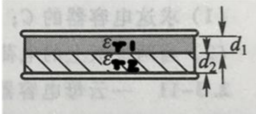
《电磁学》作业七答案

2.3-4 平行板电容器（极板面积为 S，间距为 d）中间有两层厚度各为 d_1 和 d_2（$d_1+d_2=d$），相对介电常数各为 ε_{r1} 和 ε_{r2} 的电介质层。



习题 2.3-4 图

求：（1）电容 C。

（2）当金属极板上带电而面密度为 $\pm\sigma_{e0}$ 时，两层介质间的分界面上的极化电荷密度 σ_e' ；

（3）极板间电位差 U；

（4）两层介质中的电位移 D。

解：（1）可看作两电容器串联：$C_1=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S}{d_1}$　　$C_2=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S}{d_2}$　　$C=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}S}{\varepsilon_{r1}d_2+\varepsilon_{r2}d_1}$

（2）$D_1=D_2=\sigma_{e0}$　　$E_1=\dfrac{D_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}=\dfrac{\sigma_{e0}}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}$　　$E_2=\dfrac{D_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}=\dfrac{\sigma_{e0}}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}$

$$\sigma_1'=\vec{P}_1\cdot\hat{e}_n=P_1=\varepsilon_0(\varepsilon_{r1}-1)E_1=\frac{\varepsilon_{r1}-1}{\varepsilon_{r1}}\sigma_{e0}\qquad \sigma_2'=\vec{P}_2\cdot\hat{e}_n=-P_2=\varepsilon_0(\varepsilon_{r2}-1)E_2=\frac{\varepsilon_{r2}-1}{\varepsilon_{r2}}\sigma_{e0}$$

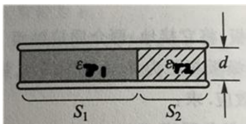
$$\sigma'=\sigma_1'+\sigma_2'=\frac{(\varepsilon_{r1}-\varepsilon_{r2})}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}}\sigma_{e0}$$

（3）$U=E_1d_1+E_2d_2=\dfrac{(\varepsilon_{r1}d_2+\varepsilon_{r2}d_1)\sigma_{e0}}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}}$

(4)　$D_1=D_2=\sigma_{e0}$

2.3-12 一平行板电容器的两极板间距为 d，其间充满了两部分介质，相对介电常数为 ε_{r1} 的介质所占的面积为 S_1，相对介电常数为 ε_{r2} 的介质所占的面积为 S_2。略去边缘效应，求电容 C。

解：看作两个电容器并联



习题 2.3-12 图

$$C_1=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S_1}{d}\qquad C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S_2}{d}$$

$$C=C_1+C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S_1+\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S_2}{d}$$

2.3-15 同心球内外半径分别为 R_1 和 R_2，两球间充满相对介电常数为 ε_r 的均匀介质，内球的电荷时 Q。求：

（1）电容器内各处的电场强度 E 的分布和电位差 U；

（2）介质表面的极化电荷密度 ；
（3）电容 C。（它是真空时电容的多少倍）

解：（1）有高斯定理得 $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$ $U=\int\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}dr=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}(\dfrac{1}{R_1}-\dfrac{1}{R_2})$

（2） $r=R_1$ 表面：$\sigma_e'=\vec{P}_1\cdot\hat{e}_n=-P_1=-\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1^2}=-\dfrac{(\varepsilon_r-1)Q}{4\pi\varepsilon_r R_1^2}$

$r=R_2$ 表面：$\sigma_e'=\vec{P}_2\cdot\hat{e}_n=P_2=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_2^2}=\dfrac{(\varepsilon_r-1)Q}{4\pi\varepsilon_r R_2^2}$

（3） $C=\dfrac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1R_2}{R_2-R_1}$ $\dfrac{C}{C_0}=\varepsilon_r$

2.3-17 一半径为 R 的导体球带电荷 Q，处在相对介电常数为 ε_r 的无限大均匀分布的介质中。求：（1）介质中的的电场强度 E，电位移 D 和极化强度 P 的分布；（2）极化电荷的面密度。

解：（1） 由高斯定理求得： $D=\dfrac{Q}{4\pi r^2}$ $E=\dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$

$$P=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)E=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}=\frac{(\varepsilon_r-1)Q}{4\pi\varepsilon_r r^2}$$

（2） $\sigma_e'=\vec{P}\cdot\hat{e}_n=-P\big|_{r=R}=-\dfrac{(\varepsilon_r-1)Q}{4\pi\varepsilon_r R^2}$