

Übungen zur Risikothorie

1. Präsenzübungsblatt

1. Seien $\mathcal{P}_{\vartheta_i}$, $i \in \mathbb{N}$, Poisson-Verteilungen mit Parameter $\vartheta_i > 0$ und $p_i \in [0, 1]$ Wahrscheinlichkeiten, so dass $\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1$. Zeigen Sie, dass dann die Mischung $Q = \sum_{i=1}^{\infty} p_i \mathcal{P}_{\vartheta_i}$ Überdispersion besitzt (d.h. dass die Varianz größer ist als der Mittelwert), falls nicht alle ϑ_i mit $p_i > 0$ identisch sind.

Hinweis: Die ersten beiden Momente lassen sich als Momente einer geeigneten Zufallsvariablen mit Werten in $(0, \infty)$ interpretieren, die unter den genannten Bedingungen eine strikt positive Varianz besitzt.