

# Relatório do trabalho 1 de CI1238

**Nome:** João Gabriel Baraldi GRR20205509

**Nome:** Nicolas Andre Rizzardi GRR20206152

**Nome:** Patrick de Oliveira Lemes GRR20211777

## O problema

### Distribuição de carga em avião

Um avião de carga tem  $k$  compartimentos, numerados de 1 a  $k$ , para armazenar sua carga. Cada um destes compartimentos tem limites de peso e espaço ocupado, dados pelos valores  $w_i$  (em toneladas) e  $v_i$  (em  $m^3$ )), respectivamente, para  $i = 1, 2, \dots, k$ .

Além disso, o peso em cada compartimento deve ter a mesma proporção em relação a sua capacidade que os demais, para manter a distribuição de peso do avião equilibrada.

Temos  $n$  carregamentos para embarcar no avião, numerados de 1 a  $n$ , cada um com peso, volume e ganho por tonelada transportada, dados pelos valores  $p_j$  (em toneladas),  $t_j$  (em  $m^3$ ) e  $g_j$  (em reais/tonelada), para  $j = 1, 2, \dots, n$ .

É possível carregar parte de cada um dos carregamentos. Ou seja, qualquer proporção não negativa dos carregamentos pode ser aceita.

O objetivo é determinar quanto de cada carregamento deve ser aceito e como distribuir pelos compartimentos de forma a maximizar o ganho total.

## Modelagem

Queremos maximizar o lucro dos carregamentos distribuídos nos compartimentos do avião, o ganho é proporcional ao peso. Portanto:

$$\max \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n g_j \cdot p_{ij}$$

S.A.

- **Restrição peso do compartimento:** A soma dos pesos dos carregamentos não deve exceder a capacidade máxima de peso do compartimento:  
$$\sum_{j=1}^n p_{ij} \leq w_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, k$$
- **Restrição volume relativo ao peso:** A soma dos volumes dos itens carregados não deve exceder o volume máximo do compartimento:  
$$\sum_{j=1}^n t_{ij} \cdot p_{ij} \leq v_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, k$$
- **Restrição peso do carregamento:** A proporção de peso carregado (todos os carregamentos do compartimento) pela capacidade de peso do compartimento deve ser igual para todos os compartimentos:  
$$a = \sum_{j=1}^n \frac{p_{ij}}{w_i}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, k$$
- **Restrição peso do compartimento:** A soma do peso do carregamento  $j$  em todos os compartimentos não pode exceder o peso total dele mesmo  
$$\sum_{i=1}^k p_{ij} \leq p_j, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$
- **Restrição peso maior ou igual a zero:** Como é um problema de enumeração, o peso dos carregamentos nos compartimentos não pode ser negativo.

$p_{j,i} : \geq 0, : \forall i=1,2,\dots,k : e : \forall j=1,2,\dots,n$

ou

$p_{j,i} \in \mathbb{R}_{\geq 0}, : \forall i=1,2,\dots,k : e : \forall j=1,2,\dots,n$

## Compartimentos

$i = \text{índices: } k \quad w_i = \text{Peso: } t \quad v_i = \text{Volume: } m^3$

\$1\$	\$10\$	\$6800\$
\$2\$	\$16\$	\$8700\$
\$3\$	\$8\$	\$5300\$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$k$		

## Carregamentos

$j = \text{índices}$ ( $n$ )\$	$(p_j) =$ Peso: $t$ \$	$(t_j) = \text{Volume :}$ $m^3$ \$	$g_j = \text{Ganho: por: tonelada}$ $\frac{\text{Reais}}{t}$ \$
\$1\$	\$18\$	\$480\$	\$310\$
\$2\$	\$15\$	\$650\$	\$80\$
\$3\$	\$23\$	\$580\$	\$350\$
\$4\$	\$12\$	\$390\$	\$285\$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n$			

# Implementação

Com a modelagem pronta, a implementação é relativamente simples, só precisamos passar as variáveis, restrições e o objetivo para o programa formatado no padrão do lp\_solve.

## Entrada de dados:

Preenche a tabela de compartimento com sua capacidade de peso e de volume. E também a tabela de carregamentos com seus atributos respectivos.

```
for(int i = 0; i < n_compartimentos; ++i){
    scanf("%d %d", &w[i], &v[i]);
}

for(int i = 0; i < n_carregamentos; ++i){
    scanf("%d %d %d", &p[i], &t[i], &g[i]);
}
```

## Função objetivo:

Gera função objetivo com base na função objetivo do modelo, que é uma maximização, percorrendo os compartimentos e os carregamentos, onde  $x_{i,j}$  seria  $p_{i,j}$ , desenrolando os somatórios da função objetivo.

Isso é feito para ser entendido pelo lp\_solve.

```
fprintf(f, "max : ");

int i, j;
for(i = 0; i < n_compartimentos - 1; ++i){
    for(j = 0 ; j < n_carregamentos; ++j){
        fprintf(f, "%dx%d%d + ", g[j], i, j);
    }
}

for(j = 0 ; j < n_carregamentos - 1; ++j){
    fprintf(f, "%dx%d%d + ", g[j], i, j);
}

fprintf(f, "%dx%d%d;\n\n", g[j], i, j);
```

### Restrição peso do compartimento:

Gera a restrição de capacidade de peso maximo do compartimento no formato aceito pelo lp\_solve

```
for(i = 0; i < n_compartimentos; ++i){
    for(j = 0; j < n_carregamentos - 1; ++j){
        fprintf(f, "x%d%d + ", i, j);
    }
    fprintf(f, "x%d%d <= %d;\n", i, j, w[i]);
}

fprintf(f, "\n");
```

### Restrição volume relativo ao peso

Gera a restrição de capacidade de volume maximo do compartimento no formato aceito pelo lp\_solve.

```
for(i = 0; i < n_compartimentos; ++i){
    for(j = 0; j < n_carregamentos - 1; ++j){
        fprintf(f, "%dx%d%d + ", t[j], i, j);
    }
    fprintf(f, "%dx%d%d <= %d;\n", t[j], i, j, v[i]);
}

fprintf(f, "\n");
```

### Restrição peso do carregamento

Gera a restrição para que a quantidade maxima da carga disponivel não seja excedida.

```
for(j = 0; j < n_carregamentos; ++j){
    for(i = 0; i < n_compartimentos - 1; ++i){
        fprintf(f, "x%d%d + ", i, j);
    }
    fprintf(f, "x%d%d <= %d;\n", i, j, p[j]);
}

fprintf(f, "\n");
```

### Restrição peso do compartimento:

Gera a restrição que garante que não seja carregado pelos compartimentos mais do que está disponível em cada carregamento.

```
for(i = 0; i < n_compartimentos; ++i){
    fprintf(f, "%da = ", w[i]);
    for(j = 0; j < n_carregamentos - 1; ++j){
        fprintf(f, "x%d%d + ", i, j);
    }
    fprintf(f, "x%d%d;\n", i, j);
}

fprintf(f, "\n");
```

### Restrição peso maior ou igual a zero

Gera a restrição que garante que nenhum peso será negativo.

```
for(i = 0; i < n_compartimentos; ++i){
    for(j = 0; j < n_carregamentos; ++j){
        fprintf(f, "x%d%d >= 0;\n", i, j);
    }
}

fprintf(f, "\n");
```

No final foi optado por colocar cada variável em um vetor próprio para não precisar chamar uma struct completa para utilizar apenas uma propriedade da mesma por vez.