

# Problem: Equation & Inequation – Bài Tập: Phương Trình & Bất Phương Trình

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 12 tháng 2 năm 2024

## Mục lục

<b>1 Equation – Phương Trình</b>	<b>1</b>
1.1 Phương trình đa thức – Polynomial equation	1
1.2 Phương trình phân thức – algebraic rational fraction equation	2
1.3 Phương trình vô tỷ	2
<b>2 Inequation – Bất Phương Trình</b>	<b>2</b>
<b>3 Miscellaneous</b>	<b>2</b>

## 1 Equation – Phương Trình

**Định nghĩa 1** (Graph – đồ thị). Đồ thị của hàm số  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  là tập hợp  $G(f) := \{(x, f(x)) \in \mathbb{R}^2 | x \in D\}$ .

**Định nghĩa 2** (Equation, inequation – phương trình, bất phương trình). Cho 2 hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  có tập xác định lần lượt là  $D_f, D_g \subset \mathbb{R}$ . Đặt  $D := D_f \cap D_g$ . Mệnh đề chứa biến “ $f(x) = g(x), f(x) > g(x), f(x) \geq g(x)$ ” lần lượt được gọi là phương trình 1 ẩn, bất phương trình 1 ẩn,  $x$  được gọi là ẩn số (hay ẩn) &  $D$  được gọi là tập xác định (TXĐ) của phương trình, bất phương trình.  $x_0 \in D$  gọi là 1 nghiệm của phương trình  $f(x) = g(x)$  nếu “ $f(x_0) = g(x_0)$ ” là mệnh đề đúng.  $x_0 \in D$  lần lượt gọi là 1 nghiệm của bất phương trình  $f(x) > g(x), f(x) \geq g(x)$  nếu “ $f(x_0) > g(x_0), f(x_0) \geq g(x_0)$ ” là mệnh đề đúng.

Giải 1 phương trình, 1 bất phương trình là đi tìm tất cả các nghiệm của nó, i.e., 3 tập hợp  $S := \{x \in D | f(x) = g(x)\}, S := \{x \in D | f(x) > g(x)\}, S := \{x \in D | f(x) \geq g(x)\}$  lần lượt được gọi là tập nghiệm của phương trình  $f(x) = g(x)$ , bất phương trình  $f(x) > g(x), f(x) \geq g(x)$ . Khi  $S = \emptyset$ , ta nói (bất) phương trình vô nghiệm. Nếu  $|S| = n \in \mathbb{N}^*$ , ta nói (bất) phương trình có  $n$  nghiệm hay số nghiệm của (bất) phương trình bằng  $n$ . Nếu  $|S| = \infty$ , ta nói (bất) phương trình có vô số nghiệm.

Xét phương trình cấu tạo bởi các hàm  $f(x), f^n(x), \sqrt{f(x)}, \sqrt[n]{f(x)}, |f(x)|$  với  $f(x) = ax + b, f(x) = ax^2 + bx + c, f(x) = (dx + e)(ax^2 + bx + c), f(x) = \prod_{i=1}^m (d_i x + e_i) \prod_{i=1}^n (a_i x^2 + b_i x + c_i)$ .

### 1.1 Phương trình đa thức – Polynomial equation

Giải & biện luận phương trình theo các tham số thực:

**1** (Phương trình bậc nhất 1 ẩn). (a)  $ax + b = 0$ . (b)  $ax + b = cx + d$ . (c)  $\sum_{i=1}^n a_i x + b_i = a_1 x + b_1 + a_2 x + b_2 + \dots + a_n x + b_n = 0$ . (d)  $\sum_{i=1}^n a_i x + b_i = \sum_{i=1}^n c_i x + d_i$ , i.e.,  $a_1 x + b_1 + a_2 x + b_2 + \dots + a_n x + b_n = c_1 x + d_1 + c_2 x + d_2 + \dots + c_n x + d_n$ .

- Problem: 1st-Order Function – Bài Tập: Hàm Số Bậc Nhất  $y = ax + b, a \neq 0$ .

URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_8/1st\\_order\\_function/problem/NQBH\\_1st\\_order\\_function\\_problem.pdf](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_8/1st_order_function/problem/NQBH_1st_order_function_problem.pdf).

- Problem & Solution: 1st-Order Function – Bài Tập & Lời Giải: Hàm Số Bậc Nhất  $y = ax + b, a \neq 0$ .

URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_8/1st\\_order\\_function/solution/NQBH\\_1st\\_order\\_function\\_solution.pdf](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_8/1st_order_function/solution/NQBH_1st_order_function_solution.pdf).

**2** (Phương trình bậc nhất 1 ẩn với trị tuyệt đối). (a)  $|ax + b| = c$ . (b)  $|ax + b| = |cx + d|$ . (c)  $\sum_{i=1}^n |a_i x + b_i| = |a_1 x + b_1| + |a_2 x + b_2| + \dots + |a_n x + b_n| = a$ . (d)  $\sum_{i=1}^n |a_i x + b_i| = \sum_{i=1}^n |c_i x + d_i|$ , i.e.,  $|a_1 x + b_1| + |a_2 x + b_2| + \dots + |a_n x + b_n| = |c_1 x + d_1| + |c_2 x + d_2| + \dots + |c_n x + d_n|$ .

**3** (Phương trình bậc 2 1 ẩn). (a)  $ax^2 + bx + c = 0$ . (b)  $a_1 x^2 + b_1 x + c_1 = a_2 x^2 + b_2 x + c_2$ . (c)  $\sum_{i=1}^n a_i x^2 + b_i x + c_i = a_1 x^2 + b_1 x + c_1 + a_2 x^2 + b_2 x + c_2 + \dots + a_n x^2 + b_n x + c_n = 0$ . (d)  $\sum_{i=1}^n a_i x^2 + b_i x + c_i = \sum_{i=1}^n d_i x^2 + e_i x + f_i$ .

- Problem: 2nd-Order Function. Quadratic Equation – Bài Tập: Hàm Số Bậc 2  $y = ax^2$ . Phương Trình Bậc 2 1 Ẩn  $ax^2 + bx + c = 0$ .

URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_9/2nd\\_order\\_function/problem/NQBH\\_2nd\\_order\\_function\\_problem.pdf](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/2nd_order_function/problem/NQBH_2nd_order_function_problem.pdf).

\*e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com), website: <https://nqbh.github.io>, Bến Tre, Việt Nam.

- *Problem & Solution: 2nd-Order Function. Quadratic Equation – Bài Tập & Lời Giải: Hàm Số Bậc 2*  $y = ax^2$ . Phương Trình Bậc 2 1 Ẩn  $ax^2 + bx + c = 0$ .  
URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_9/2nd\\_order\\_function/solution/NQBH\\_2nd\\_order\\_function\\_solution.pdf](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/2nd_order_function/solution/NQBH_2nd_order_function_solution.pdf).

4 (Phương trình bậc 2 1 ẩn với trị tuyệt đối). (a)  $|ax^2 + bx + c| = d$ . (b)  $|a_1x^2 + b_1x + c_1| = |a_2x^2 + b_2x + c_2|$ . (c)  $\sum_{i=1}^n |a_ix^2 + b_ix + c_i| = |a_1x^2 + b_1x + c_1| + |a_2x^2 + b_2x + c_2| + \dots + |a_nx^2 + b_nx + c_n| = 0$ . (d)  $\sum_{i=1}^n |a_ix^2 + b_ix + c_i| = \sum_{i=1}^n |d_ix^2 + e_ix + f_i|$ .

## 1.2 Phương trình phân thức – algebraic rational fraction equation

## 1.3 Phương trình vô tỷ

5 (Phương trình vô tỷ với phương trình bậc nhất 1 ẩn). (a)  $\sqrt{ax + b} = 0$ . (b)  $\sqrt{ax + b} = \sqrt{cx + d}$ . (c)  $\sum_{i=1}^n \sqrt{a_ix + b_i} = \sqrt{a_1x + b_1} + \sqrt{a_2x + b_2} + \dots + \sqrt{a_nx + b_n} = 0$ . (d)  $\sum_{i=1}^n \sqrt{a_ix + b_i} = \sum_{i=1}^n \sqrt{c_ix + d_i}$ , i.e.,  $\sqrt{a_1x + b_1} + \sqrt{a_2x + b_2} + \dots + \sqrt{a_nx + b_n} = \sqrt{c_1x + d_1} + \sqrt{c_2x + d_2} + \dots + \sqrt{c_nx + d_n}$ .

6 (Phương trình vô tỷ với phương trình bậc 2 1 ẩn). (a)  $\sqrt{ax^2 + bx + c} = 0$ . (b)  $\sqrt{a_1x^2 + b_1x + c_1} = \sqrt{a_2x^2 + b_2x + c_2}$ . (c)  $\sum_{i=1}^n \sqrt{a_ix^2 + b_ix + c_i} = \sqrt{a_1x^2 + b_1x + c_1} + \sqrt{a_2x^2 + b_2x + c_2} + \dots + \sqrt{a_nx^2 + b_nx + c_n} = 0$ . (d)  $\sum_{i=1}^n \sqrt{a_ix^2 + b_ix + c_i} = \sum_{i=1}^n \sqrt{d_ix^2 + e_ix + f_i}$ .

## 2 Inequation – Bất Phương Trình

Gọi  $\mathcal{R}$  là 1 trong 4 quan hệ thứ tự  $>, <, \geq, \leq$ .

7. Giải & biện luận bất phương trình  $ax + b\mathcal{R}0$  theo 2 tham số  $a, b \in \mathbb{R}$ .
8. Giải & biện luận bất phương trình  $|ax + b|\mathcal{R}c$  theo 2 tham số  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .
9. Giải & biện luận bất phương trình  $ax^2 + bx + c\mathcal{R}0$  theo 2 tham số  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

## 3 Miscellaneous