

Problem: System of Equations of 2 Variables via Basic Calculus Operators

Bài Tập: Hệ Phương Trình 2 Biến với Các Phép Tính Cơ Bản

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 21 tháng 8 năm 2023

Tóm tắt nội dung

In this context, we aim to solve systems of equations of 2 variables of the following form:

$$\begin{cases} F(x, y) = a, \\ G(x, y) = b, \end{cases}$$

where F, G are basic calculus operators, e.g., $f(x, y) = x \pm y$, $f(x, y) = \alpha x + \beta y$, $f(x, y) = xy$, $f(x, y) = \frac{x}{y}$, $f(x, y) = x^y$, $f(x, y) = x^\alpha \pm y^\alpha$ for some $\alpha \in \mathbb{R}$.

Last updated version: [GitHub/NQBH/elementary STEM & beyond/elementary mathematics/miscellaneous/system of equations of 2 variables/problem: system of equations of 2 variables \[pdf\]](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/miscellaneous/system_of_equations_of_2_variables/problem%3A%20system%20of%20equations%20of%202%20variables.pdf).¹ [TeX]².

Mục lục

1 System of Equations of 2 Variables: Basic Operators – Hệ Phương Trình 2 Ẩn: Các Toán Tử Cơ Bản $\pm, \cdot, :$	1
2 System of Equations of 2 Variables: Advanced Operators – Hệ Phương Trình 2 Ẩn: Các Toán Tử Nâng Cao $x^y, \log_x y$	3
3 Miscellaneous	3

1 System of Equations of 2 Variables: Basic Operators – Hệ Phương Trình 2 Ẩn: Các Toán Tử Cơ Bản $\pm, \cdot, :$

Ta lần lượt xét các hệ phương trình 2 biến, e.g., x, y , có 2 phương trình trong hệ được tạo thành từ 2 trong các toán tử: toán tử cộng $+$: $f(x, y) = x + y$, toán tử trừ $-$: $f(x, y) = x - y$, toán tử nhân \cdot : $f(x, y) = xy$, toán tử chia $:$, i.e., $f(x, y) = \frac{x}{y}$, toán tử tổng bình phương $f(x, y) = x^2 + y^2$, toán tử hiệu bình phương $f(x, y) = x^2 - y^2$, toán tử tổng lập phương $f(x, y) = x^3 + y^3$, toán tử hiệu lập phương $f(x, y) = x^4 + y^4$, toán tử tổng lũy thừa bậc n tổng quát $f_n(x, y) = x^n + y^n, \forall n \in \mathbb{N}$, toán tử hiệu lũy thừa bậc n tổng quát $f_n(x, y) = x^n - y^n, \forall n \in \mathbb{N}$.

1 (Hệ phương trình tổng–hiệu 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} x + y = a, \\ x - y = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

2 (Hệ phương trình tổng–tích 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} x + y = a, \\ xy = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

3 (Hệ phương trình hiệu–tích 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} x - y = a, \\ xy = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (3)$$

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanhong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/miscellaneous/system_of_equations_of_2_variables/problem/NQBH_system_of_equations_of_2_variables_problem.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/miscellaneous/system_of_equations_of_2_variables/problem/NQBH_system_of_equations_of_2_variables_problem.tex.

4 (Hệ phương trình tổng–thương 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} x + y = a, \\ \frac{x}{y} = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (4)$$

5 (Hệ phương trình hiệu–thương 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} x - y = a, \\ \frac{x}{y} = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (5)$$

6 (Hệ phương trình tích–thương 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} xy = a, \\ \frac{x}{y} = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (6)$$

7 (Hệ phương trình tổng–tổng bình phương 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} x + y = a, \\ x^2 + y^2 = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (7)$$

8 (Hệ phương trình hiệu–tổng bình phương 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} x - y = a, \\ x^2 + y^2 = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (8)$$

9 (Hệ phương trình tích–tổng bình phương 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} xy = a, \\ x^2 + y^2 = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (9)$$

10 (Hệ phương trình thương–tổng bình phương 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = a, \\ x^2 + y^2 = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (10)$$

11 (Hệ phương trình tổng–hiệu bình phương 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} x + y = a, \\ x^2 - y^2 = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (11)$$

12 (Hệ phương trình hiệu–hiệu bình phương 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} x - y = a, \\ x^2 - y^2 = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (12)$$

13 (Hệ phương trình tích–hiệu bình phương 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} xy = a, \\ x^2 - y^2 = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (13)$$

14 (Hệ phương trình thương–hiệu bình phương 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = a, \\ x^2 - y^2 = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (14)$$

2 System of Equations of 2 Variables: Advanced Operators – Hệ Phương Trình

2 Ẩn: Các Toán Tử Nâng Cao $x^y, \log_x y$

Ta lần lượt xét các hệ phương trình 2 biến, e.g., x, y , có 2 phương trình trong hệ được tạo thành từ 2 trong các toán tử: toán tử cộng $+$: $f(x, y) = x + y$, toán tử trừ $-$: $f(x, y) = x - y$, toán tử nhân \cdot : $f(x, y) = xy$, toán tử chia $:$: $f(x, y) = \frac{x}{y}$, toán tử tổng bình phương $f(x, y) = x^2 + y^2$, toán tử hiệu bình phương $f(x, y) = x^2 - y^2$, toán tử tổng lập phương $f(x, y) = x^3 + y^3$, toán tử hiệu lập phương $f(x, y) = x^4 + y^4$, toán tử tổng lũy thừa bậc n tổng quát $f_n(x, y) = x^n + y^n, \forall n \in \mathbb{N}$, toán tử hiệu lũy thừa bậc n tổng quát $f_n(x, y) = x^n - y^n, \forall n \in \mathbb{N}$, toán tử lũy thừa $f(x, y) = x^y$, toán tử logarith: $f(x, y) = \log_x y$.

15 (Hệ phương trình tổng–lũy thừa 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} x + y = a, \\ x^y = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (15)$$

16 (Hệ phương trình hiệu–lũy thừa 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} x - y = a, \\ x^y = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (16)$$

17 (Hệ phương trình tích–lũy thừa 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} xy = a, \\ x^y = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (17)$$

18 (Hệ phương trình thương–lũy thừa 2 biến). *Giải hệ phương trình:*

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = a, \\ x^y = b, \end{cases} \text{ với } a, b \in \mathbb{R}. \quad (18)$$

3 Miscellaneous