Problem: Coordinates of Vectors in 3D Space
Bài Tập: Tọa Độ Của Vector Trong Không Gian

Nguyễn Quản Bá Hồng*

Ngày 19 tháng 10 năm 2024

Tóm tắt nội dung

This text is a part of the series *Some Topics in Elementary STEM & Beyond*:
URL: https://nqbh.github.io/elementary_STEM.
Latest version:

- *Problem: Coordinates of Vectors in 3D Space – Bài Tập: Tọa Độ Của Vector Trong Không Gian.*
  PDF: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_12/3D_vector/problem/NQBH_3D_vector_problem.pdf.
  TEX: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_12/3D_vector/problem/NQBH_3D_vector_problem.tex.
- *Problem & Solution: Coordinates of Vectors in 3D Space – Bài Tập & Lời Giải: Tọa Độ Của Vector Trong Không Gian.*
  PDF: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_12/3D_vector/solution/NQBH_3D_vector_solution.pdf.
  TEX: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_12/3D_vector/solution/NQBH_3D_vector_solution.tex.

Mục lục

1 Vector & Vector Calculus in 3D Space – Vector & Các Phép Toán Vector Trong Không Gian

[Thá+24, Chap. II, §1, pp. 56–64]: HD1. LT1. HD2. LT2. HD3. LT3. HD4. LT4. HD5. LT5. HD6. LT6. HD7. LT7. 1. 2. 3. 4. 5.

1 ([Hạo+22b], 1, p. 85)**.** *Cho tứ diện $ABCD$. Chỉ ra các vector có điểm đầu là A & điểm cuối là các đỉnh còn lại của hình tứ diện. Các vector đó có cùng nằm trong 1 mặt phẳng không?*

2 ([Hạo+22b], 2, p. 85)**.** *Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Kể tên các vector có điểm đầu & điểm cuối là các đỉnh của hình hộp & bằng $\overrightarrow{AB}$.*

3 ([Hạo+22b], Ví dụ 1, p. 86)**.** *Cho tứ diện $ABCD$. Chứng minh: $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$.*

4 ([Hạo+22b], 3, p. 86)**.** *Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Thực hiện các phép toán: (a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{GH}$; (b) $\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{CH}$.*

5 ([Hạo+22b], Ví dụ 2, p. 87)**.** *Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD,BC, & G là trọng tâm của ΔBCD. Chứng minh: (a) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})$; (b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$.*

6 ([Hạo+22b], 4, p. 87)**.** *Trong không gian cho 2 vector $\vec{a},\vec{b}$ đều khác vector không. Xác định các vector $\vec{m}=2\vec{a}$, $\vec{n}=-3\vec{b}$, & $\vec{p}=\vec{m}+\vec{n}$.*

*A Scientist & Creative Artist Wannabe. E-mail: nguyenquanbahong@gmail.com. Bến Tre City, Việt Nam.

7 ([Hạo+22b], Ví dụ 3, p. 88). *Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD. Chứng minh 3 vector $\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.*

8 ([Hạo+22b], 5, p. 89). *Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I,K lần lượt là trung điểm của AB,BC. Chứng minh các đường thẳng IK,ED song song với mặt phẳng (AFC). Từ đó suy ra 3 vector $\overrightarrow{AF},\overrightarrow{IK},\overrightarrow{ED}$ đồng phẳng.*

9 ([Hạo+22b], 6, p. 89). *Cho 2 vector $\vec{a},\vec{b}$ đều khác vector $\vec{0}$. Xác định vector $\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}$ & giải thích tại sao 3 vector $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.*

10 ([Hạo+22b], 7, p. 89). *Cho 3 vector $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ trong không gian. Chứng minh nếu $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$ & 1 số trong 3 số $m,n,p\in\mathbb{R}$ khác 0 thì 3 vector $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.*

11 ([Hạo+22b], Ví dụ 4, p. 89). *Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB & CD. Trên các cạnh AD,BC lần lượt lấy các điểm P,Q sao cho $\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ & $\overrightarrow{BQ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. Chứng minh 4 điểm M,N,P,Q cùng thuộc 1 mặt phẳng.*

12 ([Hạo+22b], Ví dụ 5, p. 91). *Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ có $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AE}=\vec{c}$. Gọi I là trung điểm của BG. Biểu thị vector $\overrightarrow{AI}$ qua 3 vector $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$.*

13 ([Hạo+22b], 1., p. 91). *Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(P0$ cắt các cạnh bên AA',BB',CC',DD' lần lượt tại I,K,L,M. Xét các vector có các điểm đầu là các điểm I,K,L,M & có các điểm cuối là các đỉnh của hình lăng trụ. Chỉ ra các vector: (a) Cùng phương với $\overrightarrow{IA}$; (b) Cùng hướng với $\overrightarrow{IA}$; (c) Ngược hướng với $\overrightarrow{IA}$.*

14 ([Hạo+22b], 2., p. 91). *Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh: (a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{AC'}$; (b) $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{D'D}-\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{BB'}$; (c) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA'}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{C'D}=\vec{0}$.*

15 ([Hạo+22b], 3., p. 91). *Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi S là 1 điểm nằm ngoài mặt phẳng chứa hình bình hành. Chứng minh: $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$*

16 ([Hạo+22b], 4., p. 92). *Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD. Chứng minh: (a) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})$; (b) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD})$.*

17 ([Hạo+22b], 5., p. 92). *Cho tứ diện $ABCD$. Xác định 2 điểm E,F sao cho: (a) $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$; (b) $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$.*

18 ([Hạo+22b], 6., p. 92). *Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của ΔABC. Chứng minh: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{DG}$.*

19 ([Hạo+22b], 7., p. 92). *Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AC,BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm của MN & P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Chứng minh: (a) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$; (b) $\overrightarrow{PI}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD})$.*

20 ([Hạo+22b], 8., p. 92). *Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Phân tích (hay biểu thị) các vector $\overrightarrow{B'C},\overrightarrow{BC'}$ qua các vector $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$.*

21 ([Hạo+22b], 9., p. 92). *Cho ΔABC. Lấy điểm S nằm ngoài mặt phẳng (ABC). Trên đoạn SA lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MS}=-2\overrightarrow{MA}$ & trên đoạn BC lấy điểm N sao cho $\overrightarrow{NB}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{NC}$. Chứng minh 3 vector $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{MN},\overrightarrow{SC}$ đồng phẳng.*

22 ([Hạo+22b], 10., p. 92). *Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi K là giao điểm của AH & DE, I là giao điểm của BH & DF. Chứng minh 3 vector $\overrightarrow{AC},\overrightarrow{KI},\overrightarrow{FG}$ đồng phẳng.*

2 Coordinate of Vector – Tọa Độ Của Vector

[Thá+24, Chap. II, §2, pp. 56–73]: HD1. LT1. HD2. LT2. HD3. LT3. HD4. LT4. HD5. LT5. HD6. LT6. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

23 ([Hạo+22a], 1., p. 68). *Cho 3 vector $\vec{a}=(2,-5,3),\vec{b}=(0,2,-1),\vec{c}=(1,7,2)$. (a) Tính tọa độ của vector $\vec{d}=4\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}+3\vec{c}$. (b) Tính tọa độ của vector $\vec{e}=\vec{a}-4\vec{b}-2\vec{c}$.*

24 ([Hạo+22a], 2., p. 68). *Cho 3 điểm $A=(1,-1,1),B=(0,1,2),C=(1,0,1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của ΔABC.*

25 ([Hạo+22a], 3., p. 68). *Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A=(1,0,1),B=(2,1,2),D=(1,-1,1),C'=(4,5,-5)$. Tính tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp.*

26 ([Hạo+22a], 4., p. 68). *Tính: (a) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ với $\vec{a}=(3,0,-6),\vec{b}=(2,-4,0)$. (b) $\vec{c}\cdot\vec{d}$ với $\vec{c}=(1,-5,2),\vec{d}=(4,3,-5)$.*

27 ([Hạo+22a], 5., p. 68). *Tìm tâm & bán kính của các mặt cầu có phương trình sau: (a) $x^2+y^2+z^2-8x-2y+1=0$; (b) $3x^2+3y^2+3z^2-6x+8y+15z-3=0$.*

28 ([Hạo+22a], 6., p. 68). *Lập phương trình mặt cầu trong 2 mặt cầu trong 2 trường hợp sau: (a) Có đường kính AB với $A=(4,-3,7),B=(2,1,3)$. (b) Đi qua điểm $A=(5,-2,1)$ & có tâm $C=(3,-3,1)$.*

3 Vector Calculus in Coordinate System – Biểu Thức Tọa Độ Của Các Phép Toán Vector

[Thá+24, Chap. II, §3, pp. 74–81]: HD1. LT1. HD2. LT2. HD3. LT3. HD4. LT4. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.

4 Miscellaneous

[Thá+24, BTCCII, pp. 82–83]: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13.14. 15.

Tài liệu

[Hạo+22a] Trần Văn Hạo, Nguyễn Mộng Hy, Khu Quốc Anh, and Trần Đức Huyên. *Hình Học 12*. Tái bản lần 14. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2022, p. 112.

[Hạo+22b] Trần Văn Hạo, Nguyễn Mộng Hy, Khu Quốc Anh, Nguyễn Hà Thanh, and Phan Văn Viện. *Hình Học 11*. Tái bản lần 15. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2022, p. 136.

[Thá+24] Đỗ Đức Thái, Phạm Xuân Chung, Nguyễn Sơn Hà, Nguyễn Thị Phương Loan, Phạm Sỹ Nam, and Phạm Minh Phương. *Toán 12 Cánh Diều Tập 1*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2024, p. 95.