

Problem: Integers \mathbb{Z} – Bài Tập: Số Nguyên \mathbb{Z}

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 2 tháng 10 năm 2024

Tóm tắt nội dung

This text is a part of the series *Some Topics in Elementary STEM & Beyond*:

URL: https://nqbh.github.io/elementary_STEM.

Latest version:

- *Problem: Integers \mathbb{Z} – Bài Tập: Số Nguyên \mathbb{Z} .*

PDF: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/integer/problem/NQBH_integer_problem.pdf.

TeX: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/integer/problem/NQBH_integer_problem.tex.

- *Problem & Solution: Integers \mathbb{Z} – Bài Tập & Lời Giải: Số Nguyên \mathbb{Z} .*

PDF: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/integer/problem/NQBH_integer_solution.pdf.

TeX: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/integer/problem/NQBH_integer_solution.tex.

Mục lục

1	Set \mathbb{Z} of Integers – Tập Hợp Số Nguyên \mathbb{Z}	1
2	\pm on \mathbb{R}. Bracket Rule – Phép \pm Các Số Nguyên. Quy Tắc Dấu Ngoặc	3
3	Operator \cdot on \mathbb{Z} – Phép \cdot Số Nguyên	5
4	Bội & Ước của 1 Số nguyên	8
5	Điền Chữ Số	9
6	Miscellaneous	11
	Tài liệu	11

1 Set \mathbb{Z} of Integers – Tập Hợp Số Nguyên \mathbb{Z}

1 ([BQT23], H1, p. 49). Đ/S? (a) Số nguyên âm nhỏ hơn số tự nhiên. (b) Số nguyên âm nhỏ hơn số nguyên dương. (c) Số tự nhiên là số nguyên dương. (d) Số đối của 1 số nguyên dương là 1 số nguyên âm. (e) Trên trục số, 2 số nguyên đối nhau cách đều điểm 0.

2 ([BQT23], H2, p. 50). Tìm: (a) Số đối của 3. (b) Số đối của -7 . (c) Số đối của 0. (d) Số đối của $-(-7)$. (e) Số liền trước của số 0. (f) Số liền sau của -4 .

3 ([BQT23], VD1, p. 50). Cho tập hợp $A = \{-2, 3, 0, -1, 5, -(-4)\}$. (a) Viết tập hợp B gồm các phần tử là số đối của các phần tử trong tập hợp A . (b) Viết tập hợp C gồm các phần tử thuộc tập hợp A & là số nguyên âm.

Lưu ý 1. \mathbb{N}^* là tập hợp các số tự nhiên khác 0, i.e., số nguyên dương, còn \mathbb{Z}^* là tập hợp các số nguyên khác 0.

4 ([BQT23], VD2, p. 50). Đ/S? “Nếu $a > b$ trên trục số, khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 lớn hơn khoảng cách từ điểm b đến điểm 0.”

Lưu ý 2. Để chứng tỏ 1 khẳng định nào đó là sai, ta chỉ cần đưa ra 1 ví dụ cụ thể phủ định kết quả đó. VD như thế được gọi là phản ví dụ (counterexample).

*A Scientist & Creative Artist Wannabe. E-mail: nguyenquanbahong@gmail.com. Bến Tre City, Việt Nam.

- 5 ([BQT23], VD3, p. 51). Đọc & viết độ cao của các đối tượng: (a) Tàu ngầm ở vị trí thấp hơn mực nước biển 60 m. Tính độ cao của tàu ngầm. (b) Rãnh Mariana (thuộc vùng biển Philippines) có độ sâu tối đa là 11035 m dưới mực nước biển (nơi sâu nhất thế giới). Tính độ cao của rãnh Mariana so với mực nước biển.
- 6 ([BQT23], VD4, p. 51). Liệt kê phần tử của tập hợp: (a) $A = \{a \in \mathbb{Z} \mid -5 < a < -1\}$. (b) $B = \{b \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq b < 3\}$. (c) $C = \{c \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq c \leq 4\}$.
- 7 ([BQT23], VD5, p. 51). So sánh $a, b, c \in \mathbb{Z}$ biết $a < -6$, $b > 2$, $-1 < c < 1$.
- 8 ([BQT23], 7.1., p. 52). Tìm tập hợp: (a) $\mathbb{Z}^+ \cap \mathbb{N}$. (b) $\mathbb{Z}_- \cap \mathbb{N}$, trong đó $\mathbb{Z}_- := \{a \in \mathbb{Z} \mid a \leq 0\}$ là tập hợp các số nguyên không dương.
- 9 ([BQT23], 7.2., p. 52). Đ/S? Nếu sai, sửa lại cho đúng. “Nếu $a \in \mathbb{Z}_-$ thì $-a \in \mathbb{N}^*$.”
- 10 ([BQT23], 7.3., p. 52). Tìm tất cả các giá trị thích hợp của chữ số a sao cho: (a) $\overline{a00} < 102$. (b) $-155 < -\overline{15a}$. (c) $-\overline{a99} > -759 > -\overline{7a0}$.
- 11 ([BQT23], 7.4., p. 52). Viết số nguyên âm: (a) Nhỏ nhất có 1 chữ số. (b) Lớn nhất có 2 chữ số. (c) Nhỏ nhất có 5 chữ số khác nhau. (d) Lớn nhất có 5 chữ số khác nhau.
- 12 ([BQT23], 7.6., p. 52). Người ta còn dùng số nguyên âm để chỉ thời gian trước Công nguyên (viết tắt là TCN), e.g., nhà Toán học Pythagore sinh năm -570 nghĩa là ông sinh năm 570 trước Công nguyên (570 TCN). (a) Viết số (nguyên âm) chỉ rõ năm tổ chức Thế vận hội đầu tiên, biết nó diễn ra năm 776 TCN. (b) Viết số (nguyên âm) chỉ rõ năm của sự kiện lịch sử: Bắt đầu thời kỳ Hồng Bàng 2879 TCN. Nhà nước Âu Lạc ra đời 257 TCN.
- 13 ([BQT23], 7.7., p. 52). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết trên trục số: (a) Khoảng cách từ điểm x đến điểm 0 bằng 10. (b) Khoảng cách từ điểm x đến điểm 0 lớn hơn 5 nhưng nhỏ hơn 9.
- 14 ([BQT23], 7.8., p. 53). Tìm 3 tập hợp $A \cap B, B \cap C, C \cap A$ với $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x < 8\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 < x \leq 5\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid \text{Khoảng cách từ điểm } x \text{ đến điểm } 0 \text{ trên trục số lớn hơn hoặc bằng } 5\}$.
- 15 ([BQT23], 7.9., p. 53). Chứng minh: Với $a, x \in \mathbb{Z}$, $a > 0$, & trên trục số, khoảng cách từ điểm x đến điểm 0 bằng a , thì $x = a$ hoặc $x = -a$.
- 16 ([BQT23], 7.10., p. 53). Chứng minh: Với $a, x \in \mathbb{Z}$ & trên trục số, điểm x & điểm a cách đều điểm 0 thì $x = a$ hoặc $x = -a$.
- 17 ([BQT23], p. 52). Cho $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh nếu $a < b$ thì $-a > -b$.
- 18 ([BQT23], p. 52). Chứng minh nếu $a < b < 0$ thì trên trục số khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 lớn hơn khoảng cách từ điểm b đến điểm 0.
- 19 ([Tuy23], VD38, p. 35). (a) Viết tập hợp 3 số nguyên liên tiếp trong đó có số 0. (b) Viết tập hợp 3 số nguyên liên tiếp trong đó có số $a \in \mathbb{Z}$ cho trước. (c) Cho trước $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$ & $a \in \mathbb{Z}$. Viết tập hợp n số nguyên liên tiếp trong đó có số a .
- 20 ([Tuy23], VD39, p. 36). (a) Cho 3 số nguyên khác nhau $a, b, 0$. Biết $a < 0, a < b$. Sắp xếp 3 số đó theo thứ tự tăng dần. (b) Cho 3 số nguyên khác nhau $a, b, 0$ & $a < b$. Sắp xếp các số đó theo thứ tự tăng dần.
- 21 ([Tuy23], 177., p. 36). Số nguyên âm & số nguyên dương thường được sử dụng để biểu thị các đại lượng có 2 hướng ngược nhau. Điền cho đủ các câu sau: (a) Nếu $+8^\circ\text{C}$ biểu diễn nhiệt độ 8°C trên 0°C thì -8°C biểu diễn nhiệt độ (b) Nếu $+8848\text{m}$ biểu diễn độ cao của đỉnh núi Everest là 8848m trên mực nước biển thì ... biểu diễn độ sâu của thềm lục địa Việt Nam là 65m dưới mực nước biển. (c) Nếu -3 biểu diễn số tầng ngầm dưới mặt đất của 1 chung cư thì $+27$ biểu diễn
- 22 ([Tuy23], 178., p. 36). Đ/S? Nếu sai, sửa cho đúng. (a) Nếu $a \in \mathbb{N}$ thì $a \in \mathbb{Z}$. (b) Nếu $a \in \mathbb{Z}$ thì $a \in \mathbb{N}$. (c) Nếu $a \notin \mathbb{Z}$ thì $a \notin \mathbb{N}$.
- 23 ([Tuy23], 179., p. 36). Trên trục số, điểm A cách gốc 2 đơn vị về bên trái, điểm B cách A là 3 đơn vị. Hỏi: (a) Điểm A biểu diễn số nguyên nào? (b) Điểm B biểu diễn số nguyên nào?
- 24 (Mở rộng [Tuy23], 179., p. 36). Cho trước $a, b \in \mathbb{N}$. Trên trục số, điểm A cách gốc a đơn vị về bên trái, điểm B cách A là b đơn vị. Hỏi: (a) Điểm A biểu diễn số nguyên nào? (b) Điểm B biểu diễn số nguyên nào?
- 25 ([Tuy23], 180., p. 36). Cho dãy số 15, $-4, 0, -76, 100, 99$. (a) Sắp xếp các số trong dãy theo thứ tự giảm dần. (b) Sắp xếp số đối của các số trong dãy theo thứ tự tăng dần.
- 26 ([Tuy23], 181., p. 36). Viết 4 số nguyên liên tiếp trong đó có số 0.
- 27 ([Tuy23], 182., p. 36). Viết tập hợp các số nguyên x sao cho: (a) $-4 < x < 3$. (b) $-2 \leq x \leq 2$.
- 28 (Mở rộng [Tuy23], 182., p. 36). Cho trước $a, b \in \mathbb{Z}$. Viết tập hợp các số nguyên x sao cho: (a) $a < x < b$. (b) $a \leq x < b$. (c) $a < x \leq b$. (d) $a \leq x \leq b$.
- 29 ([Tuy23], 183., p. 36). Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -9\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < -4\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq -2\}$. Tìm x sao cho: (a) $x \in A, x \in B$. (b) $x \in B, x \in C$. (c) $x \in C, x \in A$.

30 ([Tuy23], 184., p. 36). Số nguyên âm lớn nhất có 3 chữ số & số nguyên âm nhỏ nhất có 2 chữ số có phải là 2 số nguyên liên nhau không?

31 ([Tuy23], 185., p. 36). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$: (a) $\overline{a00} > -111$. (b) $-\overline{a99} > -600$. (c) $-\overline{cb3} < -\overline{cba}$. (d) $-\overline{cab} < -\overline{c85}$.

32 ([Bin23], VD48, p. 41). Cho $a \in \mathbb{Z}$. Gọi khoảng cách từ điểm a đến điểm gốc trên trục số là giá trị tuyệt đối của số a & ký hiệu là $|a|$. Điền vào chỗ trống các dấu $\geq, \leq, >, <, =$ để các khẳng định sau là đúng: (a) $|a| \dots a, \forall a \in \mathbb{Z}$. (b) $|a| \dots 0, \forall a \in \mathbb{Z}$. (c) Nếu $a > 0$ thì $a \dots |a|$. (d) Nếu $a = 0$ thì $a \dots |a|$. (e) Nếu $a < 0$ thì $a \dots |a|$.

33 ([Bin23], 247., p. 42). Điền vào chỗ trống ... các từ “nhỏ hơn” hoặc “lớn hơn” cho đúng: (a) Mọi số nguyên dương đều ... số 0. (b) Mọi số nguyên âm đều ... số 0. (c) Mỗi số nguyên dương đều ... mọi số nguyên âm. (d) Trong 2 số nguyên dương, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy ... (e) Trong 2 số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy ...

34 ([Bin23], 248., p. 42). Tìm: (a) Số nguyên dương lớn nhất có 2 chữ số. (b) Số nguyên âm lớn nhất có 2 chữ số.

35 ([Bin23], 249., p. 42). Tính $|b| - |a|$ biết: (a) $a = -3, b = 7$. (b) $a = 5, b = -6$. (c) $a = 5, b = -5$.

2 \pm on \mathbb{R} . Bracket Rule – Phép \pm Các Số Nguyên. Quy Tắc Dấu Ngoặc

36 ([Trong_Toan_6_2021], 9., p. 59). Tính hợp lý: (a) $152 + (-73) - (-18) - 127$. (b) $7 + 8 + (-9) + (-10)$.

37 ([Trong_Toan_6_2021], 10., p. 59). Tính giá trị của biểu thức $(-156) - x$ khi: (a) $x = -26$. (b) $x = 76$. (c) $x = (-28) - (-143)$.

38 ([Trong_Toan_6_2021], 11., p. 59). Thay mỗi dấu \star bằng 1 chữ số thích hợp: (a) $(-\overline{6\star}) + (-34) = -100$. (b) $(-789) + \overline{2\star\star} = -515$.

39 ([Trong_Toan_6_2021], 12., p. 59). Liệt kê các phần tử của tập hợp sau rồi tính tổng của chúng: (a) $A = \{x \in \mathbb{Z} | -5 < x < 5\}$. (b) $B = \{x \in \mathbb{Z} | -7 \leq x < 1\}$.

40 (Mở rộng [Trong_Toan_6_2021], 12., p. 59). Cho trước $a, b \in \mathbb{Z}$. Liệt kê các phần tử của tập hợp sau rồi tính tổng của chúng: (a) $A = \{x \in \mathbb{Z} | a < x < b\}$. (b) $B = \{x \in \mathbb{Z} | a \leq x < b\}$. (c) $C = \{x \in \mathbb{Z} | a < x \leq b\}$. (d) $D = \{x \in \mathbb{Z} | a \leq x \leq b\}$. trong các trường hợp: (1) $a \geq b$. (2) $0 < a < b$. (3) $a < 0 < b$. (4) $a < b < 0$.

41 ([BQT23], H1, p. 54). Đ/S? (a) Tổng của 1 số nguyên dương với 1 số nguyên âm là 1 số nguyên âm. (b) Tổng của 1 số nguyên dương với 1 số nguyên âm là 1 số nguyên dương. (c) Tổng của 1 số nguyên dương với 1 số nguyên âm là số 0.

42 ([BQT23], H2, p. 54). Archimedes là nhà bác học vĩ đại người Hy Lạp, ông sinh năm 287 TCN & mất năm 212 TCN. Hỏi Archimedes sống thọ bao nhiêu tuổi?

43 ([BQT23], H3, p. 55). Cho 12 quả bóng có ghi số & chia thành 4 rổ: Rổ 1: $-3, -2, 19$. Rổ 2: $9, 6, -2$. Rổ 3: $-5, 25, -7$. Rổ 4: $-1, 22, -9$.

44 ([BQT23], VD1, p. 55). Chứng minh $a - b$ & $b - a$ là 2 số đối nhau.

45 ([BQT23], VD2, p. 55). 1 tòa nhà ở Thành phố Hồ Chí Minh có 25 tầng được đánh số các tầng theo thứ tự cao dần là 0 (tầng trệt), 1, 2, 3, ..., 24 & 3 tầng hầm được đánh số là B1, B2, B3. 1 thang máy đang ở tầng 14, nó đi lên 3 tầng rồi đi xuống 19 tầng. Hỏi thang máy dừng lại ở tầng mấy?

46 ([BQT23], VD3, p. 56). Tính hợp lý: (a) $A = 49 + (-27 + 10 - 49 + 87)$. (b) $B = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 99 - 100 + 101$.

47 ([BQT23], VD4, p. 56). Tính hợp lý: (a) $A = 78 - [29 + (78 - 129)]$.

48 ([BQT23], VD5, p. 56). Chứng minh: $(a - b) - (b + c) + (c - a) - (a - b - c) = -(a + b - c)$.

49 ([BQT23], VD6, p. 56). Tìm chữ số a biết $-\overline{a5} + (-92) = -157$.

50 ([BQT23], VD7, p. 57). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $(-x + 42) - 38 = -68 + 12$. (b) $-129 - (35 - x) = 55$.

51 ([BQT23], 8.1., p. 57). Tính hợp lý: (a) $(367 - 24) + (133 - 76)$. (b) $(338 - 635) - (165 - 162)$. (c) $-418 - \{-346 - 218 - [-146 - (-285) + 2015]\}$.

52 ([BQT23], 8.2., p. 57). Tính hợp lý: (a) $(-3) + 8 + (-13) + 18 + \dots + (-53) + 58$. (b) $(-40) + (-39) + \dots + 33 + 34 + 35$.

53 ([BQT23], 8.3., p. 57). Tìm giá trị của biểu thức: (a) $x + (-53)$ biết $x = -27$. (b) $-x + (-182)$ biết $x = -237$.

54 ([BQT23], 8.4., p. 57). Rút gọn biểu thức: (a) $A = -(45 + x) - (-24 - x) + (-55 - x)$. (b) $B = x - 42 - [(13 + x) - (17 - x)]$. (c) $C = -(20 + x) - [17 + (-x)]$.

55 ([BQT23], 8.5., p. 57). Tính $x - y$ biết điểm x & điểm y đều cách điểm 0 là 5 đơn vị.

56 ([BQT23], 8.6., p. 57). Tính tổng tất cả các số nguyên x thỏa mãn: (a) $-11 \leq x < 15$.

- 57 ([BQT23], 8.7., p. 57). Tìm chữ số $a, b \in \mathbb{N}$ biết: (a) $56 + (-\overline{a8}) = -32$. (b) $-\overline{ab7} - 45 = -172$.
- 58 ([BQT23], 8.8., p. 57). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $x + (-42) = 92 + (-52)$. (b) $x - 27 = -48 - (-72)$.
- 59 ([BQT23], 8.9., p. 57). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $57 + (7 - 32) = 319 - (x + 319)$. (b) $(76 - x) - (67 - x) = 9 - (-2 + x)$. (c) $x - \{34 - [26 + (-66 - x)]\} = 27 - \{43 + [25 - (20 - x)]\}$.
- 60 ([BQT23], 8.10., p. 58). Chứng minh đẳng thức: (a) $(a + b) - (c - d) - (a + d) = b - c$. (b) $(a - b) - (d - b) - (c - d) = a - c$.
- 61 ([BQT23], 8.11., p. 58). Cho $A = -a + b - c$, $B = a - b + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Chứng minh A, B là 2 số đối nhau.
- 62 ([BQT23], 8.12., p. 58). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $(-2) + 4 + (-6) + 8 + \dots + x = 2014$. (b) $1 + (-4) + 7 + (-10) + \dots + (-x) = -3000$.
- 63 ([BQT23], 8.13., p. 58). Cho $a + b = 1$. Tính $S = -(-a + b - c) + (-c - b - a) - (a - b)$.
- 64 ([BQT23], 8.14., p. 58). Viết tất cả các số nguyên lớn hơn -51 nhưng nhỏ hơn 51 theo 1 thứ tự bất kỳ. Sau đó cứ mỗi số cộng với thứ tự của nó sẽ được 1 tổng. Tính tổng tất cả các số nhận được.
- Conjecture 1** (Goldbach conjecture – Giả thuyết Goldbach). Mọi số nguyên dương chẵn lớn hơn 2 đều có thể viết dưới dưới dạng tổng của 2 số nguyên tố.
- 65 ([BQT23], p. 58). (a) Cho 30 số nguyên thỏa mãn: Tổng của 6 số bất kỳ trong các số đó đều là 1 số âm. Chứng minh tổng của 30 số nguyên đã cho cũng là 1 số âm. (b) Kết quả còn đúng không nếu thay 30 số bởi 31 số? (c*) Kết quả còn đúng không nếu thay 30 số bởi $a \in \mathbb{N}^*$ số & thay 6 số bởi $b \in \mathbb{N}^*$ số?
- 66 ([Tuy23], 187., p. 38). Tính tổng các số nguyên x biết: $-17 \leq x \leq 18$.
- 67 ([Tuy23], 188., p. 38). Cho $S_1 = 1 + (-3) + 5 + (-7) + \dots + 17$, $S_2 = -2 + 4 + (-6) + 8 + \dots + (-18)$. Tính $S_1 + S_2$.
- 68 ([Tuy23], 189., p. 38). Cho $x \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 10\}$, $y \in \{-1, 0, 1, 2, \dots, 5\}$. Biết $x + y = 3$, tìm x, y .
- 69 ([Tuy23], 190., p. 38). 1 thủ quỹ ghi số tiền thu chi trong ngày (đơn vị là nghìn đồng) như sau: $+7250, +13485, -10964, +5000, -1380, +24750, -9771$. Đầu ngày trong két có 500 (nghìn đồng). Hỏi cuối ngày trong két có bao nhiêu?
- 70 ([Tuy23], 191., p. 38). Chứng minh số đối của tổng 2 số bằng tổng 2 số đối của chúng.
- 71 (Mở rộng [Tuy23], 191., p. 38). Chứng minh số đối của tổng n số bằng tổng n số đối của chúng với $n \in \mathbb{N}^*$ cho trước.
- 72 ([Tuy23], 192., p. 38). Cho 18 số nguyên sao cho tổng của 6 số bất kỳ trong các số đó đều là 1 số âm. Giải thích vì sao tổng của 18 số đó cũng là 1 số âm. Bài toán còn đúng không nếu thay 18 số bởi 19 số?
- 73 ([Tuy23], 192., p. 38). Cho trước $m, n \in \mathbb{N}^*$. Cho m số nguyên sao cho tổng của n số bất kỳ trong các số đó đều là 1 số âm. Tổng của m số đó có là 1 số âm hay không? Biện luận theo m, n .
- 74 ([Tuy23], 193., p. 38). Cho $x = \pm 5, y = \pm 11$. Tính $x + y$.
- 75 ([Tuy23], 194., p. 38). Cho $x = \pm 7, y = \pm 20$. Tính $x - y$.
- 76 ([Tuy23], 195., p. 38). Cho $x, y \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 3, -5 \leq y \leq 5$. Biết $x - y = 2$, tìm x, y .
- 77 ([Tuy23], 196., p. 38). Cho $x \in \{-2, -1, 0, 1, \dots, 11\}$, $y \in \{-89, -88, -87, \dots, -1, 0, 1\}$. Tìm giá trị lớn nhất (GTLN hoặc max) & giá trị nhỏ nhất (GTNN hoặc min) của hiệu $x - y$.
- 78 ([Tuy23], 197., p. 38). Quan sát các số sau & các số còn thiếu (?) để tìm giá trị của x :

$$\begin{array}{ccccccc} 40 & & 32 & & 21 & & 15 \\ & 8 & & ? & & 6 & \\ & & ? & & ? & & \\ & & & & x & & \end{array}$$

- 79 ([Bin23], VD49, p. 42). Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $10 = 10 + 9 + 8 + \dots + x$, trong đó vế phải là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự giảm dần.
- 80 ([Bin23], 251., p. 42). Tìm tổng của số nguyên âm nhỏ nhất có 1 chữ số & số nguyên dương lớn nhất có 1 chữ số.
- 81 ([Bin23], 252., p. 42). Điền vào chỗ trống cho đúng: (a) Số đối của 1 số nguyên âm là 1 số ... (b) 2 số nguyên đối nhau thì có giá trị tuyệt đối ... (c) 2 số nguyên có giá trị tuyệt đối bằng nhau thì ... (d) Số ... thì nhỏ hơn số đối của nó. (e) Nếu $a \dots$ thì $-a > 0$. (f) Nếu $a < 0$ thì $|a| = \dots$ (g) Nếu $a < 0$ thì $a + |a| = \dots$
- 82 ([Bin23], 253., p. 43). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $x + 13 = 5$. (b) $x - 1 = -9$. (c) $25 - |x| = 10$. (d) $|x - 2| + 7 = 12$. (e) $x + 4$ là số nguyên dương nhỏ nhất. (f) $10 - x$ là số nguyên âm lớn nhất.

83 ([Bin23], 254., p. 43). (a) Cho bảng vuông 3×3 ô:

-8	7	
5		9
	5	-6

Điền số vào các ô trống sao cho tổng các số ở 3 dòng 1,2,3 lần lượt bằng $-5, 11, 1$. Tính tổng các số ở mỗi cột. (b) Cho bảng vuông 3×3 ô. Có thể điền được hay không 9 số nguyên vào 9 ô của bảng sao cho tổng các số ở 3 dòng lần lượt bằng $5, -3, 2$ & tổng các số ở 3 cột lần lượt bằng $-1, 2, 2$?

84 ([Bin23], 255., p. 43). (a) Có 10 ô liên tiếp trong đó ô đầu tiên ghi số 6, ô thứ 8 ghi số -4 . Điền số vào các ô trống để tổng 3 số ở 3 ô liên nhau bằng 0. (b) 1 bảng vuông 4×4 ô có 2 ô ở góc trên ghi số -3 & 2. Điền số vào các ô còn lại, sao cho tổng 2 số ở 2 ô liên nhau thì bằng nhau (2 ô liên nhau là 2 ô có 1 cạnh chung).

85 ([Bin23], 256., p. 43). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + 19 + 20 = 20$, trong đó vế trái là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự tăng dần.

86 ([Bin23], 257., p. 43). Tìm $a \in \mathbb{Z}$ sao cho: (a) $a > -a$. (b) $a = -a$. (c) $a < -a$.

87 ([Bin23], 258., p. 43). Tìm $a, b, c \in \mathbb{Z}$ biết: $a + b = 11$, $b + c = 3$, $c + a = 2$.

88 ([Bin23], 259., p. 43). Tìm $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ biết $a + b + c + d = 1$, $a + c + d = 2$, $a + b + d = 3$, $a + b + c = 4$.

89 ([Bin23], 260., p. 43). Cho $\sum_{i=1}^{51} x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_{50} + x_{51} = 0$ & $x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = \dots = x_{47} + x_{48} = x_{49} + x_{50} = x_{50} + x_{51} = 1$. Tính x_{50} .

90 ([Tuy23], VD42, p. 39). Cho a là 1 số nguyên âm, còn $b, c \in \mathbb{Z}$. Chứng minh số $M = (-a + b) - (b + c - a) + (c - a)$ là 1 số nguyên dương.

91 ([Tuy23], 198., p. 39). Tính hợp lý: (a) $-2021 + (-22 + 87 + 2021)$. (b) $1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$.

92 ([Tuy23], 199., p. 39). Đặt dấu ngoặc 1 cách thích hợp để tính các tổng đại số sau: (a) $942 - 2567 + 2563 - 1942$. (b) $13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$.

93 ([Tuy23], 200., p. 39). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $461 + (x - 45) = 387$. (b) $11 - (-53 + x) = 97$. (c) $-(x + 84) + 213 = -16$.

94 ([Tuy23], 201., p. 39). Chứng minh: $-(-a + b + c) + (b + c - 1) = (b - c + 6) - (7 - a + b) + c$, $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}$.

95 ([Tuy23], 202., p. 40). Cho $a, b, c \in \mathbb{Z}$ & $A = a + b - 5$, $B = -b - c + 1$, $C = b - c - 4$, $D = b - a$. Chứng minh $A + B = C - D$.

96 ([Tuy23], 203., p. 40). Cho $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $a > b$, $S = -(a - b - c) + (-c + b + a) - (a + b)$. Chứng minh S là 1 số nguyên âm.

97 ([Tuy23], 204., p. 40). Viết 5 số nguyên vào 5 đỉnh của 1 ngôi sao 5 cánh sao cho tổng của 2 số tại 2 đỉnh liên nhau luôn bằng -6 . Tìm 5 số nguyên đó.

98 ([Tuy23], 205., p. 40). Cho 1001 số tự nhiên từ 1 đến 1001 sắp xếp theo thứ tự tùy ý. Lấy số thứ nhất trừ đi 1, lấy số thứ 2 trừ đi 2, lấy số thứ 3 trừ đi 3, ..., lấy số thứ 1001 trừ đi 1001. Tính tổng của 1001 số mới.

3 Operator · on \mathbb{Z} – Phép · Số Nguyên

99 ([Tuy23], VD40, p. 37). Tính tổng $S = (-351) + (-74) + 51 + (-126) + 149$.

100 ([Tuy23], VD41, p. 38). Với $a, b \in \mathbb{Z}$, chứng minh $a - b$ & $b - a$ là 2 số đối nhau.

101 ([Tuy23], Ví dụ 43, p. 40). Tìm $a, b \in \mathbb{Z}$ biết $ab = 24$ & $a + b = -10$.

102 ([Tuy23], Ví dụ 44, p. 41). Tìm tất cả các cặp số nguyên sao cho tổng bằng tích.

103 ([Tuy23], 186., p. 38). Tính nhanh: (a) $-37 + 54 + (-70) + (-163) + 246$. (b) $-359 + 181 + (-123) + 350 + (-172)$. (c) $-69 + 53 + 46 + (-94) + (-14) + 78$.

104 ([BQT23], H1, p. 59). 3 bạn Egg, Chicken, Bee cùng tham gia 1 trò chơi, mỗi người được tặng trước 100 điểm. Với mỗi câu trả lời đúng, người chơi được 200 điểm, mỗi câu trả lời sai được -100 điểm (bị trừ đi 100 điểm). Sau 10 câu hỏi, Egg trả lời đúng 5 câu, sai 5 câu. Chicken trả lời đúng 6 câu, sai 4 câu. Bee trả lời đúng 4 câu, sai 6 câu. Hỏi số điểm của mỗi bạn đạt được là bao nhiêu? Ai là người có số điểm cao nhất?

105 ([BQT23], H2, p. 60). Đ/S? (a) $a^2 \Rightarrow a > 0$. (b) $a^2 = 0 \Rightarrow a = 0$. (c) $a^2 > a \Rightarrow a < 0$. (d) $a^2 > a \Rightarrow a > 1$. (e) $a < 0 \Rightarrow a^2 > a$.

106 ([BQT23], VD1, p. 60). 1 xí nghiệp sản xuất giày có chế độ thưởng-phạt hàng tháng như sau: Làm ra 1 sản phẩm đạt chất lượng được thưởng 50000 đồng. Làm ra 1 sản phẩm không đạt chất lượng bị phạt 40000 đồng. Tháng này, chị Lan làm được 45 sản phẩm đạt chất lượng & 5 sản phẩm không đạt chất lượng. Hỏi chị Lan nhận được bao nhiêu tiền thưởng-phạt?

107 ([BQT23], VD2, p. 60). *Tính hợp lý: (a) $A = (162 - 62) \cdot (-27) + 73 \cdot (-36 - 64)$. (b) $B = 39 \cdot 46 - 39 \cdot 76 + 30 \cdot (-61)$. (c) $C = 25 \cdot (75 - 49) + 75 \cdot (49 - 25)$.*

108 ([BQT23], VD3, p. 61). *Bỏ dấu ngoặc rồi rút gọn biểu thức $A = (a + 1)(b - 2) - (ab - 2)$.*

109 ([BQT23], VD4, p. 61). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $(x + 3)(2 - x) = 0$. (b) $(2x - 7)^2 = 25$. (c) $(1 - 3x)^3 = -8$.*

110 ([BQT23], VD5, p. 62). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: $(x + 2)(x - 3) < 0$.*

111 ([BQT23], VD6, p. 62). *Tìm $a, b \in \mathbb{Z}$ thỏa: $ab = 18$ & $a + b = -11$.*

112 ([BQT23], 9.1., p. 62). *Tính hợp lý: (a) $(-4) \cdot 125 \cdot (-2) \cdot 8 \cdot (-5) \cdot 25$. (b) $(-154) \cdot 67 + 154 \cdot (-33) - 46$.*

113 ([BQT23], 9.2., p. 62). *Tính giá trị của biểu thức: (a) $A = 7a^2b^3$ với $a = 1, b = -1$. (b) $B = -9a^2b^4$ với $a = -2, b = -1$.*

114 ([BQT23], 9.3., p. 62). *Tính giá trị của biểu thức: (a) $ax + ay + bx + by$ biết $a + b = -5, x + y = 13$. (b) $ax + ay - bx - by$ biết $a - b = 6, x + y = -16$.*

115 ([BQT23], 9.4., p. 62). *Cho $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Chứng minh: $a(b - c) - b(c + a) = -c(a + b)$*

116 ([BQT23], 9.5., p. 62). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $5(3 - x) + 2(x - 7) = -14$. (b) $(x + 17)(25 - x) = 0$.*

117 ([BQT23], 9.6., p. 62). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $(3x^2 + 2)(25 - x^2) = 0$. (b) $(x^2 - 1)(9 + 2x^2) = 0$.*

118 ([BQT23], 9.7., p. 63). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $(x - 5)(8 - x) > 0$. (b) $(x^2 - 15)(x^2 - 21) < 0$.*

119 ([BQT23], 9.8., p. 63). *Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $xy = -20$. (b) $(2x - 1)(4y + 2) = -30$.*

120 ([BQT23], 9.9., p. 63). *Cho 106 số nguyên trong đó tích của 7 số bất kỳ là 1 số âm. Chứng minh tích của tất cả 106 số đó là 1 số dương.*

121 ([BQT23], 9.10., p. 63). *Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $x + xy + y = 9$. (b) $xy + 3x - 2y = 17$.*

122 ([BQT23], 9.11., p. 63). *Chicken lấy tuổi của mình viết sau tuổi của bố thì được 1 số gồm 4 chữ số. Chicken lấy số này trừ đi hiệu số tuổi của bố & con thì được kết quả là 4289. Tìm số tuổi của 2 bố con Chicken.*

123 ([BQT23], p. 63, Lũy thừa của số nguyên âm). *Với $a \in \mathbb{Z}, a > 0, n \in \mathbb{N}$, chứng minh: (a) Lũy thừa bậc chẵn của 1 số nguyên âm là 1 số nguyên dương: $(-a)^{2n} = a^{2n}$. (b) Lũy thừa bậc lẻ của 1 số nguyên âm là 1 số nguyên âm: $(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$.*

124 ([Tuy23], 206., p. 41). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $x(x + 3) = 0$. (b) $(x - 2)(5 - x) = 0$. (c) $(x - 1)(x^2 + 1) = 0$.*

125 ([Tuy23], 207., p. 41). *Thu gọn các biểu thức sau với $x, y \in \mathbb{Z}$: (a) $7x - 19x + 6x$. (b) $-xy - xy$.*

126 ([Tuy23], 208., p. 41). *Cho $A = -36m^2n^3$ với $m, n \in \mathbb{Z}$. Với giá trị nào của m, n thì $A > 0$?*

127 ([Tuy23], 209., p. 41). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $-12(x - 5) + 7(3 - x) = 5$. (b) $30(x + 2) - 6(x - 5) - 24x = 100$.*

128 ([Tuy23], 210., p. 41). *Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $(x - 3)(2y + 1) = 7$. (b) $(x - 7)(x + 3) < 0$. (c) $(x - 7)(x + 3) \geq 0$.*

129 (Mở rộng [Tuy23], 210., p. 41). *Cho trước $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, & p là 1 số nguyên tố. Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $(ax + b)(cy + d) = p$ với . (b) $(x + a)(x + b) < 0$. (c) $(x + a)(x + b) > 0$. (d) $(x + a)(x + b) \leq 0$. (d) $(x + a)(x + b) \geq 0$. (e) $(x + a)(x + b)(x + c) < 0$. (f) $(x + a)(x + b)(x + c) > 0$. (g) $(x + a)(x + b)(x + c) \leq 0$. (h) $(x + a)(x + b)(x + c) \geq 0$. (i) $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) < 0$. (j) $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) > 0$. (k) $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) \leq 0$. (l) $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) \geq 0$.*

130 ([Tuy23], 211., p. 41). *Tính hợp lý: (a) $125 \cdot (-61) \cdot (-2)^3 \cdot (-1)^{2n}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. (b) $136 \cdot (-47) + 36 \cdot 47$. (c) $(-48) \cdot 72 + 36 \cdot (-304)$.*

131 ([Tuy23], 212., p. 41). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $(x + 1) + (x + 3) + (x + 5) + \dots + (x + 99) = 0$. (b) $(x - 3) + (x - 2) + (x - 1) + \dots + 9 + 10 = 0$.*

132 ([Tuy23], 213., p. 41). *Cho 16 số nguyên. Tích của 3 số bất kỳ luôn là 1 số âm. Chứng minh tích của 16 số đó là 1 số dương.*

133 ([Tuy23], 214., p. 41). *Cho $A^2 = b(a - c) - c(a - b)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính A với $a = -20, b - c = -5$.*

134 ([Tuy23], 215., p. 41). *Biến đổi tổng thành tích: (a) $ab - ac + ad$. (b) $ac + ad - bc - bd$.*

135 ([Tuy23], 216., p. 42). *Cho $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Biết $ab - ac + bc - c^2 = -1$. Chứng minh a, c đối nhau.*

136 ([Tuy23], 216., p. 42). *1 tài khoản ngân hàng có số dư đầu tháng là 48 triệu đồng. Trong tháng này người chủ tài khoản có giao dịch 5 lần trong đó 2 lần, mỗi lần +9 triệu đồng & 3 lần, mỗi lần -12 triệu đồng. Tính số dư của tài khoản vào cuối tháng.*

137 ([Bin23], Ví dụ 50, p. 43). (a) Cho bảng vuông 3×3 ô:

5	2	-4
-2	-4	-3
-6	5	7

Tìm tích các số ở mỗi dòng, tích các số ở mỗi cột. (b) Viết 9 số nguyên khác 0 vào 1 bảng vuông 3×3 . Biết tích các số ở mỗi dòng đều là số âm. Chứng minh luôn luôn tồn tại 1 cột mà tích các số trong cột ấy là số âm.

138 ([Bin23], Ví dụ 51, p. 44). Thay các dấu \star trong biểu thức $1 \star 2 \star 3$ bằng các phép tính $+, -, \cdot, :$ & thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất, số nhỏ nhất.

139 ([Bin23], 261., p. 44). Thực hiện các phép tính sau 1 cách nhanh chóng: (a) $(-14) \cdot (-125) \cdot 3 \cdot (-8)$. (b) $(-127) \cdot 57 + (-127) \cdot 43$. (c) $(-13) \cdot 34 - 87 \cdot 34$. (d) $(-25) \cdot 68 + (-34) \cdot (-250)$. (e) $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$. (f) $B = 1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 - \dots - 397 - 399$. (g) $C = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + \dots + 97 - 98 - 99 + 100$. (h) $D = 2^{200} - 2^{99} - 2^{98} - \dots - 2^2 - 2 - 1$.

140 ([Bin23], 262., p. 44). Thay các dấu \star trong biểu thức $1 \star 2 \star 3 \star 4$ bằng dấu các phép tính $+, -, \cdot, :$ & thêm các dấu ngoặc để được kết quả là: số lớn nhất, số nhỏ nhất.

141 ([Bin23], 263., p. 44). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ sao cho: (a) $(x - 1)^2 = 0$. (b) $x(x - 1) = 0$. (c) $(x + 1)(x - 2) = 0$.

142 ([Bin23], 264., p. 44). Cho dãy số a_1, a_2, \dots, a_{100} trong đó $a_1 = 1, a_2 = -1, a_k = a_{k-2}a_{k-1}, k \in \mathbb{N}, k \geq 3$. Tính a_{100} .

143 ([Bin23], 265., p. 44). Gọi a, b, c, d, e, f, g, h là các số khác nhau trong tập hợp số $\{-7, -5, -3, -2, 2, 4, 6, 13\}$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $A = (a + b + c + d)^2 + (e + f + g + h)^2$.

144 ([Bin23], 250., p. 42). Các khẳng định sau có đúng $\forall a, b \in \mathbb{Z}$ hay không? Cho ví dụ. (a) $|a| = |b| \Rightarrow a = b$. (b) $a > b \Rightarrow |a| > |b|$.

145 ([BS23], VD6.1, p. 42). Tìm $a \in \mathbb{N}$ biết có 31 số nguyên nằm giữa $-a, a$.

146 ([BS23], VD6.2, p. 42). Cho bảng vuông 3×3 có 3 số ở đường chéo lần lượt là $-1, 0, 1$. Điền các số $\pm 2, \pm 3, \pm 4$ vào các ô còn lại sao cho tổng 3 số ở mỗi hàng, ở mỗi cột, ở mỗi đường chéo đều bằng nhau.

147 ([BS23], VD6.3, p. 43). Tìm 2 số nguyên mà hiệu của chúng bằng 3 lần tổng của chúng.

148 ([BS23], VD6.4, p. 43). Tìm $a, b \in \mathbb{Z}$ biết tổng của chúng bằng 3 lần hiệu $a - b$, còn thương $a : b$ & hiệu $a - b$ đối nhau.

149 ([BS23], VD6.5, p. 43). Tính $A = 1 - 2 - 3 - 4 + 5 - 6 - 7 - 8 + 9 - 10 - 11 - 12 + \dots + 97 - 98 - 99 - 100$.

150 ([BS23], VD6.6, p. 44). Cho $x, y \in \mathbb{Z}, -35 \leq x, y \leq 28$. Tìm: (a) GTLN của hiệu $x - y$. (b) GTNN của hiệu $x - y$. (c) GTLN của tích xy với $x \neq y$. (d) GTNN của tích xy .

151 ([BS23], VD6.7, p. 44). (a) Tìm $a, b \in \mathbb{Z}$ sao cho $|a| + |b| = 3$. (b) Có bao nhiêu cặp số nguyên (a, b) sao cho $|a| + |b| = n$ với $n \in \mathbb{N}$?

152 ([BS23], 6.1., p. 45). (a) Tính tổng các số nguyên liên tiếp từ -15 đến 60 . (b) Tính tổng các số nguyên liên tiếp từ a đến b với $a, b \in \mathbb{Z}$.

153 ([BS23], 6.2., p. 45). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $15 + 14 + 13 + \dots + n = 0$. (b) $n + (n + 1) + (n + 2) + \dots + 35 = 0$.

154 ([BS23], 6.3., p. 45). Tìm $a, b, c \in \mathbb{Z}$ thỏa $a + b = 5, b + c = 16, c + a = -19$.

155 ([BS23], 6.4., p. 45). Không thực hiện phép tính, tìm các cặp số bằng nhau: $a = 140 - (321 - 450), b = 140 - 450 - 321, c = 140 - 450 + 321, d = 140 + 450 - 321$.

156 ([BS23], 6.5., p. 45). Tính $A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + \dots + 97 + 98 - 99 - 100$.

157 ([BS23], 6.6., p. 46). Cho dãy số viết theo quy luật: $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + \dots$ (a) Tính tổng 50 số đầu của dãy. (b) Tính tổng 35 số đầu của dãy. (c) Tính tổng n số đầu của dãy, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

158 ([BS23], 6.7., p. 46). Bổ sung thêm điều kiện để các khẳng định sau là đúng $\forall a, b \in \mathbb{Z}$: (a) $|a| = |b| \Rightarrow a = b$. (b) $a > b \Rightarrow |a| > |b|$. (c) $|a + b| = |a| + |b|$.

159 ([BS23], 6.8., p. 46). Bổ dấu giá trị tuyệt đối trong biểu thức: (a) $|a| + a$. (b) $|a| - a$. (c) $|a|a$.

160 ([BS23], 6.9., p. 46). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa $x = 6y, |x| - |y| = 60$.

161 ([BS23], 6.10., p. 46). Tìm $a, b \in \mathbb{Z}$ thỏa $|a| + |b| < 2$.

162 ([BS23], 6.11., p. 46). Tìm GTNN của biểu thức: (a) $5x^2 - 1$. (b) $3(x + 1)^2 - 2$. (c) $|x + 5| - 3$.

163 ([BS23], 6.12., p. 46). Tìm GTLN của biểu thức: (a) $7 - 3x^2$. (b) $8 - (x + 2)^2$. (c) $10 - |x + 2|$.

164 ([BS23], 6.13., p. 46). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (x - y)^2 = 2$.

165 ([BS23], 6.14., p. 46). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết $(x^2 - 8)(x^2 - 15) < 0$.

166 ([BS23], 6.15., p. 46). Cho 100 số a_1, a_2, \dots, a_{100} , mỗi số lấy giá trị 1 hoặc -1 . Chứng minh trong 100 số đó, tồn tại 1 hoặc nhiều số mà tổng của chúng bằng tổng các số còn lại.

167 ([BS23], 6.16., p. 46). Cho 1 bảng vuông 3×3 . Điền vào mỗi ô vuông 1 trong 3 số $0, \pm 1$. Xét 8 tổng gồm 3 tổng theo hàng ngang, 3 tổng theo cột dọc, 2 tổng theo đường chéo. (a) Viết tập hợp các giá trị mà mỗi tổng có thể nhận được. (b) Chứng minh trong 8 tổng trên, tồn tại 2 tổng có giá trị bằng nhau.

4 Bội & Ước của 1 Số nguyên

168 ([BQT23], H1, p. 64). *Tìm dạng biểu diễn của: (a) Các số nguyên chẵn. (b) Các số nguyên lẻ. (c) Các số nguyên chia hết cho 3. (d) Các số nguyên chia cho 3 dư 1. (e) Các số nguyên chia cho 3 dư 2.*

169 ([BQT23], H2, p. 64). *Gọi A là tập hợp các ước của 12 mà lớn hơn -2 . Điền \in, \notin thích hợp: $-3 \square A, 4 \square A, -6 \square A, -1 \square A$.*

170 ([BQT23], H3, p. 64). Đ/S? *Egg đưa ra 1 phát biểu: “Nếu tổng các chữ số của số nguyên a chia hết cho 6 thì a chia hết cho 6.”*

171 ([BQT23], VD1, p. 65). *Tìm tất cả các ước chung của 12 & -18 .*

172 ([BQT23], VD2, p. 65). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $x - 2$ là bội của $x + 5$. (b) $x + 2$ là ước của $3x - 7$.*

173 ([BQT23], VD3, p. 66). *Tìm $a, b \in \mathbb{Z}$ thỏa $ab - a - 3b = 8$.*

174 ([BQT23], VD4, p. 66). *Cho $x, y \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $6x + 11y$ là bội của 31 khi & chỉ khi $x + 7y$ là bội của 31.*

175 ([BQT23], 10.1., p. 66). *Tìm tập hợp các bội chung của 15 & -25 .*

176 ([BQT23], 10.2., p. 66). *Tìm tập hợp các ước chung của $-30, 70, -90$.*

177 ([BQT23], 10.3., p. 66). *Với $n \in \mathbb{Z}$, xét tính chẵn lẻ: (a) $(n - 4)(5n + 13)$. (b) $n^2 - n + 3$.*

178 ([BQT23], 10.4., p. 66). *Tìm $a \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $a + 3$ là ước của 7. (b) $3a$ là ước của -12 . (c) 12 là bội của $3a + 1$.*

179 ([BQT23], 10.5., p. 66). *Chứng minh nếu $a \in \mathbb{Z}$ thì: (a) $A = a(a - 5) - a(a + 8) - 13$ là bội của 13. (b) $B = (a + 5)(a - 3) - (a - 5)(a + 3) : 4$.*

180 ([BQT23], 10.6., p. 67). *Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $(3x - 1)(y + 4) = -13$. (b) $(5x - 1)(y + 1) = 4$. (c) $xy + x + 2y = 5$.*

181 ([BQT23], 10.7., p. 67). *Cho $x, y \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $7x + 11y$ là bội của 13 khi & chỉ khi $x - 4y$ là bội của 13.*

182 ([BQT23], 10.8., p. 67). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $x - 5$ là bội của $x + 1$. (b) $2x - 1$ là ước của $5x - 4$.*

183 ([BQT23], 10.9., p. 67). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $x^2 + 1$ là bội của $x + 1$. (b) $x - 2$ là ước của $x^2 - 3x + 5$.*

184 ([BQT23], 10.10., p. 67). *Tìm $a, b \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $ab + 1 = 2a + 3b$. (b) $ab - 7b + 5a = 0$ với $b \geq 3$.*

185 ([BQT23], 10.11., p. 67). *Chứng minh $\forall a \in \mathbb{Z}$: (a) $(a - 4)(a + 2) + 6$ không là bội của 9. (b) 9 không là ước của $(a - 2)(a + 5) + 11$.*

186 ([BQT23], 10.12., p. 67). *Egg & Chicken cùng mua 1 số tờ giấy A4 & 1 số phong bì có tổng số như nhau để viết thư cho các chú bộ đội ngoài đảo xa. Mỗi bức thư Egg chỉ dùng 1 tờ giấy & 1 phong bì, còn Chicken thì dùng 3 tờ giấy & 1 phong bì. Egg dùng hết số phong bì đã mua & còn lại 50 tờ giấy, trong khi Chicken thì dùng hết số tờ giấy & còn lại 50 phong bì. Hỏi mỗi bạn đã mua bao nhiêu tờ giấy? bao nhiêu phong bì?*

187 ([BQT23], 10.12., p. 67). *Với $a, b \in \mathbb{Z}^*$. Chứng minh: nếu a là bội của b & b là bội của a thì $a = b$ hoặc $a = -b$.*

188 ([Tuy23], VD45, p. 42). *Tìm tất cả các ước của -24 .*

189 ([Tuy23], VD46, p. 43). *Cho $a, b \in \mathbb{Z}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$. Biết $a : b$ & $b : a$. Chứng minh $a = \pm b$.*

190 ([Tuy23], 218., p. 43). *Các số sau có bao nhiêu ước? (a) 54. (b) -196 .*

Lemma 1. *Nếu $a \in \mathbb{N}^*$, $a \geq 2$, có phân tích ra thừa số nguyên tố là $a = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \cdots p_n^{a_n}$ với $a_i \in \mathbb{N}^*$, p_i là số nguyên tố, $\forall i = 1, \dots, n$, thì số ước dương của a là $(p_1 + 1)(p_2 + 1) \cdots (p_n + 1)$ & do đó số ước nguyên của a là $2(p_1 + 1)(p_2 + 1) \cdots (p_n + 1)$, i.e., $|U(a) \cap \mathbb{N}| = (p_1 + 1)(p_2 + 1) \cdots (p_n + 1)$ & $|U(a) \cap \mathbb{Z}| = 2(p_1 + 1)(p_2 + 1) \cdots (p_n + 1)$.*

191 ([Tuy23], 219., p. 43). *Cho $a, b, x, y \in \mathbb{Z}$, trong đó x, y không đối nhau. Chứng minh nếu $(ax - by) : (x + y)$ thì $(ay - bx) : (x + y)$.*

192 ([Tuy23], 220., p. 43). *Cho $S = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \cdots + 3^{98} - 3^{99}$. (a) Chứng minh S là bội của -20 . (b) Tính S từ đó suy ra 3^{100} chia cho 4 dư 1.*

193 ([Tuy23], 221., p. 43). *Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ sao cho $n + 2$ là ước của 111 còn $n - 2$ là bội của 11.*

194 ([Tuy23], 222., p. 43). *Tìm $n \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $(4n - 5) : n$. (b) -11 là bội của $n - 1$. (c) $2n - 1$ là ước của $3n + 2$.*

195 ([Tuy23], 223., p. 43). *Tìm $n \in \mathbb{Z}$ sao cho: $n - 1$ là bội của $n + 5$ & $n + 5$ là bội của $n - 1$.*

196 ([Tuy23], 224., p. 43). *Ở 1 thành phố xứ lạnh, nhiệt độ thấp nhất trong mỗi ngày của 1 tuần lễ là: $-8^\circ C, -6^\circ C, -5^\circ C, -4^\circ C, -1^\circ C, +1^\circ C$, & $2^\circ C$. Tính nhiệt độ trung bình thấp nhất trong tuần lễ đó của thành phố này.*

197 ([Tuy23], 225., p. 43). *Hà làm bài kiểm tra trắc nghiệm gồm 25 câu. Mỗi câu làm đúng được 3 điểm, làm sai được (-2) điểm & không làm câu nào thì câu ấy không có điểm. Biết Hà làm đúng được 20 câu nhưng chỉ được 54 điểm. Hỏi Hà đã làm sai mấy câu?*

198 ([Bin23], VD52, p. 44). Số 36 chia cho $a \in \mathbb{Z}$ rồi trừ đi a . Lấy kết quả này chia cho a rồi trừ đi a . Lại lấy kết quả này chia cho a rồi trừ đi a . Cuối cùng ta được số $-a$. Tìm a . Ans: 3.

199 ([Bin23], 266., p. 45). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $(x+2)(y-3) = 5$. (b) $(x+1)(xy-1) = 3$.

200 ([Bin23], 267., p. 45). Tính tổng $A+B$ biết A là tổng các số nguyên âm lẻ có 2 chữ số, B là tổng các số nguyên dương chẵn có 2 chữ số.

201 ([Bin23], 268., p. 45). Cho $A = 2 - 5 + 8 - 11 + 14 - 17 + \dots + 98 - 101$. (a) Viết dạng tổng quát của số hạng thứ n của A . (b) Tính giá trị của biểu thức A .

202 ([Bin23], 269., p. 45). Cho $A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - \dots - 99 - 100$. (a) A có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 hay không? (b) A có bao nhiêu ước nguyên, có bao nhiêu ước tự nhiên?

203 ([Bin23], 270., p. 45). Cho dãy số 1, -3, 5, -7, 9, -11, 13, -15, 17, -19. Có thể tìm được hay không 5 số trong các số trên, sao cho đặt dấu “+” hoặc “-” nối các số đó với nhau, ta được kết quả bằng: (a) 15. (b) 20?

204 ([Bin23], 271., p. 45). Thay các dấu \star trong biểu thức $1 \star 2 \star 3 \star 4 \star 5 \star 6 \star 7 \star 8 \star 9$ bởi các dấu “+” hoặc “-” để giá trị của biểu thức bằng: (a) -13. (b) -4?

205 ([Bin23], 272., p. 45). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ sao cho: (a) $n+5 : n-2$. (b) $2n+1 : n-5$. (c) $n^2+3n-13 : n+3$. (d) $n^2+3 : n-1$.

206 ([Bin23], 273., p. 45). Tìm các số a, b, c, d, m khác nhau thuộc tập hợp $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ sao cho $a < b < \min\{c, d\}$, với $\min\{c, d\}$ là số nhỏ hơn trong 2 số c, d , & đặt m nằm ở trung tâm, các số a, b, c, d lần lượt nằm ở bên trái, bên trên, bên phải, bên dưới của m , & tổng của 3 số trên đường nằm ngang bằng tổng của 3 số trên đường thẳng đứng.

207 ([Bin23], 274., p. 45). Cho n số nguyên (có thể có số âm) với $n > 1$ mà tổng & tích của chúng đều bằng 505. Tìm GTNN của n .

208 ([BS23], VD7.1, p. 47). Cho dãy số 2, 4, 6, 8, ..., 1000. Sau khi thêm các dấu +, - vào giữa các số này 1 cách tùy ý rồi thực hiện phép tính, An tính được kết quả là 30, Bình tính được kết quả là -18. Ai tính sai?

209 ([BS23], VD7.2, p. 47). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa $(x-2)(5y+1) = 12$.

210 ([BS23], VD7.3, p. 48). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ thỏa $n+5 : 2n-1$.

211 ([BS23], VD7.4, p. 48). Tìm 2 số nguyên sao cho tổng của chúng & tích của chúng là 2 số đối nhau.

212 ([BS23], VD7.5, p. 49). Để kiểm tra 1 số a có chia hết cho 7 không, có thể lấy các chữ số của a , kể từ hàng đơn vị, nhân tương ứng với 1, 3, 2, -1, -3, -2, & cứ tiếp tục như vậy. Nếu tổng của các tích này chia hết cho 7 thì $a : 7$. Nếu tổng các tích này không chia hết cho 7 thì $a \not: 7$. Bằng cách này, kiểm tra xem các số sau có chia hết cho 7 không: (a) 289275. (b) 619220. (c) 5102.

213 ([BS23], 7.1., p. 50). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $(x-2)(2y+1) = 8$. (b) $(8-x)(4y+1) = 20$.

214 ([BS23], 7.2., p. 50). Cho biểu thức $A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + \dots + 197 + 198 - 199 - 200$. A chia hết cho các số nào trong các số 2, 3, 4, 5, 9?

215 ([BS23], 7.3., p. 50). Cho biểu thức $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 17 + 19 + 21$. Thay 1 số dấu + bởi dấu -. Hỏi giá trị của biểu thức mới có thể bằng: (a) -31 được không? (b) -30 được không?

216 ([BS23], 7.4., p. 50). Có tồn tại $a, b, c \in \mathbb{Z}$ thỏa $abc + a = -625, abc + b = -633, abc + c = -597$.

217 ([BS23], 7.5., p. 50). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $n+2 : n-1$. (b) $n-7 : 2n+3$. (c) $n^2-2 : n+3$.

218 ([BS23], 7.6., p. 50). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $xy = x+y$. (b) $xy = x-y$. (c) $x(y+2) + y = 1$.

5 Điền Chữ Số

219 ([Bin23], VD53, p. 46). Thay các chữ bởi các chữ số thích hợp: $\overline{abc} + \overline{acb} = \overline{bca}$.

220 ([Bin23], VD54, p. 46). Tìm các chữ số a, b, c biết tổng $a+b+c$ bằng tổng của 4 số chẵn liên tiếp & các chữ số a, b, c thỏa mãn cả 2 phép trừ sau: $\overline{abc} - \overline{cba} = 99$ & $\overline{bac} - \overline{abc} = 270$.

221 ([Bin23], VD55, p. 46). Thay các dấu $*$ bằng các chữ số thích hợp trong phép chia:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l} \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \end{array} \quad \begin{array}{r} * * * * * \\ * * * \\ 0 \ 0 \ 0 \ * \ * \\ * \ * \\ 0 \ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} | \\ * \ * \\ * \ * \ 8 \end{array}
 \end{array}$$

9

- 244** ([Bin23], 291., p. 50). $\overline{abc} : 11 = a + b + c$.
- 245** ([Bin23], 292., p. 50). $(\overline{ab} + \overline{cd})(\overline{ab} - \overline{cd}) = 2002$.
- 246** ([Bin23], 293., p. 50). (a) $a \cdot \overline{bc} = d \cdot \overline{ef} = 156$ (các chữ khác các chữ số đã có). (b) $\overline{ab} \cdot \overline{cde} = 16038$ (các chữ khác các chữ số đã có).
- 247** ([Bin23], 294., p. 50). Tìm chữ số a sao cho $n = \underbrace{4\dots4}_{55 \text{ số}} \underbrace{a6\dots6}_{55 \text{ số}} : 13$.
- 248** ([Bin23], 295., p. 50). Tìm chữ số a & $x \in \mathbb{N}$ sao cho: $(12 + 3x)^2 = \overline{1a96}$.
- 249** ([Bin23], 296., p. 50). Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 7 vào đằng trước số đó thì được 1 số lớn gấp 4 lần so với số có được bằng cách viết thêm chữ số 7 vào sau số đó.
- 250** ([Bin23], 297., p. 50). Tìm số tự nhiên có 2 chữ số, biết rằng nếu viết thêm 1 chữ số 2 vào bên phải & 1 chữ số 2 vào bên trái của nó thì số ấy tăng gấp 36 lần.
- 251** ([Bin23], 298., p. 50). Tìm số tự nhiên có 2 chữ số, biết rằng nếu viết xen vào giữa 2 chữ số của nó chính số đó thì số đó tăng gấp 99 lần.
- 252** ([Bin23], 299., p. 50). Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, sao cho khi nhân số đó với 4 ta được số gồm 4 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại.
- 253** ([Bin23], 300., p. 50). Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, sao cho nhân nó với 9 ta được số gồm chính các chữ số của số ấy viết theo thứ tự ngược lại.
- 254** ([Bin23], 301., p. 51). Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, sao cho nhân nó với 9 ta được số gồm chính các chữ số của số ấy viết theo thứ tự ngược lại.
- 255** ([Bin23], 302., p. 51). (a) Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng nếu xóa chữ số hàng trăm thì số ấy giảm 9 lần. (b) Giải bài toán trên nếu không cho biết chữ số bị xóa thuộc hàng nào.
- 256** ([Bin23], 303., p. 51). Tìm $n \in \mathbb{N}$ có 3 chữ số khác nhau, biết rằng nếu xóa bất kỳ chữ số nào của nó ta cũng được 1 số là ước của n .
- 257** ([Bin23], 304., p. 51). Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, biết rằng nếu xóa chữ số hàng nghìn thì số ấy giảm 9 lần.
- 258** ([Bin23], 305., p. 51). (a) Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, biết rằng chữ số hàng trăm bằng 0 & nếu xóa chữ số 0 đó thì số ấy giảm 9 lần. (b) 1 số tự nhiên tăng gấp 9 lần nếu viết thêm 1 chữ số 0 vào giữa các chữ số hàng chục & hàng đơn vị của nó. Tìm số ấy.
- 259** ([Bin23], 306., p. 51). Tìm $A \in \mathbb{N}$, biết rằng nếu xóa 1 hoặc nhiều chữ số tận cùng của nó thì được số B mà $A = 130B$.
- 260** ([Bin23], 307., p. 51). Tìm $x \in \mathbb{N}$ có chữ số tận cùng bằng 2, biết rằng $x, 2x, 3x$ đều là các số có 3 chữ số & 9 chữ số của 3 số đó đều khác nhau & khác 0.
- 261** ([Bin23], 308., p. 51). Tìm $x \in \mathbb{N}$ có 6 chữ số, biết rằng các tích $2x, 3x, 4x, 5x, 6x$ cũng là số có 6 chữ số gồm cả 6 chữ số ấy. (a) Cho biết 6 chữ số của số phải tìm là 1, 2, 4, 5, 7, 8. (b) Giải bài toán nếu không cho điều kiện (a).

6 Miscellaneous

- 262.** Cho $a, b \in \mathbb{Z}$. (a) Giải phương trình $|a| = |b|$. (b) Giải bất phương trình $|a| < |b|$ & $|a| \leq |b|$.

Tài liệu

- [Bin23] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần 2. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 200.
- [BQT23] Vũ Hữu Bình, Đặng Văn Quân, and Bùi Văn Tuyên. *Bồi Dưỡng Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 104.
- [BS23] Vũ Hữu Bình and Nguyễn Tam Sơn. *Tài Liệu Chuyên Toán Trung Học Cơ Sở Toán 6. Tập 1: Số Học*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 172.
- [Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 184.