

# Problem: Application of Derivative to Survey & Draw Graph of Functions

## Bài Tập: Ứng Dụng Đạo Hàm Để Khảo Sát & Vẽ Đồ Thị của Hàm Số

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 8 tháng 8 năm 2023

### Mục lục

1 Tính Đơn Diệu của Hàm Số	1
2 Cực Trị của Hàm Số	2
Tài liệu	2

## 1 Tính Đơn Diệu của Hàm Số

**Bài toán 1** (Quỳnh et al., 2022, Ví dụ 1, p. 5). Chứng minh hàm số  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  nghịch biến trên đoạn  $[0, 1]$ .

**Bài toán 2** (Quỳnh et al., 2022, Ví dụ 2, p. 6). Xét chiều biến thiên của hàm số  $y = x + \frac{4}{x}$ .

**Bài toán 3** (Quỳnh et al., 2022, H1, p. 6). Xét chiều biến thiên của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x - 3$ .

**Bài toán 4** (Quỳnh et al., 2022, Ví dụ 3, p. 6). Xét chiều biến thiên của hàm số  $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x - 3$ .

**Bài toán 5** (Quỳnh et al., 2022, H2, p. 7). Xét chiều biến thiên của hàm số  $y = 2x^5 + 5x^4 + \frac{10}{3}x^3 - \frac{7}{3}$ .

**Bài toán 6** (Quỳnh et al., 2022, 1., p. 7). Xét chiều biến thiên của hàm số: (a)  $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$ . (b)  $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ . (c)  $y = x + \frac{3}{x}$ . (d)  $y = x - \frac{2}{x}$ . (e)  $y = x^4 - 2x^2 - 5$ . (f)  $y = \sqrt{4-x^2}$ .

**Bài toán 7** (Quỳnh et al., 2022, 2., p. 7). Chứng minh: (a) Hàm số  $y = \frac{x-2}{x+2}$  đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó. (b) Hàm số  $y = \frac{-x^2-2x+3}{x+1}$  nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

**Bài toán 8** (Quỳnh et al., 2022, 3., p. 8). Chứng minh các hàm số sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ : (a)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 17x + 4$ . (b)  $f(x) = x^3 + x - \cos x - 4$ .

**Bài toán 9** (Quỳnh et al., 2022, 4., p. 8). Với giá trị nào của  $a$  hàm số  $y = ax - x^3$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

**Bài toán 10** (Quỳnh et al., 2022, 5., p. 8). Tìm các giá trị của tham số  $a$  để hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + 4x + 3$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 11** (Quỳnh et al., 2022, 6., p. 8). Xét chiều biến thiên của hàm số: (a)  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x - 5$ . (b)  $y = -\frac{4}{3}x^3 + 6x^2 - 9x - \frac{2}{3}$ . (c)  $y = \frac{x^2-8x+9}{x-5}$ . (d)  $y = \sqrt{2x-x^2}$ . (e)  $y = \sqrt{x^2-2x+3}$ . (f)  $y = \frac{1}{x+1} - 2x$ .

**Bài toán 12** (Quỳnh et al., 2022, 7., p. 8). Chứng minh hàm số  $f(x) = \cos 2x - 2x + 3$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 13** (Quỳnh et al., 2022, 8., p. 8-9). Chứng minh bất đẳng thức: (a)  $\sin x < x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $x > 0$ ;  $\sin x > x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $x < 0$ . (b)  $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $x \neq 0$ . (c)  $\sin x > x - \frac{x^3}{6}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $x > 0$ ;  $\sin x < x - \frac{x^3}{6}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $x < 0$ .

**Bài toán 14** (Quỳnh et al., 2022, 9., p. 9). Chứng minh:  $\sin x + \tan x > 2x$ ,  $\forall x \in (0, \frac{\pi}{2})$ .

**Bài toán 15** (Quỳnh et al., 2022, 10., p. 9). Số dân của 1 thị trấn sau  $t$  năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức  $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$  ( $f(t)$  được tính bằng nghìn người). (a) Tính số dân của thị trấn vào năm 1980 & năm 1995. (b) Xem  $f$  là 1 hàm số xác định trên nửa khoảng  $[0, +\infty)$ . Tìm  $f'$  & xét chiều biến thiên của hàm số  $f$  trên nửa khoảng  $[0, +\infty)$ . (c) Đạo hàm của hàm số  $f$  biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Tính tốc độ tăng dân số vào năm 1990 & năm 2008 của thị trấn. Vào năm nào thì tốc độ tăng dân số là 0.125 nghìn người/năm?

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam  
e-mail: nguyentuanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

## 2 Cực Trị của Hàm Số

### Tài liệu

Quỳnh, Đoàn, Nguyễn Huy Đoan, Trần Phương Dung, Nguyễn Xuân Liêm, and Đặng Hùng Thắng (2022). *Giải Tích 12 nâng cao*. Tái bản lần thứ 14. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, p. 231.