

# Problem: Circle – Bài Tập: Đường Tròn

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 21 tháng 8 năm 2023

## Tóm tắt nội dung

Last updated version: [GitHub/NQBH/elementary STEM & beyond/elementary mathematics/grade 9/circle/problem: set Q of circles \[pdf\]](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/circle/problem/set_Q_of_circles.pdf).<sup>1</sup> [\[TEX\]](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/rational/problem/NQBH_circle_problem.tex)<sup>2</sup>.

## Mục lục

1	Sự Xác Định Đường Tròn. Tính Chất Đối Xứng của Đường Tròn . . . . .	1
2	Đường Kính & Dây của Đường Tròn. Liên Hệ Giữa Dây & Khoảng Cách Từ Tâm Đến Dây . . . . .	1
3	Vị Trí Tương Đối của Đường Thẳng & Đường Tròn. Dấu Hiệu Nhận Biết Tiếp Tuyến của Đường Tròn . . . . .	2
4	Miscellaneous . . . . .	2
	Tài liệu . . . . .	2

## 1 Sự Xác Định Đường Tròn. Tính Chất Đối Xứng của Đường Tròn

**Bài toán 1** ([Bin23], Ví dụ 8, p. 95). Cho hình thang cân  $ABCD$ . Chứng minh tồn tại 1 đường tròn đi qua cả 4 đỉnh của hình thang.

**Bài toán 2** ([Bin23], 50., p. 95). Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ ,  $AC = 40$  cm,  $BC = 48$  cm. Tính khoảng cách từ  $O$  đến  $BC$ .

**Bài toán 3** ([Bin23], 51., p. 96). Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ , cạnh bên bằng  $b$ , đường cao  $AH = h$ . Tính bán kính của đường tròn  $(O)$ .

**Bài toán 4** ([Bin23], 52., p. 96). Cho  $\triangle ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Giả sử  $O$  nằm trong  $\triangle AMC$  hoặc  $O$  nằm giữa  $A$  &  $M$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC$ . Chứng minh: (a) Chu vi  $\triangle IMC$  lớn hơn  $2R$ . (b) Chu vi  $\triangle ABC$  lớn hơn  $4R$ .

**Bài toán 5** ([Bin23], 53., p. 96). Cho  $\triangle ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$ . Kẻ 3 đường thẳng  $DD', EE', FF'$  sao cho  $DD' \parallel OA, EE' \parallel OB, FF' \parallel OC$ . Chứng minh 3 đường thẳng  $DD', EE', FF'$  đồng quy.

**Bài toán 6** ([Bin23], 54., p. 96). Cho 3 điểm  $A, B, C$  bất kỳ & đường tròn  $(O; 1)$ . Chứng minh tồn tại 1 điểm  $M$  nằm trên đường tròn  $(O)$  sao cho  $MA + MB + MC \geq 3$ .

## 2 Đường Kính & Dây của Đường Tròn. Liên Hệ Giữa Dây & Khoảng Cách Từ Tâm Đến Dây

**Bài toán 7** ([Bin23], Ví dụ 9, p. 96). Cho  $\triangle ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$ .  $M$  là điểm bất kỳ thuộc cung  $BC$  không chứa  $A$ . Gọi  $D, E$  theo thứ tự là các điểm đối xứng với  $M$  qua  $AB, AC$ . Tìm vị trí của  $M$  để  $DE$  có độ dài lớn nhất.

**Bài toán 8** ([Bin23], Ví dụ 10, p. 97). Cho  $(O)$  bán kính  $OA = 11$  cm. Điểm  $M$  thuộc bán kính  $OA$  & cách  $O$  7 cm. Qua  $M$  kẻ dây  $CD$  có độ dài 18 cm. Tính  $MC, MD$  với  $MC < MD$ .

**Bài toán 9** ([Bin23], Ví dụ 11, p. 97). Cho  $(O)$  bán kính 15 cm, điểm  $M$  cách  $O$  9 cm. (a) Dựng dây  $AB$  đi qua  $M$  & có độ dài 26 cm. (b) Có bao nhiêu dây đi qua  $M$  & có độ dài là 1 số nguyên cm?

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam  
e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

<sup>1</sup>URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_9/circle/problem/NQBH\\_circle\\_problem.pdf](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/circle/problem/NQBH_circle_problem.pdf).

<sup>2</sup>URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_9/rational/problem/NQBH\\_circle\\_problem.tex](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/rational/problem/NQBH_circle_problem.tex).

**Bài toán 10** ([Bin23], 55., p. 98). Tứ giác  $ABCD$  có  $\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ$ . (a) Chứng minh  $AC \leq BD$ . (b) Trong trường hợp nào thì  $AC = BD$ ?

**Bài toán 11** ([Bin23], 56., p. 98). Cho  $(O)$  đường kính  $AB$ , 2 dây  $AC, AD$ . Gọi  $E$  là điểm bất kỳ trên đường tròn,  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $E$  trên  $AC, AD$ . Chứng minh  $HK \leq AB$ .

**Bài toán 12** ([Bin23], 57., p. 98). Cho  $(O)$ , dây  $AB = 24$  cm, dây  $AC = 20$  cm ( $\widehat{BAC} < 90^\circ$  & điểm  $O$  nằm trong  $\widehat{BAC}$ ). Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Khoảng cách từ  $M$  đến  $AB$  bằng 8 cm. (a) Chứng minh  $\triangle ABC$  cân tại  $C$ . (b) Tính bán kính đường tròn.

**Bài toán 13** ([Bin23], 58., p. 98). Cho  $(O)$  bán kính 5 cm, 2 dây  $AB$  &  $CD$  song song với nhau có độ dài theo thứ tự bằng 8 cm & 6 cm. Tính khoảng cách giữa 2 dây.

**Bài toán 14** ([Bin23], 59., p. 98). Cho  $(O)$ , đường kính  $AB = 13$  cm. Dây  $CD$  có độ dài 12 cm vuông góc với  $AB$  tại  $H$ . (a) Tính  $AH, BH$ . (b) Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu của  $H$  trên  $AC, BC$ . Tính diện tích tứ giác  $CMHN$ .

**Bài toán 15** ([Bin23], 60., p. 99). Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ , dây  $CD$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là chân 2 đường vuông góc kẻ từ  $A, B$  đến  $CD$ . (a) Chứng minh  $CH = DK$ . (b) Chứng minh  $S_{AHKB} = S_{ABC} + S_{ABD}$ . (c) Tính diện tích lớn nhất của tứ giác  $AHKB$ , biết  $AB = 30$  cm,  $CD = 18$  cm.

**Bài toán 16** ([Bin23], 61., p. 99). Cho  $\triangle ABC$ , 3 đường cao  $AD, BE, CF$ . Đường tròn đi qua  $D, E, F$  cắt  $BC, CA, AB$  lần lượt tại  $M, N, P$ . Chứng minh 3 đường thẳng kẻ từ  $M$  vuông góc với  $BC$ , kẻ từ  $N$  vuông góc với  $AC$ , kẻ từ  $P$  vuông góc với  $AB$  đồng quy.

**Bài toán 17** ([Bin23], 62., p. 99).  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  nội tiếp  $(O)$ . Gọi  $D$  là trung điểm của  $AB$ ,  $E$  là trọng tâm của  $\triangle ACD$ . Chứng minh  $OE \perp CD$ .

### 3 Vị Trí Tương Đối của Đường Thẳng & Đường Tròn. Dấu Hiệu Nhận Biết Tiếp Tuyến của Đường Tròn

### 4 Miscellaneous

### Tài liệu

[Bin23] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 9 Tập 1*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 275.