

Problem: Prime, Composite, GCD, & LCM

Bài Tập: Số Nguyên Tố, Hợp Số, ƯCLN, & BCNN

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 11 tháng 9 năm 2023

Tóm tắt nội dung

Last updated version: [GitHub/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/natural/divisibility/problem](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/natural/divisibility/problem)[pdf].¹ [TeX]².

Mục lục

1 Prime. Composite – Số Nguyên Tố. Hợp Số	1
2 Greatest Common Divisor. Least Common Multiple – Ước Chung Lớn Nhất. Bội Chung Nhỏ Nhất	2
3 Miscellaneous	3
Tài liệu	3

1 Prime. Composite – Số Nguyên Tố. Hợp Số

- 1 ([BQT23], H1, p. 36). Egg có 54 viên bi & muốn chia đều số bi đó vào các hộp. Tìm tất cả các cách chia thỏa mãn.
- 2 ([BQT23], H2, p. 36). (a) Số nào có phân tích ra thừa số nguyên tố là $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$. (b) Phân tích 2160 ra thừa số nguyên tố.
- 3 ([BQT23], H3, p. 36). Tìm chữ số a để $\overline{17a}$ là số nguyên tố.
- 4 ([BQT23], H4, p. 36). Đ/S? Ký hiệu P là tập hợp các số nguyên tố. (a) $19 \in P$. (b) $\{3, 5, 7\} \in P$. (c) $\{71, 73\} \in P$. (d) $6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 - 5 \cdot 7 \cdot 11 \in P$. (e) Mọi số nguyên tố đều có tận cùng là số lẻ.
- 5 ([BQT23], Ví dụ 1, p. 37). Cho 1 phép chia có số bị chia bằng 236 & số dư bằng 15. Tìm số chia & thương.
- 6 ([BQT23], Ví dụ 2, p. 37). Có bao nhiêu số là bội của 6 trong khoảng từ 72 đến 2016?
- 7 ([BQT23], Ví dụ 3, p. 37). Tìm $x \in \mathbb{N}$ sao cho $42 : (2x + 5)$.
- 8 ([BQT23], Ví dụ 4, p. 38). Tìm số nguyên tố p sao cho $p + 2$ & $p + 4$ cũng là 2 số nguyên tố.
- 9 ([BQT23], Ví dụ 5, p. 38). Cho $p > 3$ & $2p + 1$ là 2 số nguyên tố. Hỏi $4p + 1$ là số nguyên tố hay hợp số.
- 10 ([BQT23], Ví dụ 6, p. 39). Tìm số nguyên tố bằng tổng của 2 số nguyên tố & cũng bằng hiệu của 2 số nguyên tố khác.
- Lưu ý 1. 2 là số nguyên tố chẵn duy nhất.
- 11 ([BQT23], Ví dụ 7, p. 39). Phân tích ra thừa số nguyên tố: (a) 2016^7 . (b) $30 \cdot 4 \cdot 1975$.
- 12 ([BQT23], Ví dụ 8, p. 39). Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = 870$.
- 13 ([BQT23], Ví dụ 9, p. 40). Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ sao cho $p = (n - 2)(n^2 + n - 5)$ là số nguyên tố.
- 14 ([BQT23], 5.1., p. 40). Tìm tập hợp các số tự nhiên vừa là bội của 9, vừa là ước của 72.
- 15 ([BQT23], 5.2., p. 40). Tìm $x \in \mathbb{N}^*$ thỏa: (a) $x - 1$ là ước của 24. (b) 36 là bội của $2x + 1$.
- 16 ([BQT23], 5.3., p. 40). Tìm $x, y \in \mathbb{N}^*$ thỏa $(2x + 1)(y - 3) = 15$.

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/elementary-STEM_beyond/blob/main/elementary-mathematics/grade-6/natural/divisibility/problem/NQBH_divisibility_problem.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/elementary-STEM_beyond/blob/main/elementary-mathematics/grade-6/natural/divisibility/problem/NQBH_divisibility_problem.tex.

- 17 ([BQT23], 5.4., p. 40). Phân tích ra thừa số nguyên tố: (a) $1 \cdot 12 \cdot 78$. (b) 1930^8 .
- 18 ([BQT23], 5.5., p. 40). Chứng minh nếu p là 1 số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p-1)(p+1)$ chia hết cho 3 & cho 8.
- 19 ([BQT23], 5.6., p. 40). Tìm chữ số a để $\overline{23a}$ là số nguyên tố.
- 20 ([BQT23], 5.7., p. 40). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có đúng 18 ước số.
- 21 ([BQT23], 5.8., p. 40). Chứng minh: Nếu 1 số tự nhiên có 3 chữ số tận cùng là 104 thì số đó có ít nhất 4 ước số.
- 22 ([BQT23], 5.9., p. 40). Tìm 2 số nguyên tố có tổng bằng 309.
- 23 ([BQT23], 5.10., p. 40). Tìm số nguyên tố p sao cho $p+4, p+8$ cũng là 2 số nguyên tố.
- 24 ([BQT23], 5.11., p. 40). Tìm số nguyên tố p sao cho $p+6, p+8, p+12, p+14$ cũng là 4 số nguyên tố.
- 25 ([BQT23], 5.12., p. 40). Cho $p > 3$ & $p+4$ là 2 số nguyên tố. Chứng minh $p+8$ là hợp số.
- 26 ([BQT23], 5.13., p. 40). Số $3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2012}$ là số nguyên tố hay hợp số?
- 27 ([BQT23], 5.14., p. 40). 2 số nguyên tố được gọi là sinh đôi nếu chúng là 2 số nguyên tố & là 2 số lẻ liên tiếp, e.g., 3 & 5, 11 & 13, Chứng minh số tự nhiên lớn hơn 4 & nằm giữa 2 số nguyên tố sinh đôi thì chia hết cho 6.
- 28 ([BQT23], 5.15., p. 41). Tìm 3 số tự nhiên lẻ liên tiếp đều là số nguyên tố.
- 29 ([BQT23], 5.16., p. 41). Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa $1 + 3 + 5 + \dots + (2n+1) = 169$.
- 30 ([BQT23], 5.17., p. 41). Biết số \overline{abc} khi phân tích ra thừa số nguyên tố có thừa số 3 & thừa số 7. Chứng minh số $a+19b+4c$ cũng có tính chất đó.
- 31 ([BQT23], 5.18., p. 41). Tìm chữ số a sao cho số \overline{aaa} là tổng của các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến số n nào đó.
32. Chứng minh tập hợp các số nguyên tố có vô hạn phần tử & không có số nguyên tố lớn nhất.
- Hint.* Giả sử phản chứng: chỉ có hữu hạn số nguyên tố $p_1 < p_2 < \dots < p_n$. Chứng minh $p := \prod_{i=1}^n p_i + 1 = p_1 p_2 \dots p_n + 1$ là 1 số nguyên tố lớn hơn mỗi số nguyên tố $p_i, \forall i \in \mathbb{N}$.

2 Greatest Common Divisor. Least Common Multiple – Ước Chung Lớn Nhất. Bội Chung Nhỏ Nhất

- 33 ([BQT23], H1, p. 43). 1 thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài 72 m, chiều rộng 40 m. Chicken muốn chia thửa ruộng thành các mảnh đất hình vuông bằng nhau để trồng các loại ngũ cốc. Tính độ dài lớn nhất của hình vuông mà Chicken có thể chia.
- 34 ([BQT23], H2, p. 43). Có 4 thuyền A, B, C, D. Thuyền A cứ 5 ngày cập bến 1 lần, thuyền B cứ 6 ngày cập bến 1 lần, thuyền C cứ 8 ngày cập bến 1 lần & thuyền D cứ 10 ngày cập bến 1 lần. Egg nhầm tính: Nếu ngày hôm nay cả 4 thuyền cùng cập bến thì: (a) Sau ít nhất a ngày nữa, thuyền A cùng cập bến với thuyền D. (b) Sau ít nhất b ngày nữa, thuyền B cùng cập bến với thuyền C. (c) Sau ít nhất c ngày nữa, thuyền B cùng cập bến với thuyền D. (d) Sau ít nhất d ngày nữa, cả 4 thuyền sẽ cùng cập bến lần thứ 2. Tìm a, b, c, d .
- 35 ([BQT23], Ví dụ 1, p. 43). Tìm ƯC(48, 60), BC(4, 14).
- 36 ([BQT23], Ví dụ 2, p. 44). Tìm $a \in \mathbb{N}$ biết chia 264 cho a thì dư 24, còn khi chia 363 cho a thì được dư là 43.
- 37 ([BQT23], Ví dụ 3, p. 44). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có 4 chữ số, biết khi chia số đó cho 18, 24, 30 thì có số dư lần lượt là 13, 19, 25.
- 38 ([BQT23], Ví dụ 4, p. 44). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa $a+b=336$ & $\text{ƯCLN}(a, b) = 24$.
- 39 ([BQT23], Ví dụ 5, p. 45). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa $\text{ƯCLN}(a, b) = 24$ & $\text{BCNN}(a, b) = 36$.
- 40 ([BQT23], Ví dụ 6, p. 45). Cho $n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh: $\text{ƯCLN}(2n+5, 3n+7) = 1$.
- 41 ([BQT23], Ví dụ 7, p. 46). Học sinh khối 6 của 1 trường khi xếp hàng 12, hàng 15 hay hàng 18 thì đều vừa đủ hàng. Tính số học sinh khối 6 của trường đó, biết số học sinh này nằm trong khoảng từ 500 đến 600 học sinh.
- 42 ([BQT23], Ví dụ 8, p. 46). 1 lớp học có 28 học sinh nam & 24 học sinh nữ. Khi tham gia lao động, GVCN muốn chia lớp thành các nhóm sao cho số học sinh nam & số học sinh nữ được chia đều vào các nhóm. Hỏi GVCN có bao nhiêu cách chia nhóm? Cách chia nào có số học sinh trong mỗi nhóm ít nhất?
- 43 ([BQT23], 6.1., p. 47). Tìm ƯC(54, 120, 180), BC(21, 84).
- 44 ([BQT23], 6.2., p. 47). 1 số chia cho 21 dư 2 & chia cho 12 dư 5. Hỏi số đó chia cho 84 thì dư bao nhiêu?

- 45 ([BQT23], 6.3., p. 47). Tìm $a \in \mathbb{N}$ thỏa mãn: $a : 7$ & a chia cho 4 hoặc 6 đều dư 3, biết $a < 350$.
- 46 ([BQT23], 6.4., p. 47). Tìm số tự nhiên lớn nhất có 3 chữ số sao cho chia nó cho 3, cho 4, cho 5 ta được 3 số dư theo thứ tự là 2, 3, 4.
- 47 ([BQT23], 6.5., p. 47). Cho $\text{ƯCLN}(a, b) = 1$. Chứng minh: (a) $\text{ƯCLN}(a, a - b) = 1$ với $a > b$. (b) $\text{ƯCLN}(ab, a + b) = 1$.
- 48 ([BQT23], 6.6., p. 47). Cho $n \in \mathbb{N}$. Chứng minh: (a) $\text{ƯCLN}(3n + 13, 3n + 14) = 1$. (b) $\text{ƯCLN}(3n + 5, 6n + 9) = 1$.
- 49 ([BQT23], 6.7., p. 47). 1 lớp học có 27 học sinh nam & 18 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chia lớp đó thành các tổ sao cho số học sinh nam & số học sinh nữ được chia đều vào các tổ? Biết số tổ lớn hơn 1.
- 50 ([BQT23], 6.8., p. 47). 1 đơn vị bộ đội khi xếp hàng, mỗi hàng có 20 người, hoặc 25 người, hoặc 30 người đều thừa 15 người. Nếu xếp mỗi hàng 41 người thì vừa đủ (không có hàng nào thiếu, không có ai ở ngoài hàng). Hỏi đơn vị có bao nhiêu người, biết số người của đơn vị chưa đến 1000?
- 51 ([BQT23], 6.9., p. 47). Tổng số học sinh khối 6 của 1 trường có khoảng từ 235 đến 250 em, khi chia cho 3 thì dư 2, chia cho 4 thì dư 3, chia cho 5 thì dư 4, chia cho 6 thì dư 5, chia cho 10 thì dư 9. Tìm số học sinh của khối 6.
- 52 ([BQT23], 6.10., p. 47). 1 trường tổ chức cho học sinh đi tham quan bằng ô tô. Nếu xếp 27 hay 36 học sinh lên 1 ô tô thì đều thấy thừa ra 11 học sinh. Tính số học sinh đi tham quan, biết số học sinh đó có khoảng từ 400 đến 450 em.
- 53 ([BQT23], 6.11., p. 47). Cho 2 số nguyên tố cùng nhau a, b . Chứng minh 2 số $13a + 4b$ & $15a + 7b$ hoặc nguyên tố cùng nhau hoặc có 1 ước chung là 31.
- 54 ([BQT23], 6.12., p. 47). Cho $a, b \in \mathbb{N}$ không nguyên tố cùng nhau thỏa $a = 2n + 3$, $b = 3n + 1$ với $n \in \mathbb{N}$. Tìm $\text{ƯCLN}(a, b)$.
- 55 ([BQT23], 6.13., p. 47). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ biết: (a) $5a = 13b$ & $\text{ƯCLN}(a, b) = 48$. (b) $\text{BCNN}(a, b) = 360$ & $ab = 6480$. (c) $a + b = 40$ & $\text{BCNN}(a, b) = 7\text{ƯCLN}(a, b)$.
- 56 ([BQT23], 6.14., p. 47). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ biết $a + 2b = 48$ & $\text{ƯCLN}(a, b) + 3\text{BCNN}(a, b) = 114$.
- 57 ([BQT23], 6.15., p. 47). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ biết $\text{ƯCLN}(a, b) + \text{BCNN}(a, b) = 21$.
- 58 ([BQT23], 6.16., p. 47). Cho $a = 123456789$ & $b = 987654321$. Tìm $\text{ƯCLN}(a, b)$.
- 59 ([BQT23], 6.17., p. 47, Thừa Thiên – Huế 2007). Tìm 4 chữ số a, b, c, d sao cho 4 số $a, \overline{ad}, \overline{cd}, \overline{abcd}$ là 4 số chính phương.
- 60 ([BQT23], p. 48, 1 số tính chất mở rộng về ƯCLN & BCNN). Chứng minh: (a) $\text{ƯCLN}(a, b, c) = \text{ƯCLN}(\text{ƯCLN}(a, b), c)$. (b) $\text{BCNN}(a, b, c) = \text{BCNN}(\text{BCNN}(a, b), c)$. (c) $\text{ƯCLN}(ma, mb) = m\text{ƯCLN}(a, b)$. (d) $\text{BCNN}(ma, mb) = m\text{BCNN}(a, b)$. (e) $\text{ƯCLN}(a + kb, b) = \text{ƯCLN}(a, b)$. (f) Nếu $ab : m$ & $\text{ƯCLN}(b, m) = 1$ thì $a : m$. (g) Nếu $a : m$ & $a : n$ thì $a : \text{BCNN}(m, n)$. (h) Nếu $a : m$, $a : n$, & $\text{ƯCLN}(m, n) = 1$ thì $a : mn$.

3 Miscellaneous

Tài liệu

- [BQT23] Vũ Hữu Bình, Đặng Văn Quân, and Bùi Văn Tuyên. *Bồi Dưỡng Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 104.