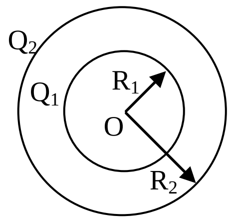
《电磁学》作业三答案

1.3-3 **如附图所示，在半径为Ｒ$_1$和Ｒ$_2$的两个同心球面上，分别均匀地分布着电荷Ｑ$_1$和Ｑ$_2$，求：**

（１）Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三个区域内的场强分布；

（２）若Ｑ$_1$＝－Ｑ$_2$，情况如何？画出此情形的Ｅ－r 曲线。



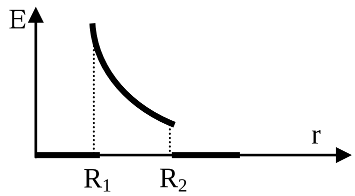
解：（１）应用高斯定理可求得三个区域内的场强为

E－r 曲线 $\vec{E}_1=0$ (r<R$_1$); $\vec{E}_2=\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$ (R$_1$<r<R$_2$)

$\vec{E}_3=\dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$ (r> R$_2$)

（２）若Ｑ$_1$＝－Ｑ$_2$，$E_1=E_3=0$，$\vec{E}_2=\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{e}_r$

E－r 曲线如图所示。



1.3-5 **实验表明：在靠近地面处有相当强的电场，Ｅ垂直于地面向下，大小约为１００Ｎ／Ｃ；在离地面 1.5 千米高的地方，Ｅ也是垂直地面向下的，大小约为２５Ｎ／Ｃ。**

（１） 试计算从地面到此高度大气中电荷的平均密度；

（２） 如果地球上的电荷全部均匀分布在表面，求地面上电荷的面密度。

解：（１）以地心为圆心作球形高斯面，恰好包住地面，由对称性和高斯定理得

$$\oiint_S \vec{E}_1\cdot d\vec{S}=\oiint_S E_1\cos\theta dS=-E_1\cdot 4\pi R^2=\frac{Q_1}{\varepsilon_0}(Q_1\text{是}S_1\text{包围电荷代数和})$$

再以$R+h$为半径作同心球面

$$\oiint_S \vec{E}_2\cdot d\vec{S}=\oiint_S E_2\cos\theta dS=-E_2\cdot 4\pi (R+h)^2=\frac{Q_2}{\varepsilon_0}(Q_2\text{是}S_2\text{包围电荷代数和})$$

$$\text{相减}4\pi\left[R^2(E_1-E_2)-h(2R+h)E_2\right]=(Q_2-Q_1)/\varepsilon_0$$

$$Q_2-Q_1\approx 4\pi\varepsilon_0 R^2(E_1-E_2)\Rightarrow \rho\approx\frac{Q_2-Q_1}{4\pi R^2 h}=\frac{\varepsilon_0(E_1-E_2)}{h}=4.4\times10^{-13}(C/m^3)$$

（２） 以地球表面作高斯面

$$\oiint_S \vec{E}_1\cdot d\vec{S}=\oiint_S E_1\cos\theta dS=-E_1\cdot 4\pi R^2=\frac{1}{\varepsilon_0}\iint_S \sigma dS=\frac{1}{\varepsilon_0}\sigma 4\pi R^2$$

$$\sigma=\varepsilon_0 E=-8.85\times10^{-10}C/m^2$$

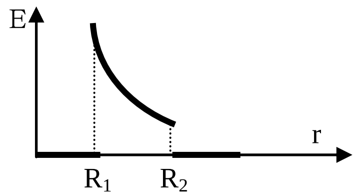
1.3-7 **一对无限长的共轴直圆筒，半径分别为Ｒ$_1$和Ｒ$_2$，筒面上都均匀带电。沿轴线单位长度的电量分别为λ$_1$和λ$_2$，**

（３） 求各区域内的场强分布；

（４） 若λ$_1$＝－λ$_2$，情况如何？画出此情形的 E－r 曲线。

解：（ 1 ）由高斯定理，求得场强分布为

$r<R_1$　　　$E_1=0$



$R_1<r<R_2$　　$\vec{E}_2=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{e}_r$

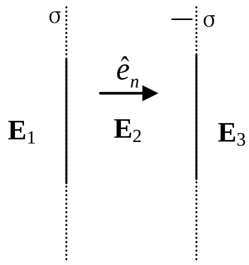
$r>R_3$　　$\vec{E}_3=\dfrac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{e}_r$

（ 2 ）若 $\lambda_1=-\lambda_2$， $E_1=E_3=0$， E_2不变。此情形的 E－r 曲线如图所示。

1.3-10 两无限大的平行平面均匀带电，电荷的面密度分别为±σ，求各区域的场强分布。

解：无限大均匀带电平面所产生的电场强度为

$$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{e}_n$$



根据场强的叠加原理，各区域场强分别为

$$\vec{E}_1=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{e}_n)+\frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{e}_n)=0$$

$$\vec{E}_2=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{e}_n+\frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{e}_n)=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{e}_n$$

$$\vec{E}_3=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{e}_n+\frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{e}_n=0$$

可见两面外电场强度为零，两面间电场是均匀电场。平行板电容器充电后，略去边缘效应，其电场就是这样的分布。

1.3-13 一厚度为 d 的无限大平板，平板体内均匀带电，电荷的体密度为ρ，求板内、板外场强的分布。

解：根据对称性，板内外的电场强度方向均垂直于板面，并对中心对称。

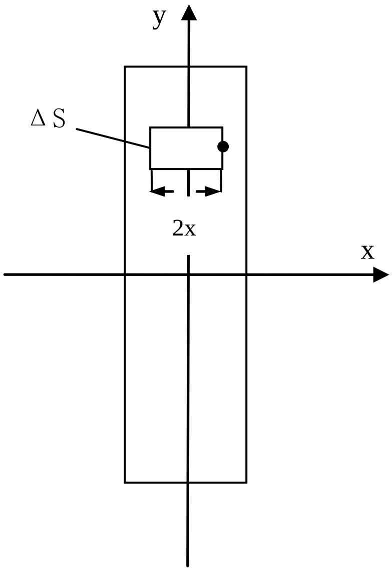
过 P 点取封闭的圆柱面为高斯面，应用高斯定理：

板内（x<d/2）: $2E\cdot\Delta S=\dfrac{\sum\limits_{(S内)}q}{\varepsilon_0}=\dfrac{\rho\cdot\Delta S\cdot 2x}{\varepsilon_0}$

$$\vec{E}=\frac{\rho x}{\varepsilon_0}\hat{i}$$

板外（x>d/2）： $2E\cdot\Delta S=\dfrac{\sum\limits_{(S内)}q}{\varepsilon_0}=\dfrac{\rho\cdot\Delta S\cdot d}{\varepsilon_0}$

$$\vec{E}=\pm\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{i}$$


y
Δ S
2x
x