

# Problem: Multivariate Polynomial – Bài Tập: Đa Thức Nhiều Biến

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 26 tháng 9 năm 2023

## Mục lục

1	Multivariate Monomial Polynomial – Đơn Thức & Đa Thức Nhiều Biến	1
2	Operators $\pm$ Multivariate Polynomials – Phép $\pm$ Đa Thức Nhiều Biến	1
3	Operators $\cdot, :$ Multivariate Polynomial – Phép $\cdot, :$ Đa Thức Nhiều Biến	2
4	Algebraic Identity – Hằng Đẳng Thức Đáng Nhớ	2
5	Miscellaneous	2
	Tài liệu	2

## 1 Multivariate Monomial Polynomial – Đơn Thức & Đa Thức Nhiều Biến

- 1 ([Tuy23], Ví dụ 1, p. 4). Cho 3 biểu thức  $A = \frac{4xy}{x^2 - 2xy + y^2}$ ,  $B = x^2 - 2xy + y^2$ ,  $C = -4xy$ . (a) Cho biết biểu thức nào là đơn thức nhiều biến, là đa thức nhiều biến? (b) Với  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $y = \frac{1}{2}$ , chứng minh 2 biểu thức  $B, C$  có cùng 1 giá trị.
- 2 ([Tuy23], 1., p. 5). Cho đơn thức  $A = -2mx^3y^4$ ,  $m$  là hằng. Cho biết: (a) Hệ số & phần biến của đơn thức  $A$ . (b) Bậc của đơn thức  $A$  đối với từng biến & đối với tập hợp các biến.
- 3 ([Tuy23], 2., p. 5). Cho  $x^2 = 3$ ,  $y^2 = \frac{1}{3}$ . Tính giá trị của đa thức  $A = x^4 - x^2y^2 + y^4$ .
- 4 ([Tuy23], 3., p. 5). Tìm các đơn thức đồng dạng trong 5 đơn thức sau ( $a \neq 0$  là hằng):  $P = \frac{4}{5}x^4y^3xy$ ,  $Q = \frac{2}{3}a^3x^3y^2x^2y$ ,  $R = 6a^2x^2y^4ax^3$ ,  $M = -10$ ,  $N = \frac{7}{6}$ .
- 5 ([Tuy23], 4., p. 5). Cho 3 đơn thức nhiều biến:  $A = ab^2x^4y^3$ ,  $B = ax^4y^3$ ,  $C = b^2x^4y^3$ . Các đơn thức nào đồng dạng với nhau nếu: (a)  $a, b$  là hằng  $\neq 0$  còn  $x, y$  là biến. (b)  $a \neq 0$  là hằng còn  $b, x, y$  là biến. (c)  $b \neq 0$  là hằng còn  $a, x, y$  là biến.
- 6 ([Tuy23], 5., p. 5). Cho biểu thức  $A = \frac{-4ax^2y^5}{(b+1)^3}$ . Trong 3 trường hợp sau đây, trường hợp nào  $A$  là đơn thức? (a)  $a, b$  là hằng. (b)  $a$  là hằng. (c)  $b$  là hằng. Trong trường hợp đó, cho biết hệ số & bậc của đơn thức đối với mỗi biến & đối với tập hợp của biến.

## 2 Operators $\pm$ Multivariate Polynomials – Phép $\pm$ Đa Thức Nhiều Biến

- 7 ([Tuy23], Ví dụ 2, p. 6). Cho 2 đơn thức  $A = 3m^2x^2y^3z$ ,  $B = 12x^2y^3z$  ( $m \neq 0$  là hằng). (a) Tính hiệu  $A - B$ . (b) Xác định  $m$  để giá trị của 2 đơn thức  $A, B$  luôn bằng nhau với mọi  $x, y, z \in \mathbb{R}$ .
- 8 ([Tuy23], Ví dụ 3, p. 6). Cho 3 đa thức  $A = 8a - 9b$ ,  $B = 5b - c$ ,  $C = 3c - 2a$  trong đó  $a, b, c \in \mathbb{N}$ . Không thực hiện phép tính, cho biết tích  $ABC$  có giá trị là số chẵn hay lẻ?
- 9 ([Tuy23], 6., p. 7). Cho 2 đa thức  $A = 3x^4 - 2x^3y + 5xy^3 - y^4$ ,  $B = -8x^4 + 2x^3y - 9x^2y^2 - xy^3 + 4y^4$ . Tính tổng  $A + B$  & hiệu  $A - B$  bằng 2 cách: Cộng trừ theo hàng ngang. Cộng trừ theo cột dọc.
- 10 ([Tuy23], 7., p. 7). Chứng minh  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ : (a)  $8 \cdot 2^n + 2^{n+1}$  có tận cùng bằng chữ số 0. (b)  $3^{n+3} - 2 \cdot 3^n + 2^{n+5} - 7 \cdot 2^n : 25$ . (c)  $4^{n+3} + 4^{n+2} - 4^{n+1} - 4^n : 300$ .
- 11 ([Tuy23], 8., p. 7). Viết tích  $31 \cdot 5^2$  thành tổng của 3 lũy thừa cơ số 5 với số mũ là 3 số tự nhiên liên tiếp.

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam  
e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://ngqbh.github.io>.

- 12 ([Tuy23], 9., p. 7). Viết 2 số tự nhiên sau dưới dạng 1 đa thức có 2 biến  $x, y$ : (a)  $\overline{xy\bar{z}}$ . (b)  $\overline{yxy\bar{5}}$ .
- 13 ([Tuy23], 10., p. 7). Cho đa thức  $P = ax^4y^3 + 10xy^2 + 4y^3 - 2x^4y^3 - 3xy^2 + bx^3y^4$ . biết  $a, b$  là hằng & đa thức  $P$  có bậc 3, tìm  $a, b$ .
- 14 ([Tuy23], 11., p. 7). Tính tổng  $S = \overline{ab} + \overline{abc} + \overline{ba} - \overline{bac}$ .
- 15 ([Tuy23], 12., p. 7). Chứng minh tổng của 4 số lẻ liên tiếp thì chia hết cho 8.
- 16 ([Tuy23], 13., p. 7). Cho 3 đa thức  $A = 16x^4 - 8x^3y + 7x^2y^2 - 9y^4$ ,  $B = -15x^4 + 3x^3y - 5x^2y^2 - 6y^4$ ,  $C = 5x^3y + 3x^2y^2 + 17y^4 + 1$ . Chứng minh ít nhất 1 trong 3 đa thức này có giá trị dương  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .
- 17 ([Tuy23], 14., p. 7). Cho đa thức  $A = 2x^2 + |7x - 1| - (5 - x + 2x^2)$ . (a) Thu gọn  $A$ . (b) Tìm  $x$  để  $A = 2$ .
- 18 ([Tuy23], 15., p. 7). Tính giá trị của 2 đa thức sau biết  $x - y = 0$ . (a)  $A = 7x - 7y + 4ax - 4ay - 5$ . (b)  $B = x(x^2 + y^2) - y(x^2 + y^2) + 3$ .
- 19 ([Tuy23], 16., p. 7). Cho 2 đa thức  $A = xyz - xy^2 - xz^2$ ,  $B = y^3 + z^3$ . Chứng minh nếu  $x - y - z = 0$  thì  $A, B$  là 2 đa thức đối nhau.
- 20 ([Tuy23], 17., p. 7). Tính giá trị của đa thức  $A = 4x^4 + 7x^2y^2 + 3y^4 + 5y^2$  với  $x^2 + y^2 = 5$ .

### 3 Operators $\cdot, :$ Multivariate Polynomial – Phép $\cdot, :$ Đa Thức Nhiều Biến

- 21 ([Tuy23], Ví dụ 4, p. 8). Cho 3 đơn thức  $A = -3xy^3$ ,  $B = 8xy^2$ ,  $C = \frac{5}{3}x^2y$ . Chứng minh 3 đơn thức này không thể cùng có giá trị dương.
- 22 ([Tuy23], Ví dụ 5, p. 9). Chứng minh đẳng thức  $(x + y)(x + y + 2) - 2(x + 1)(y + 1) + 2 = x^2y^2$ .
- 23 ([Tuy23], Ví dụ 6, p. 9). Tìm giá trị của biểu thức  $A = (5x^5 + 5x^4) : 5x^2 - (2x^4 - 8x^2 - 6x + 12) : (2x - 4)$  tại  $x = -2$ .
- 24 ([Tuy23], 18., p. 9). Cho biểu thức  $E = x(x - y) + y(x + y) - (x + y)(x - y) - 2y^2$ . Với mọi giá trị của  $x, y$  thì giá trị của biểu thức  $E$  là 1 số âm hay là 1 số dương?
- 25 ([Tuy23], 19., p. 9). Cho  $xy = 1$ . Chứng minh đẳng thức  $x(y + 1) + y(x + 1) = (x + 1)(y + 1)$ .
- 26 ([Tuy23], 20., p. 9). Chứng minh đẳng thức  $(x - y)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) = x^4 - y^4$ .
- 27 ([Tuy23], 21., p. 9). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để mỗi phép chia sau đều là phép chia hết: (a)  $7x^{n+2}y^n : 4x^3y^4$ . (b)  $-\frac{2}{3}x^{2n}y^7 : \frac{4}{9}x^{n+3}y^n$ .
- 28 ([Tuy23], 22., p. 10). Tìm  $x, y$  biết:  $[(x - 2y)(x - 7y) - (x - 2y)(x + 2y)] : (x - 2y) = 18$ .
- 29 ([Tuy23], 23., p. 10). Tìm giá trị của biểu thức  $A = (3x^4 - x^2 - 2x) : (3x^2 + 3x + 2) + (x^4 - x^2) : (x^2 - x)$  tại  $x = -5$ .
- 30 ([Tuy23], 24., p. 10). Không làm phép chia đa thức, tìm số dư trong phép chia đa thức  $f(x)$  cho đa thức  $g(x)$  trong 3 trường hợp sau: (a)  $f(x) = x^{101} + x^{102} + x^{103} + 51$ ,  $g(x) = x + 1$ . (b)  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 17$ ,  $g(x) = x - 2$ . (c)  $f(x) = x^4 + 5x^3 + 6x + 30$ ,  $g(x) = x + 5$ .
- 31 ([Tuy23], 25., p. 10). Tìm các giá trị của  $m, n$  để đa thức  $A = 2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + mx + n$  chia hết cho đa thức  $B = x^2 + 1$ .
- 32 ([Tuy23], 26., p. 10). Chứng minh đa thức  $f(x) = (x^2 + 4x - 20)^{51} + (x^3 - 2x - 22)^{50} - 2$  chia hết cho đa thức  $x - 3$ .
- 33 ([Tuy23], 27., p. 10). Cho đa thức  $A = -3x^3 + 20x^2 + 20x + 10$ . Chia đa thức  $A$  cho đa thức  $B$  được thương là  $3x + 1$  & dư  $x + 6$ . Tìm đa thức  $B$ .
- 34 ([Tuy23], 28., p. 10). Cho đa thức  $4x^3 + ax + b$  chia hết cho 2 đa thức  $x - 2$  &  $x + 1$ . Tính  $2a - 3b$ .
- 35 ([Tuy23], 29., p. 10). Tìm giá trị nguyên của  $x$  để giá trị của đa thức  $A = 10x^4 - 13x^3 - 9x^2 + x + 19$  chia hết cho giá trị của đa thức  $B = 2x - 3$ .

### 4 Algebraic Identity – Hằng Đẳng Thức Đáng Nhớ

### 5 Miscellaneous

### Tài liệu

[Tuy23] Bùi Văn Tuyên. Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 8. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 188.