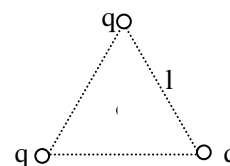


## 《电磁学》作业五答案

**1.5-1** 计算三个放在等边三角形三个顶点的点电荷的相互作用能。设三角形的边长为  $l$ ，顶点上的点电荷都是  $q$ 。

解：根据点电荷组的相互作用能公式

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i U_i = 3 \frac{1}{2} q \left( \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \right) = \frac{3q^2}{4\pi\epsilon_0 l}$$



**1.5-3** 求均匀带电球体的静电能，设球的半径为  $R$ ，带电总量为  $q$ 。

解：由高斯定理，可求得带电球体内、外的电场强度：

$$E_{\text{内}} = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} \quad (r < R) \quad E_{\text{外}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (r > R)$$

取  $\infty$  处为零电势点，均匀带电球内任一点的电势：

$$U = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_r^R \vec{E}_{\text{内}} \cdot d\vec{l} + \int_R^\infty \vec{E}_{\text{外}} \cdot d\vec{l} = \frac{q}{8\pi\epsilon_0} \left( \frac{3}{R} - \frac{r^2}{R^3} \right)$$

$$\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$W_e = \frac{1}{2} \int U dq = \frac{1}{2} \int U \rho dV = \frac{1}{2} \int_0^R U \rho (4\pi r^2 dr) = \frac{3q^2}{20\pi\epsilon_0 R}$$

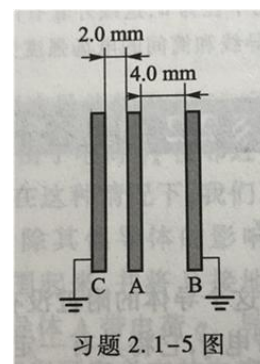
**2.1-5** 三平行金属板 A、B 和 C，面积都是  $200\text{cm}^2$ ，A、B 板相距  $4.0\text{mm}$ ，A、C 板相距  $2.0\text{mm}$ ，B、C 两板都接地（见题图）。如果使 A 板带正电  $3.0 \times 10^{-7}\text{C}$ ，在略去边缘效应时，问 B 板和 C 板上感应电荷各是多少？以地的电势为零，问 A 板的电势是多少？

解：（1）设 A 板左右两面的电荷分别为： $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$

$$\begin{cases} (\sigma_1 + \sigma_2)S = q \\ E_1 d_1 = E_2 d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\sigma_1 + \sigma_2)S = q \\ \frac{\sigma_1 d_1}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_2 d_2}{\epsilon_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \sigma_1 S = 2.0 \times 10^{-7} \text{C} \\ q_2 = \sigma_2 S = 1.0 \times 10^{-7} \text{C} \end{cases}$$

$$q_B = -q_2 = -1.0 \times 10^{-7} \text{C} \quad q_C = -q_1 = -2.0 \times 10^{-7} \text{C}$$

$$(2) \quad U_A = E_2 d_2 = \frac{\sigma_2 d_2}{\epsilon_0} = 2.3 \times 10^3 \text{V}$$

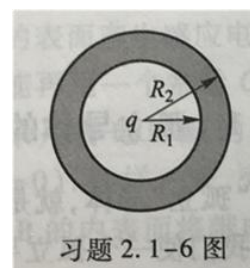


习题 2.1-5 图

**2.1-6** 点电荷  $q$  处在导体球壳的中心，壳的内外半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ (见题图)。求场强和电势的分布，并画出  $E$ - $r$  和  $U$ - $r$  曲线。

解：取同心的球面为高斯面，由高斯定理可得：

$$\begin{cases} E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} (r < R_1) \\ E = 0 (R_1 < r < R_2) \\ E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} (r > R_2) \end{cases}$$



$$r < R_1: U = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^{R_1} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr + \int_{R_2}^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$R_1 < r < R_2: U = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{R_2}^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$r > R_2: U = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

**2.1-7** 在上题，若  $q=4 \times 10^{-10} \text{ C}$ ， $R_1=2\text{cm}$ ， $R_2=3\text{cm}$ ，求：

- (1) 导体球壳的电势；
- (2) 离球心  $r=1\text{cm}$  处的电势；
- (3) 把点电荷移开球心  $1\text{cm}$ ，求导体球壳的电势。

解：(1)  $U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2} = 120\text{V}$

(2)  $U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 300\text{V} \quad (r=1\text{cm})$

(3) 把点电荷移开球心  $1\text{cm}$ ，球壳外场强分布不变，球壳电势不变，仍为  $120\text{V}$