

# ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

## Модуль «Электротехника»

### Электрические цепи постоянного тока

преподаватель – Никитина Мария Владимировна,  
[mvnikitina@itmo.ru](mailto:mvnikitina@itmo.ru)

Санкт-Петербург – 2021

# Электрическая цепь

*Электрическая цепь* – это совокупность технических устройств и физических объектов, по которым протекает *электрический ток*.

*Источник электрической энергии* – устройство, передающее энергию для перемещения зарядов (протекания тока). Энергия, передаваемая источником движущимся зарядам, может быть получена только путём преобразования других видов энергии (тепловой, химической, механической, световой) или путём воздействия на электрические заряды магнитным полем, возбуждаемым другим источником.



## Электрическая цепь

Протекание электрического тока может вызывать различные явления: нагревание элементов, по которым он протекает, свечение веществ, создание механических усилий. Технические устройства, в которых получают требуемый эффект от протекания электрического тока называют *приёмниками электрической энергии*, т.к. в них происходит преобразование электрической энергии в другие виды.

Совместная работа источника и приёмника возможна только при наличии путей движения зарядов между ними. Причём перемещение зарядов должно происходить с минимальными потерями энергии. Эту функцию в электрических цепях выполняют соединительные линии или провода.

Таким образом, электрическая цепь в общем случае состоит из трёх элементов: **источника электрической энергии, приёмника и соединительных проводов.**

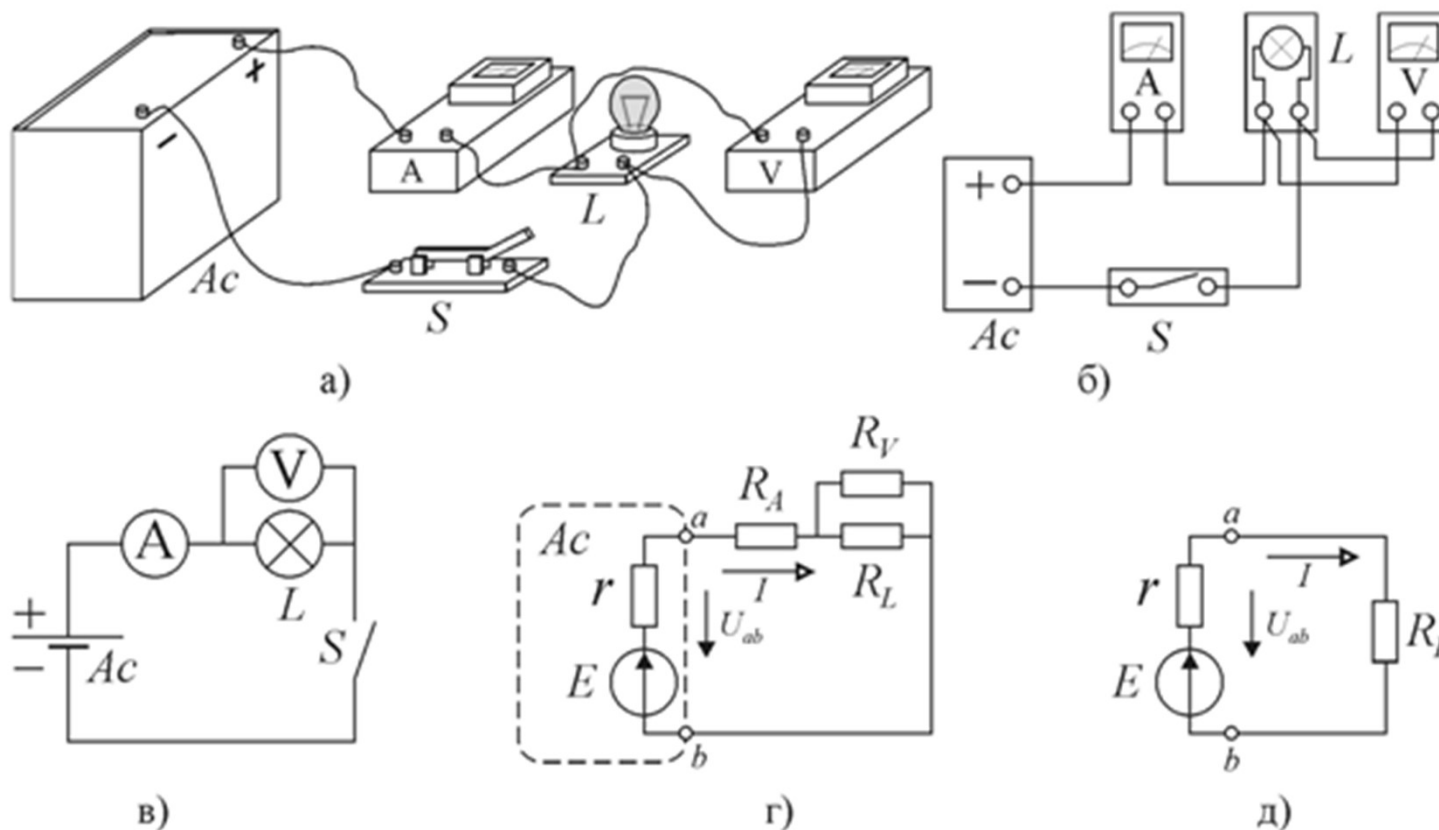
## Электрическая цепь

Состав и связи электрических цепей бесконечно разнообразны, поэтому для их представления используют наборы символов, имеющих различную степень абстракции и называемых **схемами**.

Более всего соответствует реальному объекту **монтажная схема**. Она удобна для монтажа и ремонта изображённого на ней устройства. На **принципиальной схеме** показывают условные изображения элементов цепи и их соединения. Эти схемы удобны для изучения принципа работы. Наиболее абстрактное представление об электрической цепи дают **схемы замещения**. Они предназначены для исследования электромагнитных процессов и являются расчётной моделью соответствующего устройства. Реальные элементы электрической цепи заменяют в схеме замещения расчётными моделями, в которых учитывают только существенные параметры и свойства.



## Электрическая цепь



а) реальное устройство, б) монтажная схема, в) принципиальная схема, г) и д) схемы замещения

## Электрическая цепь

В любой схеме электрической цепи можно выделить один или несколько участков, подключённых к остальной части двумя проводами. Такой участок электрической цепи называется *двухполюсником*. В простейшем случае двухполюсник состоит из одного элемента цепи. Если двухполюсник не содержит источников электрической энергии, то он называется *пассивным*, в противном случае двухполюсник относится к *активным* двухполюсникам.

При анализе процессов в электрических цепях используют некоторые топологические (геометрические) понятия.

*Узлом* электрической цепи называют соединение трёх и более элементов.

*Ветвью* электрической цепи называют связную совокупность элементов, образующих путь для протекания тока между двумя узлами.

*Контуром* называется замкнутый путь вдоль ветвей электрической цепи.



## Основные величины, характеризующие электрическую цепь

*Электрический ток* это направленное движение носителей электрического заряда. Носителями заряда в металлах являются электроны, в плазме и электролите – ионы. В полупроводниках носителями заряда являются также дефекты электронных оболочек ядер кристаллической решётки – «дырки». Функционально они эквивалентны положительным зарядам.

Наличие электрического тока проявляется в виде трёх эффектов:

- в окружающей среде возникает магнитное поле;
- проводник, по которому протекает ток, нагревается;
- в проводниках с ионной проводимостью возникает перенос вещества.

## Основные величины, характеризующие электрическую цепь

Величина электрического тока определяется как количество заряда  $Q$ , переносимое через какую-либо поверхность (например, поперечное сечение проводника) в единицу времени, т.е.

$$i = dQ/dt$$

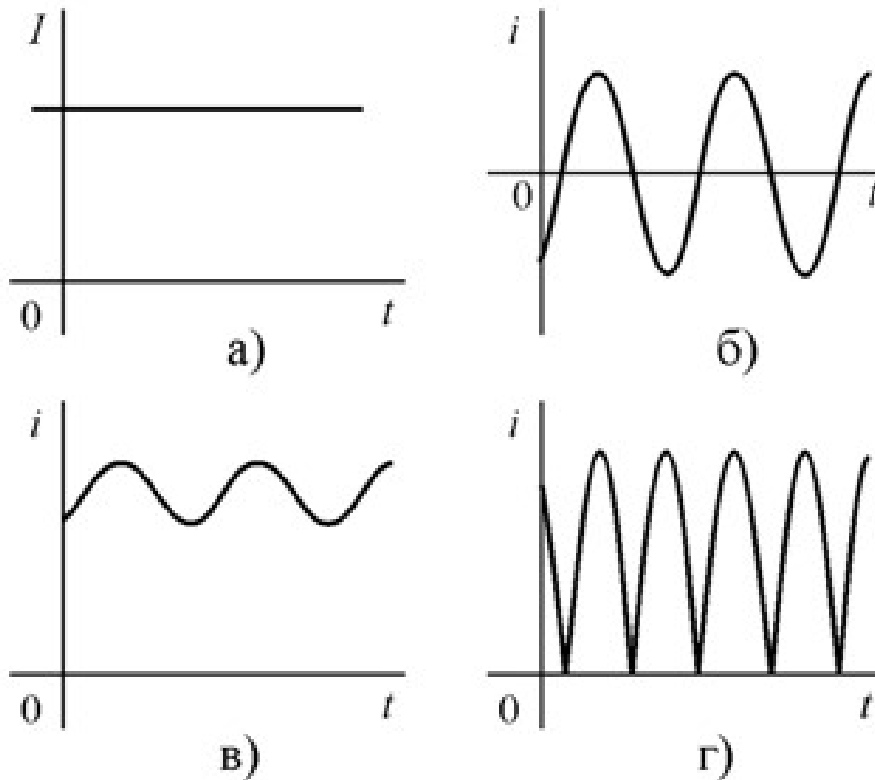
Если количество заряда  $Q$  неизменно во времени, то такой ток называется *постоянным* и для него справедливо выражение  $I = Q/t$ , где  $Q$  – заряд, переносимый за время  $t$ .

Единица измерения электрического тока Кл/с = А [ампер].

Направлением тока принято считать направление движения положительных зарядов под действием электрического поля, т.е. направление противоположное движению электронов в проводниках. Если такое направление неизвестно, то для любой ветви электрической цепи его можно выбрать произвольно и считать *положительным направлением*.



## Основные величины, характеризующие электрическую цепь



По характеру изменения во времени электрический ток разделяют на постоянный (а) и переменный. Последний, в свою очередь, бывает синусоидальным (б) и несинусоидальным (в-г).

## Основные величины, характеризующие электрическую цепь

*Электродвижущая сила.* Движение носителей зарядов в электрической цепи, как всякое движение требует передачи энергии движущимся объектам. Если на некотором участке цепи заряжённые частицы получают энергию, то принято говорить, что на этом участке действует сила, приводящая их в движение, т.е. электродвижущая сила (ЭДС). Участок цепи, на котором действует ЭДС, является источником электрической энергии (энергии движущихся носителей электрических зарядов). Источником энергии для получения ЭДС могут быть различные физические явления, при которых возникает воздействие на заряжённые частицы – химические, тепловые, электромагнитные и др. процессы. Численно ЭДС равна работе по перемещению единичного заряда на участке её действия. Отсюда единицу ЭДС можно получить как  $\text{Дж/Кл} = \text{В}$  (вольт).



## Основные величины, характеризующие электрическую цепь

*Электрическое напряжение.* На участках электрической цепи, где отсутствует ЭДС, движение носителей зарядов сопровождается расходом полученной ранее энергии путём преобразования её в другие виды. Этот процесс можно охарактеризовать падением напряжения или просто напряжением  $U$ , численно равным работе, затраченной на перемещение заряжённых частиц по участку электрической цепи, к величине перемещённого заряда

$$U = A/Q$$

В случае движения зарядов в безвихревом электрическом поле это определение идентично понятию разности потенциалов участка электрической цепи.

Единица измерения напряжения и разности потенциалов такая же, как и ЭДС: Дж/Кл=В (вольт).

За положительное направление напряжения на участке цепи принимают направление от точки с большим потенциалом к точке с меньшим, а т.к. на участках где отсутствует ЭДС положительные заряды также перемещаются от точки с более высоким потенциалом к точке с более низким, то положительное направление напряжения на этих участках совпадает с положительным направлением протекающего тока.



## Основные величины, характеризующие электрическую цепь

*Электрическая энергия и мощность.* Из понятия ЭДС следует, что она является работой, совершаемой при перемещении единичного заряда между полюсами источника электрической энергии. Для перемещения всех зарядов, проходящих через источник, требуется совершить работу в  $Q$  раз большую, т.е. затратить энергию

$$W_{\text{и}} = E \cdot Q = E \cdot I \cdot t$$

В приёмнике электрической энергии или в нагрузке энергия преобразуется или рассеивается. Её также можно определить, пользуясь понятием напряжения на участке электрической цепи, как работы по перемещению единичного заряда. Отсюда энергия, преобразуемая в нагрузке

$$W_{\text{н}} = U \cdot Q = U \cdot I \cdot t$$



## Основные величины, характеризующие электрическую цепь

Интенсивность преобразования энергии характеризуется понятием *мощности*. Численно она равна энергии, преобразуемой в электрической цепи в единицу времени. Для цепи постоянного тока мощности источника и нагрузки равны соответственно

$$P_{\text{и}} = W_{\text{и}} / t = E \cdot I \text{ и } P_{\text{н}} = W_{\text{н}} / t = U \cdot I.$$

Единицами измерения энергии и мощности электрической цепи являются джоуль (Дж) и ватт (Вт).

На основании закона сохранения энергии мощность, развиваемая источниками электрической энергии в цепи должна быть равна мощности преобразуемой в другие виды энергии в нагрузке:

$$\sum(\pm E \cdot I \pm U_j \cdot J) = \sum U \cdot I \quad (\text{баланс мощностей}),$$

где  $\sum(\pm E \cdot I \pm U_j \cdot J)$  – алгебраическая сумма мощностей, развиваемых источниками, а  $\sum U \cdot I$  – сумма мощностей всех приёмников и потерь энергии внутри источников.

## Пассивные элементы электрической цепи

*Резистор* или резистивный элемент – элемент электрической цепи, в котором происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии. Обычно электрическая энергия преобразуется резистором в тепловую, но в схемах замещения электрических машин резистивный элемент может соответствовать преобразованию электрической энергии в механическую. Параметром, характеризующим основное свойство резистора, является сопротивление  $R$ .

При протекании тока  $i$  через резистор на нём возникает падение напряжения

$$u = R \cdot i.$$

Единицей измерения сопротивления является  $R = u/i = \text{В}/\text{А} = \text{Ом}$  (ом). Величина обратная сопротивлению называется *проводимостью*  $G = 1/R$  и измеряется в сименсах (См).



# Пассивные элементы электрической цепи

Зависимость  $u(i)$  называется вольт-амперной характеристикой (ВАХ).

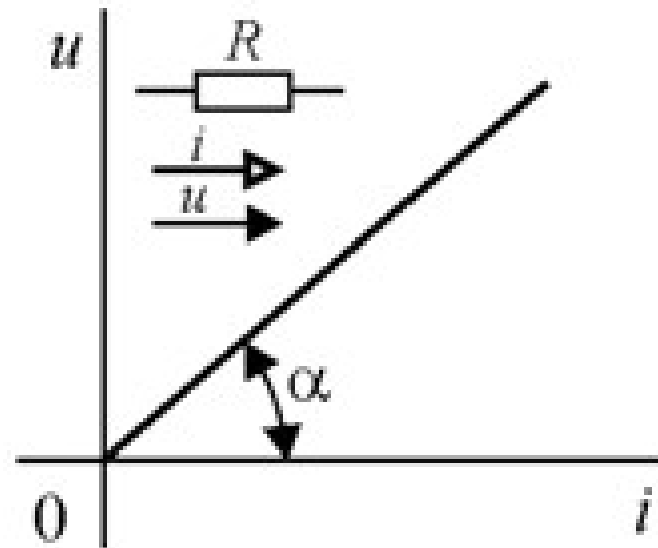
Сопротивление  $R$  можно определить по ВАХ резистивного элемента как

$$R = u / i = \operatorname{tg}(\alpha) \cdot m_u / m_i$$

где  $m_u$  и  $m_i$  – масштабы осей  $u$  и  $i$  ВАХ.

Мощность рассеяния электрической энергии резистивным элементом

$$\begin{aligned} P &= u \cdot i = i^2 \cdot R = u^2 / R = \\ &= i^2 / G = u^2 \cdot G \end{aligned}$$



## Пассивные элементы электрической цепи

*Катушка индуктивности (или индуктивный элемент) – элемент электрической цепи, в котором происходит накопление энергии в магнитном поле  $W_m = L \cdot i^2 / 2$ . Параметром, характеризующим способность катушки накапливать энергию, является индуктивность  $L$ . Она представляет собой коэффициент, связывающий между собой собственное потокосцепление катушки  $\Psi$  с величиной протекающего по обмотке тока  $i$*

$$\Psi = L \cdot i$$

где  $\Psi = \sum \Phi_k$ ,  $\Phi_k$  – магнитный поток, сцепляющийся с  $k$ -м витком катушки.

Если все витки  $w$  пронизываются одним и тем же магнитным потоком  $\Phi$ , то её потокосцепление будет равно  $\Psi = w \cdot \Phi$ .

Единицей измерения индуктивности является  $L = \Psi / i = \text{Вб/А} = \text{Гн}$  (генри).



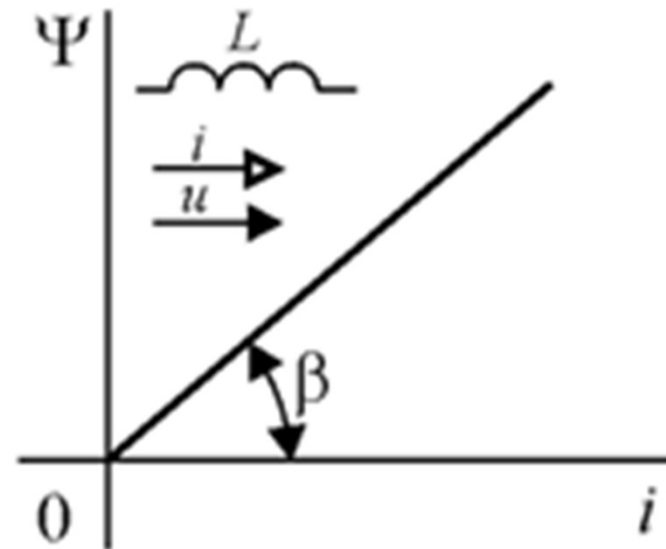
# Пассивные элементы электрической цепи

Связь потокосцепления с током катушки называется вебер-амперной характеристикой (ВБАХ).

Индуктивность  $L$  можно определить по ВБАХ индуктивного элемента как

$$L = \Psi / i = \operatorname{tg}(\beta) \cdot m_{\Psi} / m_i$$

где  $m_{\Psi}$  и  $m_i$  – масштабы осей  $\Psi$  и  $i$  ВБАХ.



## Пассивные элементы электрической цепи

Изменение потокосцепления катушки вызывает появление на её концах ЭДС самоиндукции

$$e_L = - d\Psi/dt = -L \cdot di/dt.$$

Для того чтобы в катушке протекал ток, ЭДС самоиндукции должна уравниваться равным и встречно направленным напряжением

$$u_L = - e_L = L \cdot di/dt$$

Тогда ток в катушке определяется как

$$i = (1/L) \cdot \int u_L dt + i(0),$$

где  $i(0)$  – ток в катушке на момент начала интегрирования.



## Пассивные элементы электрической цепи

*Конденсатор* (ёмкостный элемент) – элемент электрической цепи, в котором происходит накопление энергии в электрическом поле  $W_e = C \cdot u^2 / 2$ . Параметром, характеризующим способность конденсатора накапливать энергию, является *электрическая ёмкость* или просто *ёмкость*  $C$ . Она представляет собой коэффициент, связывающий между собой величину заряда на конденсаторе  $q$  с величиной напряжения на нём  $u$

$$q = C \cdot u$$

Единицей измерения ёмкости является  $C = q / u = \text{Кл/В} = \text{Ф}$  (фарада). Связь заряда на конденсаторе с напряжением на его электродах называется кулон-вольтной характеристикой (КВХ).

## Пассивные элементы электрической цепи

Емкость  $C$  можно определить по КВХ емкостного элемента как

$$C = q / u = \operatorname{tg}(\gamma) \cdot m_q / m_u$$

где  $m_q$  и  $m_u$  – масштабы осей заряда и напряжения КВХ.

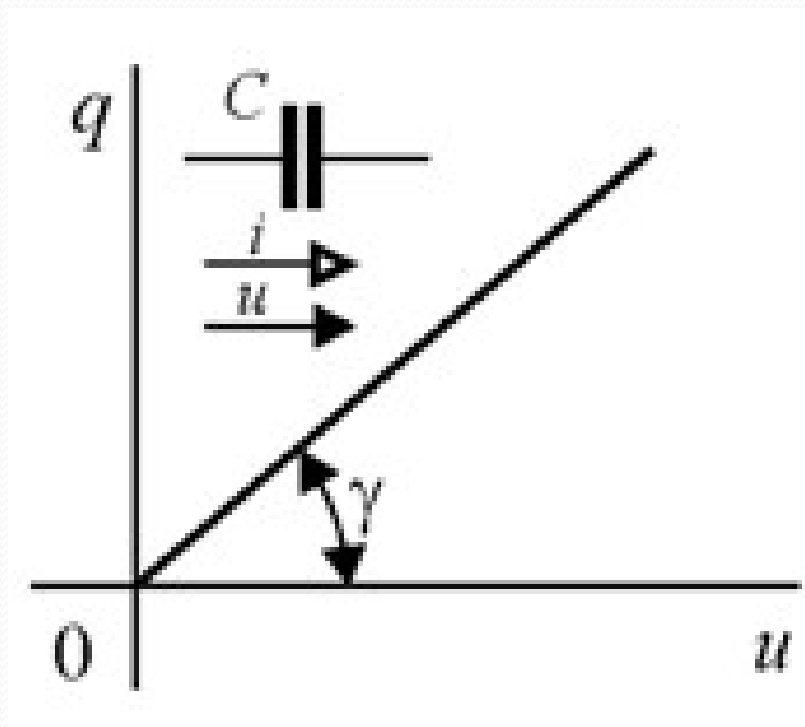
Изменение напряжения на  $C$  вызывает изменение количества зарядов на электродах, т.е. электрический ток

$$i = dq/dt = C \cdot du/dt$$

Тогда напряжение на конденсаторе

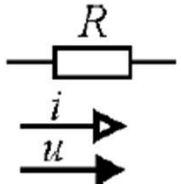
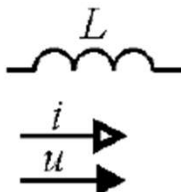
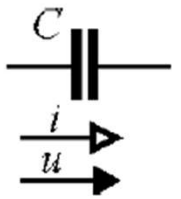
$$u = (1/C) \cdot \int i dt + u(0),$$

где  $u(0)$  – напряжение на конденсаторе на момент начала интегрирования.





## Пассивные элементы электрической цепи

Название элемента цепи	Основной параметр	Условное обозначение	Величина тока	Величина напряжения
Резистор	Сопротивление $R$ [Ом]		$i = u / R$	$u = R \cdot i$
Катушка индуктивности	Индуктивность $L$ [Гн]		$i = \frac{1}{L} \int_0^t u dt + i(0)$	$u = L \frac{di}{dt}$
Конденсатор	Ёмкость $C$ [Ф]		$i = C \frac{du}{dt}$	$u = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + u(0)$

## Активные элементы электрической цепи

Активными элементами электрической цепи являются источники электрической энергии. Свойства источников, как элементов электрической цепи характеризуются ВАХ, называемой для источников энергии *внешней характеристикой* источника. Внешняя характеристика это зависимость выходного напряжения источника от тока, отдаваемого нагрузке.

Если напряжение на выходе источника постоянно и не зависит от тока в нагрузке, то такой источник называется *источником ЭДС* или источником напряжения. Его внешняя характеристика представляет собой горизонтальную линию (линию параллельную оси токов), следовательно, сопротивление источника ЭДС равно 0.





## Активные элементы электрической цепи

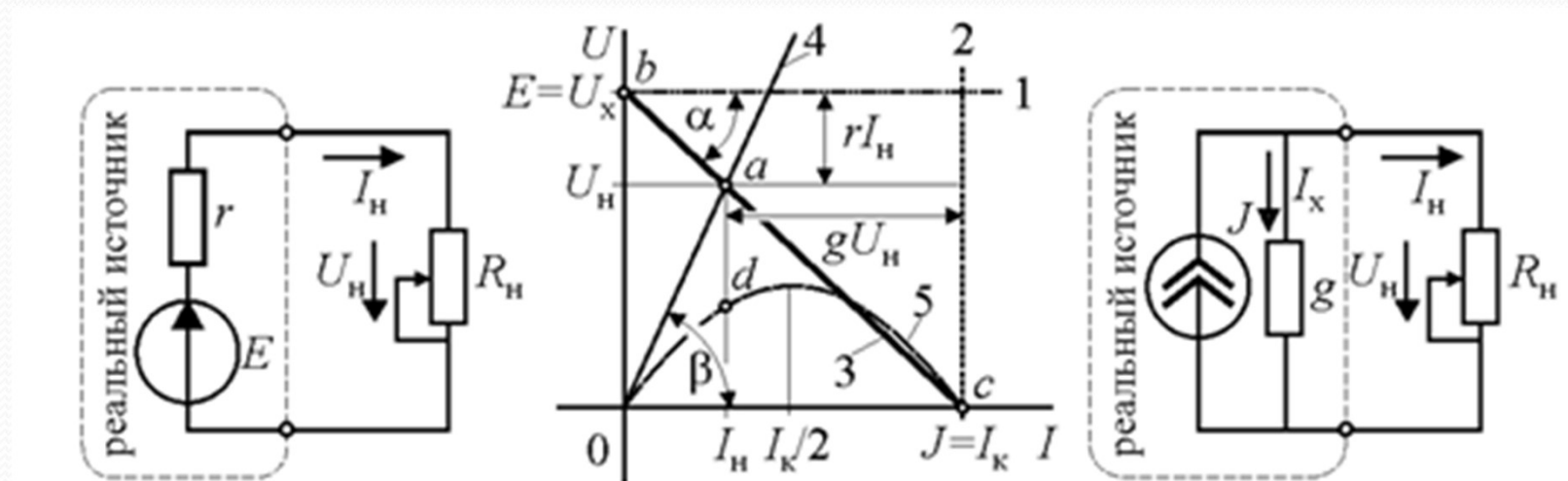
Если значение тока на выходе источника неизменно и не зависит от напряжения, потребляемого нагрузкой, то такой источник называется *источником тока*. Внешняя характеристика такого источника будет вертикальной прямой линией (линией, параллельной оси напряжений), и, следовательно, сопротивление источника тока равно  $\infty$ .



Источники ЭДС и тока называются *идеальными источниками электрической энергии*. Это связано с тем, что в них нет потерь энергии, т.к. их проводимость и сопротивление бесконечны. На самом деле не существует технических устройств, в которых в той или иной форме не происходили бы необратимые преобразования энергии. Однако эти потери можно компенсировать за счёт источников энергии внешних по отношению к рассматриваемой электрической цепи и тогда реальное техническое устройство будет обладать свойствами идеального источника по отношению к нагрузке.

## Активные элементы электрической цепи

Если потери электрической энергии внутри источника не компенсируются, то он имеет наклонную внешнюю характеристику (линия 3). Такие источники часто называют *реальными источниками*. Их схему замещения можно представить в виде источника ЭДС  $E$  и последовательно включённого внутреннего сопротивления  $r$  или в виде источника тока  $J$  и параллельно включенного сопротивления  $r$  (проводимости  $g$ ).





## Активные элементы электрической цепи

Уравнение внешней характеристики в этом случае имеет вид

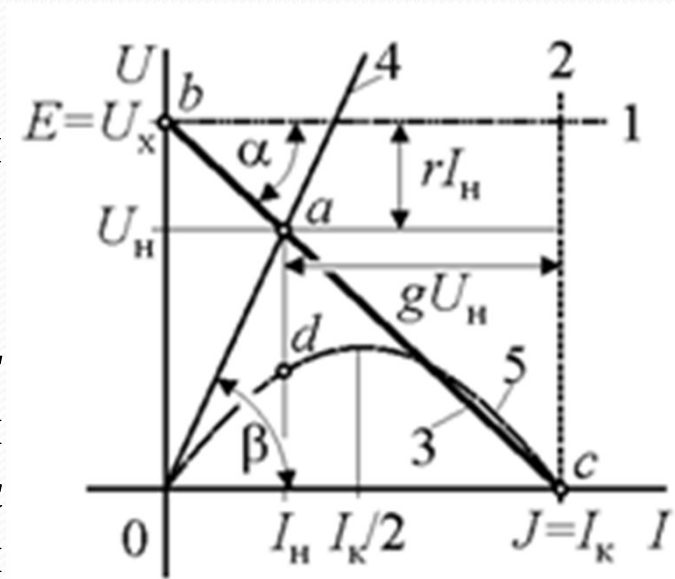
$$U_H = E - r \cdot I_H \quad \text{или} \quad U_H = J \cdot r - r \cdot I_H.$$

Решая его совместно с уравнением нагрузки

$$U_H = R_H \cdot I_H, \quad \text{получим значение тока в цепи}$$

$$I_H = E / (R_H + r) \quad \text{или} \quad I_H = J \cdot r / (R_H + r).$$

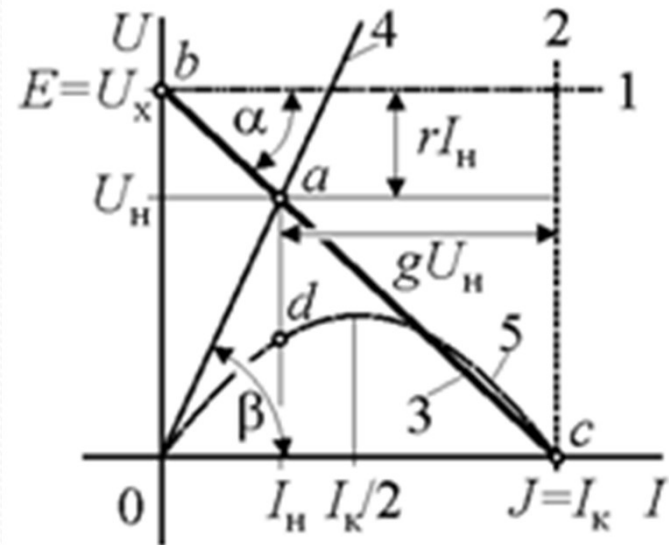
Графически это решение соответствует точке  $a$  пересечения внешней характеристики источника (линия 3) с ВАХ нагрузки (линия 4). При изменении сопротивления нагрузки будет меняться угол  $\beta$  ВАХ и точка  $a$  будет скользить по внешней характеристике, определяя режим работы электрической цепи.



## Активные элементы электрической цепи

При  $R_H = \infty$  ток в цепи равен нулю (рабочая точка  $b$ ) и этот режим работы называется холостым ходом. В режиме холостого хода напряжение на выводах источника  $U_x$  равно  $E$  или  $J \cdot r$ .

При  $R_H = 0$  напряжение на выводах источника равно нулю (рабочая точка  $c$ ) и этот режим работы цепи называется коротким замыканием. В режиме короткого замыкания ток в цепи  $I_K = E/r$  (или  $I_K = J$ ).

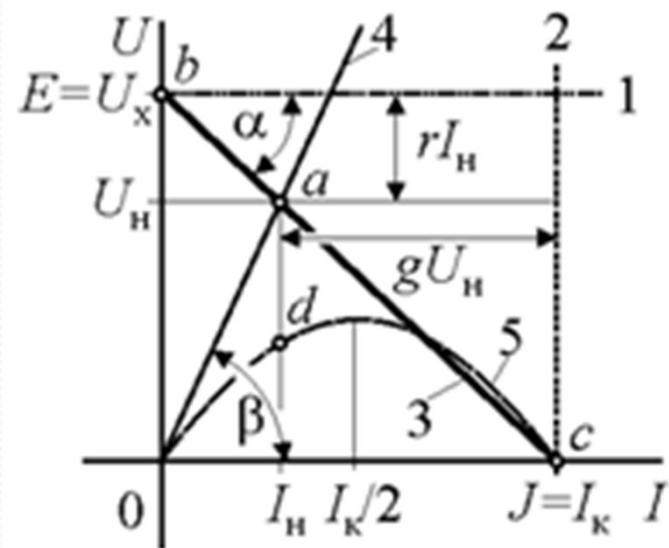




## Активные элементы электрической цепи

На всём остальном множестве точек внешней характеристики источника выделяют два режима работы цепи: номинальный и согласованный. *Номинальный режим* работы это режим, при котором элементы электрической цепи работают в условиях соответствующих данным их проектирования (т.е. с номинальными током, напряжением и мощностью).

*Согласованный режим* работы цепи это режим, при котором источник отдает в нагрузку максимально возможную мощность.

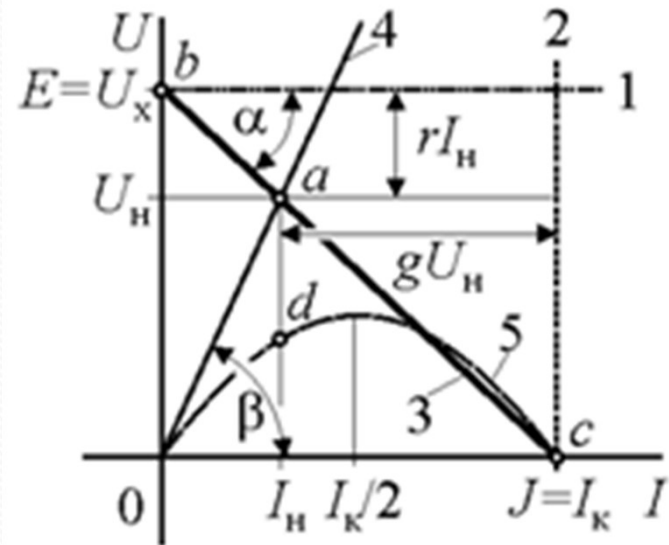


## Активные элементы электрической цепи

Мощность, рассеиваемая на сопротивлении нагрузки

$$P_H = R_H \cdot I_H^2 = R_H \cdot E^2 / (R_H + r)^2 \text{ или } P_H = R_H \cdot r^2 J^2 / (R_H + r)^2$$

Полученная функция (линия 5) имеет максимум, и обращается в нуль при  $R_H = 0$  и  $R_H = \infty$ . Взяв производную  $dP_H/dR_H$  и приравняв её нулю, получим значение сопротивления нагрузки, соответствующее максимуму мощности, т.е.  $R_H = r$ , что соответствует току  $I_H = I_K/2$ .







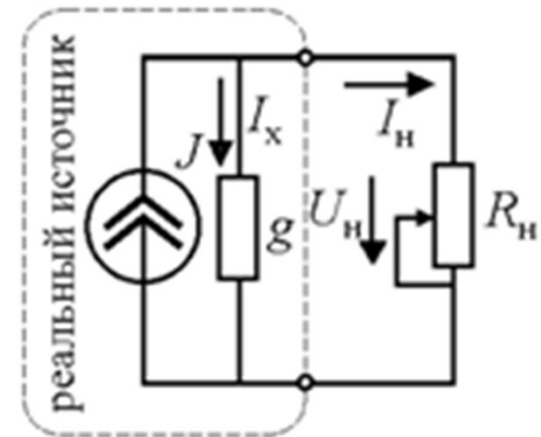
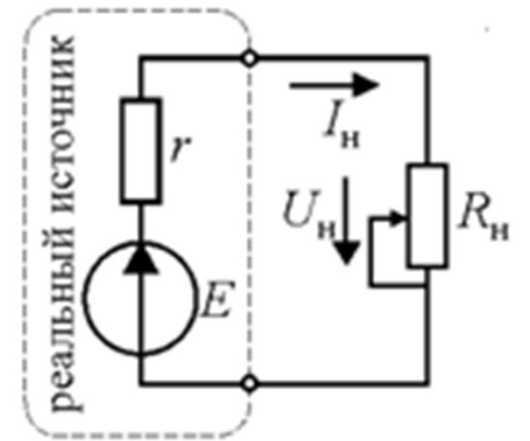
# Активные элементы электрической цепи

Соотношения параметров последовательной и параллельной схем замещения

$$J = E/r, g = 1/r$$

$$E = J/g, r = 1/g$$

Обе схемы по отношению к нагрузке полностью эквивалентны, т.к. эквивалентны их внешние характеристики. Однако сами источники реализованные по этим схемам будут работать по-разному в одинаковых режимах работы нагрузки. Для источника с последовательной схемой замещения режим короткого замыкания будет аварийным, тогда как для источника с параллельной схемой замещения опасен режим холостого хода.





## Активные элементы электрической цепи

С практической точки зрения имеет большое значение задача определения внутренних параметров источника  $E$ ,  $J$  и  $r$ . Их можно определить по данным измерений напряжения и тока в режимах холостого хода и короткого замыкания, но режим короткого замыкания представляет опасность для источников с малым  $r$ , а режим холостого хода для источников с большим  $r$ . Поэтому эти параметры можно определить, измерив ток и напряжение в нагрузке в двух произвольных режимах –  $I_1$ ,  $U_1$ ,  $I_2$ ,  $U_2$ , а затем найти  $E$ ,  $J$  и  $r$

$$r = \left| \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} \right|, E = U_1 - r \cdot I_1 = U_2 - r \cdot I_2, J = E/r.$$

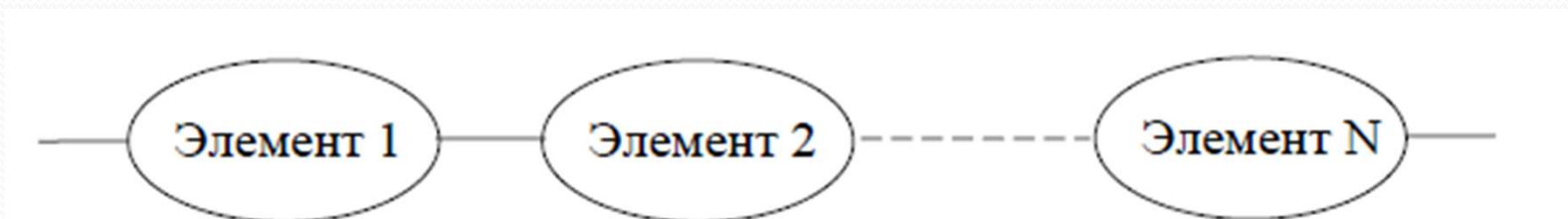
Данные выражения упрощаются, если одним из режимов будет холостой ход ( $I_1=0$ ,  $U_1=U_x=E=J \cdot r$ ) или короткое замыкание ( $I_1=I_k=E/r=J$ ,  $U_1=0$ )

$$r = (U_x - U_2)/I_2, E = U_x, J = E/r \text{ или } r = U_2/(I_k - I_2), E = J \cdot r, J = I_k$$

## Виды соединений элементов в электрических цепях

### Последовательное соединение элементов

Характерная особенность – через все элементы протекает один и тот же ток.

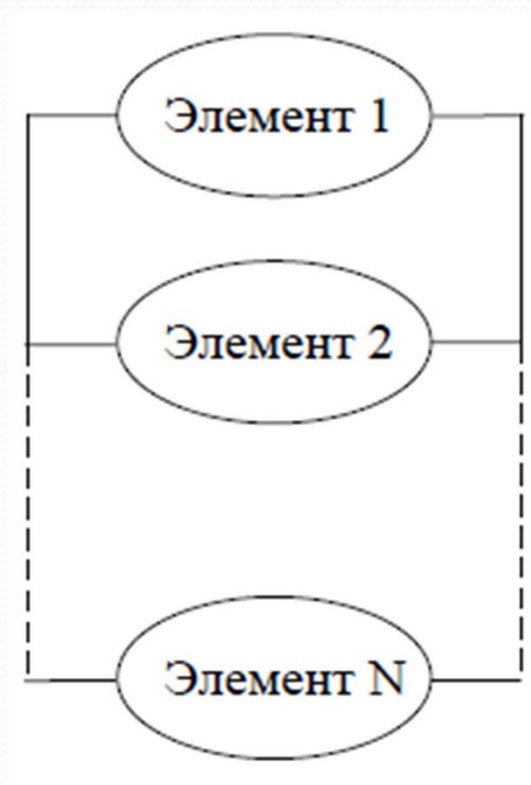




## Виды соединений элементов в электрических цепях

### Параллельное соединение элементов

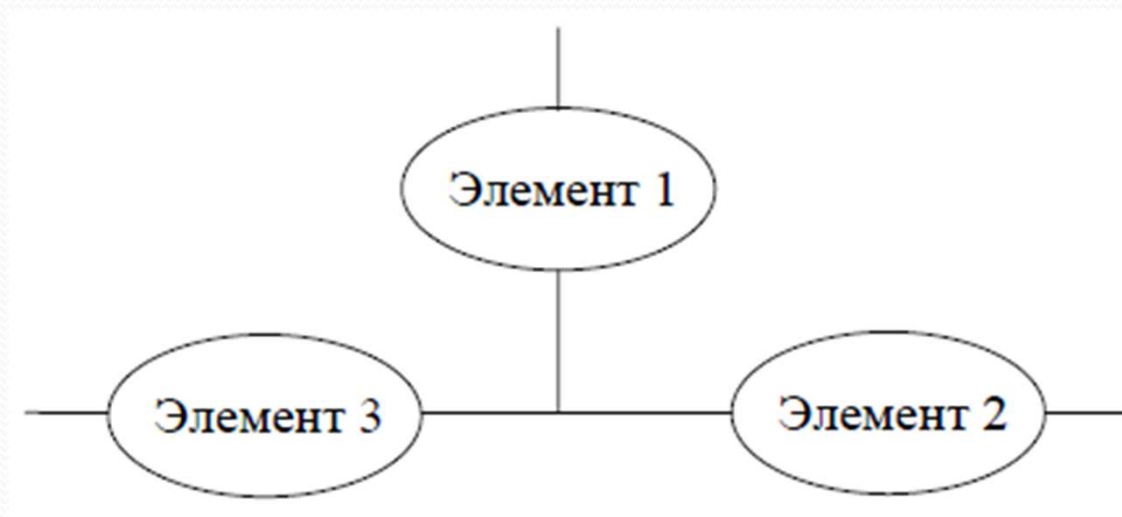
Характерная особенность – ко всем элементам приложено одно и то же напряжение.



## Виды соединений элементов в электрических цепях

### Соединение элементов "звезда"

Характерная особенность – три элемента одними выводными контактами между собой соединены, а другими - НЕ соединены.

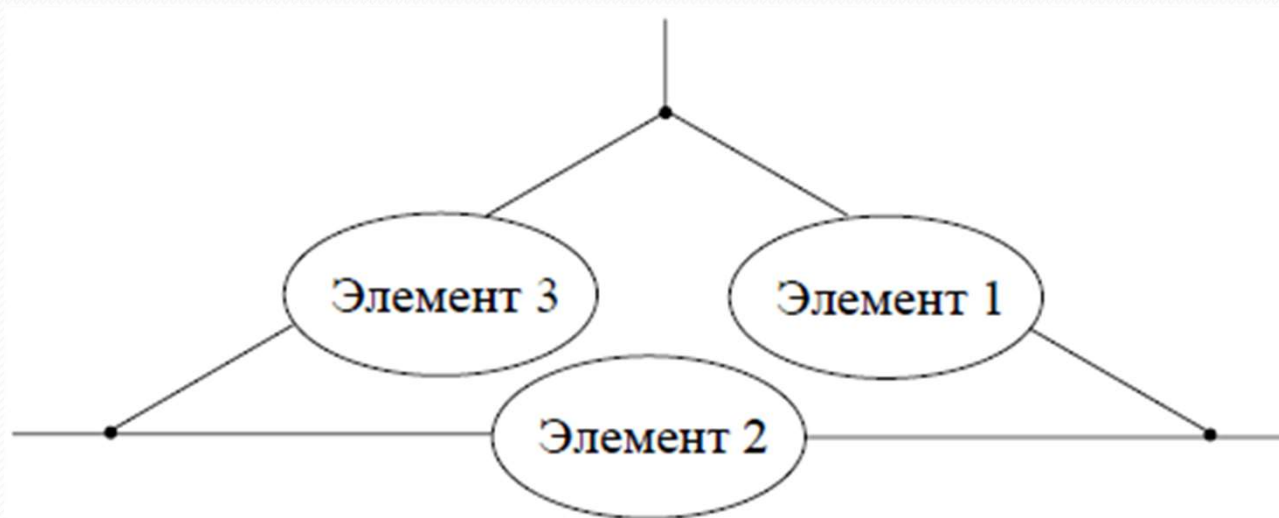




## Виды соединений элементов в электрических цепях

### Соединение элементов "треугольник"

Характерная особенность – три элемента ПОПАРНО между собой соединены выводными контактами.



## Виды соединений элементов в электрических цепях

### Смешанное соединение элементов

ЛЮБАЯ комбинация предыдущих видов соединений.

## Основные законы электрических цепей ПОСТОЯННОГО ТОКА

Основой для расчёта режима работы любой электрической цепи являются **законы Ома и Кирхгофа**. С их помощью, зная параметры элементов электрической цепи можно определить протекающие в ней токи и действующие напряжения. Можно также решить обратную задачу определения параметров цепи, обеспечивающих требуемые токи и напряжения.



## Основные законы электрических цепей постоянного тока

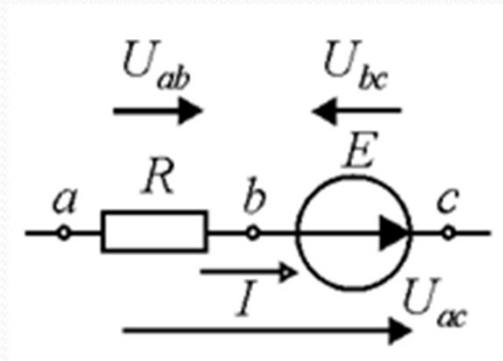
**Закон Ома** устанавливает связь между током и напряжением на участках цепи.

Для любого участка цепи, не содержащего активных элементов справедливо соотношение

$$I = U/R$$

Закон Ома можно записать и для участков цепи, содержащих источник ЭДС. В этом случае его называют *обобщённым законом Ома*. Пусть ток на участке  $ac$  протекает от точки  $a$  к точке  $c$ . Это означает, что потенциал  $\varphi_a$  выше, чем  $\varphi_c$  и напряжение  $U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c > 0$ , т.е. положительное направление  $U_{ac}$  совпадает с направлением тока. Прибавим и вычтем из  $U_{ac}$  потенциал точки  $b$ .

Тогда  $U_{ac} = \varphi_a - \varphi_b + \varphi_b - \varphi_c = U_{ab} + U_{bc}$ .

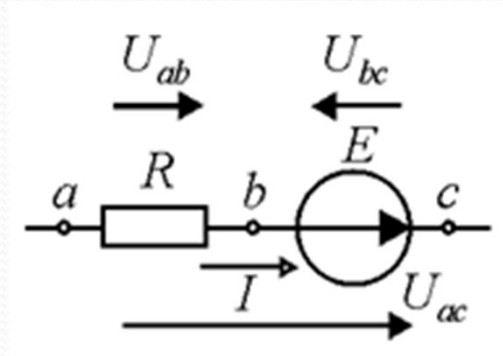


## Основные законы электрических цепей ПОСТОЯННОГО ТОКА

Напряжение  $U_{ab}$  всегда совпадает с направлением тока и равно  $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = R \cdot I$ , а напряжение на выводах источника ЭДС всегда противоположно  $E$ , т.е.  $U_{bc} = \varphi_b - \varphi_c = -E$ . Отсюда  $U_{ac} = R \cdot I - E$ . Если направление действия ЭДС будет противоположным направлению протекания тока, то изменится направление и знак напряжения  $U_{bc} = \varphi_b - \varphi_c = E$ , а напряжение на участке  $ac$  будет равно  $U_{ac} = R \cdot I + E$ . В общем случае  $U_{ac} = R \cdot I \pm E$ , а протекающий ток равен

$$I = (U_{ac} \pm E) / R$$

Положительный знак соответствует согласному направлению тока и ЭДС, а отрицательный встречному.





## Основные законы электрических цепей постоянного тока

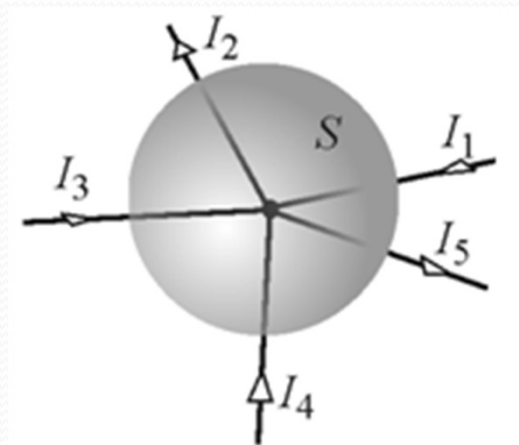
В общем случае участок электрической цепи может содержать  $n$  источников ЭДС и  $m$  резисторов. Тогда, используя тот же ход рассуждений, получим

$$I = (U_{ac} + \sum \pm E_n) / \sum R_m$$

Знак ЭДС в сумме принимается положительным, если её направление совпадает с положительным направлением протекания тока.

**Законы Кирхгофа** являются частным случаем фундаментальных физических законов применительно к электрическим цепям.

**Первый закон Кирхгофа** устанавливает связь между токами ветвей, объединённых в узел электрической цепи, и, по сути, является принципом непрерывности электрического тока.

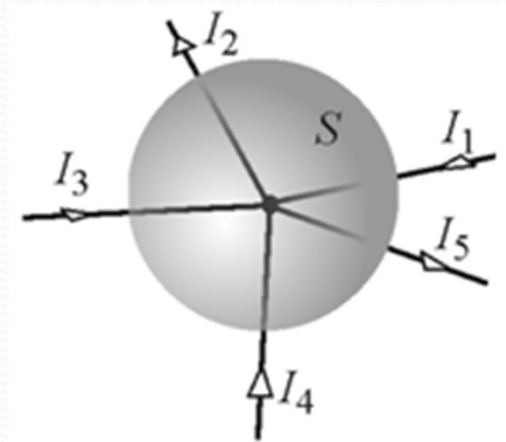


## Основные законы электрических цепей постоянного тока

Поскольку узел является идеальным элементом цепи и в нем не происходит накопления или преобразования энергии, то, мысленно охватив его некоторой замкнутой поверхностью  $S$ , мы можем утверждать, что количество электрических зарядов входящих внутрь этой поверхности за любой промежуток времени, равно количеству зарядов выходящих из неё. Если при этом учесть, что заряды в электрической цепи перемещаются по проводникам и образуют электрический ток, то сказанное выше можно записать в виде

$$\sum \pm i_k = 0.$$

Полученное выражение представляет собой первый закон Кирхгофа, который гласит, что алгебраическая сумма токов в узлах электрической цепи равна нулю.





## Основные законы электрических цепей постоянного тока

**Второй закон Кирхгофа** является одной из форм закона сохранения энергии. Он описывает тот факт, что при обходе контура и возвращении в исходную точку её электрический потенциал остаётся неизменным.

Этот закон можно сформулировать следующим образом: алгебраическая сумма падений напряжения в любом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме действующих в нём ЭДС. Для контура с числом  $m$  резисторов и  $n$  источников ЭДС второй закон Кирхгофа можно записать в виде

$$\sum \pm U_m = \sum \pm E_n.$$

Или с учетом закона Ома

$$\sum \pm R_m I_m = \sum \pm E_n.$$



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!