



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Segundo Semestre de 2018

Tarea 6

Teoría de Números - MAT 2225

Fecha de Entrega: 2018/10/11

Integrantes del grupo:

Nicholas Mc-Donnell, Camilo Sánchez

Felipe Guzmán, Fernanda Cares

Problema 1 (5 pts.). Considere el número real $\alpha = [0, 1, \overline{4, 8}]$. Muestre que es algebraico y calcule su polinomio minimal.

Solución problema 1:

■

Problema 2 (5 pts.). Sea b_1, b_2, \dots una secuencia (infinita) de enteros $b_j \geq 1$ para cada $j \geq 2$. Considere el número real $\alpha = [b_1, b_2, \dots]$. Muestre que $DFC(\alpha) = (b_1, b_2, \dots)$.

Solución problema 2:

■

Problema 3 (5 pts.). Sea $\alpha \in \mathbb{R}$ irracional. Muestre que para todo $s \geq 2$, los convergentes γ_s cumplen

$$|\alpha - \gamma_s| < \frac{1}{a_{s+1} \cdot Q_s^2}$$

Solución problema 3:

■

Problema 4 (5 pts.). Sea $\alpha \in \mathbb{R}$. Suponga que α no es de la forma $x + \sqrt{5}y$ con $x, y \in \mathbb{Q}$. Muestre que existen infinitos racionales $p/q \in \mathbb{Q}$ con $\gcd(p, q) = 1$ y $q \geq 1$ que cumplen

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{2q^2}$$