

第二章 作业讲解

1. 位于晶格间隙的杂质原子,通常,它的体积较小, 称为间隙式杂质。
2. 杂质原子取代晶格原子位于格点上,称为替位式杂质, 它的大小接近被取代原子的大小
3. 受主杂质是可以向半导体提供导电空穴的杂质, 未电离时呈电中性 称为束缚态, 电离后呈负电性/离化态, 成为负电中心。施主杂质是(可以向半导体提供导电电子的杂质), 未电离时呈(电中性)称为(束缚)态, 电离后呈(正电性/离化态)成为(正电中心)。
4. 浅施主能级位于离导带底很近的禁带中; 浅受主能级位于离价带顶很近的禁带中。杂质电离能很大的能级属于深能级。深施主能级位于(远离导带底的禁带中); 深受主能级位于(远离价带顶的禁带中)
5. Si中同时均匀掺入P和B, B的掺杂浓度为 10^3 个/cm³, P的掺杂浓度为 10^4 个/cm³, 则Si为 n (n或p型) 半导体。
6. MX型离子晶体, 一般负离子空位 V_x 为 施主, M为间隙原子时为 施主。

第二章 作业讲解

7. GaAs中的反结构缺陷指的是 镓取代砷起受主作用或者砷取代镓原子起施主作用，这种点缺陷称为反结构缺陷。

8. 深能级的特点是什么？

答：半导体中的深能级有如下特点：**a.**电离能很大；**b.**多次电离，每电离一次引入一个能级；**c.**对半导体的电导影响不大，主要作为复合中心降低非平衡少数载流子的寿命）

7. 晶体的缺陷可以分为 点缺陷，线缺陷和面缺陷。

8. 晶体中的点缺陷包括空位，填隙原子和杂质原子。

9. 名词解释。

等电子杂质是指与基质晶体原子具有相同数量价电子的杂质原子，替代了晶格点上同族原子后，基本上仍是电中性的。也称为中性杂质

等电子陷阱是杂质取代同族原子后在禁带中引入的能级；杂质取代同族原子，由于原子电负性的不同，形成的带电中心。

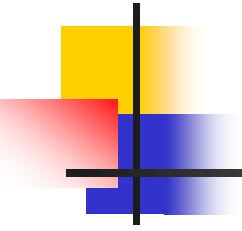
双性杂质是指IV原子既能取代III族原子形成施主杂质，又能取代V族形成受主杂质的杂质，称为双性杂质。



第二章 作业讲解

2.以As掺入Ge中为例，说明什么是施主杂质、施主杂质电离过程和n型半导体。

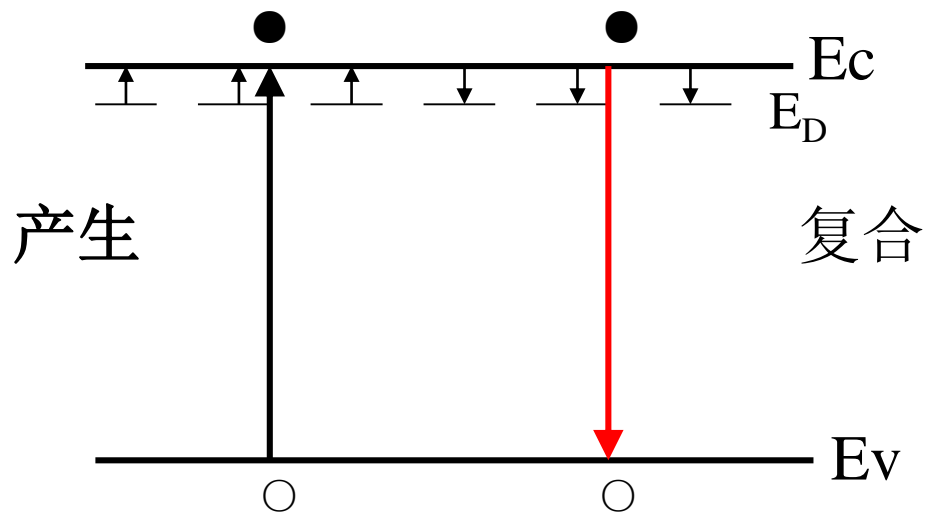
- 砷是5价元素，将其掺杂到锗晶体中，取代格点上的锗原子。砷的4个价电子与最近邻的4个锗原子形成共价键，剩余的一个价电子束缚在砷离子的周围，但是束缚能很小，只需要很少的能量就可摆脱束缚成为导电电子。把这种可以向半导体提供导电电子的杂质称为**施主杂质**。
- 剩余价电子摆脱砷离子束缚的过程称为**杂质电离**。
- 砷杂质的掺入，使锗的导带电子浓度大大增加，远大于价带空穴浓度，半导体以电子导电为主，称为**n型半导体**。



第3章

半导体中载流子的统计分布

产生和复合



■ 载流子的产生

本征激发: 电子空穴对

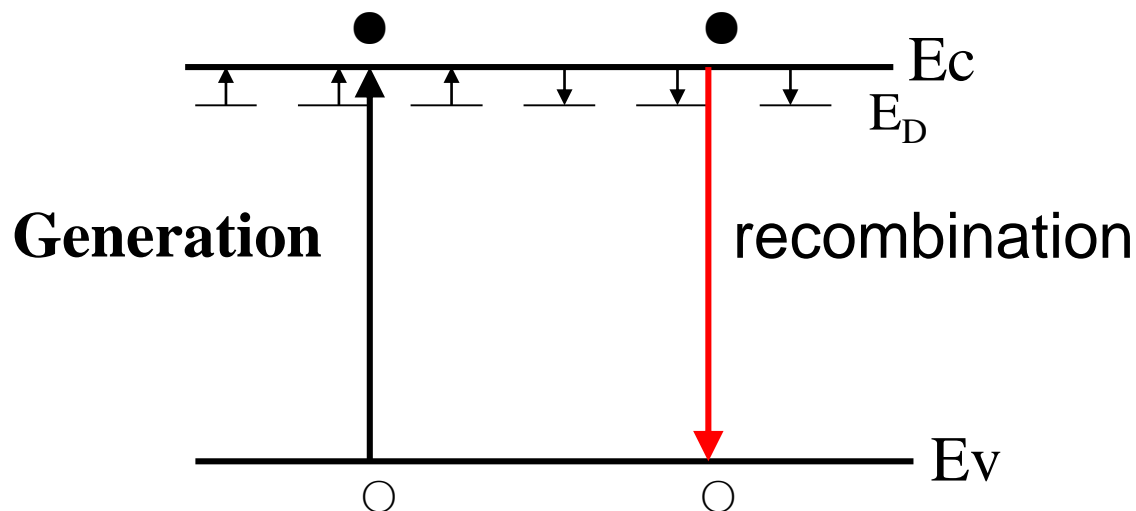
杂质电离

施主电离: 电子

受主电离: 空穴

■ 复合

热平衡状态



热平衡状态

- 动态平衡：产生=复合
- 和温度有关
- 温度改变时，热平衡状态被破坏，达到新的热平衡状态

本章研究内容

- 载流子浓度随温度变化的规律
- 计算一定温度下半导体中热平衡载流子浓度
 - ✓ 允许的量子态按能量如何分布？ - 状态密度
 - ✓ 电子在允许的量子态中如何分布？ - 电子的分布

$$\boxed{\text{态密度}} \times \boxed{\text{电子的分布}} = \boxed{\text{载流子的浓度}}$$



第3章

3.1 态密度

3.2 费米能级和载流子的统计分布

3.3 本征半导体的载流子浓度

3.4 杂质半导体的载流子浓度

3.5 一般情况下的载流子统计分布

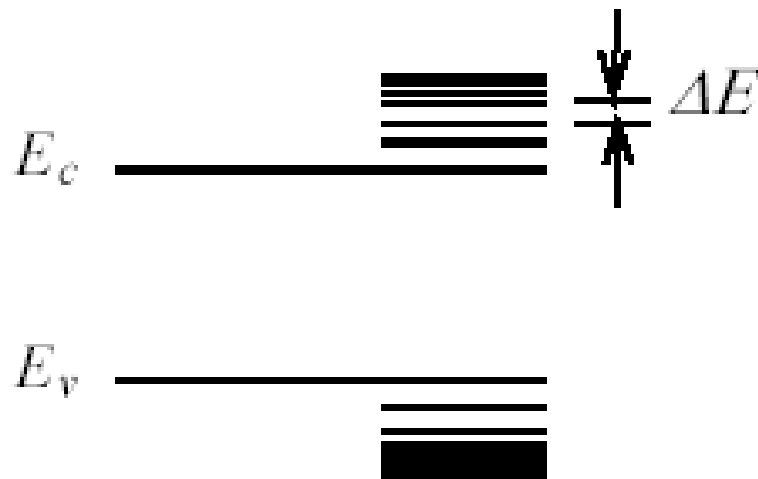
3.6 简并半导体

态密度(DOS)

- DOS: 能带中能量 E 附近每单位能量间隔内, 可以被电子占据的量子态数

$$g(E) = \frac{dZ}{dE}$$

量子态数
能量间隔



- ✓ 在某一能级DOS值很高, 意味着有很多可以被电子占据的量子态;
- ✓ DOS值为零, 说明在这一能级没有可以被电子占据的量子态。

DOS

$$g(E) = \frac{dZ}{dE}$$

量子态数

能量间隔

1. 单位K空间的DOS:

$$g(k) = \frac{dZ}{dV_k}$$

2. $E \sim E+dE$ 的K空间的体积

$$(E \sim E + dE) \sim V_k$$

3. $E \sim E+dE$ 的量子态数

$$V_k \cdot \frac{dZ}{dV_k} \sim (E \sim E + dE)$$

1. 单位K空间的量子态数

边长为L的正方体
的周期性边界条件

$$\psi(x+L, y, z) = \psi(x, y, z)$$

$$\psi(x, y+L, z) = \psi(x, y, z)$$

$$\psi(x, y, z+L) = \psi(x, y, z)$$

$$Ae^{i(k_x \cdot x - \omega t)} = Ae^{i[k_x(x+L) - \omega t]}$$

$$Ae^{i(k_y \cdot y - \omega t)} = Ae^{i[k_y(y+L) - \omega t]}$$

$$Ae^{i(k_z \cdot z - \omega t)} = Ae^{i[k_z(z+L) - \omega t]}$$

$$\begin{aligned} Ae^{i[k_x(x+L) - \omega t]} &= Ae^{i(k_x \cdot x - \omega t) + ik_x L} \\ &= Ae^{i(k_x \cdot x - \omega t)} \cdot e^{ik_x L} = Ae^{i[k_x \cdot x - \omega t]} \end{aligned}$$

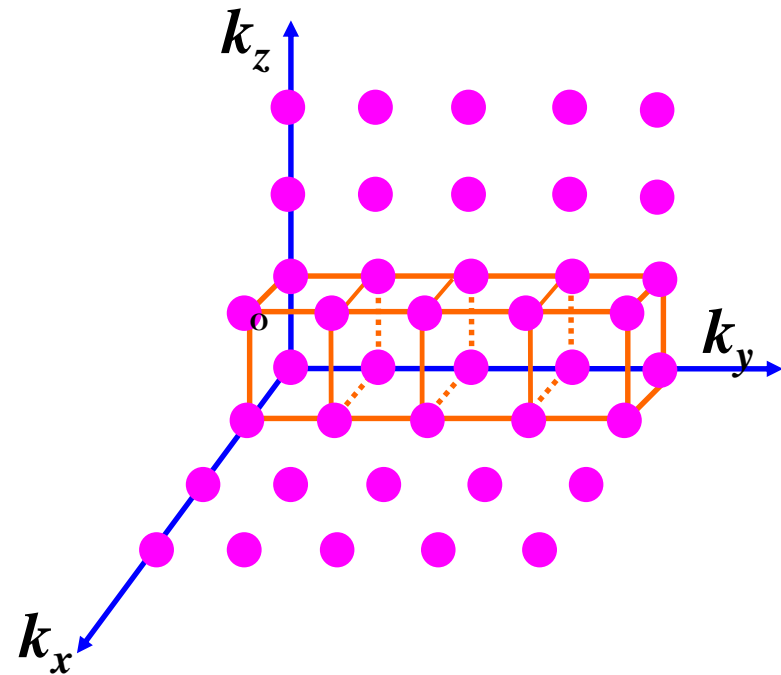
$$\therefore e^{ik_x L} = 1 \quad e^{ik_x L} = \cos(k_x L) + i \sin(k_x L)$$

1. 单位K空间的量子态数

$$e^{ik_x L} = \cos(k_x L) + i \sin(k_x L)$$

$$k_x L = 2\pi \Rightarrow k_x = \frac{2\pi}{L}$$

$$\begin{cases} k_x = \frac{2\pi n_x}{L} (n_x = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \\ k_y = \frac{2\pi n_y}{L} (n_y = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \\ k_z = \frac{2\pi n_z}{L} (n_z = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \end{cases}$$



状态代表点在K空间的分布

1. 单位K空间的量子态数

$$\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3 = \frac{8\pi^3}{L^3} = \frac{8\pi^3}{V}$$

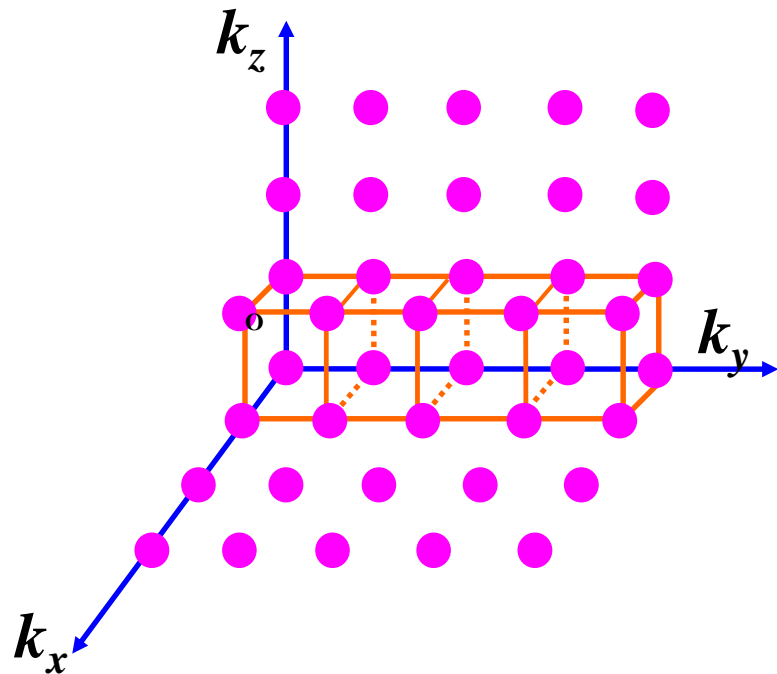
- 单位K空间体积的态密度数

$$\frac{1}{\frac{8\pi^3}{V}} = \frac{V}{8\pi^3}$$

- 考虑电子的自旋

$$\frac{2V}{8\pi^3}$$

$$g(k) = \frac{2V}{8\pi^3}$$

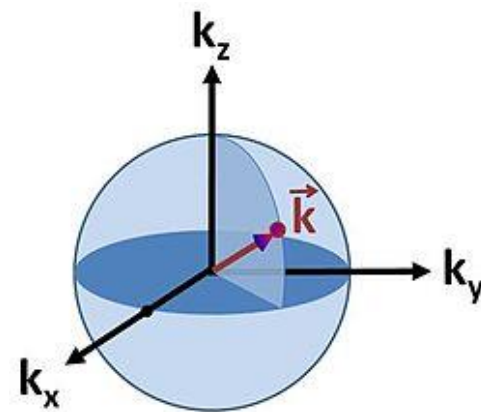
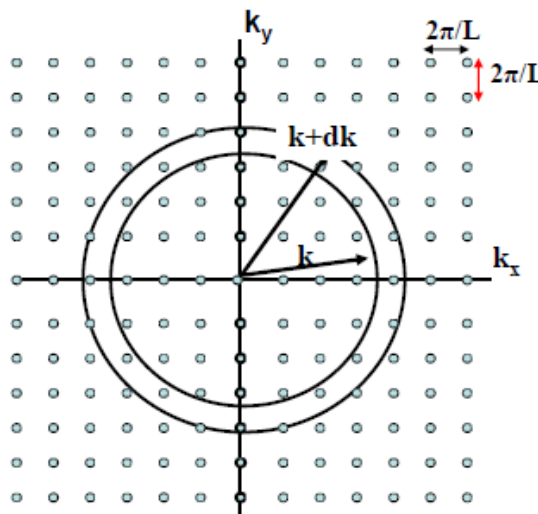


2. K空间的体积

- 导带底附近的态密度，能带极值在 $K=0$
- 等能面为球面

$$E(k) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*}$$

$$V_{E \sim E+dE} = 4\pi k^2 dk$$



$$dZ_{E \sim E+dE} = g(k) \cdot V_{E \sim E+dE} = \frac{2V}{8\pi^3} \cdot 4\pi k^2 dk$$

2. K空间的体积

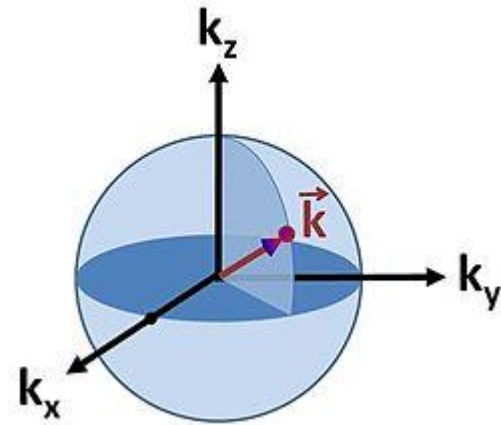
- 导带底附近状态密度

$$E(k) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*}$$

$$\Rightarrow kdk = \frac{m_n^* dE}{\hbar^2}$$

$$\Rightarrow k = \frac{(2m_n^*)^{1/2} (E - E_c)^{1/2}}{\hbar}$$

$$dZ_{E \sim E+dE} = \frac{2V}{8\pi^3} \cdot 4\pi k^2 dk$$



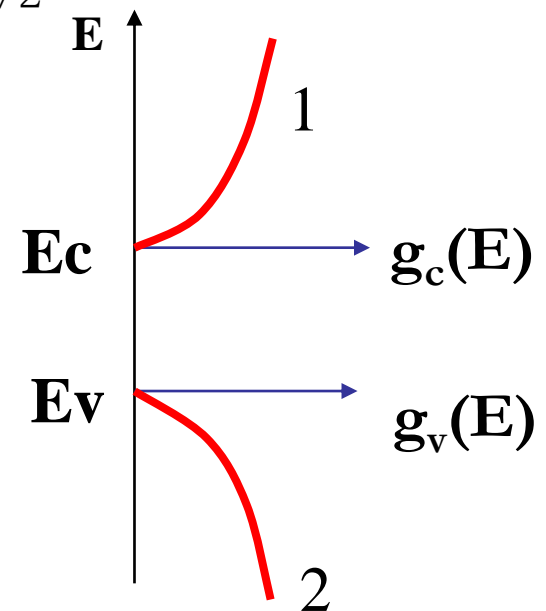
3. 态密度

导带底附近状态密度:

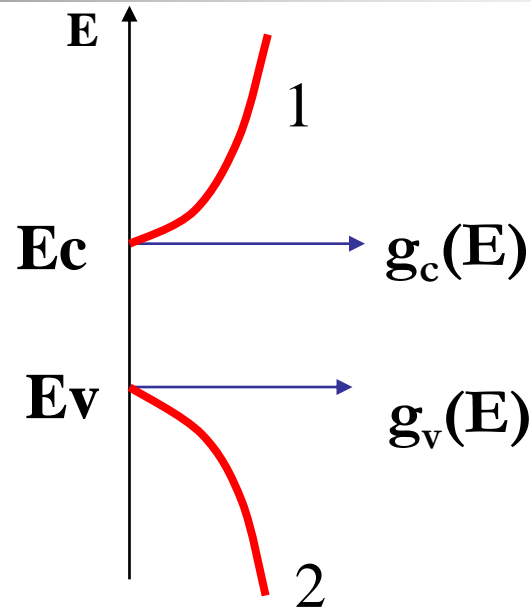
$$g_c(E) = \frac{dZ}{dE} = \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} (E - E_c)^{1/2}$$

价带顶附近状态密度:

$$g_v(E) = \frac{dZ}{dE} = \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_p^*)^{3/2}}{\hbar^3} (E_v - E)^{1/2}$$



3. 态密度



- 导带底附近:
- 单位能量间隔内的量子态数，随着电子能量的增加按抛物线关系增大；
- 价带顶附近:
- ✓ 价带顶附近单位能量间隔内的量子态数，随着能量的减小按抛物线关系增大。

DOS: 旋转椭球面

$$E(k) = E_c + \frac{\hbar^2}{2} \left[\frac{k_1^2 + k_2^2}{m_t} + \frac{k_3^2}{m_l} \right]$$

1. 极值 E_c 不在 $k=0$ 处;
2. 设导带底的状态有 s 个;

$$g(E) = \frac{dZ}{dE} = \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{\hbar^3} (E - E_c)^{1/2}$$

$$m_n^* = m_{dn} = s^{2/3} (m_l m_t^2)^{1/3}$$

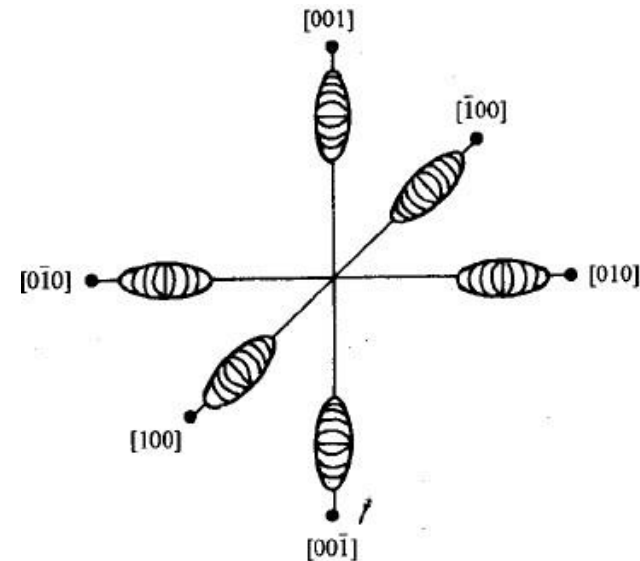
■ Si: $S=6$

$$m_l = (0.9163 \pm 0.0004)m_0$$

$$m_t = (0.1905 \pm 0.0001)m_0$$

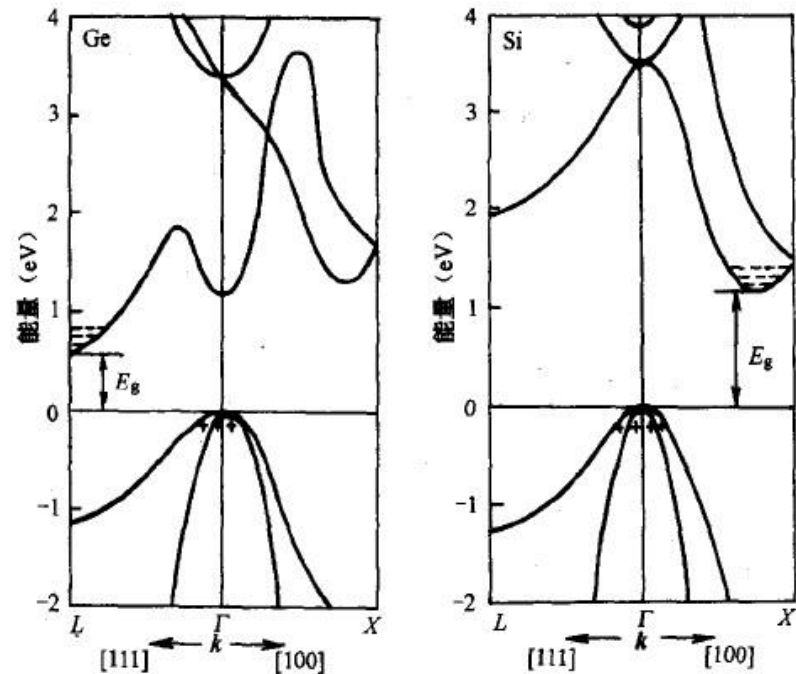
$$m_{dn} = 1.062m_0$$

■ Ge: $S=4$ $m_{dn} = 0.56m_0$



DOS: 旋转椭球面

■ 价带顶附近



$$g(E) = \frac{dZ}{dE} = \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_p^*)^{3/2}}{\hbar^3} (E_v - E)^{1/2}$$

$$m_p^* = m_{dp} = \left[(m_p)_l^{3/2} + (m_p)_h^{3/2} \right]^{2/3}$$



载流子的浓度

- 载流子浓度随温度变化的规律
- 计算一定温度下半导体中热平衡载流子浓度
 - ✓ 允许的量子态按能量如何分布？-状态密度
 - ✓ 电子在允许的量子态中如何分布？-**电子的分布**



第3章

3.1 态密度

3.2 费米能级和载流子的统计分布

3.3 本征半导体的载流子浓度

3.4 杂质半导体的载流子浓度

3.5 一般情况下的载流子统计分布

3.6 简并半导体

费米分布函数

- 从大量电子的整体看，电子按能量大小具有一定的统计分布规律性；
- 根据量子统计理论，服从泡利不相容原理的电子遵循**费米统计律**
- 对于能量为 E 的一个量子态被一个电子占据的概率为 $f(E)$

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{k_0 T}}}$$

物理意义：是描写热平衡状态下，电子在允许的量子态上如何分布的一个统计分布规律。

- $f(E)$ 称为电子的费米分布函数
- 空穴的费米分布函数？ $1 - f(E)$



费米能级

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{K_0 T}\right)}$$

- E_F 费米能级
- T , 导电类型, 杂质浓度, 电势零点的选取
- 能带内所有量子态被电子占据的量子态数等于电子的总数。

$$\sum_i f(E_i) = N$$

- 系统的化学势 $E_F = \mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_T$



费米能级

$$E_F = \mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N} \right)_T$$

- 在热平衡状态
- ✓ 体系中增加一个电子引起体系自由能的变化，等于体系的化学势
- ✓ 统一的化学势，因此有统一的费米能级

费米能级

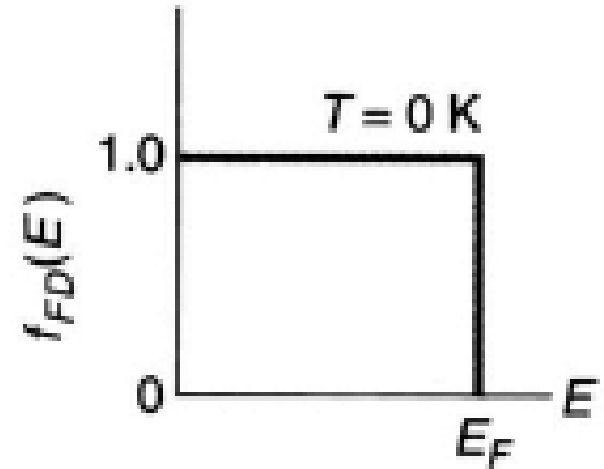
$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{K_0 T}\right)}$$

■ $T = 0K$:

$$E < E_F \rightarrow f(E) = 1$$

$$E > E_F \rightarrow f(E) = 0$$

■ 绝对零度时，费米能级可看成量子态是否被电子占据的一个界限。



费米能级

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{K_0 T}\right)}$$

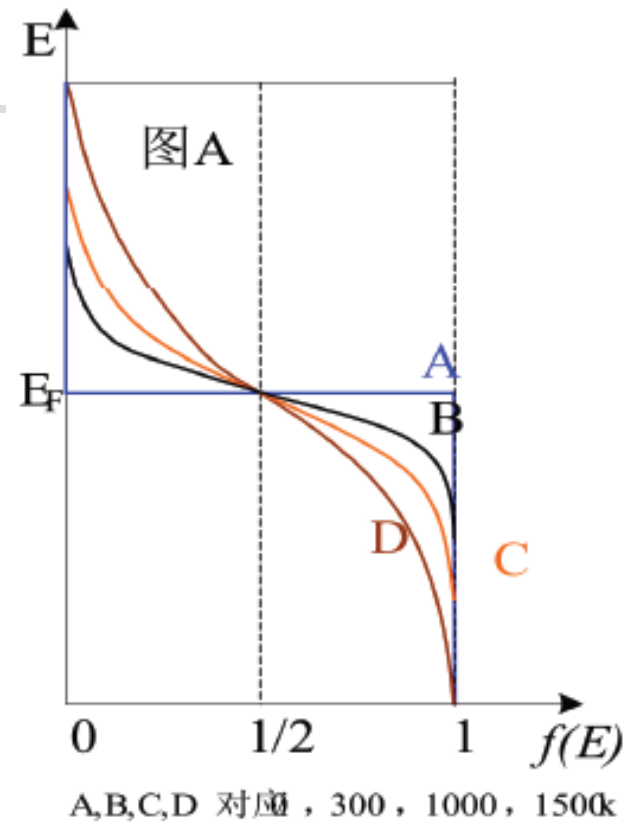
■ $T > 0K$:

$$E < E_F \rightarrow f(E) > 1/2$$

$$E = E_F \rightarrow f(E) = 1/2$$

$$E > E_F \rightarrow f(E) < 1/2$$

- 费米能级上被电子占据的概率为**50%**.
- 系统温度高于绝对零度时，费米能级可看成量子态**基本**被电子占据或**基本**是空的一个标志。



费米能级

- 如果 E 比费米能级高或低 $5k_0T$, 计算该能级被电子占据的概率。

解:
$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{k_0T}}}$$

$$E - E_F = 5k_0T, f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{5k_0T}{k_0T}}} = \frac{1}{1 + e^5} = 0.007$$

$$E - E_F = -5k_0T, f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{-5k_0T}{k_0T}}} = \frac{1}{1 + e^{-5}} = 0.993$$



费米能级

- 当温度不太高时:
 - ✓ $E > E_F$ 基本为空;
 - ✓ $E < E_F$ 基本被占据;
 - ✓ $E = E_F$ 50%
- 费米能级的位置比较直观的反应了电子占据量子态的状况;
- 费米能级高,则更多的电子占据了更高的能级;
- 费米能级标志着电子填充能级的水平。

费米能级

- 例题：如果 $E_F=5\text{eV}$, 计算当电子占据能级 $E=5.5\text{eV}$ 的概率为 1% 时的温度 T ；在这个温度下计算占据概率为 0.1~0.9 时的能量间隔。

解：

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1} \quad T = \frac{E - E_F}{k_B \ln\left(\frac{1}{f(E)} - 1\right)}$$

$$1\text{eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}, \quad k_B = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg/K} = 8.63 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$$

$$T = \frac{5.5 - 5}{8.63 \times 10^{-5} \times \ln\left(\frac{1}{0.01} - 1\right)} = 1261 \text{ K}$$

费米能级

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1} \quad E = E_F + k_B T \ln \left(\frac{1}{f(E)} - 1 \right)$$

- $f=0.9$

$$E_1 = E_F + 8.63 \times 10^{-5} \times 1261 \times \ln \left(\frac{1}{0.9} - 1 \right) = E_F - 0.24 \text{ eV}$$

- $f=0.1$

$$E_2 = E_F + 8.63 \times 10^{-5} \times 1261 \times \ln \left(\frac{1}{0.1} - 1 \right) = E_F + 0.24 \text{ eV}$$

- Energy range

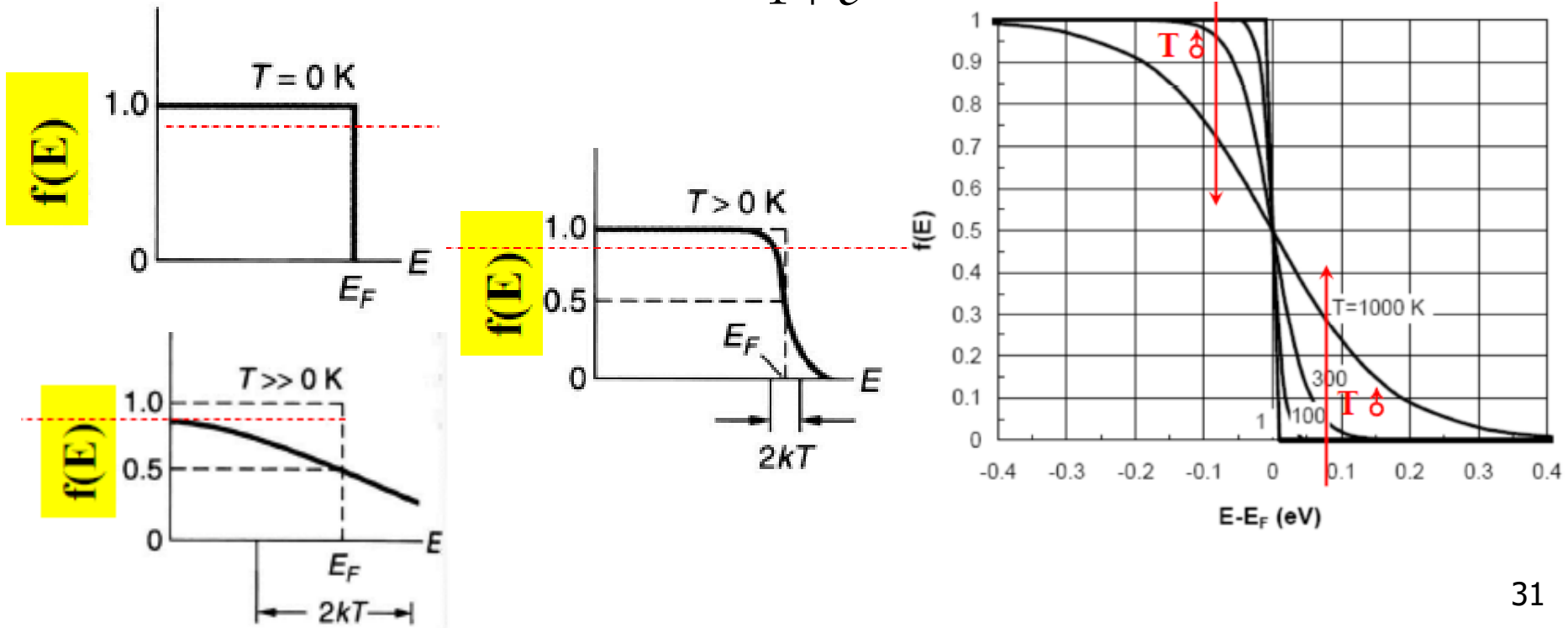
$$\Delta E = E_2 - E_1 = 0.48 \text{ eV}$$

费米能级

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{K_0 T}}}$$

$$E < E_F, f(E) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{|E - E_F|}{K_0 T}}} \quad T \uparrow \Rightarrow e^{-\frac{|E - E_F|}{K_0 T}} \uparrow \Rightarrow f(E) \downarrow$$

$$E > E_F, f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{|E - E_F|}{K_0 T}}} \quad T \uparrow \Rightarrow e^{\frac{|E - E_F|}{K_0 T}} \downarrow \Rightarrow f(E) \uparrow$$





费米能级

- 可以认为是一个假想的电子的能级
- 不需要对应实际的能级
- 不要求有实际存在的能带结构
- 然而，费米能级能精确的确定热平衡状态
- 用伏特计可以测量费米能级的不同