

Problem: Equation & Inequation – Bài Tập: Phương Trình & Bất Phương Trình

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 9 tháng 10 năm 2024

Tóm tắt nội dung

This text is a part of the series *Some Topics in Elementary STEM & Beyond*:

URL: https://nqbh.github.io/elementary_STEM.

Latest version:

- *Problem: Equation & Inequation – Bài Tập: Phương Trình & Bất Phương Trình*.
PDF: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/equation_inequation/problem/NQBH_equation_inequation_problem.pdf.
TeX: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/equation_inequation/problem/NQBH_equation_inequation_problem.tex.
- *Problem & Solution: Equation & Inequation – Bài Tập & Lời Giải: Phương Trình & Bất Phương Trình*.
PDF: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/equation_inequation/solution/NQBH_equation_inequation_solution.pdf.
TeX: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/equation_inequation/solution/NQBH_equation_inequation_solution.tex.

Mục lục

1	Equation – Phương Trình	1
1.1	Phương trình đa thức – Polynomial equation	1
1.2	Phương trình phân thức – Algebraic rational fraction equation	2
1.3	Phương trình vô tỷ	2
2	Inequation – Bất Phương Trình	2
3	Miscellaneous	2

1 Equation – Phương Trình

Định nghĩa 1 (Graph – đồ thị). Đồ thị của hàm số $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ là tập hợp $G(f) := \{(x, f(x)) \in \mathbb{R}^2 | x \in D\}$.

Định nghĩa 2 (Equation, inequation – phương trình, bất phương trình). Cho 2 hàm số $y = f(x), y = g(x)$ có tập xác định lần lượt là $D_f, D_g \subset \mathbb{R}$. Đặt $D := D_f \cap D_g$. Mệnh đề chứa biến “ $f(x) = g(x), f(x) > g(x), f(x) \geq g(x)$ ” lần lượt được gọi là phương trình 1 ẩn, bất phương trình 1 ẩn, x được gọi là ẩn số (hay ẩn) & D được gọi là tập xác định (TXĐ) của phương trình, bất phương trình. $x_0 \in D$ gọi là 1 nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ nếu “ $f(x_0) = g(x_0)$ ” là mệnh đề đúng. $x_0 \in D$ lần lượt gọi là 1 nghiệm của bất phương trình $f(x) > g(x), f(x) \geq g(x)$ nếu “ $f(x_0) > g(x_0), f(x_0) \geq g(x_0)$ ” là mệnh đề đúng.

Giải 1 phương trình, 1 bất phương trình là đi tìm tất cả các nghiệm của nó, i.e., 3 tập hợp $S := \{x \in D | f(x) = g(x)\}, S := \{x \in D | f(x) > g(x)\}, S := \{x \in D | f(x) \geq g(x)\}$ lần lượt được gọi là tập nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$, bất phương trình $f(x) > g(x), f(x) \geq g(x)$. Khi $S = \emptyset$, ta nói (bất) phương trình vô nghiệm. Nếu $|S| = n \in \mathbb{N}^*$, ta nói (bất) phương trình có n nghiệm hay số nghiệm của (bất) phương trình bằng n . Nếu $|S| = \infty$, ta nói (bất) phương trình có vô số nghiệm.

Xét phương trình cấu tạo bởi các hàm $f(x), f^n(x), \sqrt{f(x)}, \sqrt[n]{f(x)}, |f(x)|$ với $f(x) = ax + b, f(x) = ax^2 + bx + c, f(x) = (dx + e)(ax^2 + bx + c), f(x) = \prod_{i=1}^m (d_i x + e_i) \prod_{i=1}^n (a_i x^2 + b_i x + c_i)$.

1.1 Phương trình đa thức – Polynomial equation

Giải & biện luận phương trình theo các tham số thực:

- 1 (Phương trình bậc nhất 1 ẩn). (a) $ax + b = 0$. (b) $ax + b = cx + d$. (c) $\sum_{i=1}^n a_i x + b_i = a_1 x + b_1 + a_2 x + b_2 + \cdots + a_n x + b_n = 0$. (d) $\sum_{i=1}^n a_i x + b_i = \sum_{i=1}^n c_i x + d_i$, i.e., $a_1 x + b_1 + a_2 x + b_2 + \cdots + a_n x + b_n = c_1 x + d_1 + c_2 x + d_2 + \cdots + c_n x + d_n$.

*A Scientist & Creative Artist Wannabe. E-mail: nguyenquanbahong@gmail.com. Bến Tre City, Việt Nam.

- *Problem: 1st-Order Function – Bài Tập: Hàm Số Bậc Nhất $y = ax + b, a \neq 0$.*

URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_8/1st_order_function/problem/NQBH_1st_order_function_problem.pdf.

- *Problem & Solution: 1st-Order Function – Bài Tập & Lời Giải: Hàm Số Bậc Nhất $y = ax + b, a \neq 0$.*

URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_8/1st_order_function/solution/NQBH_1st_order_function_solution.pdf.

2 (Phương trình bậc nhất 1 ẩn với trị tuyệt đối). (a) $|ax + b| = c$. (b) $|ax + b| = |cx + d|$. (c) $\sum_{i=1}^n |a_i x + b_i| = |a_1 x + b_1| + |a_2 x + b_2| + \dots + |a_n x + b_n| = a$. (d) $\sum_{i=1}^n |a_i x + b_i| = \sum_{i=1}^n |c_i x + d_i|$, i.e., $|a_1 x + b_1| + |a_2 x + b_2| + \dots + |a_n x + b_n| = |c_1 x + d_1| + |c_2 x + d_2| + \dots + |c_n x + d_n|$.

3 (Phương trình bậc 2 1 ẩn). (a) $ax^2 + bx + c = 0$. (b) $a_1 x^2 + b_1 x + c_1 = a_2 x^2 + b_2 x + c_2$. (c) $\sum_{i=1}^n a_i x^2 + b_i x + c_i = a_1 x^2 + b_1 x + c_1 + a_2 x^2 + b_2 x + c_2 + \dots + a_n x^2 + b_n x + c_n = 0$. (d) $\sum_{i=1}^n a_i x^2 + b_i x + c_i = \sum_{i=1}^n d_i x^2 + e_i x + f_i$.

- *Problem: 2nd-Order Function. Quadratic Equation – Bài Tập: Hàm Số Bậc 2 $y = ax^2$. Phương Trình Bậc 2 1 Ẩn $ax^2 + bx + c = 0$.*

URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/2nd_order_function/problem/NQBH_2nd_order_function_problem.pdf.

- *Problem & Solution: 2nd-Order Function. Quadratic Equation – Bài Tập & Lời Giải: Hàm Số Bậc 2 $y = ax^2$. Phương Trình Bậc 2 1 Ẩn $ax^2 + bx + c = 0$.*

URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/2nd_order_function/solution/NQBH_2nd_order_function_solution.pdf.

4 (Phương trình bậc 2 1 ẩn với trị tuyệt đối). (a) $|ax^2 + bx + c| = d$. (b) $|a_1 x^2 + b_1 x + c_1| = |a_2 x^2 + b_2 x + c_2|$. (c) $\sum_{i=1}^n |a_i x^2 + b_i x + c_i| = |a_1 x^2 + b_1 x + c_1| + |a_2 x^2 + b_2 x + c_2| + \dots + |a_n x^2 + b_n x + c_n| = 0$. (d) $\sum_{i=1}^n |a_i x^2 + b_i x + c_i| = \sum_{i=1}^n |d_i x^2 + e_i x + f_i|$.

1.2 Phương trình phân thức – Algebraic rational fraction equation

1.3 Phương trình vô tỷ

5 (Phương trình vô tỷ với phương trình bậc nhất 1 ẩn). (a) $\sqrt{ax + b} = 0$. (b) $\sqrt{ax + b} = \sqrt{cx + d}$. (c) $\sum_{i=1}^n \sqrt{a_i x + b_i} = \sqrt{a_1 x + b_1} + \sqrt{a_2 x + b_2} + \dots + \sqrt{a_n x + b_n} = 0$. (d) $\sum_{i=1}^n \sqrt{a_i x + b_i} = \sum_{i=1}^n \sqrt{c_i x + d_i}$, i.e., $\sqrt{a_1 x + b_1} + \sqrt{a_2 x + b_2} + \dots + \sqrt{a_n x + b_n} = \sqrt{c_1 x + d_1} + \sqrt{c_2 x + d_2} + \dots + \sqrt{c_n x + d_n}$.

6 (Phương trình vô tỷ với phương trình bậc 2 1 ẩn). (a) $\sqrt{ax^2 + bx + c} = 0$. (b) $\sqrt{a_1 x^2 + b_1 x + c_1} = \sqrt{a_2 x^2 + b_2 x + c_2}$. (c) $\sum_{i=1}^n \sqrt{a_i x^2 + b_i x + c_i} = \sqrt{a_1 x^2 + b_1 x + c_1} + \sqrt{a_2 x^2 + b_2 x + c_2} + \dots + \sqrt{a_n x^2 + b_n x + c_n} = 0$. (d) $\sum_{i=1}^n \sqrt{a_i x^2 + b_i x + c_i} = \sum_{i=1}^n \sqrt{d_i x^2 + e_i x + f_i}$.

2 Inequation – Bất Phương Trình

Gọi \mathcal{R} là 1 trong 4 quan hệ thứ tự $>, <, \geq, \leq$.

7. Giải & biện luận bất phương trình $ax + b\mathcal{R}0$ theo 2 tham số $a, b \in \mathbb{R}$.

8. Giải & biện luận bất phương trình $|ax + b|\mathcal{R}c$ theo 2 tham số $a, b, c \in \mathbb{R}$.

9. Giải & biện luận bất phương trình $ax^2 + bx + c\mathcal{R}0$ theo 2 tham số $a, b, c \in \mathbb{R}$.

3 Miscellaneous