

Problem: Divisibility – Bài Tập: Tính Chia Hết

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 20 tháng 10 năm 2023

Tóm tắt nội dung

Last updated version: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/natural/divisibility/problem](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/natural/divisibility/problem)[pdf].¹ [TeX]².

Mục lục

1 Divisibility of Sum, Difference, Product – Tính Chất Chia Hết của Tổng, Hiệu, Tích	1
2 Divisibility Rule – Dấu Hiệu Chia Hết	2
3 Miscellaneous	4
Tài liệu	4

- **divisible** [a] /də'vɪzəbl/ [not before noun] *divisible (by something)* that can be divided, usually with nothing remaining. OPPOSITE: **indivisible**.
- **divisibility** [n] [uncountable] /də'vɪzəbɪləti/.

1 Divisibility of Sum, Difference, Product – Tính Chất Chia Hết của Tổng, Hiệu, Tích

- ([BQT23], H1, p. 24). Đ/S? (a) $127 \cdot 5 + 40 : 5$. (b) $13 \cdot 48 + 12 + 17 : 6$. (c) $3 \cdot 300 - 12 : 9$. (d) $49 + 62 \cdot 7 : 7$.
- ([BQT23], H2, p. 24). Khi chia số a cho số b , $a, b \in \mathbb{N}^*$, $a > b$ ta được số dư là r . Khi đó: A. $a + r : b$. B. $a - r : b$. C. $a + b : r$. D. $a - b : r$.
- ([BQT23], H3, p. 24). Tìm số tự nhiên x có 1 chữ số thỏa $121 + x : 11$.
- ([BQT23], Ví dụ 1, p. 25). Không tính các tổng & hiệu, xét xem các tổng & hiệu sau có chia hết cho 12 không? Vì sao? (a) $600 \cdot 37 - 144$. (b) $96 + 34 + 48$.
- ([BQT23], Ví dụ 2, p. 25). Không tính ra kết quả, xét xem tổng $84 + 37 + 23$ có chia hết cho 12 không? Vì sao?
- ([BQT23], Ví dụ 3, p. 25). Chứng minh trong 3 số tự nhiên liên tiếp có 1 số chia hết cho 3.
- ([BQT23], Mở rộng Ví dụ 4, p. 25). Với $n \in \mathbb{N}^*$ bất kỳ. Chứng minh: (a) Trong n số tự nhiên liên tiếp luôn có 1 số chia hết cho n . (b) Tích của n số tự nhiên liên tiếp là 1 số chia hết cho n .
- ([BQT23], Ví dụ 4, p. 26). Chứng minh tổng của 3 số tự nhiên liên tiếp là 1 số chia hết cho 3.
- Với $n \in \mathbb{N}^*$ bất kỳ. Liệu tổng của n số tự nhiên liên tiếp có chia hết cho n không?
- ([BQT23], Ví dụ 5, p. 26). Chứng minh: (a) $\overline{ab} - \overline{ba} : 9$ với $a > b$. (b) Nếu $\overline{ab} + \overline{cd} : 11$ thì $\overline{abcd} : 11$.
- ([BQT23], Ví dụ 6, p. 26). Cho $A = 15 + 30 + 37 + x$ với $x \in \mathbb{N}$. Tìm điều kiện của x để: (a) $A : 3$. (b) $A \not: 9$.
- ([BQT23], Ví dụ 7, p. 26). Tìm $n \in \mathbb{N}$ để: (a) $n + 4 : n$. (b) $5n - 6 : n$ với $n > 1$. (c) $143 - 12n : n$ với $n < 12$.
- ([BQT23], Ví dụ 8, p. 27). Tìm $n \in \mathbb{N}$ để: (a) $n + 9 : n + 4$. (b) $3n + 40 : n + 4$. (c) $5n + 2 : 2n + 9$.
- ([BQT23], 3.1., p. 27). Cho $A = 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 + 84$. Hỏi A có chia hết cho 3, cho 6, cho 9, cho 13 không? Vì sao?

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/natural/divisibility/problem/NQBH_divisibility_problem.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/natural/divisibility/problem/NQBH_divisibility_problem.tex.

- 15 ([BQT23], 3.2., p. 27). Chứng minh tổng 5 số chẵn liên tiếp là 1 số chia hết cho 10.
- 16 ([BQT23], 3.3., p. 27). Khi chia số tự nhiên a cho 27, ta được số dư là 15. Hỏi số a có chia hết cho 3, cho 9 không? Vì sao?
- 17 ([BQT23], 3.4., p. 27). Chứng minh mọi số tự nhiên có 3 chữ số giống nhau đều chia hết cho 37.
- 18 ([BQT23], 3.5., p. 28). Chứng minh: (a) $\sum_{i=0}^{101} 5^i = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{101} : 6$. (b) $\sum_{i=1}^{100} 2^i = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$ vừa chia hết cho 31, vừa chia hết cho 5.
- 19 ([BQT23], 3.6., p. 28). Chứng minh: (a) Nếu $\overline{abc} - \overline{def} : 11$ thì $\overline{abcdef} : 11$. (b) Nếu $\overline{abc} : 8$ thì $4a + 2b + c : 8$.
- 20 ([BQT23], 3.7., p. 28). Tìm chữ số a biết $\overline{21a21a21a} : 31$.
- 21 ([BQT23], 3.8., p. 28). Tìm $n \in \mathbb{N}$ sao cho: (a) $n + 21 : n$. (b) $18 - 2n : n$ với $n < 9$. (c) $6n - 9 : n$ với $n \geq 2$.
- 22 ([BQT23], 3.9., p. 28). Tìm $n \in \mathbb{N}$ sao cho: (a) $n + 15 : n - 3$ với $n > 5$. (b) $18 - 2n : n + 3$ với $n \leq 9$. (c) $3n + 13 : 2n + 3$ với $n \geq 1$.
- 23 ([BQT23], 3.10., p. 28). Cho $a, b \in \mathbb{N}$. Chứng minh nếu $7a + 2b$ & $31a + 9b$ cùng chia hết cho 2015 thì a, b cũng chia hết cho 2015.
- 24 ([BQT23], p. 28). Chứng minh: (a) Tích 2 số tự nhiên liên tiếp là 1 số chẵn. (b) Tích 3 số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 6. (c) Tích của n số tự nhiên liên tiếp bất kỳ luôn chia hết cho $n! = \prod_{i=1}^n i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- 25 ([BQT23], p. 28). Với $n \in \mathbb{N}^*$. (a) Khi nào thì tổng của n số tự nhiên liên tiếp bất kỳ chia hết cho n ? (b) Khi nào thì tổng của n số tự nhiên chẵn liên tiếp bất kỳ chia hết cho n ? (c) Khi nào thì tổng của n số tự nhiên lẻ liên tiếp bất kỳ chia hết cho n ?
- 26 ([Tuy23], VD21, p. 22). Cho $a : m, b : m$. Chứng minh $k_1a + k_2b : m$.
- 27 ([Tuy23], VD21, p. 22). Chứng minh: (a) Nếu $a : m, b : m, a + b + c : m$ thì $c : m$. (b) Nếu $a : m, b : m, a + b + c \not: m$ thì $c \not: m$.
- 28 ([Tuy23], 90., p. 22). Chứng minh $\forall n \in \mathbb{N}, 60n + 45 : 15$ nhưng $60n + 45 \not: 30$
- 29 ([Tuy23], 91., p. 22). Cho $A = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12 + 40$. A có chia hết cho 6, cho 8, cho 5 không?
- 30 ([Tuy23], 92., p. 22). Cho $A = 23! + 19! - 15!$. Chứng minh: (a) $A : 11$. (b) $A : 10$.
- 31 ([Tuy23], 93., p. 23). Chứng minh tổng của 3 số tự nhiên liên tiếp thì chia hết cho 3 còn tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp thì không chia hết cho 4.
- 32 ([Tuy23], 94., p. 23). Chứng minh tổng của 5 số chẵn liên tiếp thì chia hết cho 10 còn tổng của 5 số lẻ liên tiếp chia cho 10 dư 5.
- 33 ([Tuy23], 95., p. 23). Cho 4 số tự nhiên không chia hết cho 5, khi chia cho 5 được các số dư khác nhau. Chứng minh tổng của 4 số này chia hết cho 5.
- 34 ([Tuy23], 96., p. 23). Cho $A = \sum_{i=0}^{11} 3^i = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{11}$. Chứng minh: (a) $A : 13$. (b) $A : 40$.
- 35 ([Tuy23], 97., p. 23). Chứng minh: (a) Tích của 2 số tự nhiên liên tiếp thì chia hết cho 2. (b) Tích của 3 số tự nhiên liên tiếp thì chia hết cho 3.
- 36 ([Tuy23], 98., p. 23). Chứng minh không có số tự nhiên nào chia cho 15 dư 6 còn chia cho 9 dư 1.
- 37 ([Tuy23], 99., p. 23). Tìm $n \in \mathbb{N}$ thỏa: (a) $n + 4 : n$. (b) $3n + 7 : n$. (c) $27 - 5n : n$.
- 38 ([Tuy23], 100., p. 23). Tìm $n \in \mathbb{N}$ thỏa: (a) $n + 6 : n + 2$. (b) $2n + 3 : n - 2$. (c) $3n + 1 : 11 - 2n$.
- 39 ([Tuy23], 101., p. 23). Cho $10^k - 1 : 19$ với $k > 1$. Chứng minh: (a) $10^{2k} - 1 : 19$. (b) $10^{3k} - 1 : 19$.

2 Divisibility Rule – Dấu Hiệu Chia Hết

- 40 ([BQT23], H1, p. 29). Nói cột để được kết quả đúng.

(a) $230 + 175$	(1) chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5.
(b) $2070 - 590$	(2) chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 2.
(c) $747 + 350$	(3) chia hết cho cả 2 & 5.
	(4) không chia hết cho cả 2 & 5.

- 41 ([BQT23], H2, p. 30). Khi giải bài toán: “Thêm 1 chữ số vào bên phải & 1 chữ số vào bên trái số 2015 để được 1 số mới chia hết cho cả 2, 3, 5.” Tìm kết quả sai: A. 120150. B. 420150. C. 620150. D. 720150.

- 42 ([BQT23], Mở rộng H2, p. 29). Thêm 1 chữ số vào bên phải & 1 chữ số vào bên trái số 2015 để được 1 số mới chia hết cho cả 2, 3, 5. Tìm tất cả các cặp số có thể thêm vào.
- 43 ([BQT23], H3, p. 30). Trong khoảng từ 1010 đến 1975 có bao nhiêu số chia hết cho 3?
- 44 ([BQT23], H4, p. 30). Thay các chữ cái khác nhau bởi các chữ số khác nhau: $\text{HANOI} + \text{HANOI} + \text{HANOI} = \overline{\text{TT22I}}$.
- 45 ([BQT23], Ví dụ 1, p. 30). 2 bạn Egg & Chicken đi mua 18 gói bánh & 12 gói kẹo để chuẩn bị cho buổi liên hoan lớp. Egg đưa cho cô bán hàng 3 tờ tiền, mỗi tờ có mệnh giá 50000 đồng & được trả lại 22000 đồng. Thấy vậy, Chicken liền nói: “Cô tính sai rồi!” Chicken đúng hay sai? Vì sao?
- 46 ([BQT23], Ví dụ 2, p. 30). Chứng minh $(n + 29)(n + 30) : 2, \forall n \in \mathbb{N}$.
- 47 (Tính chia hết cho 2 của 1 tích). (a) Với $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa điều kiện nào thì $(n + a)(n + b) : 2, \forall n \in \mathbb{N}$? (b) Với $a, b, c \in \mathbb{N}$ thỏa điều kiện nào thì $(n + a)(n + b) : 2, \forall n \in \mathbb{N}$? (c) Cho $n \in \mathbb{N}^*$. Với $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{N}$ thỏa điều kiện nào thì $\prod_{i=1}^n (m + a_i) = (m + a_1)(m + a_2) \cdots (m + a_n) : 2, \forall n \in \mathbb{N}$?
- 48 (Tính chia hết cho 3 của 1 tích). (a) Với $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa điều kiện nào thì $(n + a)(n + b) : 3, \forall n \in \mathbb{N}$? (b) Với $a, b, c \in \mathbb{N}$ thỏa điều kiện nào thì $(n + a)(n + b) : 3, \forall n \in \mathbb{N}$? (c) Cho $n \in \mathbb{N}^*$. Với $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{N}$ thỏa điều kiện nào thì $\prod_{i=1}^n (m + a_i) = (m + a_1)(m + a_2) \cdots (m + a_n) : 3, \forall n \in \mathbb{N}$?
- 49 ([BQT23], Ví dụ 3, p. 31). Chứng minh $39^{2015} + 11^{2016} : 10$.
50. Với $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa điều kiện nào thì: (a) $39^a + 11^b : 10$? (b) $\overline{a_m a_{m-1} \dots a_1 9^a} + \overline{b_n b_{n-1} \dots b_1 1^b} : 10$ với $a_i, b_j \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$, $\forall i = 1, 2, \dots, m, \forall j = 1, 2, \dots, n, a_n b_m \neq 0$?
- 51 ([BQT23], Ví dụ 4, p. 31). Thay dấu + hoặc - vào các dấu * trong dãy tính sau để được kết quả là 1 số chia hết cho 2: $10 * 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1$.
52. Thay dấu + hoặc - vào các dấu * trong dãy tính sau để được kết quả là 1 số chia hết cho 2: $n * (n - 1) * (n - 2) * \dots * 3 * 2 * 1$ với $n \in \mathbb{N}$.
- 53 ([BQT23], Ví dụ 5, p. 32). Viết các số tự nhiên liên tiếp từ 10 đến 99 ta được số A. Hỏi A có chia hết cho 9 không? Vì sao?
54. Cho $n \in \mathbb{N}^*$. Viết các số tự nhiên liên tiếp từ 10^n (số tự nhiên nhỏ nhất có $n + 1$ chữ số) đến $10^{n+1} - 1$ (số tự nhiên lớn nhất có $n + 1$ chữ số) ta được số A. Hỏi A có chia hết cho 9 không? Vì sao?
- 55 ([BQT23], Ví dụ 6, p. 32). Tìm 2 chữ số x, y biết: (a) $\overline{38x5y}$ chia hết cho 2, 5, 9. (b) $\overline{12x3y} : 45$.
- 56 ([BQT23], Ví dụ 7, p. 32). Thay a, b bằng các chữ số thích hợp để số $\overline{2a83b}$ chia hết cho 3 & chia cho 5 dư 1.
- 57 ([BQT23], Ví dụ 8, p. 33). Tìm 2 số tự nhiên chia hết cho 9, biết tổng của chúng bằng $\overline{35 * 1}$ & số lớn gấp đôi số bé.
- 58 ([BQT23], Ví dụ 9, p. 33). Tìm chữ số a sao cho $\overline{95a14} : 11$.
- 59 ([BQT23], 4.1., p. 33). Từ 3 trong 5 chữ số 2, 5, 7, 8, 0, ghép thành số có 3 chữ số khác nhau thỏa mãn 1 trong các điều kiện: (a) Là số lớn nhất chia hết cho 2. (b) Là số nhỏ nhất chia hết cho 2. (c) Là số lớn nhất chia hết cho 5. (d) Là số nhỏ nhất chia hết cho 5. (e) Là số lớn nhất chia hết cho 9. (f) Là số nhỏ nhất chia hết cho 9. (g) Là số lớn nhất chia hết cho 3. (h) Là số nhỏ nhất chia hết cho 3.
- 60 ([BQT23], 4.2., p. 33). Dùng 3 trong 4 số 2, 4, 6, 8, viết tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho cả 3 số 2, 3, 9.
- 61 ([BQT23], 4.3., p. 33). Có 10 mẫu que lần lượt dài 1 cm, 2cm, 3cm, ..., 10 cm. Hỏi có thể dùng cả 10 mẫu que đó để xếp thành 1 tam giác có 3 cạnh bằng nhau không?
- 62 ([BQT23], 4.4., p. 33). Chứng minh: (a) $10^{2015} + 8 : 18$. (b) $10^{21} + 20 : 6$.
- 63 ([BQT23], 4.5., p. 33). Chứng minh $(n + 11)(n + 12) : 2, \forall n \in \mathbb{N}$.
- 64 ([BQT23], 4.6., p. 33). Chứng minh tích của 3 số tự nhiên chẵn liên tiếp chia hết cho 48.
- 65 ([BQT23], 4.7., p. 33). Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số giống nhau, biết số đó chia cho 5 dư 4 & chia hết cho 2.
- 66 ([BQT23], 4.8., p. 34). Tìm 2 chữ số x, y biết: (a) $\overline{2x98y}$ chia hết cho 2, 3, 5. (b) $\overline{43xy5} : 45$. (c) $\overline{21x7y}$ chia hết cho 5, 18.
- 67 ([BQT23], 4.9., p. 34). Tìm chữ số a để $\overline{aaaaa96}$ chia hết cho cả 3 & 8.
- 68 ([BQT23], 4.10., p. 34). Tìm chữ số a để $\overline{1aaa1} : 11$.
- 69 ([BQT23], 4.11., p. 34). Cho $a \in \mathbb{N}$. Đổi chỗ các chữ số của a để được số b gấp 3 lần số a . Chứng minh $a : 27$.
- 70 ([BQT23], 4.12., p. 34). Cho $n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh: (a) $6^n - 1 : 5$. (b) $10^n + 18n - 1 : 27$.
- 71 ([BQT23], 4.13., p. 34). Tìm 2 chữ số a, b sao cho: (a) $\overline{71ab}$ chia hết cho 9, cho 2, & chia cho 5 dư 3. (b) $\overline{15a3b}$ chia hết cho 2, chia hết cho 9, & chia cho 5 dư 4.

72 ([BQT23], 4.14., p. 34). *Tìm 2 số tự nhiên liên tiếp có 2 chữ số, biết 1 số chia hết cho 4, số kia chia hết cho 25.*

73 ([BQT23], 4.15., p. 34). *Tìm số tự nhiên có 4 chữ số sao cho khi nhân số đó với 9 ta được số mới gồm chính các chữ số của số ấy nhưng viết theo thứ tự ngược lại.*

74 ([BQT23], 4.16., p. 34, Thái Lan). *Nếu đem số 31513 & số 34369 chia cho cùng 1 số có 3 chữ số thì 2 phép chia có số dư bằng nhau. Tìm số dư của 2 phép chia đó.*

75 ([BQT23], 4.17., p. 34). *Chứng minh hiệu của 1 số & tổng các chữ số của nó chia hết cho 9.*

Định nghĩa 1 (Hàm tổng các chữ số). *Ký hiệu $S(n)$ là tổng các chữ số của $n \in \mathbb{N}$.*

76 ([BQT23], 4.18., p. 34). *Tìm $n \in \mathbb{N}$ biết $n + S(n) = 88$.*

77. *Tìm & chứng minh dấu hiệu chia hết cho 11.*

78 (Tích 2 số tự nhiên liên tiếp). *Cho $n \in \mathbb{N}$. Xét tích 2 số tự nhiên liên tiếp $A_2(n) = n(n+1)$. (a) Chứng minh $A_2(n) : 2, \forall n \in \mathbb{N}$. (b) Chứng minh tổng của n số chẵn dương đầu tiên bằng $A_2(n)$. (c) Tìm điều kiện của n để $A_2(n)$ chia hết cho $4, 8, 16, \dots, 2^m$ với $m \in \mathbb{N}^*$.*

79 (Tích 2 số tự nhiên chẵn liên tiếp). *Cho $n \in \mathbb{N}$. Xét tích 2 số tự nhiên chẵn liên tiếp $E_2(n) = 2n(2n+2)$. (a) Chứng minh $E_2(n) : 8, \forall n \in \mathbb{N}$. (b) Chứng minh tổng của n số chẵn dương đầu tiên bằng $4E_2(n)$. (c) Tìm điều kiện của n để $E_2(n)$ chia hết cho 2^m với $m \in \mathbb{N}^*$.*

80 (Tích 3 số tự nhiên liên tiếp). *Cho $n \in \mathbb{N}$. Xét tích 3 số tự nhiên liên tiếp $A_3(n) = n(n+1)(n+2)$. (a) Chứng minh $A_3(n) : 6$ với mọi n lẻ. (b) Chứng minh $A_3(n) : 24$ với mọi n chẵn. (c*) Tìm điều kiện của n để $A_3(n)$ chia hết cho $2^a \cdot 3^b$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$.*

81 (Tích 4 số tự nhiên liên tiếp). *Cho $n \in \mathbb{N}$. Xét tích 4 số tự nhiên liên tiếp $A_4(n) = n(n+1)(n+2)(n+3)$. (a) Chứng minh $A_4(n) : 24, \forall n \in \mathbb{N}$. (b*) Tìm điều kiện của n để $A_4(n)$ chia hết cho $2^a \cdot 3^b$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$.*

3 Miscellaneous

Tài liệu

[BQT23] Vũ Hữu Bình, Đặng Văn Quân, and Bùi Văn Tuyên. *Bồi Dưỡng Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 104.

[Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần thứ 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 184.