

Übungen zur Risikothorie

1. Hausaufgabenübungsblatt

1. Zeigen Sie, dass die Mischung von Poisson-Verteilungen mit Mischungsmaß $\Gamma_{\alpha,\beta}$ gerade die negative Binomialverteilung $\mathcal{B}_{(\alpha,\beta/(\beta+1))}^-$ ist! (Die Definitionen der auftretenden Verteilungen finden Sie im Skript auf den Seiten 7 und 12.)

Hinweis: Vergleichen Sie dazu am besten die Zähldichte, also die Wahrscheinlichkeiten beliebiger Einpunktmengen, und verwenden Sie die Relation $\alpha\Gamma(\alpha) = \Gamma(\alpha + 1)$. (4 Punkte)

2. Sei in der Situation von Korollar und Definition 1.6(ii) für alle $\vartheta \in \Theta$ eine Zufallsvariable X_ϑ auf einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{A}, P) gegeben mit Verteilung Q_ϑ sowie eine Zufallsvariable X auf dem gleichen Wahrscheinlichkeitsraum mit Verteilung Q . Zeigen Sie:
Für alle messbare Abbildungen $f : (\mathcal{X}, \mathcal{C}) \rightarrow ([0, \infty), \mathbb{B}[0, \infty))$ gilt

$$E(f(X)) = \int E(f(X_\vartheta)) Q_\Theta(d\vartheta).$$

Hinweis: Verwenden Sie den im Korollar und Definition 1.6 nachgewiesenen Zusammenhang $Q = (Q_\Theta \otimes K)^{pr_2}$, den Transformationssatz sowie den Satz von Fubini-Tonelli für Markov-Kerne (Satz 4.6 im Kurzschrift zur Maßtheorie)! (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 22.10.2015, vor der Übung.