Problem: Congruent Triangles – Bài Tập: Tam Giác Bằng Nhau

Nguyễn Quản Bá Hồng*

Ngày 24 tháng 10 năm 2023

Mục lục

1 Congruent Triangles – Bài Tập: Tam Giác Bằng Nhau

1 ([HM23], 3.1., p. 26)**.** *Cho 2 điểm A,B chạy trên Ox,Oy sao cho $OA+OB=m$. Chứng minh đường trung trực của đoạn thẳng AB luôn đi qua 1 điểm cố định.*

2 ([HM23], 3.2., p. 27)**.** *Cho ΔABC nhọn có điểm M là trung điểm AC. Lấy điểm K thuộc đoạn BM sao cho $AK=BC$. AK giao BC tại L. Chứng minh $LK=BL$.*

3 ([HM23], 3.3., p. 27)**.** *Cho ΔABC có $AB=AC$, $\widehat{A}=40^\circ$. Điểm K thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{KBC}=30^\circ$. Điểm L nằm trong ΔABC sao cho $\widehat{ABL}=30^\circ$, AL là phân giác $\widehat{BAC}$. Chứng minh $AK=AL$.*

4 ([HM23], 3.4., p. 27)**.** *Cho ΔABC có $\widehat{A}=60^\circ$, 2 điểm E,F thuộc tia BA,CA sao cho $BE=CF=BC$. I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC. Chứng minh E,F,I thẳng hàng.*

5 ([HM23], 3.5., p. 28)**.** *Cho ΔABC có đường cao AH. Biết $\widehat{ABC}=75^\circ$, $AH=\frac{1}{2}BC$. Chứng minh ΔABC cân.*

6 ([HM23], 3.6., p. 28)**.** *Cho ΔABC có trực tâm H, M là trung điểm BC. Đường thẳng qua H vuông góc HM cắt AB,AC lần lượt ở P,Q. Chứng minh $HP=HQ$.*

7 ([HM23], 3.7., p. 29)**.** *Cho ΔABC với điểm N nằm trong ΔABC sao cho $\widehat{ABN}=\widehat{ACN}$. M là trung điểm BC. NH,NK là đường vuông góc hạ từ N xuống AB,AC. Chứng minh ΔMHK cân.*

8 ([HM23], 3.8., p. 29)**.** *Cho ΔABC cân tại A, đường phân giác BE. $F\in BC$ sao cho $\widehat{BEF}=90^\circ$. Chứng minh $BF=2CE$.*

9 ([HM23], 3.9., p. 30)**.** *Cho ΔABC cân tại A, điểm M nằm trong ΔABC sao cho $\widehat{AMB}=\widehat{AMC}$. Chứng minh AM là phân giác $\widehat{A}$.*

10 ([HM23], 3.10., p. 30)**.** *Cho ΔABC là trung điểm BC. Dựng 2 tam giác vuông cân AEB,AFC bên ngoài ΔABC. Chứng minh ΔMEF vuông cân.*

11 ([HM23], 3.11., p. 31)**.** *Cho ΔABC vuông tại A, M là trung điểm AB, H là hình chiếu vuông góc hạ từ M xuống BC. Điểm K thuộc đoạn AM sao cho $AK=BH$. Chứng minh ΔCHK cân.*

12 ([HM23], 3.12., p. 31)**.** *Cho ΔABC vuông cân tại A. Vẽ ΔBCK cân tại C sao cho C,K nằm khác phía đối với AB, $\widehat{BCK}=30^\circ$. Tính $\widehat{BAK}$.*

13 ([HM23], 3.13., p. 32)**.** *Cho ΔABC. Lấy $M\in AC, N\in AB$ sao cho $\widehat{MBC}=2\alpha=2\widehat{ABM}, \widehat{BCN}=2\beta=2\widehat{ACN}$. P là giao điểm của BM,CN. Biết $PM=PN$. Chứng minh ΔABC vuông hoặc cân.*

14 ([HM23], 3.14., p. 32)**.** *Cho ΔABC, M là trung điểm BC. Dựng 2 tam giác vuông cân ABE,ACF bên ngoài ΔABC. Chứng minh $AM\perp EF$.*

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: https://nqbh.github.io.

15 ([HM23], 3.15., p. 33). *Cho ΔABC có đường cao AH, M, N là chân đường vuông góc hạ từ H xuống AB, AC. Biết $MB = NC$. Chứng minh ΔABC cân.*

16 ([HM23], 3.16., p. 33). *Cho $\widehat{xOy}$. A, B chạy trên Ox, Oy sao cho $OA - OB = m$. Chứng minh trung trực AB đi qua 1 điểm cố định.*

17 ([HM23], 3.17., p. 33). *Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. E thuộc tia AH, K thuộc tia đối của tia HA sao cho $AE = HK$. Kẻ đường thẳng qua E song song BC cắt AC tại F. Chứng minh $\widehat{BKF} = 90^\circ$.*

18 ([HM23], 3.18., p. 33). *Cho ΔABC có đường phân giác AA'. Lấy 2 điểm M, N nằm trong ΔABC sao cho AA' là trung trực của MN. Lấy C', B' là 2 điểm đối xứng với M qua AB, AC. Chứng minh AN là trung trực của $B'C'$.*

19 ([HM23], 3.19., p. 33). *Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. I, J là tâm đường tròn nội tiếp $\Delta ABH, \Delta ACH$. IJ cắt AB, AC lần lượt ở E, F. Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔEFH.*

20 ([HM23], 3.20., p. 34). *Cho ΔABC, dựng $\Delta ABZ, \Delta ACY$ đều bên ngoài ΔABC. Vẽ ΔBCX cân tại X bên ngoài ΔABC sao cho $\widehat{BXC} = 120^\circ$. Chứng minh $AX \perp YZ$.*

21 ([HM23], 3.21., p. 34). *Cho ΔABC, I là tâm đường tròn nội tiếp. BE, CF là 2 đường phân giác trong. Biết $IE = IF$. Chứng minh $\widehat{BAC} = 60^\circ$ hoặc ΔABC cân.*

22 ([HM23], 3.22., p. 34). *Cho ΔABC, I là tâm đường tròn nội tiếp. AD, BE, CF là 3 đường phân giác. Biết $ID = IE = IF$. Chứng minh ΔABC đều.*

23 ([HM23], 3.23., p. 34). *Cho ΔABC, $\widehat{A} = 60^\circ$. Đường phân giác BE, CF. Chứng minh $BF + CE = BC$.*

24 ([HM23], 3.24., p. 34). *Cho ΔABC, đường phân giác AD. Lấy E, F thuộc cạnh AB, AC sao cho ΔBDE cân tại B, ΔCDF cân tại C. Chứng minh $EF \parallel BC$.*

25 ([HM23], 3.25., p. 34). *Cho ΔABC, $\widehat{ABC} = 70^\circ, \widehat{ACB} = 50^\circ$. Lấy điểm D nằm khác phía A đối với BC sao cho $\widehat{CBD} = 40^\circ, \widehat{BCD} = 20^\circ$. Chứng minh $AD \perp BC$.*

26 ([HM23], 3.26., p. 34). *Cho ΔABC. Kẻ đường cao BE, CF. X, Y, Z lần lượt là trung điểm EF, BF, CE. K là giao điểm của đường thẳng qua Y vuông góc BX, đường thẳng qua Z vuông góc CX. Chứng minh K thuộc trung trực BC.*

27 ([HM23], 3.27., p. 34). *Cho ΔABC, 3 đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. X, Y, Z, T là chân đường vuông góc hạ từ D xuống AB, BE, CF, AC. Chứng minh X, Y, Z, T thẳng hàng.*

2 Pythagore Theorem – Định Lý Pythagore

28 ([HM23], 4.1., p. 40). *Cho ΔABC vuông tại A, phân giác BD, kẻ $DE \perp BC$, $E \in BC$. F là giao điểm của AB, DE. Chứng minh: (a) BD là trung trực AE. (b) ΔACF cân. (c) $AD < CD$. (d) $AE \parallel CF$.*

29 ([HM23], 4.2., p. 40). *Cho ΔABC vuông tại A, phân giác BD. Trên tia BC lấy điểm E sao cho $AB = BE$. (a) Chứng minh $BE \perp DE$. (b) Chứng minh BD là đường trung trực của AE. (c) Kẻ $AH \perp BC$. So sánh CE, EH.*

30 ([HM23], 4.3., p. 41). *Cho ΔABC vuông tại A, $AB = 8$ cm, $AC = 6$ cm. (a) Tính BC. (b) Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = 2$ cm, trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AB = AD$. Chứng minh $\Delta BEC = \Delta DEC$. (c) Chứng minh DE đi qua trung điểm BC.*

31 ([HM23], 4.4., p. 41). *Cho ΔABC vuông tại A, $\widehat{B} = 60^\circ$. Vẽ $AH \perp BC$, $H \in BC$. (a) So sánh AB, AC; BH, CH. (b) Lấy điểm D thuộc tia đối của tia HA sao cho $AH = DH$. Chứng minh $\Delta ACH = \Delta DCH$. (c) Tính $\widehat{BDC}$.*

32 ([HM23], 4.5., p. 41). *Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH, trên đó lấy điểm D. Tren tia đối của tia HA lấy E sao cho $AD = EH$. Đường vuông góc với AH tại D cắt AC tại F. Chứng minh $BE \perp EF$.*

33 ([HM23], 4.6., p. 41). *Từ 1 điểm O tùy ý trong ΔABC, kẻ OA_1, OB_1, OC_1 lần lượt vuông góc với 3 cạnh BC, CA, AB. Chứng minh: $AB_1^2 + BC_1^2 + CA_1^2 = AC_1^2 + BA_1^2 + CB_1^2$.*

34 ([HM23], 4.7., p. 41). *Cho ΔABC cân tại A, $\widehat{A} = 30^\circ, BC = 2$ cm. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $\widehat{CBD} = 60^\circ$. Chứng minh $AD = \sqrt{2}$.*

3 Quan Hệ Giữa Các Yếu Tố Trong Tam Giác. Bất Đẳng Thức Tam Giác

4 Miscellaneous

Tài liệu

[HM23] Trần Quang Hùng and Đào Thị Hoa Mai. *Tuyển Chọn Các Chuyên Đề Bồi Dưỡng Học Sinh Giỏi Toán 7 Hình Học*. Nhà Xuất Bản Đại Học Quốc Gia Hà Nội, 2023, p. 114.