

# Problem: Equations of Plane, Line, & Sphere in 3D Space

## Bài Tập: Phương Trình Mặt Phẳng, Đường Thẳng, Mặt Cầu Trong Không Gian

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 19 tháng 10 năm 2024

### Tóm tắt nội dung

This text is a part of the series *Some Topics in Elementary STEM & Beyond*:

URL: [https://nqbh.github.io/elementary\\_STEM](https://nqbh.github.io/elementary_STEM).

Latest version:

- *Problem: Equations of Plane, Line, & Sphere in 3D Space – Bài Tập: Phương Trình Mặt Phẳng, Đường Thẳng, Mặt Cầu Trong Không Gian.*  
PDF: URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_12/3D\\_plane\\_line\\_sphere\\_equation/problem/NQBH\\_3D\\_plane\\_line\\_sphere\\_equation\\_problem.pdf](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_12/3D_plane_line_sphere_equation/problem/NQBH_3D_plane_line_sphere_equation_problem.pdf).  
TeX: URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_12/3D\\_plane\\_line\\_sphere\\_equation/problem/NQBH\\_3D\\_plane\\_line\\_sphere\\_equation\\_problem.tex](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_12/3D_plane_line_sphere_equation/problem/NQBH_3D_plane_line_sphere_equation_problem.tex).
- *Problem & Solution: Equations of Plane, Line, & Sphere in 3D Space – Bài Tập & Lời Giải: Phương Trình Mặt Phẳng, Đường Thẳng, Mặt Cầu Trong Không Gian.*  
PDF: URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_12/3D\\_plane\\_line\\_sphere\\_equation/solution/NQBH\\_3D\\_plane\\_line\\_sphere\\_equation\\_solution.pdf](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_12/3D_plane_line_sphere_equation/solution/NQBH_3D_plane_line_sphere_equation_solution.pdf).  
TeX: URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_12/3D\\_plane\\_line\\_sphere\\_equation/solution/NQBH\\_3D\\_plane\\_line\\_sphere\\_equation\\_solution.tex](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_12/3D_plane_line_sphere_equation/solution/NQBH_3D_plane_line_sphere_equation_solution.tex).

## Mục lục

<b>1 Plane Equation – Phương Trình Mặt Phẳng</b>	<b>1</b>
<b>2 Line Equation – Phương Trình Đường Thẳng</b>	<b>2</b>
<b>3 Sphere Equation – Phương Trình Mặt Cầu</b>	<b>2</b>
<b>4 Miscellaneous</b>	<b>2</b>
<b>Tài liệu</b>	<b>2</b>

## 1 Plane Equation – Phương Trình Mặt Phẳng

[Thá+24, Chap. V, §1, pp. 50–64]: HD1. LT1. HD2. LT2. HD3. LT3. HD4. LT4. HD5. LT5. HD6. LT6. HD7. LT7. LT8. HD8. LT9. HD9. LT10. HD10. LT11. LT12. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.

1 ([Hao+22], 1., p. 80). *Viết phương trình của mặt phẳng: (a) Đi qua điểm  $M(1, -2, 4)$  & nhận  $\vec{n} = (2, 3, 5)$  làm vector pháp tuyến; (b) Đi qua điểm  $A(0, -1, 2)$  & song song với giá của mỗi vector  $\vec{u} = (3, 2, 1)$  &  $\vec{v} = (-3, 0, 1)$ ; (c) Đi qua 3 điểm  $A(-3, 0, 0)$ ,  $B(0, -2, 0)$ , &  $C(0, 0, -1)$ .*

2 ([Hao+22], 2., p. 80). *Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  với  $A(2, 3, 7)$ ,  $B(4, 1, 3)$ .*

3 ([Hao+22], 3., p. 80). *(a) Lập phương trình của các mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$ ,  $(Oyz)$ ,  $(Oxz)$ . (b) Lập phương trình của các mặt phẳng đi qua điểm  $M(2, 6, -3)$  & lần lượt song song với các mặt phẳng tọa độ.*

4 ([Hao+22], 4., p. 80). *Lập phương trình của mặt phẳng: (a) Chứa trục  $Ox$  & điểm  $P(4, -1, 2)$ ; (b) Chứa trục  $Oy$  & điểm  $Q(1, 4, -3)$ ; (c) Chứa trục  $Oz$  & điểm  $R(3, -4, 7)$ .*

5 ([Hao+22], 5., p. 80). *Cho tứ diện có các đỉnh là  $A(5, 1, 3)$ ,  $B(1, 6, 2)$ ,  $C(5, 0, 4)$ ,  $D(4, 0, 6)$ . (a) Viết phương trình của các mặt phẳng  $(ACD)$ ,  $(BCD)$ . (b) Viết phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua cạnh  $AB$  & song song với cạnh  $CD$ .*

6 ([Hao+22], 6., p. 80). *Viết phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $M(2, -1, 2)$  & song song với mặt phẳng  $(\beta): 2x - y + 3z + 4 = 0$ .*

\*A Scientist & Creative Artist Wannabe. E-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com). Bến Tre City, Việt Nam.

7 ([Hạo+22], 7., p. 80). Lập phương trình mặt phẳng ( $\alpha$ ) đi qua 2 điểm  $A(1, 0, 1), B(5, 2, 3)$  & vuông góc với mặt phẳng ( $\beta$ ):  $2x - y + z - 7 = 0$ .

8 ([Hạo+22], 8., p. 81). Xác định các giá trị của  $m, n$  để mỗi cặp mặt phẳng sau đây là 1 cặp mặt phẳng song song với nhau: (a)  $2x + my + 3z - 5 = 0$  &  $nx - 8y - 6z + 2 = 0$ . (b)  $3x - 5y + mz - 3 = 0$  &  $2x + ny - 3z + 1 = 0$ .

9 ([Hạo+22], 9., p. 81). Tính khoảng cách từ điểm  $A(2, 4, -3)$  lần lượt đến các mặt phẳng sau: (a)  $2x - y + 2z - 9 = 0$ ; (b)  $12x - 5z + 5 = 0$ ; (c)  $x = 0$ .

10 ([Hạo+22], 10., p. 81). Giải bài toán sau đây bằng phương pháp tọa độ: Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh bằng 1. (a) Chứng minh 2 mặt phẳng  $(AB'D'), (BC'D)$  song song với nhau. (b) Tính khoảng cách giữa 2 mặt phẳng nói trên.

## 2 Line Equation – Phương Trình Đường Thẳng

[Thá+24, Chap. V, §2, pp. 65–80]: HD1. LT1. HD2. LT2. HD3. LT3. HD4. LT4. HD5. LT5. HD6. LT6. HD7. LT7. HD8. LT8. HD9. LT9. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11.

11 ([Hạo+22], 1., p. 89). Viết phương trình tham số của đường thẳng  $d$  trong mỗi trường hợp sau: (a)  $d$  đi qua điểm  $M(5, 4, 1)$  & có vector chỉ phương  $\vec{a} = (2, -3, 1)$ ; (b)  $d$  đi qua điểm  $A(2, -1, 3)$  & vuông góc với mặt phẳng ( $\alpha$ ) có phương trình  $x + y - z + 5 = 0$ ; (c)  $d$  đi qua điểm  $B(2, 0, -3)$  & song song với đường thẳng  $\Delta: x = 1 + 2t, y = -3 + 3t, z = 4t$ ; (d)  $d$  đi qua 2 điểm  $P(1, 2, 3)$  &  $Q(5, 4, 4)$ .

12 ([Hạo+22], 2., p. 89). Viết phương trình tham số của đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng  $d: x = 2 + t, y = -3 + 2t, z = 1 + 3t$  lần lượt trên các mặt phẳng sau: (a)  $(Oxy)$ ; (b)  $(Oyz)$ .

13 ([Hạo+22], 3., p. 90). Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng  $d, d'$  cho bởi các phương trình sau:

$$d: \begin{cases} x = -3 + 2t, \\ y = -2 + 3t, \\ z = 6 + 4t, \end{cases}, d': \begin{cases} x = 5 + t', \\ y = -1 - 4t', \\ z = 20 + t', \end{cases}$$

14 ([Hạo+22], 4., p. 90).

15 ([Hạo+22], 5., p. 90).

16 ([Hạo+22], 6., p. 90).

17 ([Hạo+22], 7., p. 91).

18 ([Hạo+22], 8., p. 91).

19 ([Hạo+22], 9., p. 91).

20 ([Hạo+22], 10., p. 91).

## 3 Sphere Equation – Phương Trình Mặt Cầu

[Thá+24, Chap. V, §3, pp. 81–8]: HD1. LT1. LT2. LT3. LT4. LT5. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.

## 4 Miscellaneous

[Thá+24, BTCCV, pp. 81–8]: HD1. LT1. LT2. LT3. LT4. LT5. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14.

## Tài liệu

[Hạo+22] Trần Văn Hạo, Nguyễn Mộng Hy, Khu Quốc Anh, and Trần Đức Huyền. *Hình Học 12*. Tái bản lần 14. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2022, p. 112.

[Thá+24] Đỗ Đức Thái, Phạm Xuân Chung, Nguyễn Sơn Hà, Nguyễn Thị Phương Loan, Phạm Sỹ Nam, and Phạm Minh Phương. *Toán 12 Cánh Diều Tập 2*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2024, p. 111.