

Problem: 2nd-Order Function. Quadratic Equation

Bài Tập: Hàm Số Bậc 2 $y = ax^2$. Phương Trình Bậc 2 1 Ẩn $ax^2 + bx + c = 0$

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 25 tháng 10 năm 2023

Mục lục

1	2nd-Order Function – Hàm Số $y = ax^2, a \neq 0$	1
2	Quadratic Equation – Phương Trình Bậc 2 1 Ẩn $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$	1
3	Hệ Thức Viète & Ứng Dụng	2
4	Miscellaneous	2
	Tài liệu	2

1 2nd-Order Function – Hàm Số $y = ax^2, a \neq 0$

1 ([Bin23], VD74, p. 18). (a) Cho parabol $y = \frac{1}{4}x^2$, điểm $A(0, 1)$ & đường thẳng $d : y = -1$. Gọi M là 1 điểm bất kỳ thuộc parabol. Chứng minh MA bằng khoảng cách MH từ điểm M đến d . (b) Cho điểm $A(0, a)$, $d : y = -a$. Chứng minh quỹ tích của điểm $M(x, y)$ sao cho khoảng cách MH từ M tới d bằng MA là 1 parabol.

[Bin23, 235., p. 19, 236., p. 20].

2 ([Bin23], 237., p. 20). (a) Xác định hệ số a của parabol $y = ax^2$, biết parabol đi qua điểm $A(-2, -2)$. (b) Tìm tọa độ của điểm M thuộc parabol này, biết khoảng cách từ M đến trục hoành gấp đôi khoảng cách từ M đến trục tung.

3 ([Bin23], 238., p. 20). Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}|x|$.

4 ([Bin23], 239., p. 20). (a) Vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$. (b) Gọi C là 1 điểm tùy ý nằm trên parabol $y = -\frac{1}{2}x^2$. Gọi K là trung điểm OC . Khi điểm C di chuyển trên parabol đó thì điểm K di chuyển trên đường nào?

2 Quadratic Equation – Phương Trình Bậc 2 1 Ẩn $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

5 ([Bin23], VD75, p. 20). Cho phương trình $(m^2 - m - 2)x^2 + 2(m + 1)x + 1 = 0$ với tham số m . (a) Giải phương trình khi $m = 1$. (b) Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt. (c) Tìm các giá trị của m để tập nghiệm của phương trình chỉ có 1 phần tử.

6 ([Bin23], VD76, p. 21). Chứng minh phương trình $(a + 1)x^2 - 2(a + b)x + b - 1 = 0$ có nghiệm $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

7 ([Bin23], VD77, p. 22). Chứng minh phương trình $x^2 - (3m^2 - 5m + 1)x - (m^2 - 4m + 5) = 0$ có nghiệm $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

8 ([Bin23], VD78, p. 22). Cho phương trình $x^2 + mx + n = 0$ với $m, n \in \mathbb{Z}$. (a) Chứng minh nếu phương trình có nghiệm hữu tỷ thì nghiệm đó là số nguyên. (b) Tìm nghiệm hữu tỷ của phương trình với $n = 3$.

9 ([Bin23], VD79, p. 20). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để các nghiệm của phương trình $x^2 - (4 + n)x + 2n = 0$ là các số nguyên.

10 ([Bin23], VD80, p. 20). Tìm các giá trị của a để 2 phương trình $x^2 + ax + 8 = 0, x^2 + x + a = 0$ có ít nhất 1 nghiệm chung.

11 ([Bin23], 240., p. 25). Cho phương trình $mx^2 + 6(m - 2)x + 4m - 7 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình: (a) Có nghiệm kép. (b) Có 2 nghiệm phân biệt. (c) Vô nghiệm.

12 ([Bin23], 241., p. 25). Giải phương trình với tham số m : (a) $x^2 - mx - 3(m + 3) = 0$. (b) $mx^2 - 4x + 4 = 0$.

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

- 13** ([Bin23], 242., p. 25). Tìm các giá trị của m biết phương trình $x^2 + mx + 12 = 0$ có hiệu 2 nghiệm bằng 1.
- 14** ([Bin23], 243., p. 25). Cho 2 số thực dương a, b thỏa $a + b = 4\sqrt{ab}$. Tính tỷ số $\frac{a}{b}$.
- 15** ([Bin23], 244., p. 25). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết $2(x^2 + 1) + y^2 = 2y(x + 1)$.
- 16** ([Bin23], 245., p. 26). Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm: (a) $(m^2 - m)x^2 + 2mx + 1 = 0$. (b) $(m + 1)x^2 - 2x + (m - 1) = 0$.
- 17** ([Bin23], 246., p. 26). Chứng minh phương trình có nghiệm $\forall a, b \in \mathbb{R}$: (a) $x(x - a) + x(x - b) + (x - a)(x - b) = 0$. (b) $x^2 + (a + b)x - 2(a^2 - ab + b^2) = 0$.
- 18** ([Bin23], 247., p. 26). Chứng minh phương trình có nghiệm $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$: (a) $3x^2 - 2(a + b + c)x + (ab + bc + ca) = 0$. (b) $(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) = 0$.
- 19** ([Bin23], 248., p. 26). Chứng minh nếu $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ thì tồn tại 1 trong 3 phương trình bậc 2 $ax^2 + 2bx + c = 0, bx^2 + 2cx + a = 0, cx^2 + 2ax + b = 0$ có nghiệm.
- 20** ([Bin23], 249., p. 26). Chứng minh phương trình $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$, có nghiệm, biết $5a + 2c = b$.
- 21** ([Bin23], 250., p. 26). Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh 1 tam giác. Chứng minh phương trình $(a^2 + b^2 - c^2)x^2 - 4abx + a^2 + b^2 - c^2 = 0$ có nghiệm.
- 22** ([Bin23], 251., p. 26). Chứng minh phương trình $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$, có nghiệm nếu $\frac{2b}{a} \geq \frac{c}{a} + 4$.
- 23** ([Bin23], 252., p. 26). Chứng minh nếu $bm = 2(c + n)$ thì ít nhất 1 trong 2 phương trình $x^2 + bx + c = 0, x^2 + mx + n = 0$ có nghiệm.
- 24** ([Bin23], 253., p. 26). Cho $a, b, c \in \mathbb{Q}, a \neq 0, |b| = |a + c|$. Chứng minh các nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ là các số hữu tỷ.
- 25** ([Bin23], 254., p. 26). Chứng minh phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ không có nghiệm hữu tỷ nếu a, b, c là 3 số nguyên lẻ.
- 26** ([Bin23], 255., p. 26). Chứng minh nếu \overline{abc} là số nguyên tố thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ không có nghiệm hữu tỷ.
- 27** ([Bin23], 256., p. 27). Tìm các giá trị nguyên của m để nghiệm của phương trình $mx^2 - 2(m - 1)x + m - 4 = 0$ là số hữu tỷ.
- 28** ([Bin23], 257., p. 27). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để các nghiệm của phương trình $x^2 - (n + 4)x + 4n - 25 = 0$ là các số nguyên.
- 29** ([Bin23], 258., p. 27). Tìm số nguyên tố p biết phương trình $x^2 + px - 12p = 0$ có 2 nghiệm đều là các số nguyên.
- 30** ([Bin23], 259., p. 27). Tìm các giá trị của m để 2 phương trình có ít nhất 1 nghiệm chung: (a) $x^2 + 2x + m = 0, x^2 + mx + 2 = 0$. (b) $x^2 + mx + 1 = 0, x^2 - x - m = 0$.
- 31** ([Bin23], 260., p. 27). Tìm các giá trị của m để 2 phương trình có ít nhất 1 nghiệm chung: (a) $x^2 + (m - 2)x + 3 = 0, 2x^2 + mx + m + 2 = 0$. (b) $2x^2 + (3m - 5)x - 9 = 0, 6x^2 + (7m - 15)x - 19 = 0$.
- 32** ([Bin23], 261., p. 27). Tìm các giá trị của m để 1 nghiệm của phương trình $2x^2 - 13x + 2m = 0$ gấp đôi 1 nghiệm của phương trình $x^2 - 4x + m = 0$.
- 33** ([Bin23], 262., p. 27). Cho 2 phương trình $ax^2 + bx + c = 0, cx^2 + bx + a = 0$. Biết phương trình thứ nhất có nghiệm dương m , chứng minh phương trình thứ 2 có nghiệm n sao cho $m + n \geq 2$.

3 Hệ Thức Viète & Ứng Dụng

4 Miscellaneous

Tài liệu

[Bin23] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 9 Tập 2*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 290.