

Problem: Prime, Composite, GCD, & LCM

Bài Tập: Số Nguyên Tố, Hợp Số, ƯCLN, & BCNN

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 15 tháng 12 năm 2023

Tóm tắt nội dung

Last updated version: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/natural/prime, gcd, lcm/problem](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/natural/prime_gcd_lcm/problem)[pdf].¹
[TeX]².

Mục lục

1 Prime. Composite – Số Nguyên Tố. Hợp Số	1
2 Divisor & Multiple – Ước & Bội	4
3 Common Divisor. Least Common Divisor – Ước Chung. Ước Chung Lớn Nhất	5
4 Multiple. Common Multiple – Bội. Bội Chung	6
5 Greatest Common Divisor. Least Common Multiple – Ước Chung Lớn Nhất. Bội Chung Nhỏ Nhất	7
6 Nguyên Lý Dirichlet & Bài Toán Chia Hết	9
7 Miscellaneous	10
Tài liệu	10

1 Prime. Composite – Số Nguyên Tố. Hợp Số

- 1 ([BQT23], H1, p. 36). Egg có 54 viên bi & muốn chia đều số bi đó vào các hộp. Tìm tất cả các cách chia thỏa mãn.
- 2 ([BQT23], H2, p. 36). (a) Số nào có phân tích ra thừa số nguyên tố là $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$. (b) Phân tích 2160 ra thừa số nguyên tố.
- 3 ([BQT23], H3, p. 36). Tìm chữ số a để $\overline{17a}$ là số nguyên tố.
- 4 ([BQT23], H4, p. 36). Đ/S? Ký hiệu P là tập hợp các số nguyên tố. (a) $19 \in P$. (b) $\{3, 5, 7\} \in P$. (c) $\{71, 73\} \in P$. (d) $6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 - 5 \cdot 7 \cdot 11 \in P$. (e) Mọi số nguyên tố đều có tận cùng là số lẻ.
- 5 ([BQT23], VD1, p. 37). Cho 1 phép chia có số bị chia bằng 236 & số dư bằng 15. Tìm số chia & thương.
- 6 ([BQT23], VD2, p. 37). Có bao nhiêu số là bội của 6 trong khoảng từ 72 đến 2016?
- 7 ([BQT23], VD3, p. 37). Tìm $x \in \mathbb{N}$ sao cho $42 : (2x + 5)$.
- 8 ([BQT23], VD4, p. 38). Tìm số nguyên tố p sao cho $p + 2$ & $p + 4$ cũng là 2 số nguyên tố.
- 9 ([BQT23], VD5, p. 38). Cho $p > 3$ & $2p + 1$ là 2 số nguyên tố. Hỏi $4p + 1$ là số nguyên tố hay hợp số.
- 10 ([BQT23], VD6, p. 39). Tìm số nguyên tố bằng tổng của 2 số nguyên tố & cũng bằng hiệu của 2 số nguyên tố khác.
- 11 ([BQT23], VD7, p. 39). Phân tích ra thừa số nguyên tố: (a) 2016^7 . (b) $30 \cdot 4 \cdot 1975$.
- 12 ([BQT23], VD8, p. 39). Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa $2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = 870$.

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/natural/prime_gcd_lcm/problem/NQBH_prime_gcd_lcm_problem.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/natural/prime_gcd_lcm/problem/NQBH_prime_gcd_lcm_problem.tex.

- 13 ([BQT23], VD9, p. 40). Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ sao cho $p = (n-2)(n^2+n-5)$ là số nguyên tố.
- 14 ([BQT23], 5.1., p. 40). Tìm tập hợp các số tự nhiên vừa là bội của 9, vừa là ước của 72.
- 15 ([BQT23], 5.2., p. 40). Tìm $x \in \mathbb{N}^*$ thỏa: (a) $x-1$ là ước của 24. (b) 36 là bội của $2x+1$.
- 16 ([BQT23], 5.3., p. 40). Tìm $x, y \in \mathbb{N}^*$ thỏa $(2x+1)(y-3) = 15$.
- 17 ([BQT23], 5.4., p. 40). Phân tích ra thừa số nguyên tố: (a) $1 \cdot 12 \cdot 78$. (b) 1930^8 .
- 18 ([BQT23], 5.5., p. 40). Chứng minh nếu p là 1 số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p-1)(p+1)$ chia hết cho 3 & cho 8.
- 19 ([BQT23], 5.6., p. 40). Tìm chữ số a để $\overline{23a}$ là số nguyên tố.
- 20 ([BQT23], 5.7., p. 40). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có đúng 18 ước số.
- 21 ([BQT23], 5.8., p. 40). Chứng minh: Nếu 1 số tự nhiên có 3 chữ số tận cùng là 104 thì số đó có ít nhất 4 ước số.
- 22 ([BQT23], 5.9., p. 40). Tìm 2 số nguyên tố có tổng bằng 309.
- 23 ([BQT23], 5.10., p. 40). Tìm số nguyên tố p sao cho $p+4, p+8$ cũng là 2 số nguyên tố.
- 24 ([BQT23], 5.11., p. 40). Tìm số nguyên tố p sao cho $p+6, p+8, p+12, p+14$ cũng là 4 số nguyên tố.
- 25 ([BQT23], 5.12., p. 40). Cho $p > 3$ & $p+4$ là 2 số nguyên tố. Chứng minh $p+8$ là hợp số.
- 26 ([BQT23], 5.13., p. 40). Số $3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2012}$ là số nguyên tố hay hợp số?
- 27 ([BQT23], 5.14., p. 40). 2 số nguyên tố được gọi là sinh đôi nếu chúng là 2 số nguyên tố & là 2 số lẻ liên tiếp, e.g., 3 & 5, 11 & 13, Chứng minh số tự nhiên lớn hơn 4 & nằm giữa 2 số nguyên tố sinh đôi thì chia hết cho 6.
- 28 ([BQT23], 5.15., p. 41). Tìm 3 số tự nhiên lẻ liên tiếp đều là số nguyên tố.
- 29 ([BQT23], 5.16., p. 41). Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa $1 + 3 + 5 + \dots + (2n+1) = 169$.
- 30 ([BQT23], 5.17., p. 41). Biết số \overline{abc} khi phân tích ra thừa số nguyên tố có thừa số 3 & thừa số 7. Chứng minh số $a+19b+4c$ cũng có tính chất đó.
- 31 ([BQT23], 5.18., p. 41). Tìm chữ số a sao cho số \overline{aaa} là tổng của các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến số n nào đó.
32. Chứng minh tập hợp các số nguyên tố có vô hạn phần tử & không có số nguyên tố lớn nhất.
- Hint.* Giả sử phản chứng: chỉ có hữu hạn số nguyên tố $p_1 < p_2 < \dots < p_n$. Chứng minh $p := \prod_{i=1}^n p_i + 1 = p_1 p_2 \dots p_n + 1$ là 1 số nguyên tố lớn hơn mỗi số nguyên tố $p_i, \forall i \in \mathbb{N}$.
- 33 ([Tuy23], VD26, p. 25). Tìm số nguyên tố a để $4a+11$ là số nguyên tố nhỏ hơn 30.
- 34 ([Tuy23], VD27, p. 25). Cho $A = \sum_{i=1}^{100} 5^i = 5 + 5^2 + \dots + 5^{100}$. (a) Hỏi A là số nguyên tố hay hợp số? (b) Số A có phải là số chính phương không?
- 35 ([Tuy23], VD28, p. 2). Tính cạnh của 1 hình vuông có diện tích 5929 m^2 .
- 36 ([Tuy23], 116., p. 26). Phân loại số nguyên tố, hợp số: (a) $A = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots 13 + 20$. (b) $B = 147 \cdot 247 \cdot 347 - 13$.
- 37 ([Tuy23], 117., p. 26). Tìm số bị chia & thương trong phép chia: $9 \star \star : 17 = \star \star$. Biết thương là 1 số nguyên tố.
- 38 ([Tuy23], 118., p. 26). Cho $a, n \in \mathbb{N}^*$. Biết $a^n : 5$. Chứng minh $a^2 + 150 : 25$.
- 39 ([Tuy23], 119., p. 26). (a) Cho $n \in \mathbb{N}, n \not\equiv 3$. Chứng minh n^2 chia cho 3 dư 1. (b) Cho p là 1 số nguyên tố lớn hơn 3. Hỏi $p^2 + 2021$ là số nguyên tố hay hợp số?
- 40 ([Tuy23], 120., p. 26). Cho $n \in \mathbb{N}, n > 2, n \not\equiv 3$. Chứng minh 2 số $n^2 \pm 1$ không thể đồng thời là 2 số nguyên tố.
- 41 ([Tuy23], 121., p. 26). Cho $p > 3, p+8$ đều là số nguyên tố. Hỏi $p+100$ là số nguyên tố hay hợp số?
- 42 ([Tuy23], 122., p. 26). Phân tích ra thừa số nguyên tố bằng cách hợp lý nhất: (a) 700, 9000, 210000. (b) 500, 1600, 18000.
- 43 ([Tuy23], 123., p. 26). Dếm số ước số của: 90, 540, 3675.
- 44 ([Tuy23], 124., p. 26). Tìm: (a) 2 số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 1260. (b) 3 số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 3360.
- 45 ([Tuy23], 125., p. 26). Tìm: (a) 3 số chẵn liên tiếp có tích bằng 5760. (b) 3 số lẻ liên tiếp có tích bằng 19575.
- 46 ([Tuy23], 126., p. 26). Tính cạnh của 1 hình lập phương biết thể tích của nó là 1728 cm^3 .
- 47 ([Tuy23], 127., p. 27). Chứng minh 1 số tự nhiên $\neq 0$ có số lượng các ước là 1 số lẻ \Leftrightarrow số tự nhiên đó là số chính phương.
- 48 ([Tuy23], 128., p. 27). Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa: (a) $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = 210$. (b) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = 225$.

- 49 ([Bin23], VD32, p. 30). Điền các chữ số thích hợp trong phép phân tích ra thừa số nguyên tố: $\overline{abcd} = \overline{efcga} = \overline{enabc} = \overline{encncf} = \dots$
- 50 ([Bin23], VD33, p. 30). Tìm số nguyên tố p sao cho $p+2, p+4$ cũng là 2 số nguyên tố.
- 51 ([Bin23], VD34, p. 31). 1 số nguyên tố p chia cho 42 có số dư r là hợp số. Tìm số dư r .
- 52 ([Bin23], VD35, p. 31). Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ nhỏ nhất sao cho $n! + 1$ là hợp số.
- 53 ([Bin23], 180., p. 31). (a) Đếm số số nguyên tố nhỏ hơn 100. (b) Tính tổng tất cả các số nguyên tố nhỏ hơn 100.
- 54 ([Bin23], 181., p. 31). Tổng của 3 số nguyên tố bằng 1012. Tìm số nhỏ nhất trong 3 số nguyên tố đó.
- 55 ([Bin23], 182., p. 31). Tìm 4 số nguyên tố liên tiếp, sao cho tổng của chúng là số nguyên tố.
- 56 ([Bin23], 183., p. 31). Tổng của 2 số nguyên tố có thể bằng 2003 không?
- 57 ([Bin23], 184., p. 31). Tìm 2 số tự nhiên sao cho tổng & tích của chúng đều là số nguyên tố.
- 58 ([Bin23], 185., p. 31). Trong 1 cuộc phỏng vấn tuyển nhân viên làm việc ở Tập đoàn Microsoft của Mỹ, 1 ứng viên nhận được câu hỏi: Tìm số tiếp theo trong dãy 4, 6, 12, 18, 30, 42, 60, ... Nhờ có kiến thức về số nguyên tố, ứng viên đã trả lời đúng. Số tiếp theo của dãy là số nào?
- 59 ([Bin23], 186., p. 31). Phân loại số nguyên tố & hợp số: (a) $a = \underbrace{1 \dots 1}_{2001}, b = \underbrace{1 \dots 1}_{2000}, c = 1010101, d = 1112111, e = \sum_{i=1}^{100} i! = 1! + 2! + \dots + 100!, f = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 - 28, g = 311141111$.
- 60 ([Bin23], 187., p. 31). Tìm số nguyên tố có 3 chữ số biết nếu viết số đó theo thứ tự ngược lại thì ta được 1 số là lập phương của 1 số tự nhiên.
- 61 ([Bin23], 188., p. 31). Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, chữ số hàng nghìn bằng chữ số hàng đơn vị, chữ số hàng trăm bằng chữ số hàng chục, & số đó viết được dưới dạng tích của 3 số nguyên tố liên tiếp.
- 62 ([Bin23], 189., p. 32). Tìm số nguyên tố p sao cho các số sau cũng là số nguyên tố: (a) $p+2, p+10$. (b) $p+10, p+20$. (c) $p+2, p+6, p+8, p+12, p+14$.
- 63 ([Bin23], 190., p. 32). Tìm số nguyên tố biết số đó bằng tổng của 2 số nguyên tố & bằng hiệu của 2 số nguyên tố.
- 64 ([Bin23], 191., p. 32). Cho 3 số nguyên tố lớn hơn 3, trong đó số sau lớn hơn số trước là d đơn vị. Chứng minh $d \vdots 6$.
- 65 ([Bin23], 192., p. 32). 2 số nguyên tố gọi là sinh đôi nếu chúng là 2 số nguyên tố lẻ liên tiếp. Chứng minh 1 số tự nhiên lớn hơn 3 nằm giữa 2 số nguyên tố sinh đôi thì chia hết cho 6.
- 66 ([Bin23], 193., p. 32). Cho $p > 3$ là số nguyên tố. Biết $p+2$ cũng là số nguyên tố. Chứng minh $p+1 \vdots 6$.
- 67 ([Bin23], 194., p. 32). Cho $p > 3, p+4$ là 2 số nguyên tố. Chứng minh $p+8$ là hợp số.
- 68 ([Bin23], 195., p. 32). Cho $p, 8p-1$ là 2 số nguyên tố. Chứng minh $8p+1$ là hợp số.
- 69 ([Bin23], 196., p. 32). 1 ngày đầu năm 2002, Huy viết thư hỏi ngày sinh của Long & nhận được thư trả lời: Mình sinh ngày a , tháng b , năm $1900+c$, & đến nay d tuổi. Biết $abcd = 59007$. Huy đã tính được ngày sinh của anh Long & kịp viết thư mừng sinh nhật bạn. Tìm ngày sinh của Long.
- 70 ([Bin23], 197., p. 32). 1 số nguyên tố chia cho 30 có số dư là r . Tìm r biết r không là số nguyên tố.
- 71 ([Bin23], 198., p. 32). Chứng minh: (a) Số 17 không viết được dưới dạng tổng của 3 hợp số khác nhau. (b) Mọi số lẻ lớn hơn 17 đều viết được dưới dạng tổng của 3 hợp số khác nhau.
- 72 ([Bin23], 199., p. 32). Tuổi trung bình của 8 người là 15, trong đó tuổi mỗi người đều là số nguyên tố. Trong 4 người nhiều tuổi nhất, có 3 người 19 tuổi. Tuổi trung bình của người nhiều tuổi thứ 4 & thứ 5 là 11. Tính tuổi của người nhiều tuổi nhất.
- 73 ([BS23], VD4.1, p. 29). 30, 17 chia cho $a \in \mathbb{N}, a \neq 1$ đều dư r . Tìm a, r .
- 74 ([BS23], VD4.2, p. 29). Có hơn 20 học sinh xếp thành 1 vòng tròn. Khi đếm theo chiều kim đồng hồ, bắt đầu từ số 1, thì 2 số 24, 900 rơi vào cùng 1 học sinh. Có ít nhất bao nhiêu học sinh?
- 75 ([BS23], VD4.3, p. 29). Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ biết $\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + \dots + n = 378$.
- 76 ([BS23], VD4.4, p. 30). Cho tích 800 số tự nhiên từ 1 đến 800: $A = \prod_{i=1}^{800} i = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 800$. (a) Dạng phân tích của A ra thừa số nguyên tố chứa thừa số 5 với số mũ bao nhiêu? (b) A tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?
- 77 ([BS23], VD4.5, p. 31). Chứng minh chỉ có duy nhất 1 bộ 3 số nguyên tố mà hiệu của 2 số liên tiếp bằng 4.
- 78 ([BS23], VD4.6, p. 31). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có 8 ước số.

- 79 ([BS23], VD4.7, p. 31). Viết mỗi số sau thành 1 tổng của các hợp số sao cho số số hạng của tổng là nhiều nhất: 100, 101, 102, 103.
- 80 ([BS23], 4.1., p. 32). Trong 1 tháng, có 3 ngày chủ nhật là 3 số nguyên tố. Ngày 15 của tháng đó là ngày thứ mấy?
- 81 ([BS23], 4.2., p. 32). Viết liên tiếp các số tự nhiên từ 1 đến 99, ta được 1 số A. A là số nguyên tố hay hợp số?
- 82 ([BS23], 4.3., p. 32). Xét tính chính phương: (a) $\sum_{i=1}^{20} 2^i = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{20}$. (b) $10^{15} + 8$.
- 83 ([BS23], 4.4., p. 32). Cho $p, p + 14$ là 2 số nguyên tố. Chứng minh $p + 7$ là hợp số.
- 84 ([BS23], 4.5., p. 32). Cho $p, p + 20, p + 40$ là 3 số nguyên tố. Chứng minh $p + 80$ là số nguyên tố.
- 85 ([BS23], 4.6., p. 32). Tìm số nguyên tố p sao cho $p + 6, p + 12, p + 18, p + 24$ cũng là 4 số nguyên tố.
- 86 ([BS23], 4.7., p. 32). Tìm số nguyên tố nhỏ hơn 200, biết khi chia nó cho 60 thì số dư là hợp số.
- 87 ([BS23], 4.8., p. 32). Chứng minh số $\underbrace{1 \dots 1}_{10} \underbrace{21 \dots 1}_{10}$ là hợp số.
- 88 ([BS23], 4.9., p. 32). Tìm 3 số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 13800.
- 89 ([BS23], 4.10., p. 32). Tìm $n \in \mathbb{N}$ biết: (a) $2n + 1 : n - 3$. (b) $n^2 + 3 : n + 1$.
- 90 ([BS23], 4.11., p. 33). Tìm $n \in \mathbb{N}$ biết: (a) $\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + \dots + n = 231$. (b) $\sum_{i=1}^n 2i - 1 = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = 169$.
- 91 ([BS23], 4.12., p. 33). Tìm 2 số tự nhiên không chia hết cho 10 & có tích bằng 10000.
- 92 ([BS23], 4.13., p. 33). Chi tính tổng các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến n & nhận thấy tổng đó chia hết cho 29. Hoàng tính tổng các số tự nhiên từ 1 đến m & cũng nhận thấy tổng đó chia hết cho 29. Tìm m, n biết $m < n < 50$.
- 93 ([BS23], 4.14., p. 33). Chứng minh tồn tại 99 số tự nhiên liên tiếp đều là hợp số.
- 94 ([BS23], 4.15., p. 33). Tìm số tự nhiên lớn nhất có 2 chữ số: (a) Có ít ước số nhất. (b) Có 12 ước số.
- 95 ([BS23], 4.16., p. 33). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất: (a) Có 7 ước số. (b) Có 15 ước số.
- 96 ([BS23], 4.17., p. 33). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chỉ chứa các thừa số nguyên tố 2, 5, biết khi chia nó cho 2 thì được 1 số chính phương.
- 97 ([BS23], 4.18., p. 33). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất khác 0 sao cho khi chia nó cho 2 thì được 1 số chính phương, khi chia nó cho 3 thì được lập phương của 1 số tự nhiên.
- 98 ([BS23], 4.19., p. 33). $n \in \mathbb{N}$ chỉ chứa 2 thừa số nguyên tố. Biết n^2 có 21 ước số. Tính số ước số của $n^3, n^4, n^k, \forall k \in \mathbb{N}$.

2 Divisor & Multiple – Ước & Bội

- 99 ([Bin23], VD36, p. 33). Tìm số chia & thương của 1 phép chia có số bị chia bằng 145, số dư bằng 12 biết thương khác 1.
- 100 ([Bin23], VD37, p. 33). Tìm số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau sao cho nếu xóa bất kỳ chữ số nào của nó thì số nhận được vẫn là ước của số ban đầu.
- 101 ([Bin23], VD38, p. 33). 1 tổ sản xuất được thưởng 840 nghìn đồng. Số tiền thưởng chia đều cho số người trong tổ. Sau khi chia xong, tổ phát hiện đã bỏ sót không chia cho 1 người vắng mặt, do đó mỗi người được chia đã góp 2 nghìn đồng & kết quả là người vắng mặt cũng được nhận số tiền như những người có mặt. Tính số tiền mỗi người đã được thưởng (số tiền đó là 1 số tự nhiên với đơn vị nghìn đồng).
- 102 ([Bin23], VD39, p. 33). Trong 1 buổi họp mặt của 2 câu lạc bộ A & B, mỗi người bắt tay 1 lần với tất cả những người còn lại. Tính số người của mỗi câu lạc bộ, biết có tất cả 496 cái bắt tay, trong đó có 241 cái bắt tay của 2 người trong cùng 1 câu lạc bộ.
- 103 ([Bin23], VD40, p. 34). Tìm 5 số tự nhiên khác nhau, biết khi nhân từng cặp 2 số thì tích nhỏ nhất bằng 28, tích lớn nhất bằng 240 & 1 tích khác bằng 128.
- 104 ([Bin23], VD41, p. 34). Viết số 108 dưới dạng tổng các số tự nhiên liên tiếp lớn hơn 0.
- 105 ([Bin23], 200., p. 35). Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ sao cho: (a) $(2x + 1)(y - 3) = 10$. (b) $(3x - 2)(2y - 3) = 1$. (c) $(x + 1)(2y - 1) = 12$. (d) $x + 6 = y(x - 1)$. (e) $x - 3 = y(x + 2)$.
- 106 ([Bin23], 201., p. 35). 1 phép chia số tự nhiên có số bị chia bằng 3193. Tìm số chia & thương của phép chia đó, biết số chia có 2 chữ số.
- 107 ([Bin23], 202., p. 35). Tìm số chia của 1 phép chia, biết: Số bị chia bằng 236, số dư bằng 15, số chia là số tự nhiên có 2 chữ số.

- 108 ([Bin23], 203., p. 35). Tìm ước của 161 trong khoảng từ 10 đến 150.
- 109 ([Bin23], 204., p. 35). Tìm 2 số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 600.
- 110 ([Bin23], 205., p. 35). Tìm 3 số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 2730.
- 111 ([Bin23], 206., p. 35). Tìm 3 số lẻ liên tiếp có tích bằng 12075.
- 112 ([Bin23], 207., p. 35). Có 1 số số tự nhiên khác nhau được viết trên bảng. Tích của 2 số nhỏ nhất là 16, tích của 2 số lớn nhất là 225. Tính tổng của tất cả các số tự nhiên đó.
- 113 ([Bin23], 208., p. 35). Trên 1 tấm bia có các vòng tròn tính điểm là 18, 23, 28, 33, 38. Muốn trúng thưởng, phải bắn 1 số phát tên để đạt đúng 100 điểm. Hỏi phải bắn bao nhiêu phát tên & vào những vòng nào?
- 114 ([Bin23], 209., p. 35). 1 tờ hóa đơn bị dây mực, chỗ dây mực biểu thị bởi dấu \star . Phục hồi lại các chữ số bị dây mực (dấu \star thay cho 1 hay nhiều chữ số). Giá mua 1 hộp bút: 3200 đồng. Số hộp bút đã bán: \star chiếc. Giá bán 1 hộp bút: $\star 00$ đồng. Thành tiền: 107300 đồng.
- 115 ([Bin23], 210., p. 36). Tìm $n \in \mathbb{N}$, biết: $\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + 3 + \dots + n = 820$.
- 116 ([Bin23], 211., p. 36). Viết số 100 dưới dạng tổng các số lẻ liên tiếp.
- 117 ([Bin23], 212., p. 36). Tân & Hùng gặp nhau trong hội nghị học sinh giỏi Toán. Tân hỏi số nhà Hùng, Hùng trả lời: - Nhà mình ở chính giữa phố, đoạn phố ấy có tổng các số nhà bằng 161. Nghĩ 1 chút, Tân nói: - Bạn ở số nhà 23 chứ gì! Hỏi Tân đã tìm ra như thế nào?
- 118 ([Bin23], 213., p. 36). Tìm $a, b, c, d \in \{1, 2, \dots, 99\}$ sao cho $b : a, b : c, c : a, b : d, c : d$ & a có GTLN trong các giá trị a có thể nhận được.
- 119 ([Bin23], 214., p. 36). Tìm $n \in \mathbb{N}$, sao cho: (a) $n + 4 : n + 1$. (b) $n^2 + 4 : n + 2$. (c) $13n : n - 1$.
- 120 ([Bin23], 215., p. 36). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết nó tăng gấp n lần nếu cộng mỗi chữ số của nó với n ($n \in \mathbb{N}$, có thể gồm 1 hoặc nhiều chữ số).
- 121 ([Bin23], 216., p. 36). 2 công ty A & B năm trước có số nhân viên bằng nhau. Năm sau, công ty A tuyển thêm số nhân viên mới bằng 4 lần số nhân viên cũ, còn công ty B cho nghỉ việc 5 nhân viên, do đó số nhân viên công ty A là bội của số nhân viên công ty B. Hỏi năm trước mỗi công ty có nhiều nhất bao nhiêu nhân viên?

3 Common Divisor. Least Common Divisor – Ước Chung. Ước Chung Lớn Nhất

- 122 ([Bin23], VD42, p. 36). Tìm $a \in \mathbb{N}$ biết 264 chia cho a dư 24, còn 363 chia cho a dư 43.
- 123 ([Bin23], VD44, p. 37). Trên 1 hành tinh, các cư dân chia 1 ngày đêm thành a giờ, chia 1 giờ thành b phút, chia 1 phút thành c giây ($a, b, c \in \mathbb{N}$). Biết 1 ngày đêm có 620 phút, mỗi giờ có 899 giây. Hỏi trên hành tinh đó, mỗi ngày đêm gồm bao nhiêu giây?
- 124 ([Bin23], 217., p. 37). Tìm $a \in \mathbb{N}$, biết 398 chia cho a thì dư 38, còn 450 chia cho a thì dư 18.
- 125 ([Bin23], 218., p. 37). Tìm $a \in \mathbb{N}$, biết 350 chia cho a thì dư 14, còn 320 chia cho a thì dư 26.
- 126 ([Bin23], 219., p. 37). Có 100 quyển vở & 90 bút chì được thưởng đều cho 1 số học sinh, còn lại 4 quyển vở & 18 bút chì không đủ chia đều. Tính số học sinh được thưởng.
- 127 ([Bin23], 220., p. 37). Phần thưởng cho học sinh của 1 lớp học gồm 128 vở, 48 bút chì, 192 nhãn vở. Có thể chia được nhiều nhất thành bao nhiêu phần thưởng như nhau, mỗi phần thưởng gồm bao nhiêu vở, bút chì, nhãn vở?
- 128 ([Bin23], 221., p. 37). 3 khối 6, 7, 8 theo thứ tự có 300 học sinh, 276 học sinh, 252 học sinh xếp hàng dọc để diễu hành sao cho số hàng dọc của mỗi khối như nhau. Có thể xếp nhiều nhất thành mấy hàng dọc để mỗi khối đều không có ai lẻ hàng? Khi đó ở mỗi khối có bao nhiêu hàng ngang?
- 129 ([Bin23], 222., p. 37). Người ta muốn chia 200 bút bi, 240 bút chì, 320 tẩy thành 1 số phần thưởng như nhau. Hỏi có thể chia được nhiều nhất thành bao nhiêu phần thưởng, mỗi phần thưởng có bao nhiêu bút bi, bút chì, tẩy?
- 130 ([Bin23], 223., p. 38). Các số 1620 & 1410 chia cho số tự nhiên a có 3 chữ số cùng được số dư là r . Tìm a & r .
- 131 ([Bin23], 224., p. 38). Tìm số chia & thương của 1 phép chia số tự nhiên có số bị chia bằng 9578 & các số dư liên tiếp là 5, 3, 2.

4 Multiple. Common Multiple – Bội. Bội Chung

- 132** ([Bin23], VD45, p. 38). Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất sao cho chia a cho 3, cho 5, cho 7 được số dư theo thứ tự là 2, 3, 4.
- 133** ([Bin23], VD46, p. 38). 1 số tự nhiên chia cho 3 thì dư 1, chia cho 4 thì dư 2, chia cho 5 thì dư 3, chia cho 6 thì dư 4, & chia hết cho 13. (a) Tìm số nhỏ nhất có tính chất trên. (b) Tìm dạng chung của tất cả các số có tính chất trên.
- 134** ([Bin23], VD47, p. 39). 3 người mua 3 chiếc ô tô cùng loại với cùng 1 giá. Ông A đặt cọc 130 triệu đồng, mỗi tháng trả 18 triệu đồng thì trả xong. Ông B đặt cọc 100 triệu đồng, mỗi tháng trả 24 triệu đồng thì trả xong. Ông C đặt cọc 60 triệu đồng, mỗi tháng trả 28 triệu đồng thì trả xong. Tính giá mỗi chiếc ô tô, biết giá ô tô chưa đến 900 triệu đồng.
- 135** ([Bin23], 225., p. 39). Tìm các bội chung của 40, 60, 126 & nhỏ hơn 6000.
- 136** ([Bin23], 226., p. 39). 1 cuộc thi chạy tiếp sức theo vòng tròn gồm nhiều chặng. Biết chu vi đường tròn là 330m, mỗi chặng dài 75m, địa điểm xuất phát & kết thúc cùng 1 chỗ. Hỏi cuộc thi có ít nhất mấy chặng?
- 137** ([Bin23], 227., p. 39). 3 ô tô cùng khởi hành 1 lúc từ 1 bến. Thời gian cả đi lẫn về của xe thứ nhất là 40 phút, của xe thứ 2 là 50 phút, của xe thứ 3 là 30 phút. Khi trở về bến, mỗi xe đều nghỉ 10 phút rồi tiếp tục chạy. Hỏi sau ít nhất bao lâu: (a) Xe thứ nhất & xe thứ 2 cùng rời bến? (b) Xe thứ 2 & xe thứ 3 cùng rời bến? (c) Cả 3 xe cùng rời bến?
- 138** ([Bin23], 228., p. 39). 1 đơn vị bộ đội khi xếp hàng 20, 25, 30 đều dư 15, nhưng xếp hàng 41 thì vừa đủ. Tính số người của đơn vị đó biết số người chưa đến 1000.
- 139** ([Bin23], 229., p. 39). 1 chiếc xe đạp xiếc có chu vi bánh xe lớn 21dm, chu vi bánh xe nhỏ 9dm. Hiện nay van của 2 bánh xe đều ở vị trí thấp nhất. Hỏi xe phải lăn bao nhiêu mét nữa thì 2 van của 2 bánh xe lại ở vị trí thấp nhất?
- 140** ([Bin23], 230., p. 39). Tìm $n \in \mathbb{N}$ có 3 chữ số sao cho $n + 6 : 7, n + 7 : 8, n + 8 : 9$.
- 141** ([Bin23], 231., p. 39). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, sao cho chia nó cho 17, cho 25 được các số dư theo thứ tự là 8 & 16.
- 142** ([Bin23], 232., p. 39). Tìm $n \in \mathbb{N}$ lớn nhất có 3 chữ số, sao cho n chia cho 8 thì dư 7, chia cho 31 thì dư 28.
- 143** ([Bin23], 233., p. 40). Tìm số tự nhiên nhỏ hơn 500, sao cho chia nó cho 15, cho 35 được các số dư theo thứ tự là 8 & 13.
- 144** ([Bin23], 234., p. 40). (a) Tìm số tự nhiên lớn nhất có 3 chữ số, sao cho chia nó cho 2, cho 3, cho 4, cho 5, cho 6 ta được các số dư theo thứ tự là 1, 2, 3, 4, 5. (b) Tìm dạng chung của các số tự nhiên a chia cho 4 dư 3, chia cho 5 thì dư 4, chia cho 6 thì dư 5, chia hết cho 13.
- 145** ([Bin23], 235., p. 40). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 8 dư 6, chia cho 12 dư 10, chia cho 15 dư 13 & chia hết cho 13.
- 146** ([Bin23], 236., p. 40). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 8, 10, 15, 20 theo thứ tự dư 5, 7, 12, 17 & chia hết cho 41.
- 147** ([Bin23], 237., p. 40). Chị Mai xếp bánh (ít hơn 100 chiếc) vào các đĩa. Nếu mỗi đĩa xếp 8 bánh thì có 1 đĩa chỉ có 3 chiếc bánh. Nếu mỗi đĩa xếp 7 chiếc bánh thì có 1 đĩa chỉ có 5 chiếc bánh. Nếu mỗi đĩa xếp 3 chiếc bánh thì có 1 đĩa chỉ có 1 chiếc bánh. Tìm số bánh.
- 148** ([Bin23], 238., p. 40). 7 người có 7 mảnh đất diện tích bằng nhau. Người thứ nhất trồng 1 cây cam. Người thứ 2 trồng 2 cây cam. Người thứ 3 trồng 3 cây cam. ... Người thứ 7 trồng 7 cây cam. Điều đặc biệt là ai cũng thấy các cây cam của mình có số quả bằng nhau. Ngoài ra số cam của mỗi người không chênh lệch nhiều nên sau khi người thứ 7 cho người thứ 2, 3, 4, 5, 6 mỗi người 1 quả cam thì cả 7 người đều có số cam bằng nhau. Tính số cam trên cây của mỗi người lúc đầu, biết không có cây cam nào có hơn 200 quả.
- 149** ([Bin23], 239., p. 40). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 5, cho 7, cho 9 có số dư theo thứ tự là 3, 4, 5.
- 150** ([Bin23], 240., p. 40). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 3, cho 4, cho 5 có số dư theo thứ tự là 1, 3, 1.
- 151** ([Bin23], 241., p. 40). Trên đoạn đường dài 4800m có các cột điện trồng cách nhau 60m, nay trồng lại cách nhau 80m. Hỏi có bao nhiêu cột không phải trồng lại, biết ở cả 2 đầu đoạn đường đều có cột điện?
- 152** ([Bin23], 242., p. 40). 3 con tàu cập bến theo lịch như sau: Tàu I cứ 15 ngày thì cập bến, tàu II cứ 20 ngày thì cập bến, tàu III cứ 12 ngày thì cập bến. Lần đầu cả 3 tàu cùng cập bến vào ngày thứ 6. Hỏi sau đó ít nhất bao lâu, cả 3 tàu lại cùng cập bến vào ngày thứ 6?
- 153** ([Bin23], 243., p. 40). Nếu xếp 1 số sách vào từng túi 10 cuốn thì vừa hết, vào từng túi 12 cuốn thì thừa 2 cuốn, vào từng túi 18 cuốn thì thừa 8 cuốn. Biết số sách trong khoảng từ 715 đến 1000, tính số sách đó.
- 154** ([Bin23], 244., p. 40). 2 lớp 6A, 6B cùng thu nhặt 1 số giấy vụn bằng nhau. Trong lớp 6A, 1 bạn thu được 26kg, còn lại mỗi bạn thu 11kg. Trong lớp 6B, 1 bạn thu được 25kg, còn lại mỗi bạn thu 10kg. Tính số học sinh mỗi lớp, biết số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng từ 200kg đến 300kg.
- 155** ([Bin23], 245., p. 41). 1 thiết bị điện tử phát ra tiếng kêu “bíp” sau mỗi 60 giây, 1 thiết bị điện tử khác phát ra tiếng kêu “bíp” sau mỗi 62 giây. Cả 2 thiết bị này đều phát ra tiếng “bíp” lúc 10 : 00. Tính thời điểm để cả 2 cùng phát ra tiếng “bíp” tiếp theo.
- 156** ([Bin23], 246., p. 41). Có 2 chiếc đồng hồ (có kim giờ & kim phút). Trong 1 ngày, chiếc thứ nhất chạy nhanh 2 phút, chiếc thứ 2 chạy chậm 3 phút. Cả 2 đồng hồ được lấy lại theo giờ chính xác. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu lâu, cả 2 đồng hồ lại cùng chỉ giờ chính xác?

5 Greatest Common Divisor. Least Common Multiple – Ước Chung Lớn Nhất. Bội Chung Nhỏ Nhất

157 ([BQT23], H1, p. 43). 1 thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài 72 m, chiều rộng 40 m. Chicken muốn chia thửa ruộng thành các mảnh đất hình vuông bằng nhau để trồng các loại ngũ cốc. Tính độ dài lớn nhất của hình vuông mà Chicken có thể chia.

158 ([BQT23], H2, p. 43). Có 4 thuyền A, B, C, D. Thuyền A cứ 5 ngày cập bến 1 lần, thuyền B cứ 6 ngày cập bến 1 lần, thuyền C cứ 8 ngày cập bến 1 lần & thuyền D cứ 10 ngày cập bến 1 lần. Egg nhầm tính: Nếu ngày hôm nay cả 4 thuyền cùng cập bến thì: (a) Sau ít nhất a ngày nữa, thuyền A cùng cập bến với thuyền D. (b) Sau ít nhất b ngày nữa, thuyền B cùng cập bến với thuyền C. (c) Sau ít nhất c ngày nữa, thuyền B cùng cập bến với thuyền D. (d) Sau ít nhất d ngày nữa, cả 4 thuyền sẽ cùng cập bến lần thứ 2. Tìm a, b, c, d.

159 ([BQT23], VD1, p. 43). Tìm ƯC(48, 60), BC(4, 14).

160 ([BQT23], VD2, p. 44). Tìm $a \in \mathbb{N}$ biết chia 264 cho a thì dư 24, còn khi chia 363 cho a thì được dư là 43.

161 ([BQT23], VD3, p. 44). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có 4 chữ số biết khi chia số đó cho 18, 24, 30 thì có số dư lần lượt là 13, 19, 25.

162 ([BQT23], VD4, p. 44). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa $a + b = 336$ & $\text{ƯCLN}(a, b) = 24$.

163 ([BQT23], VD5, p. 45). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa $\text{ƯCLN}(a, b) = 24$ & $\text{BCNN}(a, b) = 36$.

164 ([BQT23], VD6, p. 45). Cho $n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh: $\text{ƯCLN}(2n + 5, 3n + 7) = 1$.

165 ([BQT23], VD7, p. 46). Học sinh khối 6 của 1 trường khi xếp hàng 12, hàng 15 hay hàng 18 thì đều vừa đủ hàng. Tính số học sinh khối 6 của trường đó biết số học sinh này nằm trong khoảng từ 500 đến 600 học sinh.

166 ([BQT23], VD8, p. 46). 1 lớp học có 28 học sinh nam & 24 học sinh nữ. Khi tham gia lao động, GVCN muốn chia lớp thành các nhóm sao cho số học sinh nam & số học sinh nữ được chia đều vào các nhóm. Hỏi GVCN có bao nhiêu cách chia nhóm? Cách chia nào có số học sinh trong mỗi nhóm ít nhất?

167 ([BQT23], 6.1., p. 47). Tìm ƯC(54, 120, 180), BC(21, 84).

168 ([BQT23], 6.2., p. 47). 1 số chia cho 21 dư 2 & chia cho 12 dư 5. Hỏi số đó chia cho 84 thì dư bao nhiêu?

169 ([BQT23], 6.3., p. 47). Tìm $a \in \mathbb{N}$ thỏa mãn: $a : 7$ & a chia cho 4 hoặc 6 đều dư 3 biết $a < 350$.

170 ([BQT23], 6.4., p. 47). Tìm số tự nhiên lớn nhất có 3 chữ số sao cho chia nó cho 3, cho 4, cho 5 ta được 3 số dư theo thứ tự là 2, 3, 4.

171 ([BQT23], 6.5., p. 47). Cho $\text{ƯCLN}(a, b) = 1$. Chứng minh: (a) $\text{ƯCLN}(a, a - b) = 1$ với $a > b$. (b) $\text{ƯCLN}(ab, a + b) = 1$.

172 ([BQT23], 6.6., p. 47). Cho $n \in \mathbb{N}$. Chứng minh: (a) $\text{ƯCLN}(3n + 13, 3n + 14) = 1$. (b) $\text{ƯCLN}(3n + 5, 6n + 9) = 1$.

173 ([BQT23], 6.7., p. 47). 1 lớp học có 27 học sinh nam & 18 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chia lớp đó thành các tổ sao cho số học sinh nam & số học sinh nữ được chia đều vào các tổ? Biết số tổ lớn hơn 1.

174 ([BQT23], 6.8., p. 47). 1 đơn vị bộ đội khi xếp hàng, mỗi hàng có 20 người, hoặc 25 người, hoặc 30 người đều thừa 15 người. Nếu xếp mỗi hàng 41 người thì vừa đủ (không có hàng nào thiếu, không có ai ở ngoài hàng). Hỏi đơn vị có bao nhiêu người biết số người của đơn vị chưa đến 1000?

175 ([BQT23], 6.9., p. 47). Tổng số học sinh khối 6 của 1 trường có khoảng từ 235 đến 250 em, khi chia cho 3 thì dư 2, chia cho 4 thì dư 3, chia cho 5 thì dư 4, chia cho 6 thì dư 5, chia cho 10 thì dư 9. Tìm số học sinh của khối 6.

176 ([BQT23], 6.10., p. 47). 1 trường tổ chức cho học sinh đi tham quan bằng ô tô. Nếu xếp 27 hay 36 học sinh lên 1 ô tô thì đều thấy thừa ra 11 học sinh. Tính số học sinh đi tham quan biết số học sinh đó có khoảng từ 400 đến 450 em.

177 ([BQT23], 6.11., p. 47). Cho 2 số nguyên tố cùng nhau a, b. Chứng minh 2 số $13a + 4b$ & $15a + 7b$ hoặc nguyên tố cùng nhau hoặc có 1 ước chung là 31.

178 ([BQT23], 6.12., p. 47). Cho $a, b \in \mathbb{N}$ không nguyên tố cùng nhau thỏa $a = 2n + 3$, $b = 3n + 1$ với $n \in \mathbb{N}$. Tìm $\text{ƯCLN}(a, b)$.

179 ([BQT23], 6.13., p. 47). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ biết: (a) $5a = 13b$ & $\text{ƯCLN}(a, b) = 48$. (b) $\text{BCNN}(a, b) = 360$ & $ab = 6480$. (c) $a + b = 40$ & $\text{BCNN}(a, b) = 7\text{ƯCLN}(a, b)$.

180 ([BQT23], 6.14., p. 47). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ biết $a + 2b = 48$ & $\text{ƯCLN}(a, b) + 3\text{BCNN}(a, b) = 114$.

181 ([BQT23], 6.15., p. 47). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ biết $\text{ƯCLN}(a, b) + \text{BCNN}(a, b) = 21$.

182 ([BQT23], 6.16., p. 47). Cho $a = 123456789$ & $b = 987654321$. Tìm $\text{ƯCLN}(a, b)$.

183 ([BQT23], 6.17., p. 47, Thừa Thiên – Huế 2007). Tìm 4 chữ số a, b, c, d sao cho 4 số $a, \overline{ad}, \overline{cd}, \overline{abcd}$ là 4 số chính phương.

- 184** ([BQT23], p. 48, 1 số tính chất mở rộng về ƯCLN & BCNN). Chứng minh: (a) $\text{ƯCLN}(a, b, c) = \text{ƯCLN}(\text{ƯCLN}(a, b), c)$. (b) $\text{BCNN}(a, b, c) = \text{BCNN}(\text{BCNN}(a, b), c)$. (c) $\text{ƯCLN}(ma, mb) = m\text{ƯCLN}(a, b)$. (d) $\text{BCNN}(ma, mb) = m\text{BCNN}(a, b)$. (e) $\text{ƯCLN}(a + kb, b) = \text{ƯCLN}(a, b)$. (f) Nếu $ab : m$ & $\text{ƯCLN}(b, m) = 1$ thì $a : m$. (g) Nếu $a : m$ & $a : n$ thì $a : \text{BCNN}(m, n)$. (h) Nếu $a : m$, $a : n$, & $\text{ƯCLN}(m, n) = 1$ thì $a : mn$.
- 185** ([Tuy23], VD29, p. 27). Tìm $b \in \mathbb{N}$ biết chia 326 cho b thì dư 11 còn chia 533 cho b thì dư 13.
- 186** ([Tuy23], VD30, p. 28). Chứng minh 2 số tự nhiên liên tiếp là 2 số nguyên tố cùng nhau.
- 187** ([Tuy23], 129., p. 28). Tìm ƯCLN, ƯC của 3 số 432, 504, 720.
- 188** ([Tuy23], 130., p. 28). Tìm $x \in \mathbb{N}$ lớn nhất sao cho $x + 495, 195 - x$ đều chia hết cho x .
- 189** ([Tuy23], 131., p. 28). 1 căn phòng hình chữ nhật có kích thước 630×480 cm được lát loại gạch hình vuông. Muốn cho 2 hàng gạch cuối cùng sát với 2 bức tường liên tiếp không bị cắt xén thì kích thước lớn nhất của viên gạch là bao nhiêu? Với loại gạch này thì cần bao nhiêu viên gạch để lát cả căn phòng?
- 190** ([Tuy23], 132., p. 28). 2 lớp 6A, 6B cùng tham gia góp sách truyện để xây dựng thư viện. Mỗi học sinh góp số quyển sách như nhau. Tổng kết lại, lớp 6A góp được 36 quyển, lớp 6B góp được 39 quyển. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu bạn góp sách xây dựng thư viện?
- 191** ([Tuy23], 133., p. 28). Chứng minh các số sau nguyên tố cùng nhau: (a) 2 số lẻ liên tiếp. (b) $2n + 5, 3n + 7$, với $n \in \mathbb{N}$.
- 192** ([Tuy23], 134., p. 28). Cho $(a, b) = 1$. Chứng minh $(a, a - b) = 1$. (b) $(ab, a + b) = 1$.
- 193** ([Tuy23], 135., p. 28). Cho a, b là 2 số tự nhiên không nguyên tố cùng nhau, $a = 4n + 3, b = 5n + 1, n \in \mathbb{N}$. Tìm (a, b) .
- 194** ([Tuy23], 136., p. 28). ƯCLN của 2 số là 45. Số lớn là 270. Tìm số nhỏ.
- 195** ([Tuy23], 137., p. 28). Tìm 2 số biết tổng của chúng là 162 & ƯCLN của chúng là 18.
- 196** ([Tuy23], 138., p. 28). Tìm 2 số tự nhiên nhỏ hơn 200 biết hiệu của chúng là 90 & ƯCLN của chúng là 15.
- 197** ([Tuy23], 139., p. 28). Tìm 2 số biết tích của chúng là 8748 & ƯCLN của chúng là 27.
- 198** ([Tuy23], 140., p. 28). $a \in \mathbb{N}$ & 5 lần số a có tổng các chữ số như nhau. Chứng minh $a : 9$.
- 199** ([Tuy23], 141., p. 28). Có 64 người đi tham quan bằng 2 loại xe: loại 12 chỗ ngồi & loại 7 chỗ ngồi (không kể lái xe). Biết số người đi vừa đủ số ghế ngồi, tính số xe mỗi loại.
- 200** ([Tuy23], VD31, p. 29). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có 3 chữ số chia cho 18, 30, 45 có số dư lần lượt là 8, 20, 35.
- 201** ([Tuy23], VD32, p. 30). Trong tiết học thể dục hôm nay, thầy giáo cho các bạn trong lớp xếp hàng 4, hàng 6, hàng 9, mỗi lần đều thấy thừa 2 học sinh. Thầy không cần biết mỗi lần có bao nhiêu hàng, thầy nói ngay số học sinh có mặt là 38. Giải thích cách tính nhầm của thầy.
- 202** ([Tuy23], 142., p. 30). 1 xe lăn dành cho người khuyết tật có chu vi bánh trước là 63 cm, chu vi bánh sau là 186 cm. Người ta đánh dấu 2 điểm tiếp đất của 2 bánh xe này. Hỏi mỗi bánh xe phải lăn ít nhất bao nhiêu vòng thì 2 điểm đã đánh dấu lại cùng tiếp đất 1 lúc?
- 203** ([Tuy23], 143., p. 30). 3 học sinh mỗi người mua 1 loại bút. Giá tiền 3 loại lần lượt là 4800 đồng, 6000 đồng, 8000 đồng. Biết số tiền phải trả như nhau, hỏi mỗi học sinh mua ít nhất bao nhiêu bút?
- 204** ([Tuy23], 144., p. 30). Tìm các bội chung lớn hơn 5000 nhưng nhỏ hơn 10000 của 3 số 126, 140, 180.
- 205** ([Tuy23], 145., p. 30). 1 số tự nhiên chia cho 12, 18, 21 đều dư 5. Tìm số đó biết nó xấp xỉ 1000.
- 206** ([Tuy23], 146., p. 30). Khối 6 của 1 trường có chưa tới 400 học sinh. Khi xếp hàng 10, 12, 15 đều dư 3 nhưng nếu xếp hàng 11 thì không dư. Tính số học sinh khối 6.
- 207** ([Tuy23], 147., p. 30). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ biết $\text{BCNN}(a, b) = 300, \text{ƯCLN}(a, b) = 15$.
- 208** ([Tuy23], 148., p. 30). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ biết tích của chúng là 2940 & BCNN của chúng là 210.
- 209** ([Tuy23], 149., p. 30). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ biết tổng của BCNN với ƯCLN của chúng là 15.
- 210** ([Tuy23], 150., p. 30). Tìm $a \in \mathbb{N}$ nhỏ nhất có 3 chữ số sao cho chia cho 11 thì dư 5, chia cho 13 thì dư 8.
- 211** ([Tuy23], 151., p. 30). Tìm $x \in \mathbb{N}$ nhỏ nhất sao cho x chia cho 3 dư 2, x chia cho 5 dư 3, x chia cho 7 dư 4.
- 212** ([Tuy23], 152., p. 30). Chứng minh nếu a là 1 số lẻ không chia hết cho 3 thì $a^2 - 1 : 6$.
- 213** ([Tuy23], 153., p. 30). Chứng minh tích của 5 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 120.
- 214** ([BS23], VD5.1, p. 35). Tìm $n \in \mathbb{N}$ lớn nhất sao cho khi chia 364, 414, 539 cho n , ta được 3 số dư bằng nhau.

- 215 ([BS23], VD5.2, p. 36). Tìm $n \in \mathbb{N}, n < 30$ để 2 số $3n + 4, 5n + 1$ có ước chung khác 1.
- 216 ([BS23], VD5.3, p. 36). Tổng của 5 số tự nhiên bằng 156. ƯCLN của chúng có thể nhận GTLN bằng bao nhiêu?
- 217 ([BS23], VD5.4, p. 36). Có 3 đèn tín hiệu, chúng phát sáng cùng lúc vào 8:00. Đèn thứ nhất có 4 phút phát sáng 1 lần. Thời gian đầu tiên để cả 3 đèn cùng phát sáng sau 12:00 là lúc mấy giờ?
- 218 ([BS23], VD5.5, p. 37). Điền các chữ số thích hợp vào dấu \star để số $A = \overline{679\star\star\star}$ chia hết cho tất cả 4 số 5, 6, 7, 9.
- 219 ([BS23], VD5.6, p. 37). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa $\text{ƯCLN}(a, b) = 12, \text{BCNN}(a, b) = 240$.
- 220 ([BS23], 5.1., p. 38). Tìm ước chung của 3 số 1820, 3080, 4900 trong khoảng từ 40 đến 100.
- 221 ([BS23], 5.2., p. 38). Tìm ƯCLN của 121212, 181818.
- 222 ([BS23], 5.3., p. 38). Tìm ƯCLN bằng cách dùng thuật toán Euclide: (a) 11111, 1111. (b) 342, 266.
- 223 ([BS23], 5.4., p. 38). Tìm $a \in \mathbb{N}$ biết 296 chia cho a thì dư 16, còn 230 chia cho a thì dư 10.
- 224 ([BS23], 5.5., p. 38). Chứng minh cặp số nguyên tố cùng nhau $\forall n \in \mathbb{N}$: (a) $2n + 1, 6n + 5$. (b) $3n + 2, 5n + 3$.
- 225 ([BS23], 5.6., p. 38). Tìm $n \in \mathbb{N}$ để $3n + 1 : 7$.
- 226 ([BS23], 5.7., p. 38). Tìm $n \in \mathbb{N}$ để $2n + 1, 7n + 2$ nguyên tố cùng nhau.
- 227 ([BS23], 5.8., p. 38). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa: (a) $a + b = 96, \text{ƯCLN}(a, b) = 12$. (b) $a + b = 72, \text{ƯCLN}(a, b) = 8$.
- 228 ([BS23], 5.9., p. 38). Tìm $a, b \in \mathbb{N}, a, b < 200$ thỏa: (a) $a - b = 96, \text{ƯCLN}(a, b) = 16$. (b) $a - b = 90, \text{ƯCLN}(a, b) = 15$.
- 229 ([BS23], 5.10., p. 38). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa: (a) $ab = 448, \text{ƯCLN}(a, b) = 4$. (b) $ab = 294, \text{ƯCLN}(a, b) = 7$.
- 230 ([BS23], 5.11., p. 38). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa $\text{ƯCLN}(a, b) = 10, \text{BCNN}(a, b) = 120$.
- 231 ([BS23], 5.12., p. 38). Tìm $n \in \mathbb{N}$ biết trong 3 số 6, 16, n , bất cứ số nào cũng là ước của tích 2 số kia.
- 232 ([BS23], 5.13., p. 38). Tuần 8 Tú ở cùng 1 nhà 8 làm việc tại 2 công ty khác nhau. Tuần cứ 10 ngày lại đi trực 1 lần, Tú cứ 15 ngày lại đi trực 1 lần. 2 người cùng trực vào ngày Chủ nhật 1.1.2012. Hỏi trong năm 2012, 2 người cùng trực vào 1 ngày Chủ nhật mấy lần?
- 233 ([BS23], 5.14., p. 39). Có 2 chiếc đồng hồ. Trong 1 ngày, chiếc thứ nhất chạy nhanh 10 phút, chiếc thứ 2 chạy chậm 6 phút. Cả 2 đồng hồ được lấy lại theo giờ chính xác. Sau ít nhất bao lâu, cả 2 đồng hồ lại cùng chỉ giờ chính xác?
- 234 ([BS23], 5.15., p. 39). Tìm số tự nhiên lớn nhất có 3 chữ số, biết chia nó cho 10 thì dư 3, chia nó cho 12 thì dư 5, chia nó cho 15 thì dư 8 & nó chia hết cho 19.
- 235 ([BS23], 5.16., p. 39). Tìm $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ nhỏ nhất sao cho $16a = 25b = 30c$.
- 236 ([BS23], 5.17., p. 39). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất để khi chia cho 5, 8, 12 thì số dư lần lượt là 2, 6, 8.
- 237 ([BS23], 5.18., p. 39). Điền chữ số thích hợp vào dấu \star để $\overline{456\star\star}$ chia hết cho tất cả 3 số 4, 5, 6.
- 238 ([BS23], 5.19., p. 39). Chứng minh tích của 4 số tự nhiên liên tiếp thì chia hết cho 24.
- 239 ([BS23], 5.20., p. 39). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ biết: (a) $\text{BCNN}(a, b) + \text{ƯCLN}(a, b) = 19$. (b) $\text{BCNN}(a, b) - \text{ƯCLN}(a, b) = 3$.

6 Nguyên Lý Dirichlet & Bài Toán Chia Hết

- 240 ([Tuy23], VD33, p. 31). Cho 7 số tự nhiên bất kỳ. Chứng minh bao giờ cũng có thể chọn ra 2 số mà hiệu của chúng chia hết cho 6.
- 241 ([Tuy23], VD34, p. 32). Cho 3 số lẻ. Chứng minh tồn tại 2 số có tổng hay hiệu chia hết cho 8.
- 242 ([Tuy23], VD35, p. 32). Chứng minh có 1 số tự nhiên gồm toàn chữ số 3 chia hết cho 41.
- 243 ([Tuy23], 154., p. 33). Chứng minh trong 11 số tự nhiên bất kỳ bao giờ cũng có ít nhất 2 số có chữ số tận cùng giống nhau.
- 244 ([Tuy23], 155., p. 33). Chứng minh tồn tại 1 bội của 13 gồm toàn chữ số 2.
- 245 ([Tuy23], 156., p. 33). Chứng minh có thể tìm được 1 số có dạng $987987 \dots 987$ chia hết cho 2021.
- 246 ([Tuy23], 157., p. 33). Cho dãy số $10, 10^2, 10^3, \dots, 10^{20}$. Chứng minh tồn tại 1 số chia cho 19 dư 1.
- 247 ([Tuy23], 158., p. 33). Chứng minh tồn tại 1 bội số là bội của 19 có tổng các chữ số bằng 19.
- 248 ([Tuy23], 159., p. 33). Cho 3 số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh tồn tại 2 số có tổng hoặc hiệu chia hết cho 12.
- 249 ([Tuy23], 160., p. 33). Chứng minh trong 3 số tự nhiên bất kỳ luôn chọn được 2 số có tổng chia hết cho 2.
- 250 ([Tuy23], 161., p. 33). Chứng minh trong 7 số tự nhiên bất kỳ ta luôn chọn được 4 số có tổng chia hết cho 4.
- 251 ([Tuy23], 162., p. 33). Cho 5 số tự nhiên bất kỳ, chứng minh luôn chọn được 3 số có tổng chia hết cho 3.
- 252 ([Tuy23], 163., p. 33). Cho 5 số tự nhiên lẻ bất kỳ, chứng minh luôn chọn được 4 số có tổng chia hết cho 4.
- 253 ([Tuy23], 164., p. 33). Viết 6 số tự nhiên vào 6 mặt của 1 con xúc xắc. Chứng minh khi ta gieo mặt xúc xắc xuống mặt bàn thì trong 5 mặt có thể nhìn thấy bao giờ cũng tìm được 1 hay nhiều mặt để tổng các số trên mặt đó chia hết cho 5.

7 Miscellaneous

254 ([Tuy23], VD36, p. 33). Chứng minh tích các ước của 50 là 50^3 .

255 ([Tuy23], VD3, p. 33). 1 bệnh nhân được bác sĩ chỉ định nhỏ thuốc đau mắt, 4 giờ 1 lần & nhỏ tại 6 giờ 1 lần. Nếu bệnh nhân này vừa nhỏ thuốc đau mắt vừa nhỏ tai vào lúc 6:00 hằng ngày thì ít nhất đến mấy giờ bệnh nhân này lại vừa nhỏ mắt vừa nhỏ tai?

256 ([Tuy23], 165., p. 34). Tính hợp lý: (a) $\underbrace{19 + 19 + \dots + 19}_{23} + \underbrace{77 + 77 + \dots + 77}_{19}$. (b) $1000!(456 \cdot 789789 - 789 \cdot 456456)$.

257 ([Tuy23], 166., p. 34). Tìm $x \in \mathbb{N}$ thỏa: (a) $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 30) = 1240$. (b) $1 + 2 + \dots + x = 210$.

258 ([Tuy23], 167., p. 34). Chứng minh: (a) $10^n + 5^3 : 9$. (b) $43^{43} - 17^{17} : 10$. (c) $A = \underbrace{5 \dots 5}_{2n}$, $A : 11$ nhưng $A \not\vdots 125$.

259 ([Tuy23], 168., p. 34). Tìm $a \in \mathbb{N}$ nhỏ nhất sao cho a chia cho 17 dư 5, a chia cho 19 dư 12.

260 ([Tuy23], 169., p. 34). Tìm $a \in \mathbb{N}$ biết 355 chia cho a dư 13 & số 836 chia cho a dư 8.

261 ([Tuy23], 170., p. 34). $a \in \mathbb{N}$ chia cho 7 dư 5, chia cho 13 dư 4. Tìm số dư khi a chia cho 91.

262 ([Tuy23], 171., p. 34). Biết ngày 1.2.2023 là thứ 4. (a) Hỏi ngày 1.3.2023, 1.4.2023 là thứ mấy? (b) Ngày 1.2.2024 là thứ mấy?

263 ([Tuy23], 172., p. 34). Tính tổng: (a) $A = \sum_{i=0}^{20} 2^i = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{20}$. (b) $B = 4 + 4^3 + 4^5 + \dots + 4^{49}$.

264 ([Tuy23], 173., p. 34). Cho $A = \sum_{i=1}^{24} 4^i = 4 + 4^2 + \dots + 4^{24}$. Chứng minh $A : 20, A : 21, A : 420$.

265 ([Tuy23], 174., p. 34). Cho $n = 29k$ với $k \in \mathbb{N}$. Với giá trị nào của k thì n là: (a) Số nguyên tố. (b) Hợp số. (c) Không phải là số nguyên tố cũng không phải là hợp số?

266 ([Tuy23], 175., p. 34). Cho a là 1 hợp số, khi phân tích ra thừa số nguyên tố chỉ chứa 2 thừa số nguyên tố khác nhau là p_1, p_2 . Biết a^3 có tất cả 40 ước, tính số ước của a^2 .

267 ([Tuy23], 176., p. 34). Cho 3 số 12, 18, 27. (a) Tìm số lớn nhất có 3 chữ số chia hết cho 3 số đó. (b) Tìm số nhỏ nhất có 4 chữ số chia cho mỗi số đó đều dư 1. (c) Tìm số nhỏ nhất có 4 chữ số chia cho 12 dư 10, chia cho 18 dư 16, chia cho 27 dư 25.

Tài liệu

- [Bìn23] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần thứ 2. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 200.
- [BQT23] Vũ Hữu Bình, Đặng Văn Quân, and Bùi Văn Tuyên. *Bồi Dưỡng Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 104.
- [BS23] Vũ Hữu Bình and Nguyễn Tam Sơn. *Tài Liệu Chuyên Toán Trung Học Cơ Sở Toán 6. Tập 1: Số Học*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 172.
- [Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần thứ 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 184.