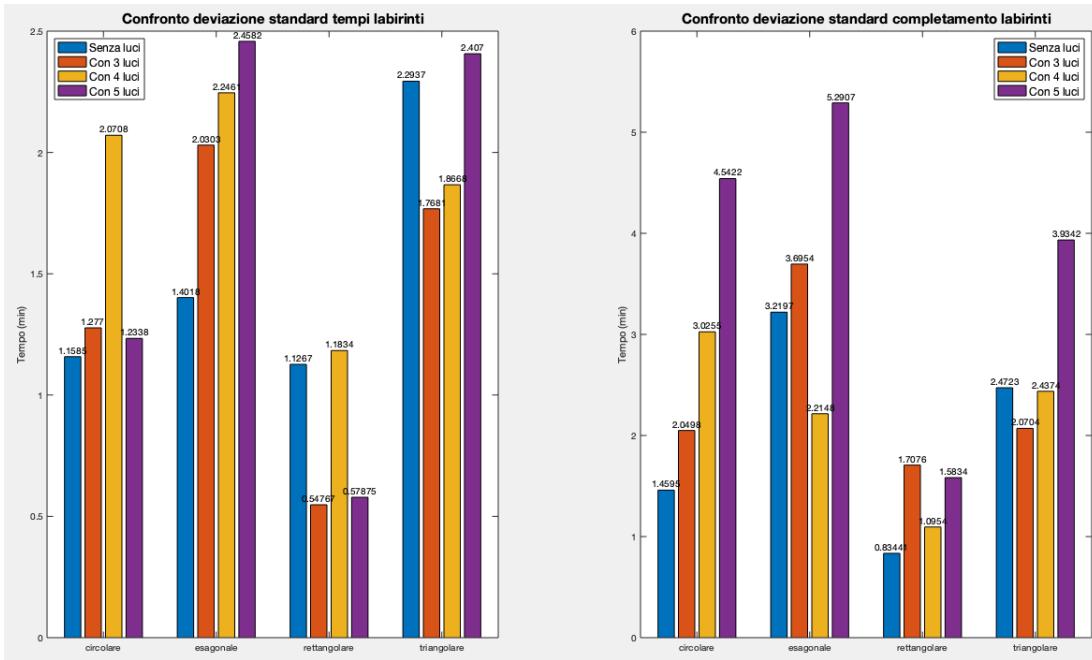
## 6 Analisi dei risultati



**Figura 29:** Rappresentazioni grafica tramite boxplot di confronto dei tempi riferiti all'esaurimento del cibo nelle varie tipologie di labirinto.



**Figura 30:** Confronto media tempi labirinti con 0,3,4,5 luci.



**Figura 31:** Confronto deviazione standard tempi labirinti con 0,3,4,5 luci.

## 7 Conclusioni

Dopo aver fatto delle simulazioni del comportamento delle formiche dapprima in labirinti semplici, ovvero senza condizioni particolari, e in seguito in labirinti in cui sono state posizionate delle luci rosse per illuminare alcuni corridoi, abbiamo tratto le nostre conclusioni.

In linea con quanto era prevedibile pensare, il tempo impiegato dalle formiche per raggiungere il cibo nelle due tipologie di labirinto rimane circa lo stesso: non vengono rilevati aumenti di tempo particolarmente significativi. Questo accade perché nella ricerca del cibo, quindi nel percorso formicaio-cibo, non è richiesta una capacità aggregativa in quanto inizialmente viene esplorato il territorio nei dintorni del formicaio in modo totalmente casuale.

Si nota un aumento significativo del tempo impiegato per l'esaurimento del cibo. Questo avviene in quanto le formiche, una volta trovato il cibo, rilasciano feromoni specifici al fine di attrarre altre formiche e condurle al cibo per poi, seguendo i feromoni rossi precedentemente rilasciati, portarlo nel formicaio. Questa catena di formiche che si viene a creare è messa a dura prova durante il passaggio nei corridoi illuminati da luce rossa: come già detto la luce rossa ha un potere disgregativo per le formiche che, dunque, distruggono la loro catena disperdendosi nell'ambiente. Questo, quindi, giustifica l'aumento di tempo necessario per esaurire tutto il cibo a loro disposizione.

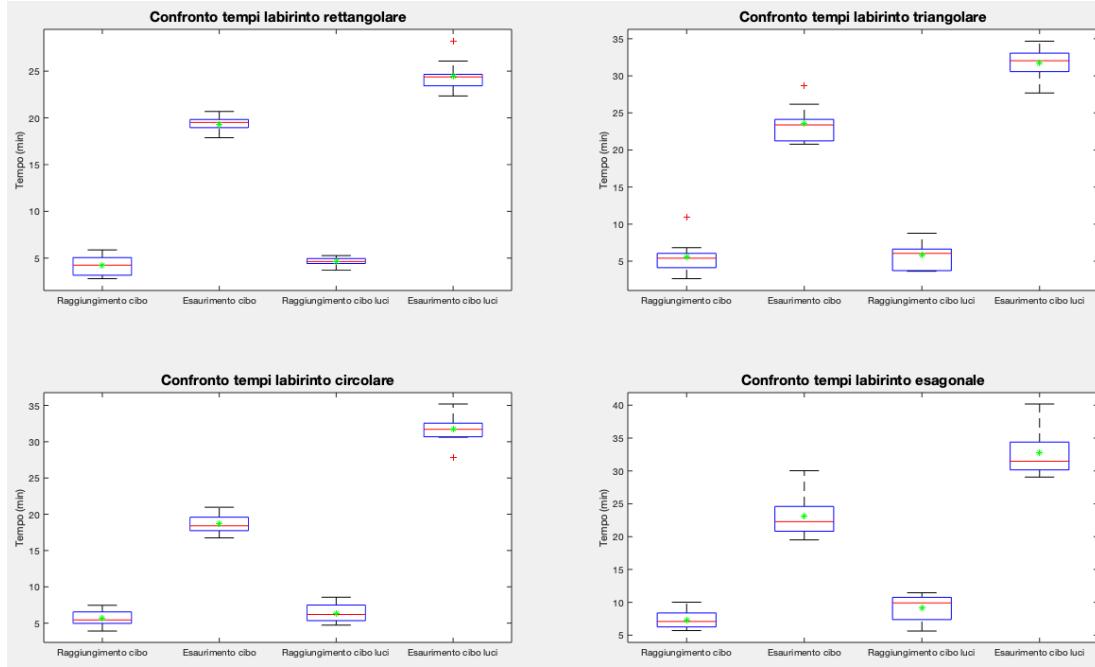
## 7.1 Sviluppi futuri

Un interessante sviluppo futuro può essere sicuramente implementare funzionalità aggiuntive a questo modello. Qui non è stato considerato il fatto che le formiche in natura comunicano tra loro anche tramite lo scambio di messaggi (come spiegato nel capitolo 2.1). Questi messaggi sono trasmessi tramite la diretta interazione tra loro, ad esempio sbattendosi contro e producendo dei suoni oppure sfiorandosi le antenne. Un implementazione aggiuntiva, infatti, potrebbe tener conto di questo fattore provando ad aggiungere pericoli all'interno del labirinto e studiando il comportamento delle formiche che, comunicando tra loro, proveranno ad evitarli.

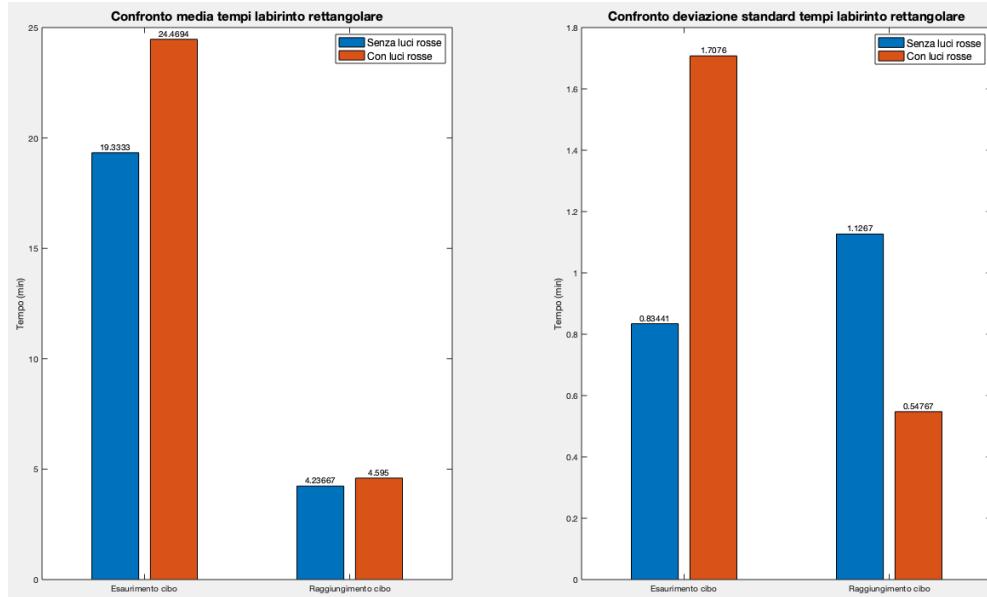
Un ulteriore sviluppo futuro sarebbe fare un esperimento reale che consiste nel replicare più o meno fedelmente le situazioni qui descritte su 1024 formiche reali messe all'interno di labirinti; prendendo i dati da questa simulazione sarebbe interessante vedere se, anche nella realtà, sono veritieri in una buona percentuale oppure se si presentano ulteriori aspetti oggetti di possibili studi che in questo lavoro sono stati tralasciati.

## A Appendici

### A.1 Rappresentazione grafica dei dati raccolti



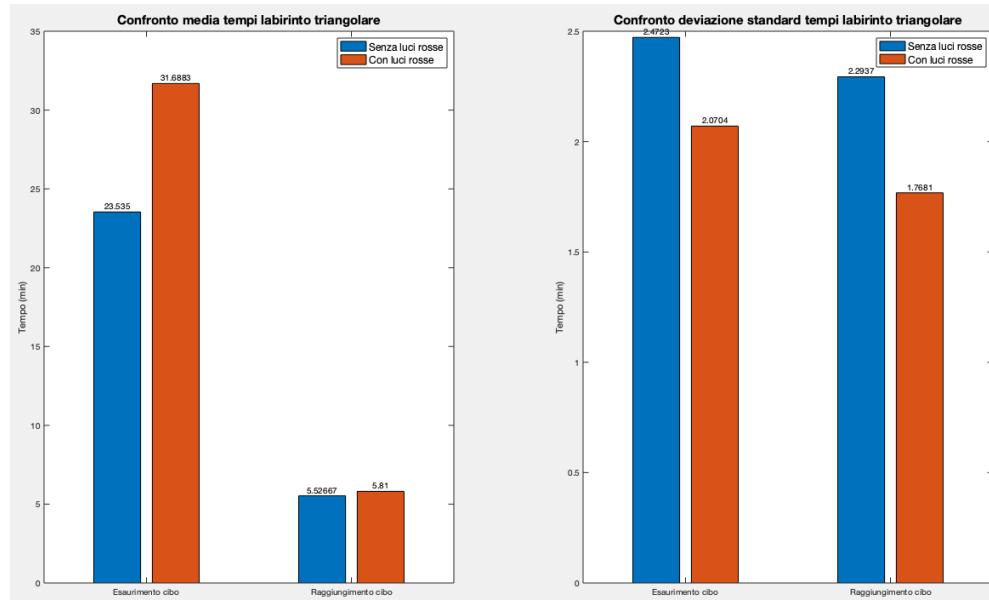
**Figura 32:** Rappresentazione grafica dei boxplot dei risultati delle simulazioni di labirinti semplici messi a confronto con i risultati delle simulazioni di labirinti illuminati da luci rosse.



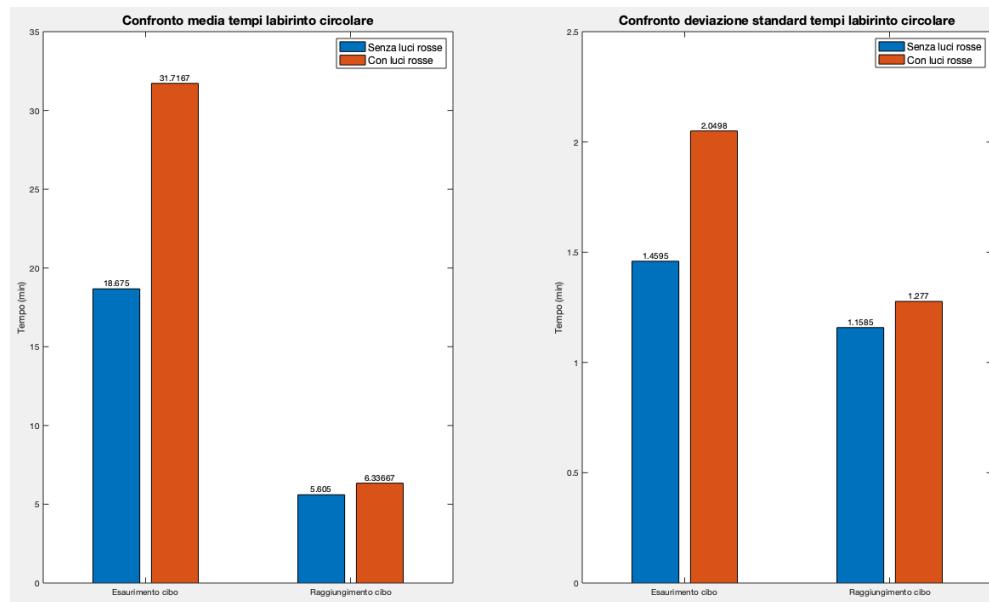
**Figura 33:** Rappresentazioni grafica tramite istogrammi dei tempi medi e delle deviazioni standard riferite alle simulazioni nel labirinto rettangolare.

## A Appendici

---



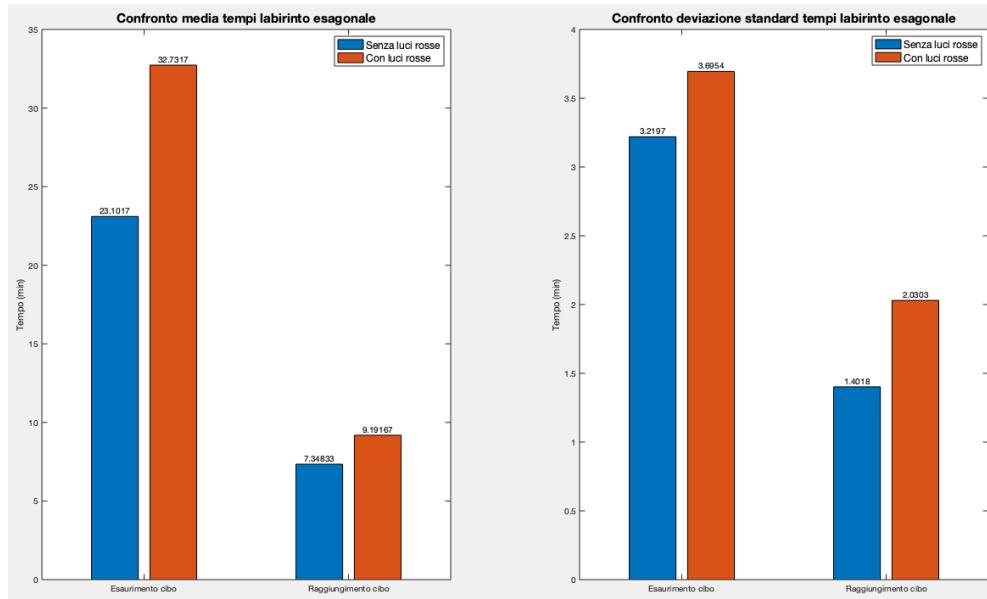
**Figura 34:** Rappresentazioni grafica tramite istogrammi dei tempi medi e delle deviazioni standard riferite alle simulazioni nel labirinto triangolare.



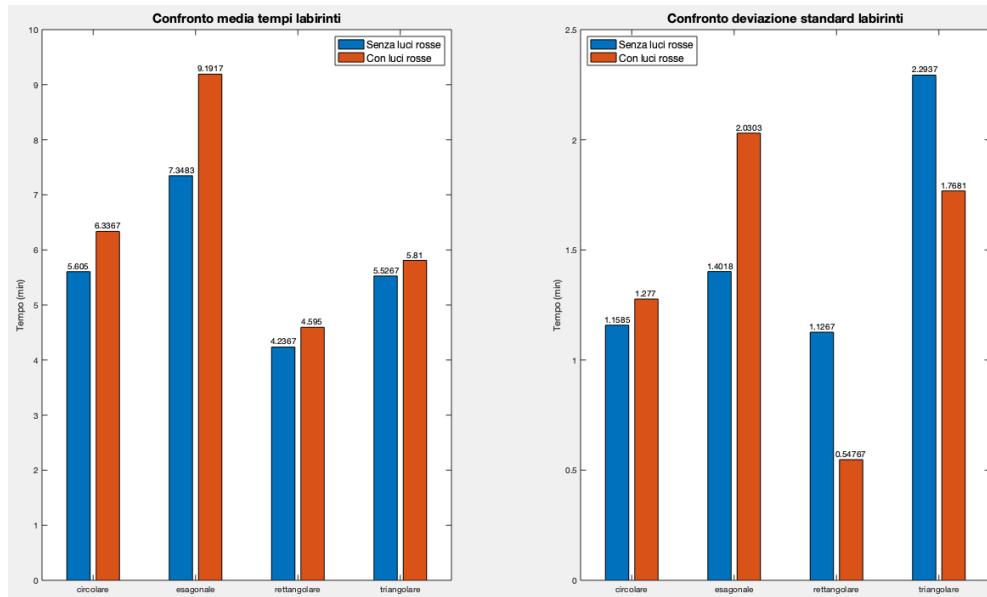
**Figura 35:** Rappresentazioni grafica tramite istogrammi dei tempi medi e delle deviazioni standard riferite alle simulazioni nel labirinto circolare.

## A Appendici

---



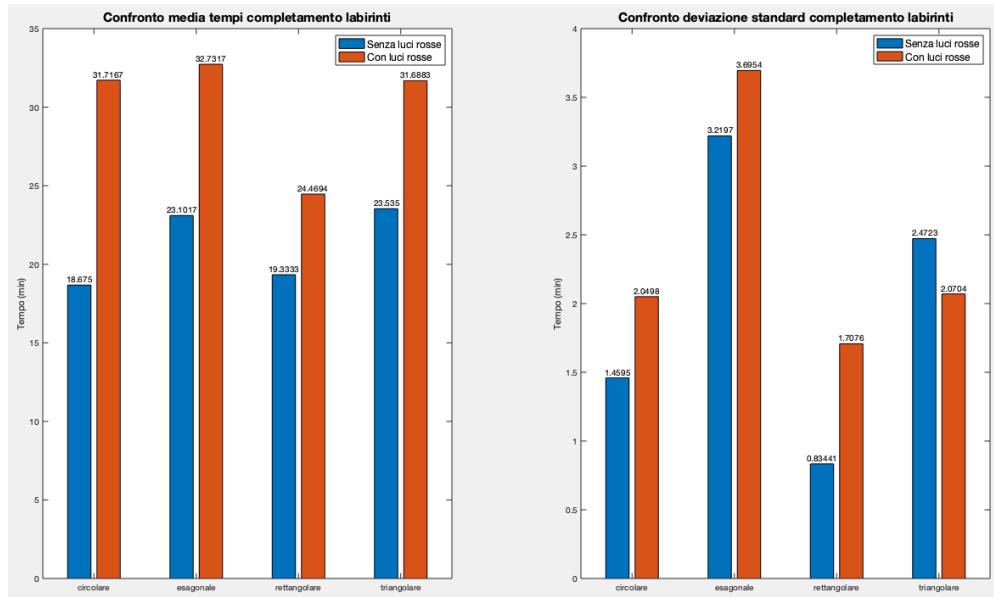
**Figura 36:** Rappresentazioni grafica tramite istogrammi dei tempi medi e delle deviazioni standard riferite alle simulazioni nel labirinto esagonale.



**Figura 37:** Rappresentazioni grafica tramite istogrammi di confronto dei tempi medi e delle deviazioni standard riferito al raggiungimento del cibo nelle varie tipologie di labirinto.

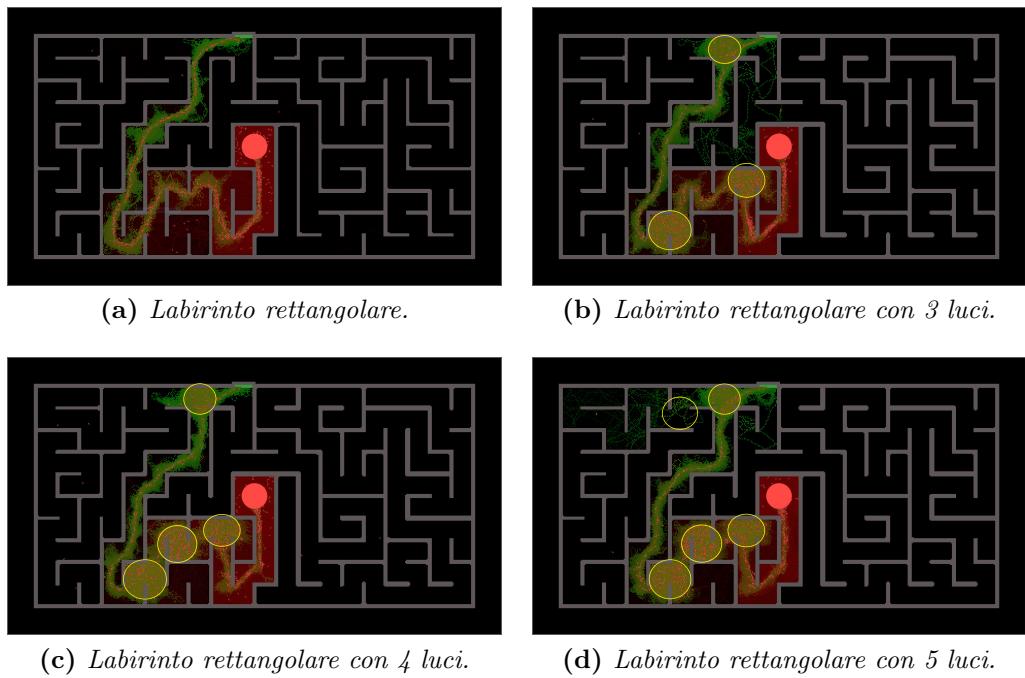
## A Appendici

---

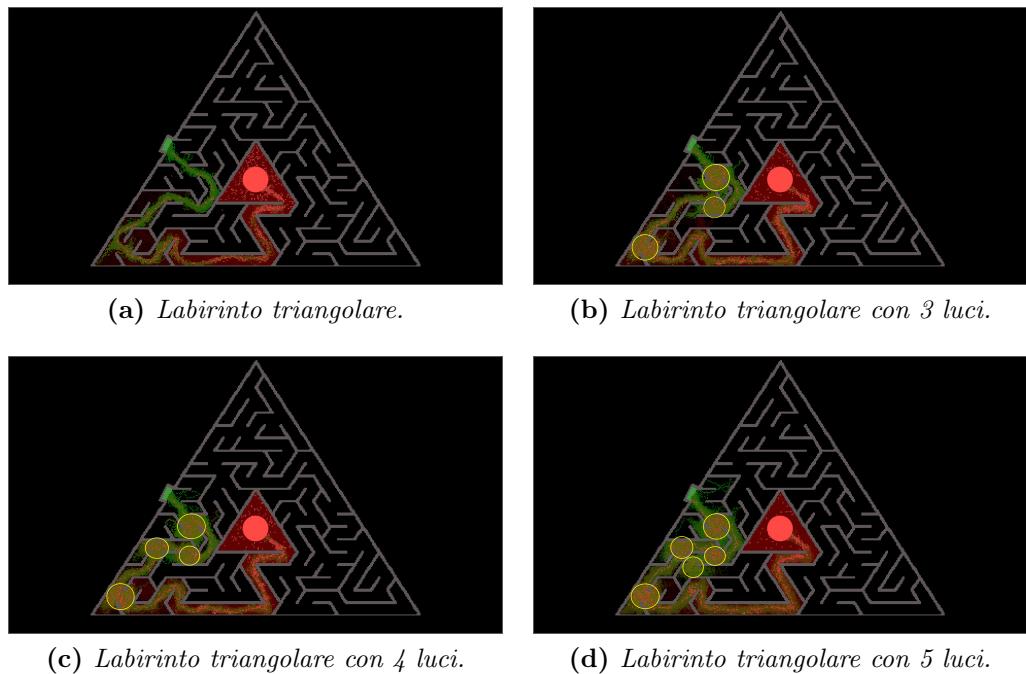


**Figura 38:** Rappresentazioni grafica tramite istogrammi di confronto dei tempi medi e delle deviazioni standard riferito alla risoluzione delle varie tipologie di labirinto.

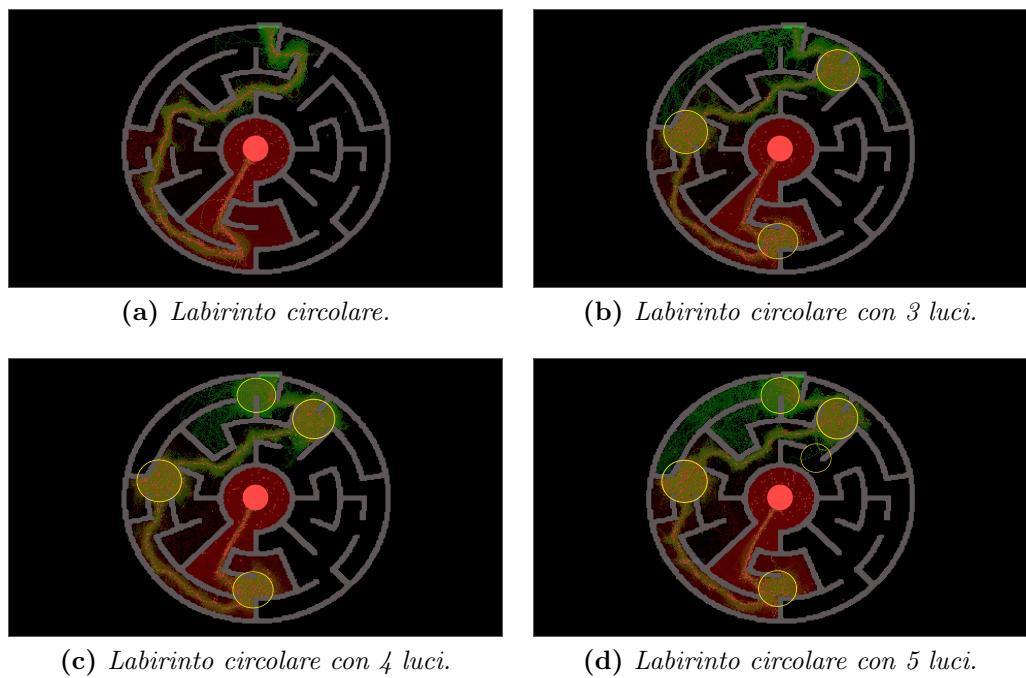
### A.2 Esempi di simulazioni



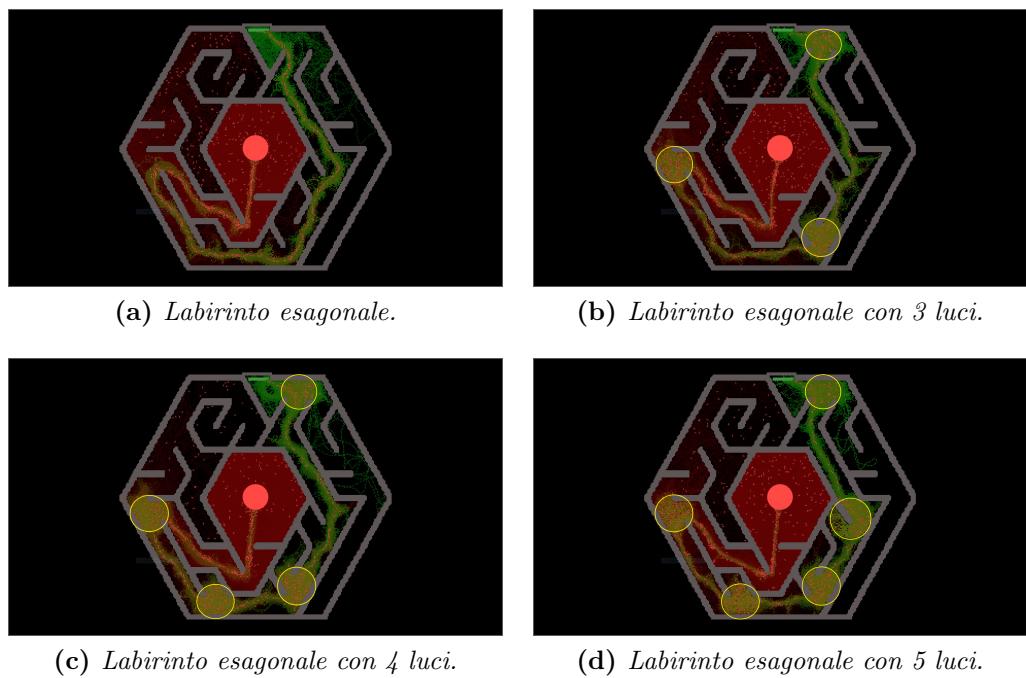
**Figura 39:** Esempi di labirinti rettangolari utilizzati.



**Figura 40:** Esempi di labirinti triangolari utilizzati.



**Figura 41:** Esempi di labirinti circolari utilizzati.



**Figura 42:** Esempi di labirinti esagonali utilizzati.

## Riferimenti bibliografici

- [1] Narendra Ajay, F. Reid Samuel e A. Raderschall Chloé. «Navigational Efficiency of Nocturnal Myrmecia Ants Suffers at Low Light Levels». In: *PLoS ONE*. 2013.
- [2] *Algoritmo ACO*. 2014. URL: [https://www.okpedia.it/algoritmo\\_aco](https://www.okpedia.it/algoritmo_aco).
- [3] Zeno Benci. *Le formiche e la comunicazione tramite feromoni*. Liceo Cantonale di Lugano 1, 2014.
- [4] Christian Blum. «Ant colony optimization: Introduction and recent trends». In: *Physics of Life Reviews* 2, 353-373 (2005).
- [5] *Feromone*. 2020. URL: <https://it.wikipedia.org/wiki/Feromone>.
- [6] *Formicidae*. 2021. URL: [https://it.wikipedia.org/wiki/Formicidae#Organizzazione\\_sociale\\_e\\_comportamento](https://it.wikipedia.org/wiki/Formicidae#Organizzazione_sociale_e_comportamento).
- [7] Grah Gunnar, Wehner Rüdiger e Ronacher Bernhard. «Desert ants do not acquire and use a three-dimensional global vector». In: *Frontiers in Zoology*, 4-12 (2007).
- [8] johnBuffer, aleaiactaest e MichaelGrigoryan25. *AntSimulator*. URL: <https://github.com/johnBuffer/AntSimulator>.
- [9] Francisco Obando-Vidal, Néstor Díaz-Mariño e Ember Martínez-Flor. «Algoritmo de optimización de colonia de hormigas aplicado a TSP, una revisión sistemática». In: *Revista Ibérica de Sistemas e Tecnologias de Informação; Lousada Iss. E38*, 404-417 (2020).
- [10] Depickère Stéphanie, Fresneau Dominique e Deneubourg Jean-Louis. «The influence of red light on the aggregation of two castes of the ant, Lasius niger». In: *Journal of Insect Physiology* 50, 629-635 (2004).
- [11] Russell Stuart e Norvig Peter. *Artificial Intelligence, A Modern Approach*. 2003.