C++语言程序设计

实验

王焦乐

哈尔滨工业大学（深圳）

机电工程与自动化学院

邮箱: wangjiaole@hit.edu.cn

实验三：矩阵

实验内容

- 编写矩阵类，实现矩阵初始化、求逆、转置、访问等基本功能
- 基于运算符重载，实现矩阵的加减乘幂、输入输出的操作

运行效果

- 调用不同的构造函数建立不同的矩阵
- 测试矩阵的运算等操作

实验三：矩阵

class Matrix_4x4

- 矩阵为4*4，数据类型为double
- 默认构造函数，初始化矩阵为单位阵
- 拷贝构造函数
- 带参数构造函数，可以用一个4x4的二维数组初始化
- 重载 加(+)，减(-)，乘(*)，幂次(^)，输入，输出 等操作
- 重载 = 操作，可以实现矩阵间赋值，或者二维数组向矩阵赋值
- 重载[ ], 实现矩阵元素双下标访问 (该功能已经给出实现代码);
- 实现求逆功能，转置功能，求行列式功能

实验三：矩阵

```
class Matrix_4x4
{
private:
    double matrix[4][4];
public:
    //默认构造函数，初始化矩阵为单位阵
    //带参数构造函数，用一个4x4的二维数组初始化
    //拷贝构造函数
    //重载 = 运算符，参数为矩阵对象
    //重载 = 运算符，参数为一个4x4的二维数组
    // 重载算术运算符 + - *
    // 重载 ^ 运算符为矩阵的i次幂（如果i为负数，如何处理？）
    // 重载 [ ] 运算符，实现双下标方式访问矩阵元素（该功能已经实现，无需自己写）
    const double * operator[] (const int i) const {return matrix[i];}
              double * operator[] (const int i)          {return matrix[i];}
   // 重载输入<< 和输出 >>
    Matrix_4x4 inverse();   //矩阵求逆，不改变当前矩阵值，返回逆矩阵
    Matrix_4x4 transpose(); //矩阵转置，不改变当前矩阵值，返回转置矩阵
};
```

实验三：矩阵

```
{
    double m[4][4]={{1,2,3,4},{8,6,7,9},{4,10,-4,12},{-13,14,45,28}};

    Matrix_4x4 a;
    Matrix_4x4 b(a);
    Matrix_4x4 c(m);
    Matrix_4x4 d;
    for (int i=0;i<4;i++)
    {
        for (int j=0;j<4;j++)
            d[i][j]=m[i][j];
    }

    cout<<"a : "<<a<<endl;
    cout<<"b(a) : "<<b<<endl;
    cout<<"c(m) : "<<c<<endl;
    cout<<"d : "<<d<<endl;

    d=a+c;
    cout<<"d=a+c : "<<d<<endl;

    d=d-a;
    cout<<"d=d-a : "<<d<<endl;

    d=d*d.inverse();
    cout<<"d=d*d.inverse() : "<<d<<endl;

    d=a^3;
    cout<<"d=a^3 : "<<a<<endl;

    d=c.transpose();
    cout<<"d=c.transpose() : "<<d<<endl<<"c : "<<c;
```

测试构造函数

测试下标重载

测试输入输出

测试运算符重载

测试转置、求逆等运算

测试示例

大家可以自己设计测试用例，展示所有功能均能正常运行

实验三：矩阵

class Matrix_4x4

```
>> a

a =

     1     2     3     5
     6     3     2     1
     4     3     5     2
     6     1     3     8

>> a^3

ans =

         653         340         553         795
         624         316         490         652
         748         406         622         794
        1106         518         878        1318

>> a^(-2)

ans =

    0.0886    0.0059   -0.0293   -0.0349
    0.0902    0.2542   -0.1604   -0.0828
   -0.1647   -0.2360    0.2220    0.0839
    0.0045    0.0531   -0.0579    0.0120

>>
```

幂次运算结果参考

实验三：矩阵

求逆方法

- **求逆基本原理：高斯-若尔消元法**
- **具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E**

将矩阵 E 化为 A^{-1}

判断A[0][0]
是否为0

A

0	2	0	1
3	3	2	1
3	2	4	0
2	2	1	1

E

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

实验三：矩阵

求逆方法

- 求逆基本原理：高斯-若尔消元法
- 具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E

  将矩阵 E 化为 A^{-1}

第一行与第二行交换

A

3	3	2	1
0	2	0	1
3	2	4	0
2	2	1	1

E

0	1	0	0
1	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

实验三：矩阵

求逆方法

- 求逆基本原理：高斯-若尔消元法
- 具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E

  将矩阵 E 化为 A^{-1}

将A[0][0]
转换为1

A

1	1	0.67	0.33
0	2	0	1
3	2	4	0
2	2	1	1

E

0	0.33	0	0
1	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

实验三：矩阵

求逆方法

- 求逆基本原理：高斯-若尔消元法
- 具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E

将矩阵 E 化为 A^{-1}

将A[j][0]
(j=1,2,3)
转换为0

A

1	1	0.67	0.33
0	2	0	1
0	-1	2	-1
0	0	-0.33	0.33

E

0	0.33	0	0
1	0	0	0
0	-1	1	0
0	-0.67	0	1

实验三：矩阵

求逆方法

- 求逆基本原理：高斯-若尔消元法
- 具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E

根据A[i][i]重复上述过程

将矩阵 E 化为 A^{-1}

E

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

A^{-1}

-0.67	0.67	-0.33	1.11022e-016
0.33	1.67	-0.33	-2
0.33	-1.33	0.67	1
0.33	-3.33	0.67	4

实验三：矩阵

求逆方法

- 求逆基本原理：高斯-若尔消元法
- 具体过程：通过初等行变换将矩阵 A 化为单位矩阵 E

  将矩阵 E 化为 A^{-1}
- 算法流程：

  1. 判断对角方向的元素是否为0
  2. 将对角位置转换为1
  3. 将该列非对角位置转换为0

实验三：矩阵

行列式

- **求行列式基本原理：高斯消去法**
- **具体过程：通过对矩阵 A 的一系列行变换，使之成为上三角形矩阵，其主对角线上诸元素乘积即为行列式之值。**

由A[0][0]至A[3][0]判断第一列的最大元素，通过交换行放到主对角线上

0	2	0	1
3	3	2	1
3	2	4	0
2	2	1	1

注意：每次交换需要进行一次变号

3	3	2	1
0	2	0	1
3	2	4	0
2	2	1	1

实验三：矩阵

行列式

- **求行列式基本原理：高斯消去法**
- **具体过程：通过对矩阵 A 的一系列行变换，使之成为上三角形矩阵，其主对角线上诸元素乘积即为行列式之值。**

根据A[j][k] = A[j][k] - A[i][k] * A[j][i] / A[i][i]，
将每一列下三角转化为0

3	3	2	1
0	2	0	1
3	2	4	0
2	2	1	1

3	3	2	1
0	2	0	1
0	-1	2	-1
0	0	-0.33	0.33

实验三：矩阵

行列式

- 求行列式基本原理：高斯消去法
- 具体过程：通过对矩阵 A 的一系列行变换，使之成为上三角形矩阵，其主对角线上诸元素乘积即为行列式之值。

由A[1][1]至A[3][1]判断最大值，重复上述流程

3	3	2	1
0	2	0	1
0	-1	2	-1
0	0	-0.33	0.33

3	3	2	1
0	2	0	1
0	0	2	-0.5
0	0	-0.33	0.33

实验三：矩阵

行列式

- 求行列式基本原理：高斯消去法
- 具体过程：通过对矩阵 A 的一系列行变换，使之成为上三角形矩阵，其主对角线上诸元素乘积即为行列式之值。

最终转化为上
三角形矩阵

3	3	2	1
0	2	0	1
0	0	2	-0.5
0	0	0	0.25

实验三：矩阵

行列式

- 求行列式基本原理：高斯消去法
- 具体过程：通过对矩阵 A 的一系列行变换，使之成为上三角形矩阵，其主对角线上诸元素乘积即为行列式之值。
- 算法流程：

1. 判断每列的最大元素，通过交换行放到主对角线
2. 根据A[j][k] = A[j][k] - A[i][k] * A[j][i] / A[i][i]，将每一列下三角转化为0