ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
Модуль «Электротехника»

Переходные процессы в электрических цепях

преподаватель – Никитина Мария Владимировна,
mvnikitina@itmo.ru

Санкт-Петербург – 2021

Коммутация. Законы коммутации. Начальные условия

Коммутация – мгновенное изменение схемы соединения или параметров элементов электрической цепи.

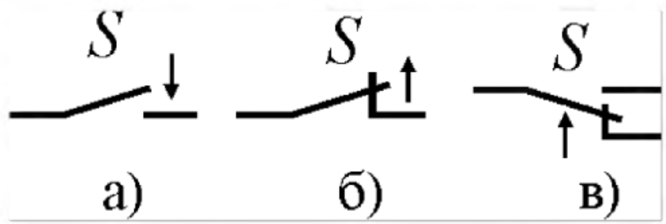


Рис. 1

$t = 0_{-}$ - момент времени непосредственно предшествующий коммутации

$t = 0_{+}$ - момент времени непосредственно следующий за коммутацией

Коммутация. Законы коммутации. Начальные условия

$$p_L = u_L i_L = L\frac{di_L}{dt} i_L \quad (1) \qquad di_L/dt = \infty \Rightarrow p_L = \infty \quad (2)$$

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) \quad (3)$$ - ***первый закон*** *коммутации*

$$p_C = u_C i_C = u_C C\frac{du_C}{dt} = \infty\Big|_{du_C/dt=\infty} \quad (4)$$

$$u_C(0_-) = u_C(0_+) \quad (5)$$ - ***второй закон*** *коммутации*

Значения токов $\boldsymbol{i_L(0_-)}$ и напряжений $\boldsymbol{u_C(0_-)}$ называются ***начальными условиями*** переходного процесса.
Если эти значения равны нулю, то такие условия называются ***нулевыми начальными условиями***.

Классический метод расчета переходных процессов

Неоднородное дифференциальное уравнение относительно какой-либо величины:

$$B_0 \frac{d^n a}{dt^n} + B_1 \frac{d^{n-1} a}{dt^{n-1}} + \ldots + B_{n-1} \frac{da}{dt} + B_n a = C \qquad (6)$$

Порядок уравнения ***n*** не превышает ***числа накопителей энергии*** в цепи!

Решение уравнения – это сумма ***частного решения неоднородного*** уравнения и ***общего решения однородного*** диф. уравнения

$$a = a_{\text{уст}} + a_{\text{св}} \qquad (7)$$

Классический метод расчета переходных процессов

Общее решение однородного диф. уравнения (8) называется ***свободной составляющей***

$$B_0 \frac{d^n a}{dt^n} + B_1 \frac{d^{n-1} a}{dt^{n-1}} + \ldots + B_{n-1} \frac{da}{dt} + B_n a = 0 \quad (8)$$

Свободную составляющую можно представить экспонентой:

$$a_{\text{св}} = Ae^{pt} \quad (9)$$

$$\begin{gathered}\left(B_0 p^n + B_1 p^{n-1} + \ldots + B_{n-1} p + B_n\right) Ae^{pt} = 0 \\ \Downarrow \\ B_0 p^n + B_1 p^{n-1} + \ldots + B_{n-1} p + B_n = 0\end{gathered} \quad (10)$$

Характеристическое уравнение:

$$B_0 p^n + B_1 p^{n-1} + \ldots + B_{n-1} p + B_n = 0$$

Классический метод расчета переходных процессов

Свободная составляющая решения представляет собой сумму ***n*** линейно независимых ***слагаемых***:

$$a_k = A_k e^{p_k t} \quad (11) \qquad a_{св} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t} \quad (12)$$

Если в решении есть ***корни кратности m***, то слагаемые в (12) имеют вид:

$$a_l = A_l e^{p_l t};\ a_{l+1} = tA_{l+1} e^{p_l t};\ldots\ a_{l+m-1} = t^{m-1} A_{l+m-1} e^{p_l t} \quad (13)$$

Если в решении есть ***комплексно сопряжённые пары корней*** (14), то каждой паре корней будет соответствовать слагаемое вида (15)

$$p_{q,q+1} = -\delta_q \pm j\omega_q \quad (14)$$

$$a_q + a_{q+1} = A_q e^{-\delta_q t} \sin(\omega_q t + \psi_q) \quad (15)$$

Классический метод расчета переходных процессов

Постоянные интегрирования $\boldsymbol{A_k}$ и $\boldsymbol{\psi_q}$ находят из начальных условий

Для этого определяют

$$a_{св}(0_+) \qquad a'_{св}(0_+), a''_{св}(0_+), \ldots a^{n-1}_{св}(0_+)$$

дифференцируем ***n*-1** раз

$$a_{св} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$$

$$\begin{aligned} &a_{св}(0_+) = A_1 + A_2 + \ldots A_n \\ &a'_{св}(0_+) = p_1 A_1 + p_2 A_2 + \ldots + p_n A_n \\ &\vdots \\ &a^{(n-1)}_{св}(0_+) = p_1^{n-1} A_1 + p_2^{n-1} A_2 + \ldots + p_n^{n-1} A_n \end{aligned} \qquad (16)$$

и определяем постоянные интегрирования

Переходные процессы в цепи с индуктивным и резистивным элементами

$$u_L + u_R = L\frac{di}{dt} + Ri = e \quad (17)$$

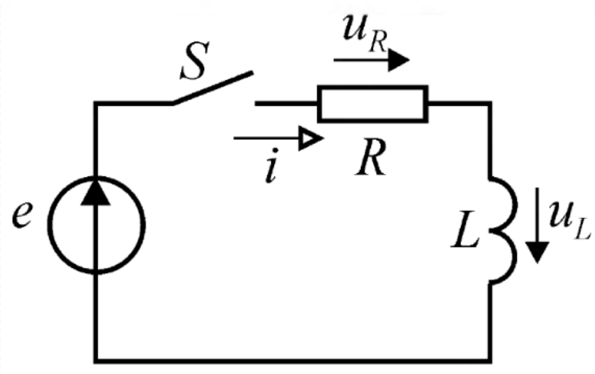


Рис. 2

Общее решение имеет вид

$$i = i_{\text{уст}} + i_{\text{св}} \quad (18)$$

Общее решение однородного уравнения

$$L\frac{di_{\text{св}}}{dt} + Ri_{\text{св}} = 0 \quad (19)$$

Характеристическое уравнение

$$Lp + R = 0 \quad (20)$$

$$p = -R/L \quad (21)$$

Свободная составляющая тока

$$i_{\text{св}} = Ae^{-\frac{R}{L}t} \quad (22)$$

Переходные процессы в цепи с индуктивным и резистивным элементами

Свободная составляющая тока

$$i_{св} = Ae^{-\frac{R}{L}t} \qquad (22)$$

$$i_{св} = Ae^{-t/\tau} \qquad (23)$$

Постоянная времени

$$\tau = \left|1/p\right| = L/R \qquad (24)$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2Li^2}{2Ri^2} = 2\frac{w_М}{p} \qquad (25)$$

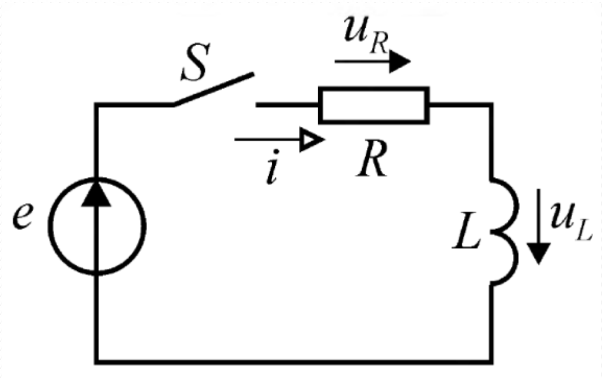


Рис. 2

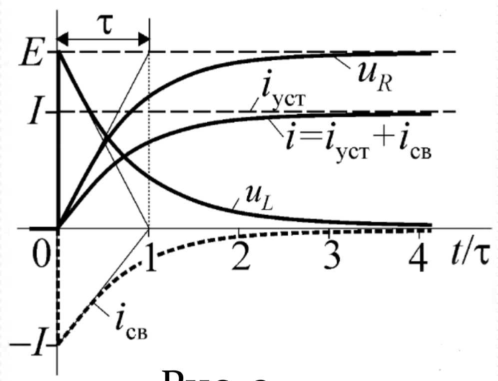


Рис. 3

τ определяет неизменное ***соотношение между энергией*** в магнитном поле катушки индуктивности ***и скоростью её преобразования*** в активном сопротивлении

Переходные процессы в цепи с индуктивным и резистивным элементами

$$i = i_{\text{уст}} + i_{\text{св}}$$

$$i\left(0_-\right) = i\left(0_+\right) = i_{\text{уст}}\left(0_+\right) + i_{\text{св}}\left(0_+\right) = i_{\text{уст}}\left(0_+\right) + A \Rightarrow A = i\left(0_-\right) - i_{\text{уст}}\left(0_+\right) \quad (26)$$

Подключение цепи к источнику постоянной ЭДС

$$di_{\text{уст}}/dt = 0$$

$$u_L + u_R = L\frac{di}{dt} + Ri = e$$

$$Ri_{\text{уст}} = E \quad (27)$$

$$i_{\text{уст}} = E/R \quad (28)$$

$$i_{\text{св}} = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i = i_{\text{уст}} + i_{\text{св}}$$

$$i = i_{\text{уст}} + i_{\text{св}} = \frac{E}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t} \quad (29)$$

Постоянная интегрирования

$$A = -E/R \quad (30)$$

Подключение цепи к источнику постоянной ЭДС

$$i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = I\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad (31)$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = Ee^{-t/\tau}; \quad u_R = Ri = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad (32)$$

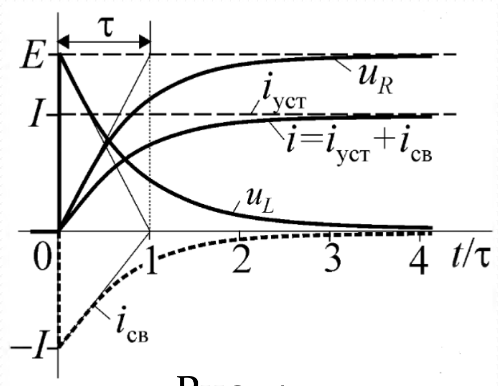


Рис. 4

$$W_{М} = Li^2/2$$

$$p_R = Ri^2 = \frac{E^2}{R}\left(1 - 2e^{-t/\tau} + e^{-2t/\tau}\right) \quad (33)$$

$$p_L = u_L i = \frac{E^2}{R}\left(e^{-t/\tau} - e^{-2t/\tau}\right) \quad (34)$$

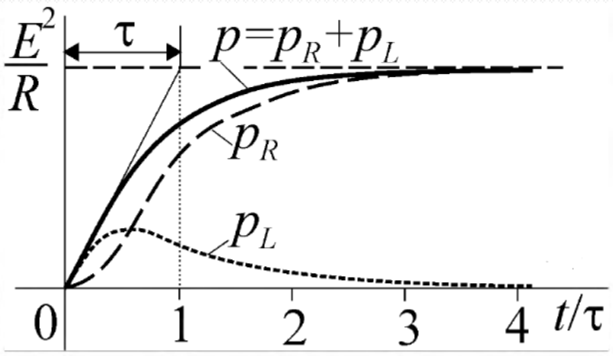


Рис. 5

Отключение цепи от источника постоянной ЭДС

$$u_L + u_R + u_r = L\frac{di_{св}}{dt} + (R + r)i_{св} = 0 \quad (35)$$

$$Lp + (R + r) = 0 \quad (36)$$

$$p = -(R + r)/L \quad (37)$$

$$\tau = L/(R + r) \quad (38)$$

$$i(0_-) = i(0_+) = E/R \quad (39)$$

$$A = i(0_-) = E/R \quad (40)$$

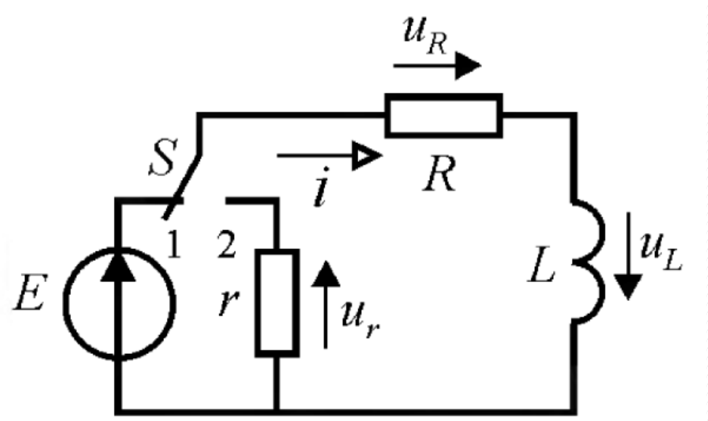


Рис. 6

Ток в цепи после коммутации

$$i = \frac{E}{R}e^{-\frac{R+r}{L}t} = Ie^{-t/\tau} \quad (41)$$

Отключение цепи от источника постоянной ЭДС

Ток в цепи после коммутации

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{R+r}{L}t} = Ie^{-t/\tau} \quad (41)$$

ЭДС самоиндукции

$$e = -L\frac{di}{dt} = \frac{R+r}{R} Ee^{-t/\tau} \quad (42)$$

$$e(0_+) = (R+r)E/R \quad (43)$$

$$u_r(0_+) = ri(0_+) = Er/R \quad (44)$$

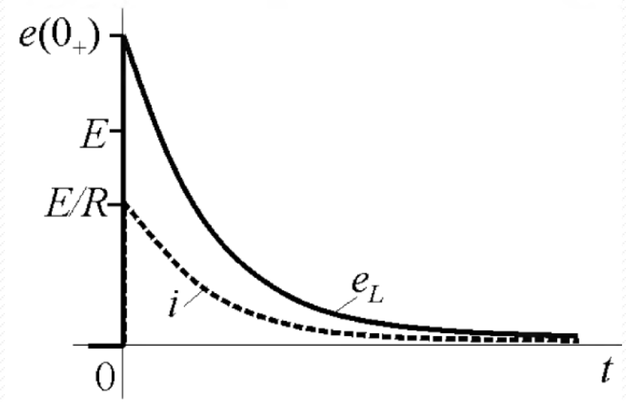


Рис. 7

ЭДС самоиндукции превосходит ЭДС источника в **(1 + *r*/*R*)** раз

Отключение цепи с индуктивным элементом от источника постоянной ЭДС

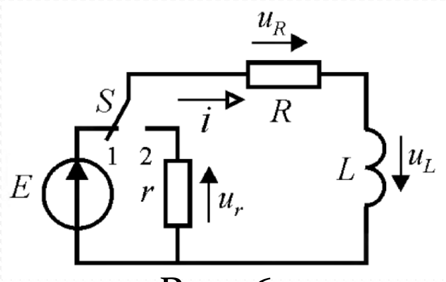


Рис. 6

$$e(0_+) = (R + r)E/R \quad (43)$$

$$u_r(0_+) = ri(0_+) = Er/R \quad (44)$$

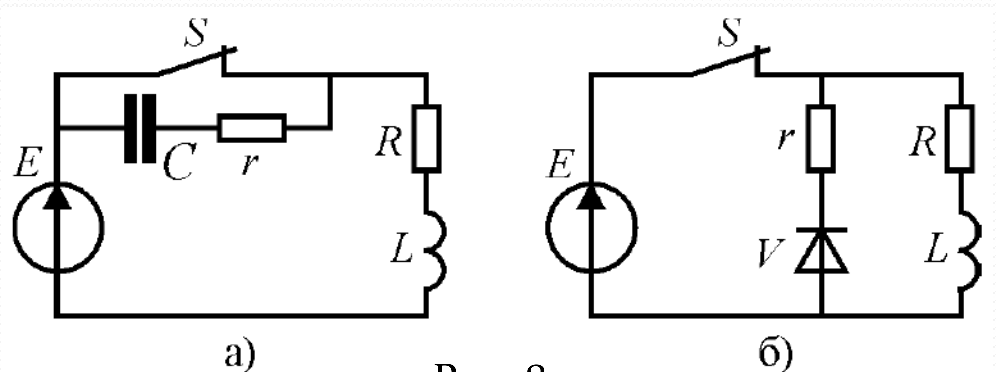


Рис. 8

Переходные процессы в цепи с ёмкостным и резистивным элементами

$$u_R + u_C = RC\frac{du_C}{dt} + u_C = e \quad (45)$$

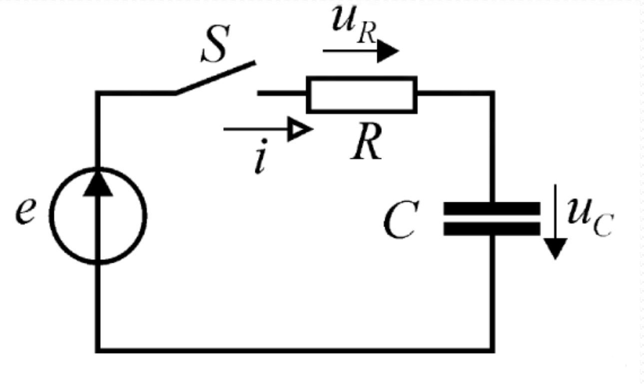


Рис. 9

Общее решение уравнения

$$u_C = u_{\text{уст}} + u_{\text{св}} \quad (46)$$

Общее решение однородного уравнения

$$RC\frac{du_{\text{св}}}{dt} + u_{\text{св}} = 0 \quad (47)$$

Характеристическое уравнение

$$RCp + 1 = 0 \quad (48)$$

$$p = -1/(RC) \quad (49)$$

Свободная составляющая напряжения

$$u_{\text{св}} = Ae^{-\frac{1}{RC}} = Ae^{-t/\tau} \quad (50)$$

Переходные процессы в цепи с ёмкостным и резистивным элементами

Свободная составляющая напряжения

$$u_{\text{св}} = Ae^{-\frac{1}{RC}} = Ae^{-t/\tau} \quad (50)$$

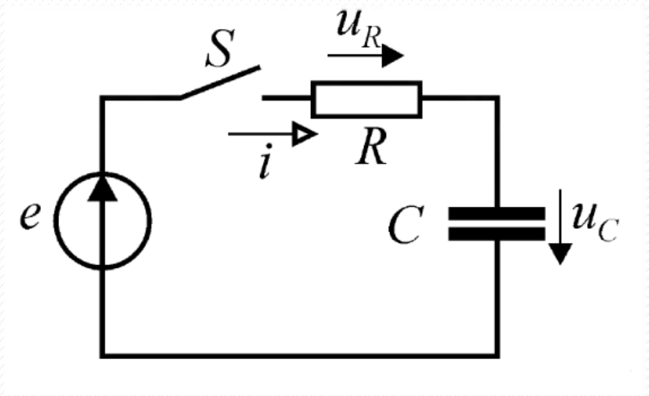


Рис. 9

$$\tau = RC = 2\frac{R}{u_C^2} \cdot \frac{Cu_C^2}{2} = 2\frac{w_э}{p} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} u_C(0_-) &= u_C(0_+) = u_{\text{уст}}(0_+) + u_{\text{св}}(0_+) = \\ &= u_{\text{уст}}(0_+) + A \Rightarrow A = u_C(0_-) - u_{\text{уст}}(0_+) \end{aligned} \quad (52)$$

Подключение цепи к источнику постоянной ЭДС

$$e = E = \text{const} \qquad RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E \quad (53)$$

$$du_{\text{уст}}/dt = 0 \qquad u_{\text{уст}} = E \quad (54)$$

$$u_C = u_{\text{уст}} + u_{\text{св}} = E + Ae^{-t/\tau} \quad (55)$$

$$A = u_C(0_-) - u_{\text{уст}}(0_+)$$

$$u_C(0_-) = U_0$$

$$A = U_0 - E \quad (56)$$

$$u_C = E - (E - U_0)e^{-t/\tau} = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) + U_0 e^{-t/\tau} \quad (57)$$

Подключение цепи к источнику постоянной ЭДС

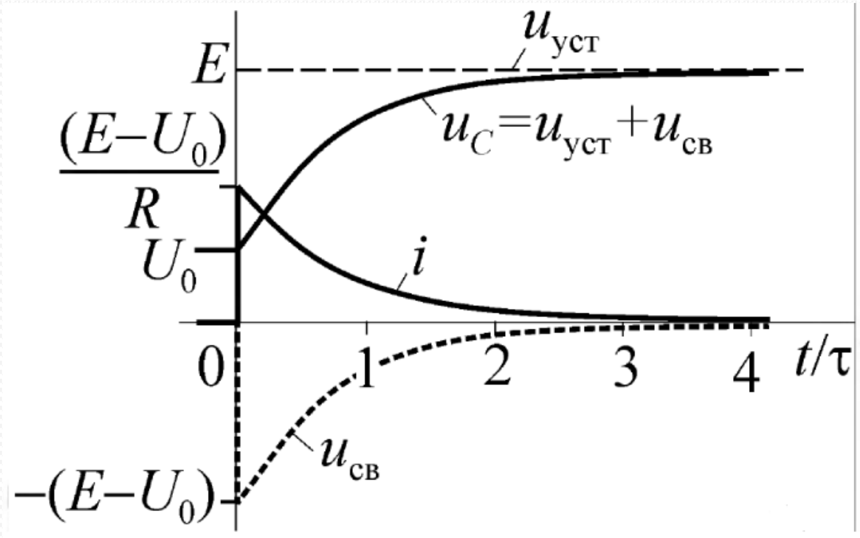


Рис. 10

$$u_C = E - \left(E - U_0\right)e^{-t/\tau} = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) + U_0 e^{-t/\tau} \quad (57)$$

$$i = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E - U_0}{R}e^{-t/\tau} \quad (58)$$

Подключение цепи к источнику постоянной ЭДС

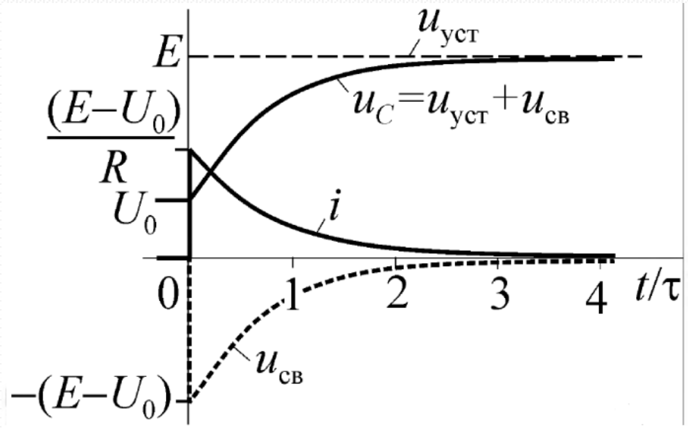


Рис. 10

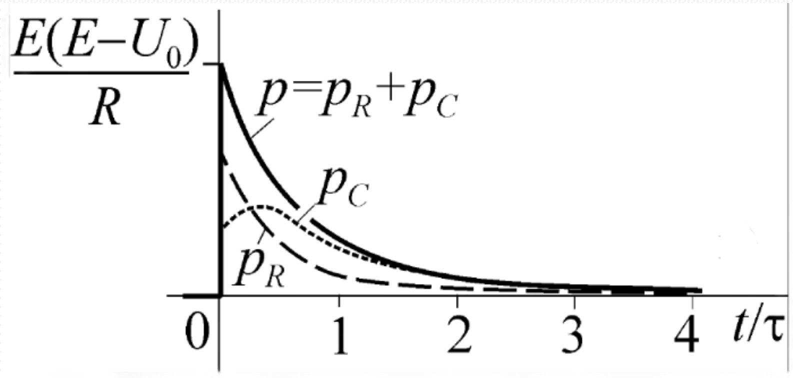


Рис. 11

$$w_э = Cu_C^2/2 \qquad W_{э1} = CU_0^2/2 \qquad W_{э1} = CE^2/2$$

$$p_R = Ri^2 = \frac{(E-U_0)^2}{R} e^{-2t/\tau} \qquad (59)$$

Мощность расходуемая на формирование электрического поля

$$p_C = u_C i = \frac{E-U_0}{R}\left[Ee^{-t/\tau} - (E-U_0)e^{-2t/\tau}\right] \qquad (60)$$

Разрядка конденсатора через резистор

$$u_C(0_-) = u_C(0_+) = E \qquad W_э = CE^2/2$$

$$u_{св} = Ae^{pt}$$

$$(R+r)C\frac{du_{св}}{dt} + u_{св} = 0 \quad (61)$$

$$(R+r)Cp + 1 = 0 \quad (62)$$

$$p = -1/\left[(R+r)C\right] \quad (63)$$

$$\tau = (R+r)C \quad (64)$$

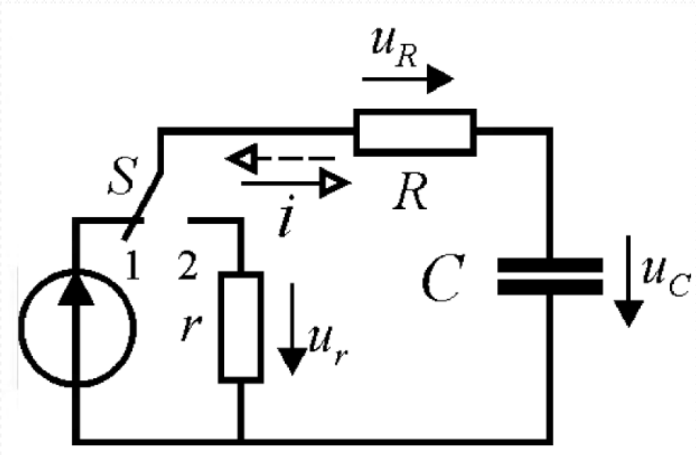


Рис. 12

$$A = u_C(0_-) - u_{уст}(0_+)$$

$$A = E \quad (65)$$

Напряжение на ёмкостном элементе

$$u_C = Ee^{-\frac{t}{(R+r)C}} = Ee^{-t/\tau} \quad (66)$$

Разрядка конденсатора через резистор

Напряжение на ёмкостном элементе

$$u_C = Ee^{-\frac{t}{(R+r)C}} = Ee^{-t/\tau} \qquad (66)$$

Ток в цепи

$$i = -C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R+r}e^{-t/\tau} \qquad (67)$$

$$i(0_+) = E/(R+r) \qquad (68)$$

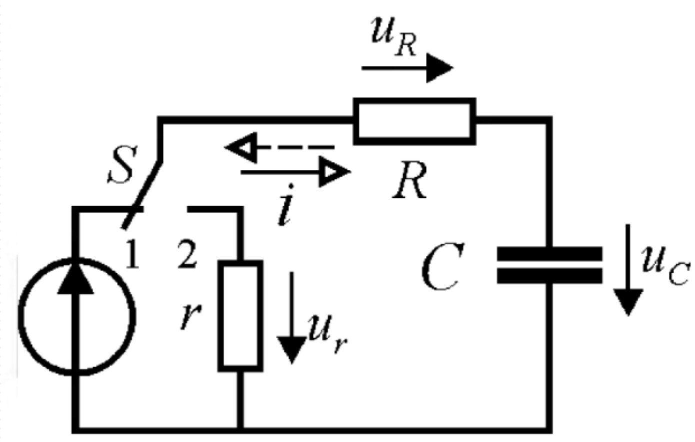


Рис. 12

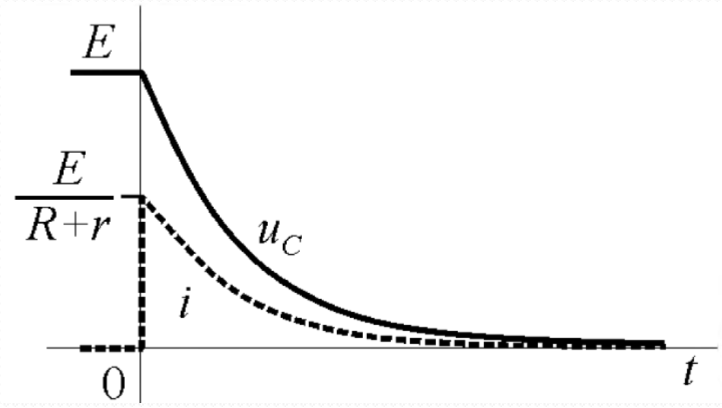


Рис. 13

Переходные процессы при периодической коммутации в цепи с индуктивным элементом

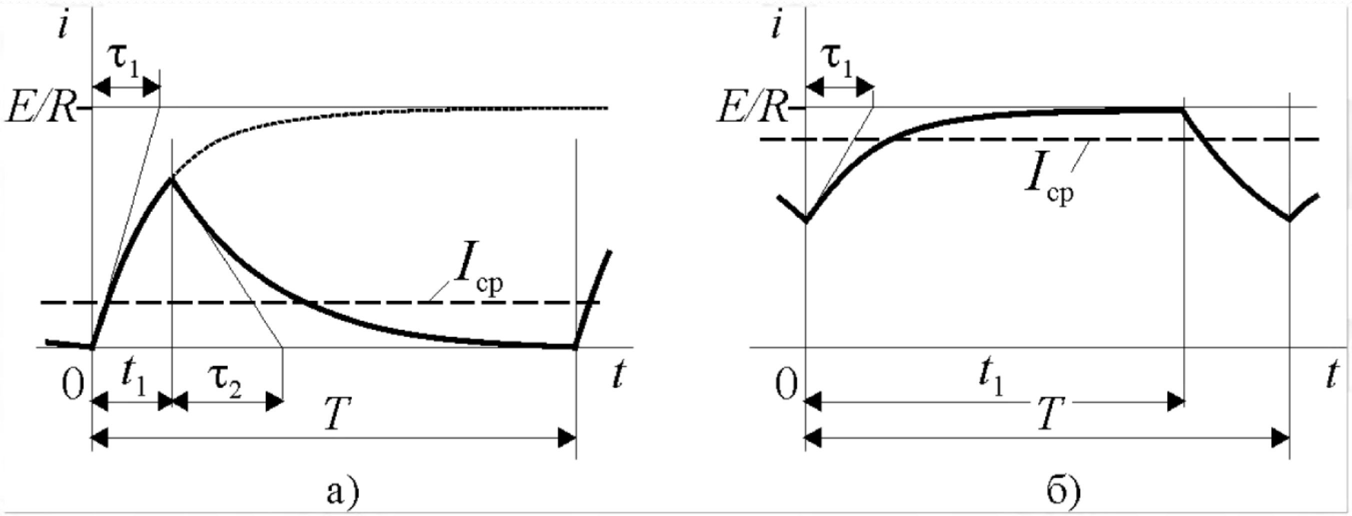


Рис. 14

$$0 \le \gamma = t_1/T \le 1{,}0$$

$$\tau_1 = L/R \qquad \tau_2 = L/(R + r)$$

Переходные процессы при периодической коммутации в цепи с ёмкостным элементом

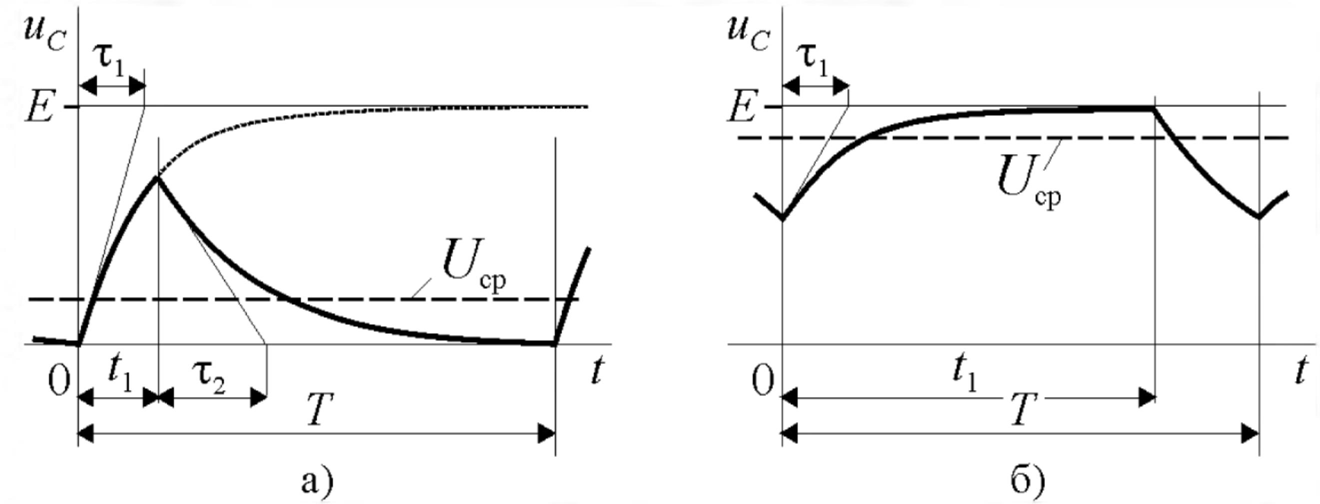


Рис. 15

$$\tau_1 = RC$$

$$w_э = Cu_{C1}(t_1)^2/2 \quad (69)$$

$$\tau_2 = (R + r)C$$

$$0 < u_{C1}(0_+) = u_{C2}(T - t_1) < E$$

Разрядка конденсатора через катушку индуктивности

$$u_R + u_L - u_C = Ri + L\frac{di}{dt} - u_C = 0 \quad (70)$$

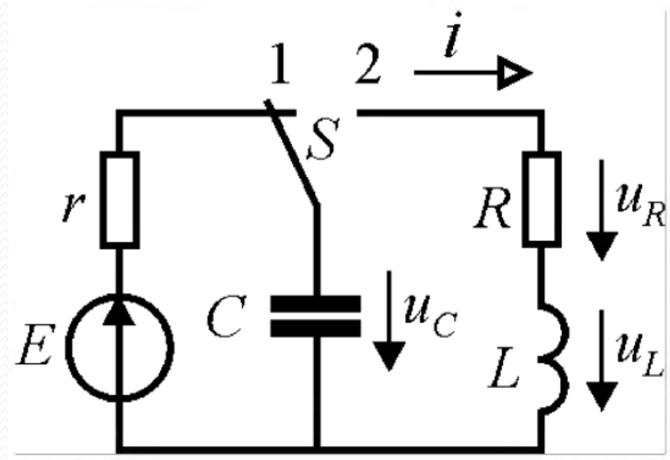


Рис. 16

$$i = -C\frac{du_C}{dt}$$

$$L\frac{d^2u_C}{dt^2} + R\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{C} = 0 \quad (71)$$

$$Lp^2 + Rp + 1/C = 0 \quad (72)$$

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = \delta\left[-1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2\rho}{R}\right)^2}\right] \quad (73)$$

Разрядка конденсатора через катушку индуктивности

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = \\ = \delta\left[-1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2\rho}{R}\right)^2}\right] \quad (73)$$

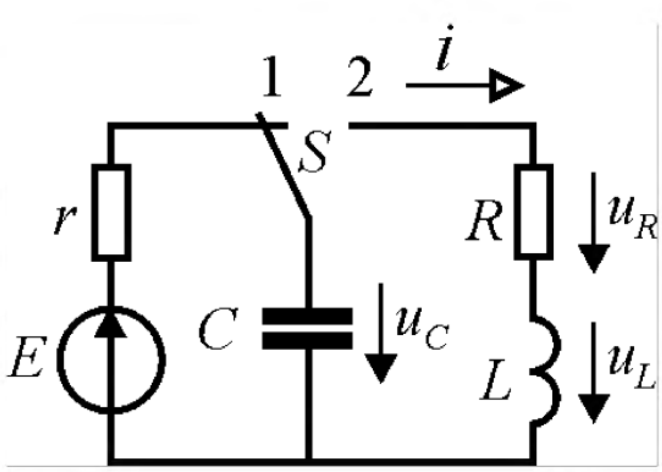


Рис. 16

$\delta = \dfrac{R}{2L}$ - коэффициент затухания

$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$ - резонансная частота

$\rho = \sqrt{L/C}$ - характеристическое сопротивление контура разрядки

Разрядка конденсатора через катушку индуктивности

$$L\frac{d^2u_C}{dt^2} + R\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{C} = 0 \quad (71)$$

$$u_C = A_1e^{p_1t} + A_2e^{p_2t} \quad (74)$$

$$i = -C\frac{du_C}{dt} = -C\left(p_1A_1e^{p_1t} + p_2A_2e^{p_2t}\right) \quad (75)$$

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = \delta\left[-1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2\rho}{R}\right)^2}\right] \quad (73)$$

$R > 2\rho$ $\qquad \tau_1 = |1/p_1| > \tau_2 = |1/p_2|$

Разрядка конденсатора через катушку индуктивности

$$R < 2\rho \qquad p_{1,2} = -\delta \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta \pm j\omega_c$$

$$\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$u_C = e^{-\delta t}\left(A_1 e^{j\omega_c t} + A_2 e^{-j\omega_c t}\right); \quad (76)$$

$$i = -Ce^{-\delta t}\left[-\delta\left(A_1 e^{j\omega_c t} + A_2 e^{-j\omega_c t}\right) + j\omega_c\left(A_1 e^{j\omega_c t} - A_2 e^{-j\omega_c t}\right)\right] \quad (77)$$

Апериодический переходный процесс

$$L\frac{d^2u_C}{dt^2}+R\frac{du_C}{dt}+\frac{u_C}{C}=0 \quad (71)$$

$$u_C(0\_)=u_C(0+)=E$$
$$i(0\_)=i(0+)=0$$

$$u_C=A_1e^{p_1t}+A_2e^{p_2t} \quad (74)$$

$$i=-C\frac{du_C}{dt}=-C\left(p_1A_1e^{p_1t}+p_2A_2e^{p_2t}\right) \quad (75)$$

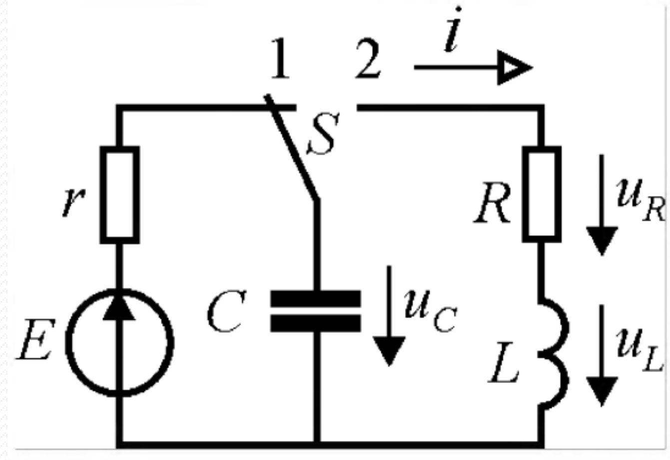


Рис. 16

$$A_1+A_2=E$$
$$p_1A_1+p_2A_2=0$$

$$u_C(0\_)=E=u_C(0+)=A_1+A_2 \quad (78)$$
$$i(0\_)=0=i(0+)=-C(p_1A_1+p_2A_2) \quad (79)$$

$$A_1=-\frac{p_2E}{p_1-p_2};\quad A_2=\frac{p_1E}{p_1-p_2}$$

Апериодический переходный процесс

$$u_C = \frac{E}{p_1 - p_2}\left(p_1 e^{p_2 t} - p_2 e^{p_1 t}\right) \quad (80)$$

$$i = \frac{E}{L\left(p_1 - p_2\right)}\left(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}\right) \quad (81)$$

$$u_L = \frac{E}{p_1 - p_2}\left(p_2 e^{p_2 t} - p_1 e^{p_1 t}\right) \quad (82)$$

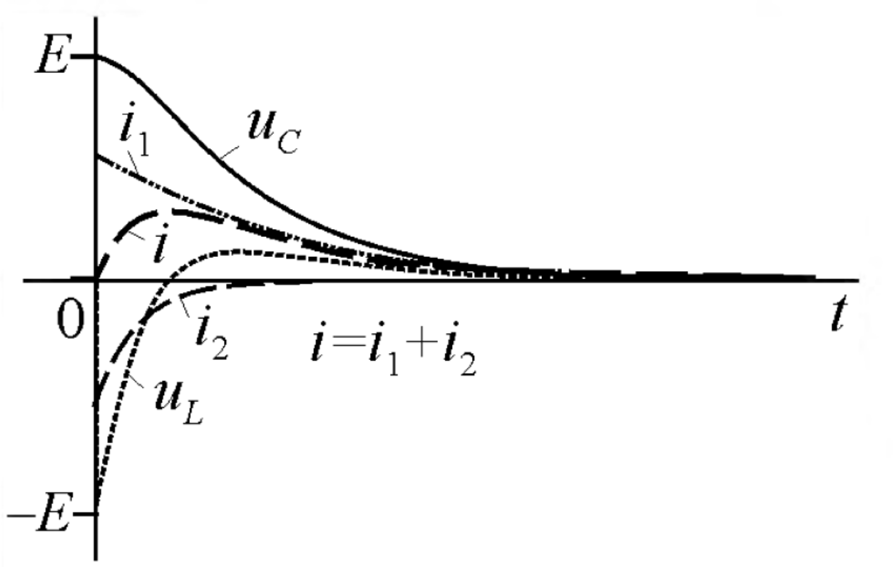


Рис. 17

Колебательный переходный процесс

$$u_C(0\_) = u_C(0+) = E$$

$$i(0\_) = i(0+) = 0$$

$$u_C = e^{-\delta t}\left(A_1 e^{j\omega_c t} + A_2 e^{-j\omega_c t}\right); \quad (76)$$

$$i = -Ce^{-\delta t}\left[-\delta\left(A_1 e^{j\omega_c t} + A_2 e^{-j\omega_c t}\right) + j\omega_c\left(A_1 e^{j\omega_c t} - A_2 e^{-j\omega_c t}\right)\right] \quad (77)$$

$$A_1 + A_2 = E \quad (83)$$

$$\delta\left(A_1 + A_2\right) - j\omega_c\left(A_1 - A_2\right) = 0 \quad (84)$$

$$A_1 = \frac{E}{2\omega_c}(\omega_c - j\delta); \quad A_2 = \frac{E}{2\omega_c}(\omega_c + j\delta)$$

Колебательный переходный процесс

$$u_C = \frac{E}{\omega_c} e^{-\delta t} \left(\omega_c \cos \omega_c t + \delta \sin \omega_c t \right) \quad (85)$$

$$i = \frac{E}{\omega_c L} e^{-\delta t} \sin \omega_c t \quad (86)$$

$$u_L = \frac{E}{\omega_c} e^{-\delta t} \left(\omega_c \cos \omega_c t - \delta \sin \omega_c t \right) \quad (87)$$

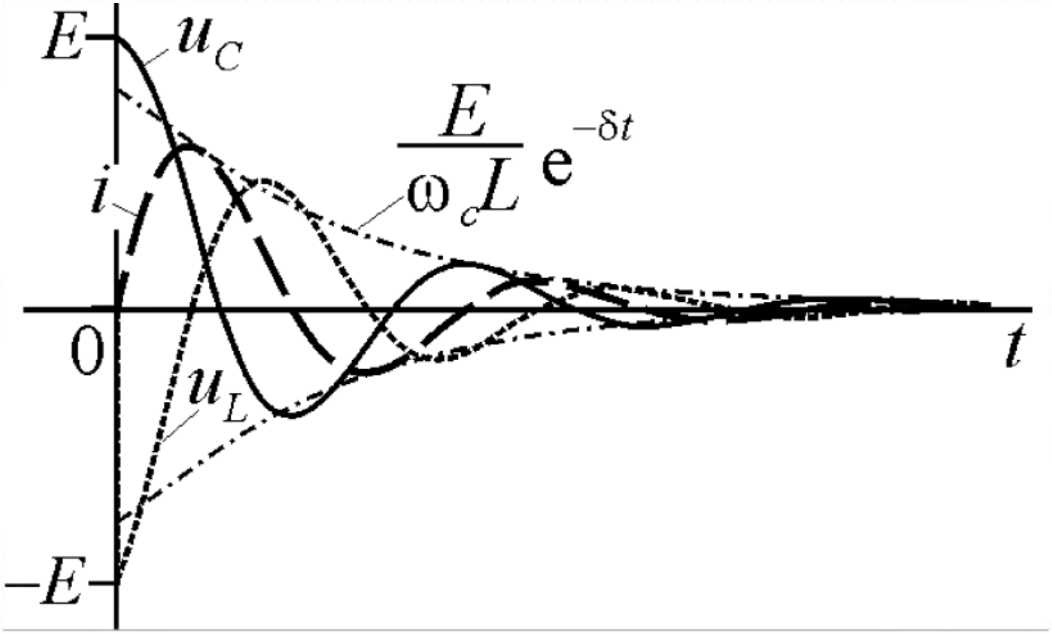


Рис. 18

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
Модуль «Электротехника»

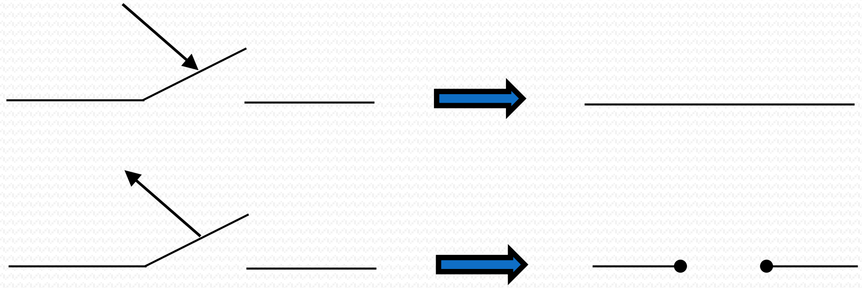
Алгоритмы расчета переходных процессов в цепях первого порядка

преподаватель – Никитина Мария Владимировна,
mvnikitina@itmo.ru

Санкт-Петербург – 2021

Алгоритм расчета **классическим методом**

1. Составить цепь, сложившуюся после коммутации. Цепь формируется из исходной путем замены



Используя законы Ома, Кирхгофа, электромагнитной индукции и т.д. составить систему дифференциальных уравнений. Исключением переменных свести систему к ***неоднородному*** дифференциальному уравнению (относительно i_L либо u_C) вида

$$B_0 \frac{d^n a}{dt^n} + B_1 \frac{d^{n-1} a}{dt^{n-1}} + \ldots + B_{n-1} \frac{da}{dt} + B_n a = C$$

Алгоритм расчета **классическим методом**

2. Решить ***неоднородное*** дифференциальное уравнение, т.е. определить i_L либо u_C

Решение уравнения ищут в виде суммы частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного дифференциального уравнения $a = a_{уст} + a_{св}$

Частное решение $a_{уст}$ определяют, используя методы расчёта цепей в установившемся режиме.

Общее решение уравнения $a_{св}$ определяется путем решения ***однородного*** уравнения

$$B_0 \frac{d^n a}{dt^n} + B_1 \frac{d^{n-1} a}{dt^{n-1}} + \ldots + B_{n-1} \frac{da}{dt} + B_n a = 0$$

Алгоритм расчета **классическим методом**

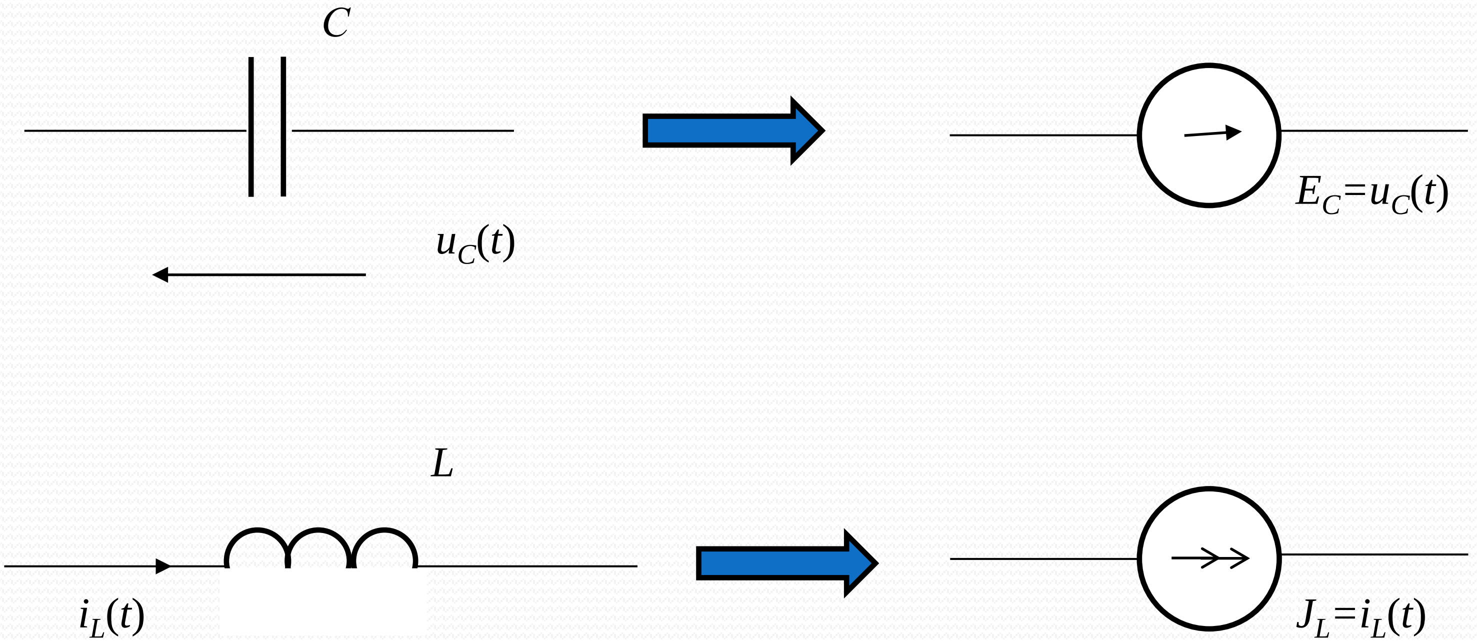
и представляет собой

$$a_{\text{св}} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$$

где p_k – k-ый корень характеристического уравнения, составленного путем замены в ***однородном*** уравнении производных на p^k, k – порядок соответствующей производной.

Алгоритм расчета **классическим методом**

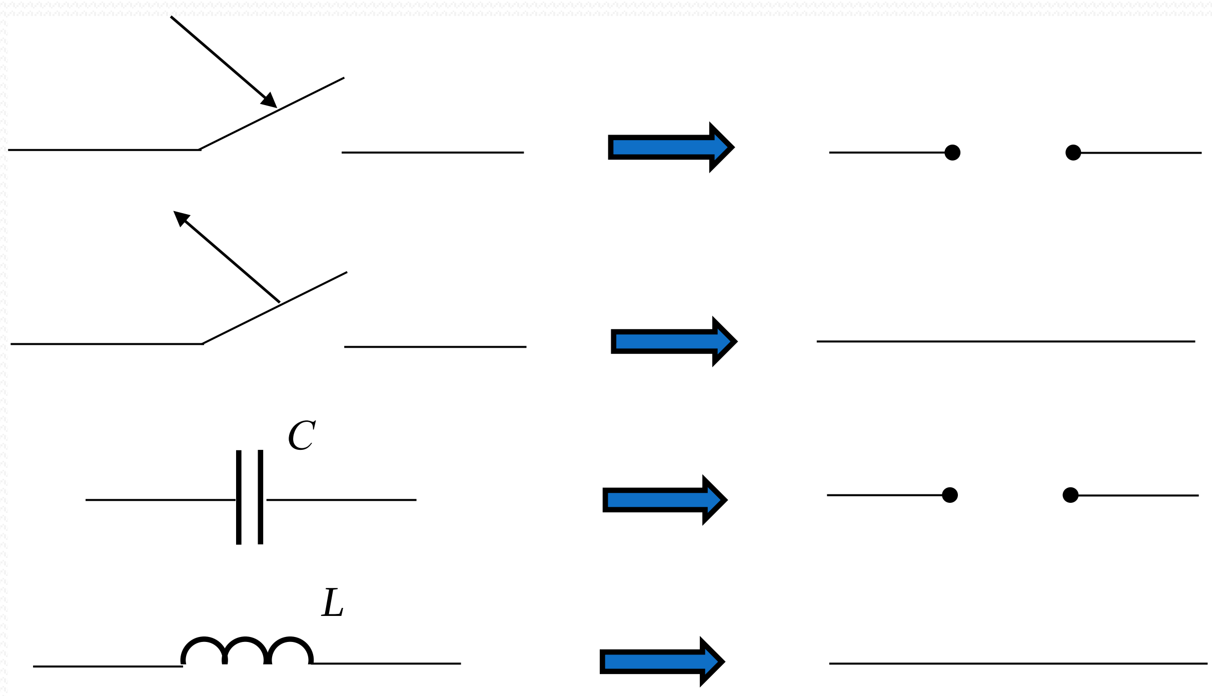
3. Для отыскания иных (кроме найденной) величин в цепи, сложившейся после коммутации, заменяют



и используя законы Ома, Кирхгофа, электромагнитной индукции и т.д. определяют требуемые токи и напряжения.

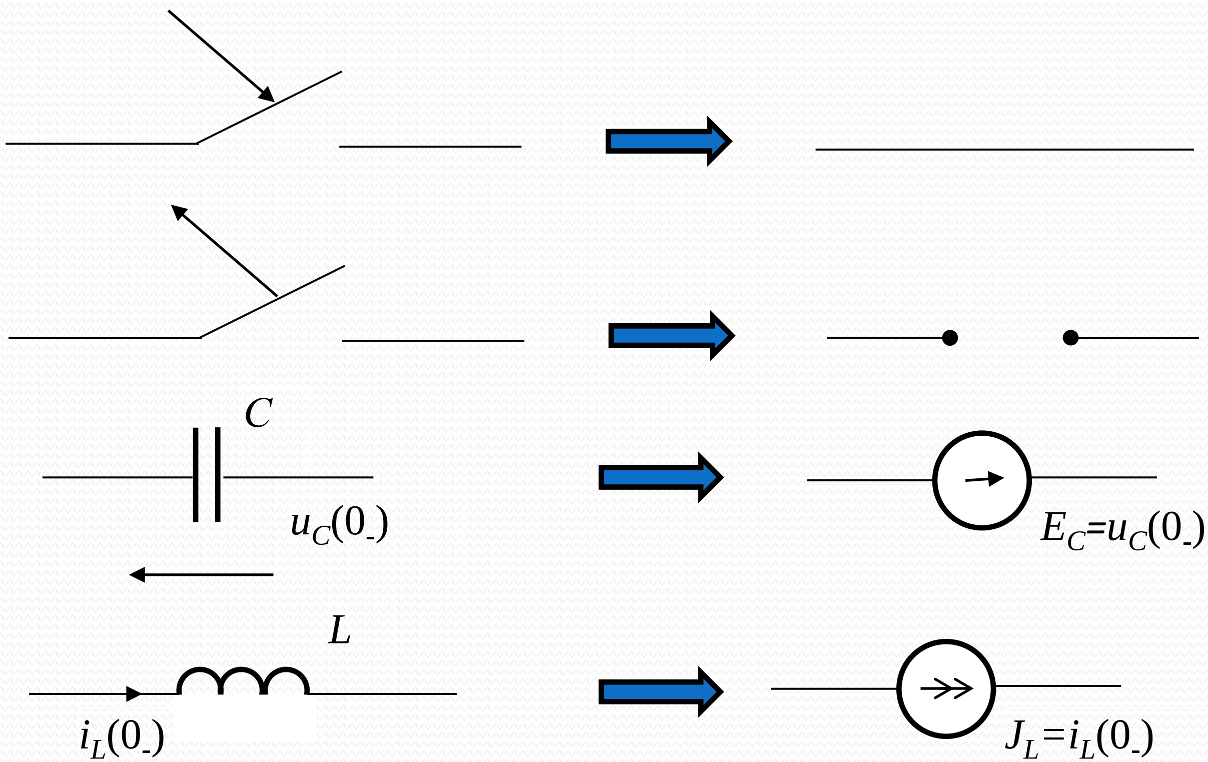
Алгоритм расчета ***упрощенным*** **классическим методом**

1. Составить цепь, сложившуюся **ДО** коммутации и определить значения токов через индуктивные элементы $i_L(0_-)$ и значения напряжений на емкостных элементах $u_C(0_-)$. Цепь формируется из исходной путем замены



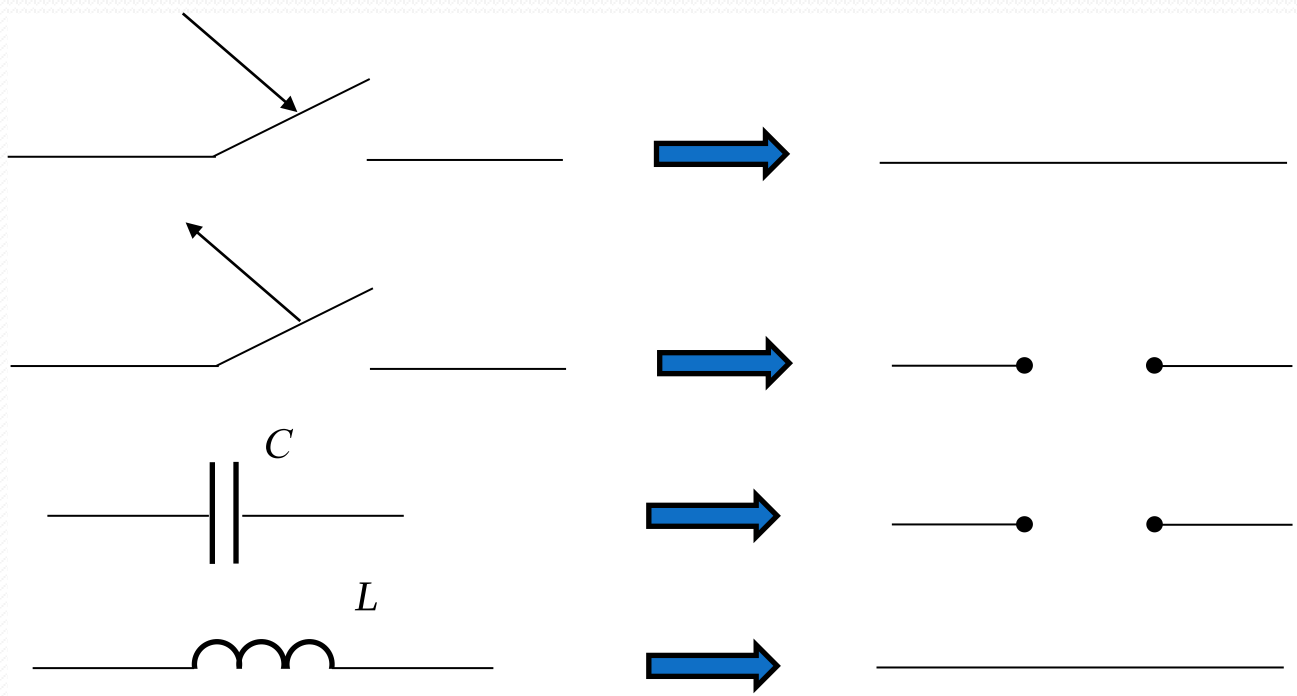
Алгоритм расчета ***упрощенным*** **классическим методом**

2. Составить цепь, сложившуюся **В МОМЕНТ** коммутации и определить значения требуемых величин $x(0)$. Цепь формируется из исходной путем замены



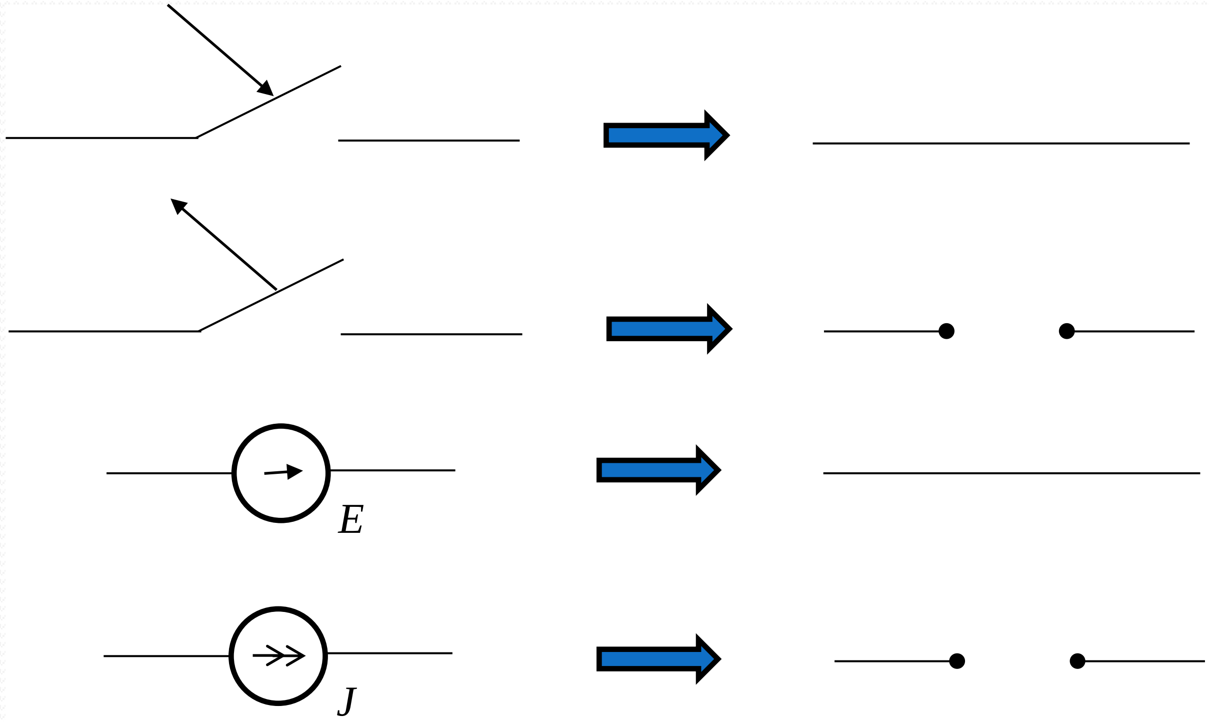
Алгоритм расчета ***упрощенным*** **классическим методом**

3. Составить цепь, сложившуюся **ПОСЛЕ** коммутации и определить значения требуемых величин $x(\infty)$. Цепь формируется из исходной путем замены



Алгоритм расчета ***упрощенным*** **классическим методом**

4. Составить пассивную цепь и определить постоянную времени цепи (τ) как $\tau = L/R_э$ или $\tau = CR_э$, где $R_э$ – эквивалентное сопротивление относительно L или C. Цепь формируется из исходной путем замены

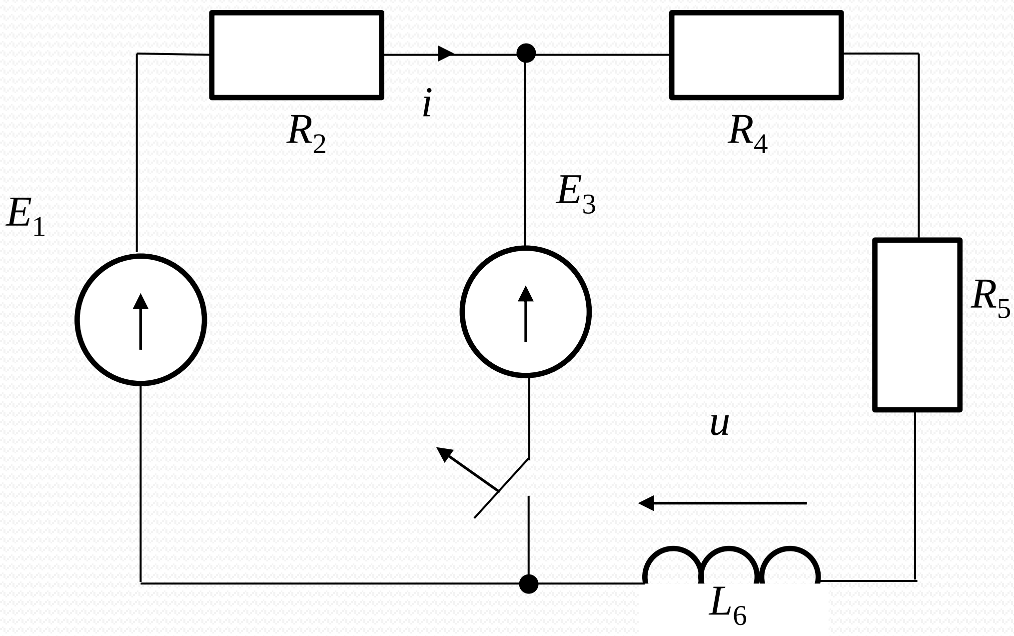


Алгоритм расчета ***упрощенным*** **классическим методом**

5. Определить мгновенные значения требуемых величин.

$$x(t) = x(\infty) + [x(0) - x(\infty)] \cdot e^{-t/\tau}$$

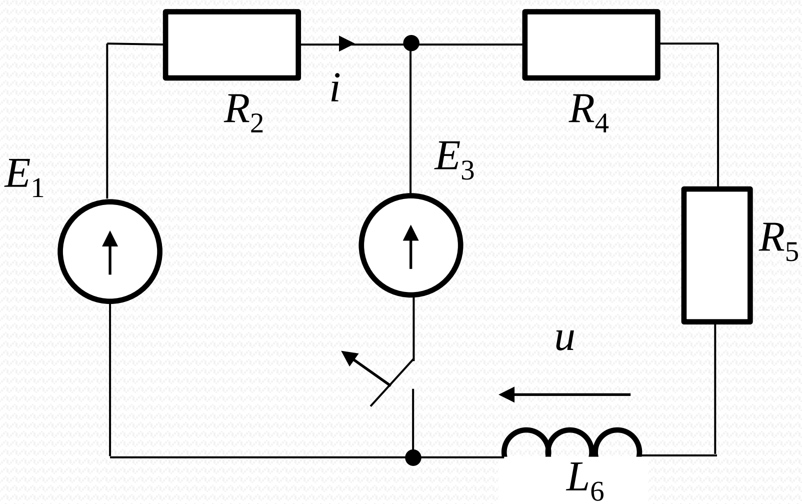
Пример 1

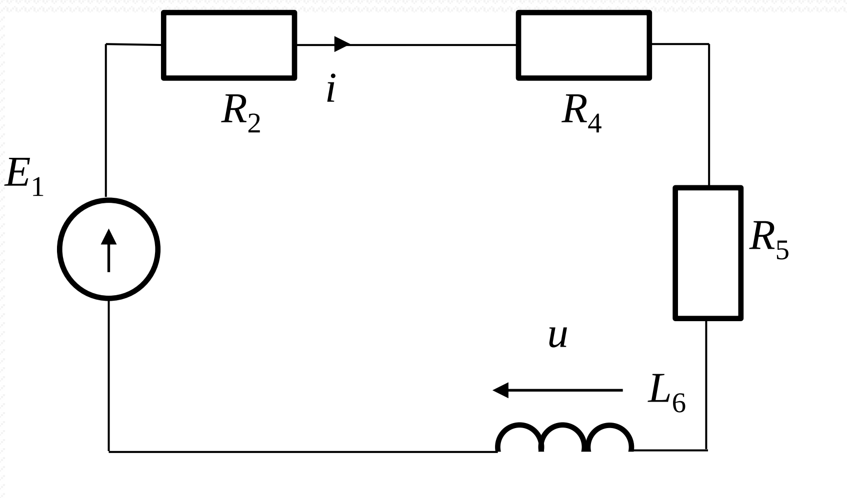


Дано: E=E_1=E_3=90 [В],
R=R_2=R_4=R_5=30 [Ом],
L=L_6=15 [мГн].

Найти: i, u классическим методом расчета.

Пример 1





Решение:

1) Составление диф. ур-ния

По ЗКII: $u_{R2}+u_{R4}+u_{R5}+u=E_1$ или

$$R_2 \cdot i+R_4 \cdot i+R_5 \cdot i+L_6(di/dt)=E_1$$

$$(R_2+R_4+R_5) \cdot i+L_6(di/dt)=E_1$$

$$3 \cdot R \cdot i+L(di/dt)=E$$

2) Решение диф. ур-ния ищем как

$$i= i_{\text{уст}}+i_{\text{св}}$$

$i_{\text{уст}}$: $$3 \cdot R \cdot i_{\text{уст}}+L(di_{\text{уст}}/dt)=E$$

$$3 \cdot R \cdot i_{\text{уст}}+L \cdot 0=E$$

$$i_{\text{уст}}=E/(3 \cdot R)=90/(3 \cdot 30)=1 \text{ [А]}$$

Пример 1

$i_{св}$: $3\cdot R\cdot i_{св}+L(di_{св}/dt)=0$ – однородное диф.ур-ние

$3\cdot R+L\cdot p=0$ – характеристическое уравнение

$p=-3\cdot R/L=-3\cdot 30/(15\cdot 10^{-3})=-6000$ [1/с] – корень хар-го ур-я

$$i_{св}=A\cdot e^{pt}=A\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L}=A\cdot e^{-6000t}$$

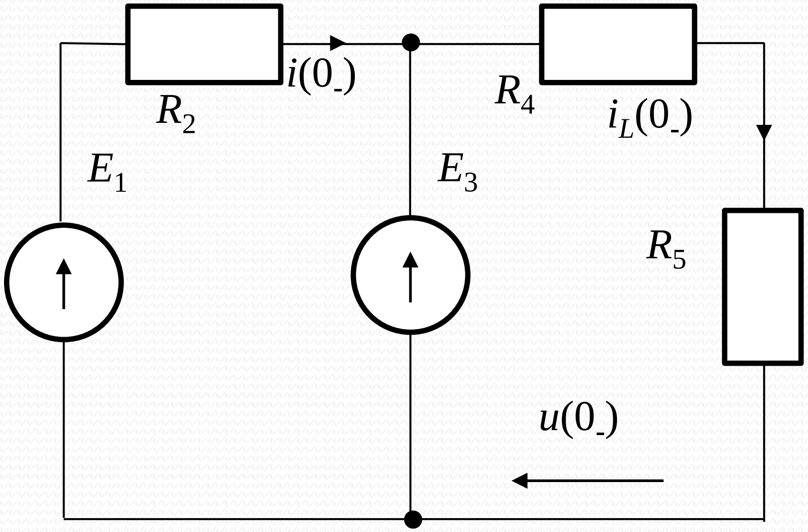
$i(0)=i_L(0)=i_L(0_-)$:

По ЗКII для правого контура

$$(R_4+R_5)\cdot i_L(0_-)=E_3$$

$$i_L(0_-)=E_3/(R_4+R_5)=E/(2\cdot R)=$$

$$=90/(2\cdot 30)=1{,}5\ [\text{А}].$$



Пример 1

A: $i = i_{уст} + i_{св} = E/(3\cdot R) + A\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L}$ и $i(0) = i_L(0) = i_L(0_-) = E/(2\cdot R)$

тогда $i(0) = E/(3\cdot R) + A\cdot e^{-3\cdot R\cdot \mathbf{0}/L} \rightarrow E/(2\cdot R) = E/(3\cdot R) + A$ или

$$A = E/(2\cdot R) - E/(3\cdot R) = E/(6\cdot R) = 90/(6\cdot 30) = 0{,}5\ [\mathrm{A}]$$

Окончательно $i = i_{уст} + i_{св} = E/(3\cdot R) + E/(6\cdot R)\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} =$

$$= 90/(3\cdot 30) + 90/(6\cdot 30)\cdot e^{-3\cdot 30\cdot t/0{,}015} = = 1 + 0{,}5\cdot e^{-6000\cdot t}\ [\mathrm{A}]$$

3. Определение u

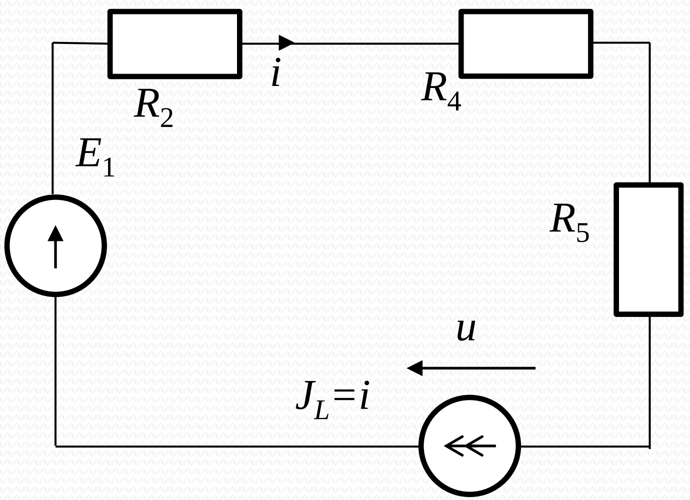
По ЗКII: $u + (R_2 + R_4 + R_5)i = E_1$

$$u = E_1 - (R_2 + R_4 + R_5)i = E - 3\cdot R\cdot i =$$

$$= E - 3\cdot R\cdot[E/(3\cdot R) + E/(6\cdot R)\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L}] =$$

$$= E - E - E/2\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} = -E/2\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} =$$

$$= -90/2\cdot e^{-3\cdot 30\cdot t/0{,}015} = -45\cdot e^{-6000\cdot t}\ [\mathrm{B}]$$



Пример 1

Величина *u* так же может быть определена как

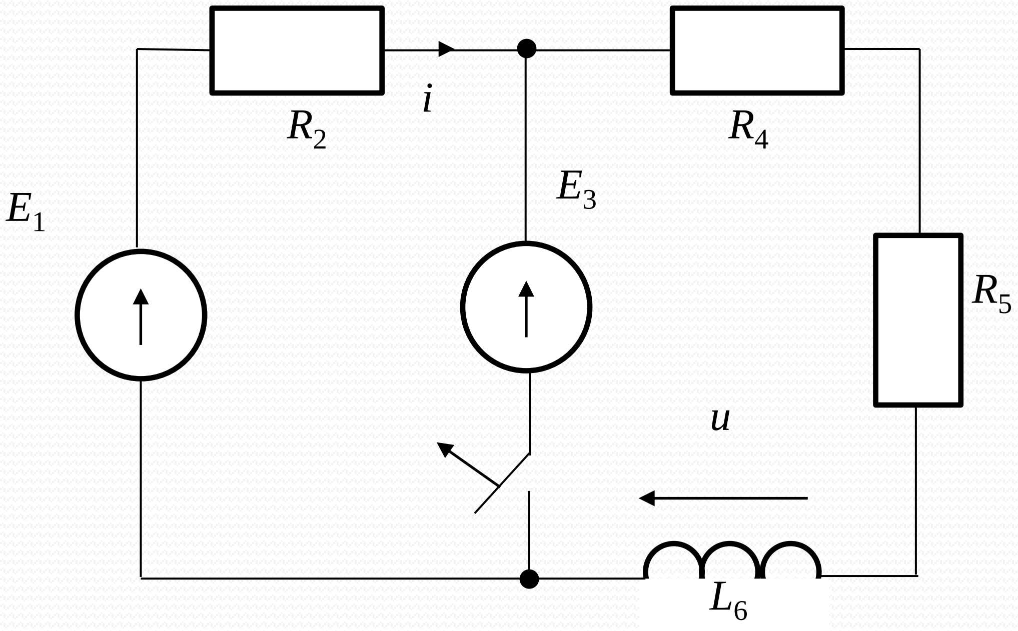
$$u = L(di/dt) = L\cdot E/(6\cdot R)\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L}\cdot(-3\cdot R/L) = -E/2\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} =$$

$$= -90/2\cdot e^{-3\cdot 30\cdot t/0{,}015} = -45\cdot e^{-6000\cdot t}\ [\text{В}].$$

Ответ: $i = E/(3\cdot R) + E/(6\cdot R)\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} = 1 + 0{,}5\cdot e^{-6000\cdot t}$ [А];

$$u = -E/2\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} = -45\cdot e^{-6000\cdot t}\ [\text{В}].$$

Пример 2

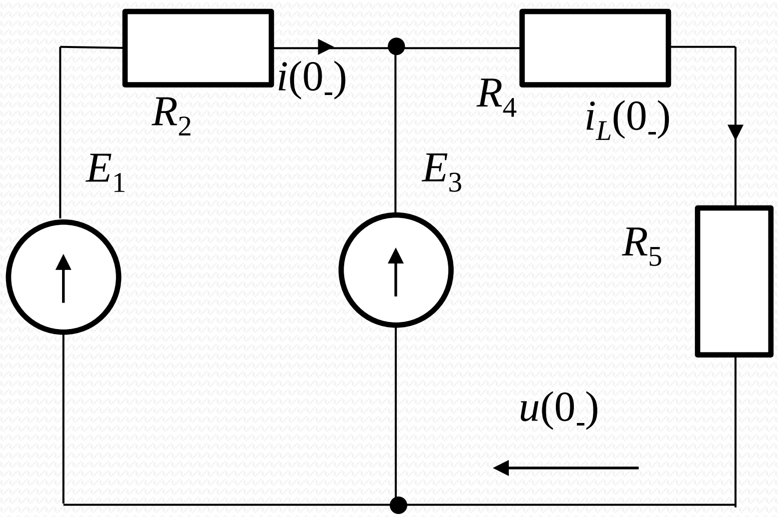


Дано: $E=E_1=E_3=90$ [В],
$R=R_2=R_4=R_5=30$ [Ом],
$L=L_6=15$ [мГн].

Найти: i, u ***упрощенным*** классическим методом расчета.

Пример 2

Решение:



1) $t<0$

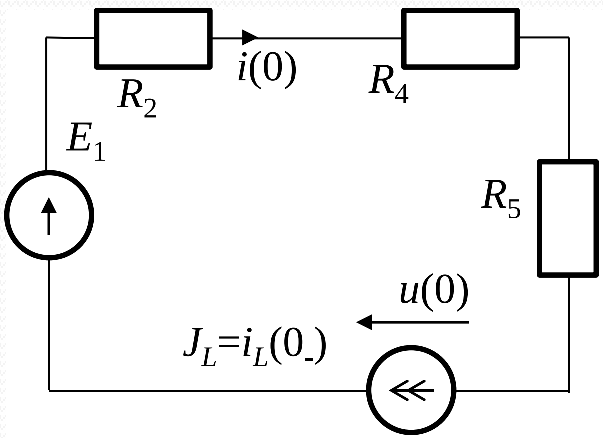
По ЗКII для правого контура

$$(R_4+R_5)\cdot i_L(0_-)=E_3$$

$$i_L(0_-)=E_3/(R_4+R_5)=E/(2\cdot R)=$$

$$=90/(2\cdot 30)=1{,}5\ [\mathrm{A}].$$

Пример 2



2) t=0

$$i(0) = J_L = i_L(0_-) = E/(2 \cdot R) =$$

$$= 90/(2 \cdot 30)=1{,}5\ [\text{А}].$$

По ЗКII:

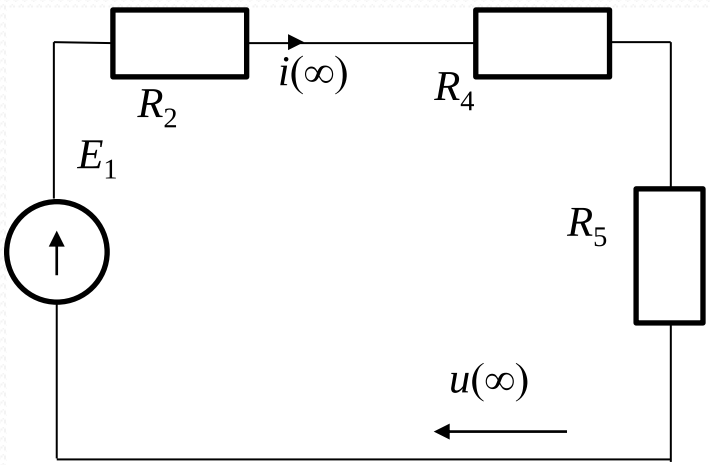
$$u(0) + (R_2+R_4+R_5) \cdot i(0) = E_1$$

$$u(0) = E_1 – (R_2+R_4+R_5)i(0) =$$

$$= E – 3 \cdot R \cdot E/(2 \cdot R) = E – 3 \cdot E/2 =$$

$$= – E/2 = – 90/2 = – 45\ [\text{В}].$$

Пример 2



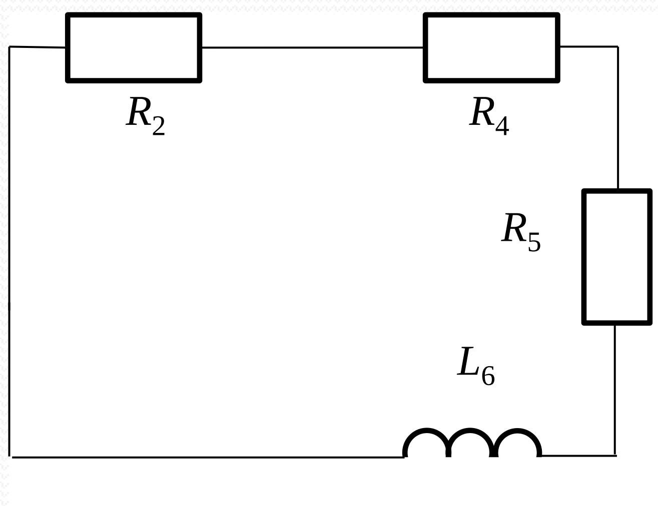
3) $t=\infty$

$u(\infty) = 0$ [В].

По ЗКII: $(R_2+R_4+R_5)\cdot i(\infty) = E_1$

$$3\cdot R\cdot i(\infty) = E$$

$$i(\infty) = E/(3\cdot R) = 90/(3\cdot 30) = 1 \text{ [А]}.$$



4) Определение τ

$$R_э = R_2+R_4+R_5 = 3\cdot R = 3\cdot 30 = 90 \text{ [Ом]}$$

$$\tau = L_6/R_э = L/(3\cdot R) = 15\cdot 10^{-3}/(3\cdot 30) =$$

$$= 1/6000 \approx 0{,}167 \text{ [мс]}$$

$$1/\tau = 3\cdot R/L = 1/(1/6000) = 6000 \text{ [1/с]}$$

Пример 2

5) $x(t)$

$$x(t) = x(\infty) + [x(0) - x(\infty)]\cdot e^{-t/\tau}$$

$$i = i(\infty) + [i(0) - i(\infty)]\cdot e^{-t/\tau} = E/(3\cdot R) + [E/(2\cdot R) - E/(3\cdot R)]\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} =$$
$$= E/(3\cdot R) + E/(6\cdot R)\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} = 90/(3\cdot 30) + 90/(6\cdot 30)\cdot e^{-3\cdot 30\cdot t/0{,}015} =$$
$$= 1 + 0{,}5\cdot e^{-6000\cdot t}\ [\text{А}]$$

$$u = u(\infty) + [u(0) - u(\infty)]\cdot e^{-t/\tau} = 0 + [-E/(2\cdot R) - 0]\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} =$$
$$= -E/2\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} = -90/2\cdot e^{-3\cdot 30\cdot t/0{,}015} = -45\cdot e^{-6000\cdot t}\ [\text{В}]$$

Ответ: $i = E/(3\cdot R) + E/(6\cdot R)\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} = 1 + 0{,}5\cdot e^{-6000\cdot t}$ [А];
$u = -E/2\cdot e^{-3\cdot R\cdot t/L} = -45\cdot e^{-6000\cdot t}$ [В].

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!