

# Problem: Divisibility – Bài Tập: Tính Chia Hết

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 20 tháng 10 năm 2023

## Tóm tắt nội dung

Last updated version: [GitHub/NQBH/hobby/elementary mathematics/grade 6/natural/divisibility/problem\[pdf\].<sup>1</sup> \[TeX\]<sup>2</sup>](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/natural/divisibility/problem[pdf].<sup>1</sup> [TeX]<sup>2</sup>).

## Mục lục

<b>1 Divisibility of Sum, Difference, Product – Tính Chất Chia Hết của Tổng, Hiệu, Tích</b>	<b>1</b>
<b>2 Divisibility Rule – Dấu Hiệu Chia Hết</b>	<b>3</b>
<b>3 Miscellaneous</b>	<b>7</b>
<b>Tài liệu</b>	<b>7</b>

- **divisible** [a] /də'vɪzəbl/ [not before noun] *divisible (by something)* that can be divided, usually with nothing remaining. OPPOSITE: **indivisible**.
- **divisibility** [n] [uncountable] /də'vɪzəbɪləti/.

## 1 Divisibility of Sum, Difference, Product – Tính Chất Chia Hết của Tổng, Hiệu, Tích

- 1 ([BQT23], H1, p. 24). Đ/S? (a)  $127 \cdot 5 + 40 : 5$ . (b)  $13 \cdot 48 + 12 + 17 : 6$ . (c)  $3 \cdot 300 - 12 : 9$ . (d)  $49 + 62 \cdot 7 : 7$ .
- 2 ([BQT23], H2, p. 24). Khi chia số  $a$  cho số  $b$ ,  $a, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $a > b$  ta được số dư là  $r$ . Khi đó: A.  $a + r : b$ . B.  $a - r : b$ . C.  $a + b : r$ . D.  $a - b : r$ .
- 3 ([BQT23], H3, p. 24). Tìm số tự nhiên  $x$  có 1 chữ số thỏa  $121 + x : 11$ .
- 4 ([BQT23], VD1, p. 25). Không tính các tổng & hiệu, xét xem các tổng & hiệu sau có chia hết cho 12 không? Vì sao? (a)  $600 \cdot 37 - 144$ . (b)  $96 + 34 + 48$ .
- 5 ([BQT23], VD2, p. 25). Không tính ra kết quả, xét xem tổng  $84 + 37 + 23$  có chia hết cho 12 không? Vì sao?
- 6 ([BQT23], VD3, p. 25). Chứng minh trong 3 số tự nhiên liên tiếp có 1 số chia hết cho 3.
- 7 ([BQT23], Mở rộng VD4, p. 25). Với  $n \in \mathbb{N}^*$  bất kỳ. Chứng minh: (a) Trong  $n$  số tự nhiên liên tiếp luôn có 1 số chia hết cho  $n$ . (b) Tích của  $n$  số tự nhiên liên tiếp là 1 số chia hết cho  $n$ .
- 8 ([BQT23], VD4, p. 26). Chứng minh tổng của 3 số tự nhiên liên tiếp là 1 số chia hết cho 3.
9. Với  $n \in \mathbb{N}^*$  bất kỳ. Liệu tổng của  $n$  số tự nhiên liên tiếp có chia hết cho  $n$  không?
- 10 ([BQT23], VD5, p. 26). Chứng minh: (a)  $\overline{ab} - \overline{ba} : 9$  với  $a > b$ . (b) Nếu  $\overline{ab} + \overline{cd} : 11$  thì  $\overline{abcd} : 11$ .
- 11 ([BQT23], VD6, p. 26). Cho  $A = 15 + 30 + 37 + x$  với  $x \in \mathbb{N}$ . Tìm điều kiện của  $x$  để: (a)  $A : 3$ . (b)  $A \not: 9$ .
- 12 ([BQT23], VD7, p. 26). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để: (a)  $n + 4 : n$ . (b)  $5n - 6 : n$  với  $n > 1$ . (c)  $143 - 12n : n$  với  $n < 12$ .
- 13 ([BQT23], VD8, p. 27). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để: (a)  $n + 9 : n + 4$ . (b)  $3n + 40 : n + 4$ . (c)  $5n + 2 : 2n + 9$ .
- 14 ([BQT23], 3.1., p. 27). Cho  $A = 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 + 84$ . Hỏi  $A$  có chia hết cho 3, cho 6, cho 9, cho 13 không? Vì sao?

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam  
e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

<sup>1</sup>URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_6/natural/divisibility/problem/NQBH\\_divisibility\\_problem.pdf](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/natural/divisibility/problem/NQBH_divisibility_problem.pdf).

<sup>2</sup>URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_6/natural/divisibility/problem/NQBH\\_divisibility\\_problem.tex](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/natural/divisibility/problem/NQBH_divisibility_problem.tex).

- 15 ([BQT23], 3.2., p. 27). Chứng minh tổng 5 số chẵn liên tiếp là 1 số chia hết cho 10.
- 16 ([BQT23], 3.3., p. 27). Khi chia số tự nhiên  $a$  cho 27, ta được số dư là 15. Hỏi số  $a$  có chia hết cho 3, cho 9 không? Vì sao?
- 17 ([BQT23], 3.4., p. 27). Chứng minh mọi số tự nhiên có 3 chữ số giống nhau đều chia hết cho 37.
- 18 ([BQT23], 3.5., p. 28). Chứng minh: (a)  $\sum_{i=0}^{101} 5^i = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{101} : 6$ . (b)  $\sum_{i=1}^{100} 2^i = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$  vừa chia hết cho 31, vừa chia hết cho 5.
- 19 ([BQT23], 3.6., p. 28). Chứng minh: (a) Nếu  $\overline{abc} - \overline{def} : 11$  thì  $\overline{abcdef} : 11$ . (b) Nếu  $\overline{abc} : 8$  thì  $4a + 2b + c : 8$ .
- 20 ([BQT23], 3.7., p. 28). Tìm chữ số  $a$  biết  $\overline{21a21a21a} : 31$ .
- 21 ([BQT23], 3.8., p. 28). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  sao cho: (a)  $n + 21 : n$ . (b)  $18 - 2n : n$  với  $n < 9$ . (c)  $6n - 9 : n$  với  $n \geq 2$ .
- 22 ([BQT23], 3.9., p. 28). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  sao cho: (a)  $n + 15 : n - 3$  với  $n > 5$ . (b)  $18 - 2n : n + 3$  với  $n \leq 9$ . (c)  $3n + 13 : 2n + 3$  với  $n \geq 1$ .
- 23 ([BQT23], 3.10., p. 28). Cho  $a, b \in \mathbb{N}$ . Chứng minh nếu  $7a + 2b$  &  $31a + 9b$  cùng chia hết cho 2015 thì  $a, b$  cũng chia hết cho 2015.
- 24 ([BQT23], p. 28). Chứng minh: (a) Tích 2 số tự nhiên liên tiếp là 1 số chẵn. (b) Tích 3 số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 6. (c) Tích của  $n$  số tự nhiên liên tiếp bất kỳ luôn chia hết cho  $n! = \prod_{i=1}^n i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .
- 25 ([BQT23], p. 28). Với  $n \in \mathbb{N}^*$ . (a) Khi nào thì tổng của  $n$  số tự nhiên liên tiếp bất kỳ chia hết cho  $n$ ? (b) Khi nào thì tổng của  $n$  số tự nhiên chẵn liên tiếp bất kỳ chia hết cho  $n$ ? (c) Khi nào thì tổng của  $n$  số tự nhiên lẻ liên tiếp bất kỳ chia hết cho  $n$ ?
- 26 ([Tuy23], VD21, p. 22). Cho  $a : m, b : m$ . Chứng minh  $k_1a + k_2b : m$ .
- 27 ([Tuy23], VD21, p. 22). Chứng minh: (a) Nếu  $a : m, b : m, a + b + c : m$  thì  $c : m$ . (b) Nếu  $a : m, b : m, a + b + c \not\vdash m$  thì  $c \not\vdash m$ .
- 28 ([Tuy23], 90., p. 22). Chứng minh  $\forall n \in \mathbb{N}, 60n + 45 : 15$  nhưng  $60n + 45 \not\vdash 30$
- 29 ([Tuy23], 91., p. 22). Cho  $A = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12 + 40$ .  $A$  có chia hết cho 6, cho 8, cho 5 không?
- 30 ([Tuy23], 92., p. 22). Cho  $A = 23! + 19! - 15!$ . Chứng minh: (a)  $A : 11$ . (b)  $A : 10$ .
- 31 ([Tuy23], 93., p. 23). Chứng minh tổng của 3 số tự nhiên liên tiếp thì chia hết cho 3 còn tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp thì không chia hết cho 4.
- 32 ([Tuy23], 94., p. 23). Chứng minh tổng của 5 số chẵn liên tiếp thì chia hết cho 10 còn tổng của 5 số lẻ liên tiếp chia cho 10 dư 5.
- 33 ([Tuy23], 95., p. 23). Cho 4 số tự nhiên không chia hết cho 5, khi chia cho 5 được các số dư khác nhau. Chứng minh tổng của 4 số này chia hết cho 5.
- 34 ([Tuy23], 96., p. 23). Cho  $A = \sum_{i=0}^{11} 3^i = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{11}$ . Chứng minh: (a)  $A : 13$ . (b)  $A : 40$ .
- 35 ([Tuy23], 97., p. 23). Chứng minh: (a) Tích của 2 số tự nhiên liên tiếp thì chia hết cho 2. (b) Tích của 3 số tự nhiên liên tiếp thì chia hết cho 3.
- 36 ([Tuy23], 98., p. 23). Chứng minh không có số tự nhiên nào chia cho 15 dư 6 còn chia cho 9 dư 1.
- 37 ([Tuy23], 99., p. 23). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  thỏa: (a)  $n + 4 : n$ . (b)  $3n + 7 : n$ . (c)  $27 - 5n : n$ .
- 38 ([Tuy23], 100., p. 23). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  thỏa: (a)  $n + 6 : n + 2$ . (b)  $2n + 3 : n - 2$ . (c)  $3n + 1 : 11 - 2n$ .
- 39 ([Tuy23], 101., p. 23). Cho  $10^k - 1 : 19$  với  $k > 1$ . Chứng minh: (a)  $10^{2k} - 1 : 19$ . (b)  $10^{3k} - 1 : 19$ .
- 40 ([Bin22], VD21, p. 22). Chứng minh: (a)  $\overline{ab} + \overline{ba} : 11$ . (b)  $\overline{ab} - \overline{ba} : 9$  với  $a > b$ .
- 41 ([Bin22], VD22, p. 23). Quan sát các ví dụ:  $14 + 19 = 33 : 11, 1419 : 11, 6 + 49 = 55 : 11, 649 : 11$ . Rút ra nhận xét & chứng minh nhận xét ấy.
- 42 ([Bin22], VD23, p. 23). Cho số  $\overline{abc} : 27$ . Chứng minh  $\overline{bca} : 27$ .
- 43 ([Bin22], VD24, p. 23). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số biết số đó chia hết cho 18 & các chữ số của nó nếu sắp xếp từ nhỏ đến lớn thì tỷ lệ với  $1 : 2 : 3$ .
- 44 ([Bin22], 118., p. 23). Có thể chọn được 5 số trong dãy số sau để tổng của chúng bằng 70 không? (a)  $1, 2, \dots, 30$ . (b)  $1, 3, 5, \dots, 29$ .
- 45 ([Bin22], 119., p. 23). Cho 9 số:  $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17$ . Có thể phân chia được hay không 9 số trên thành 2 nhóm sao cho: (a) Tổng các số thuộc nhóm I gấp đôi tổng các số thuộc nhóm II? (b) Tổng các số thuộc nhóm I bằng tổng các số thuộc nhóm II?

46 ([Bin22], 120., p. 23). (a) Có 3 số tự nhiên nào mà tổng của chúng tận cùng bằng 4, tích của chúng tận cùng bằng 1 không?  
(b) Có tồn tại hay không 4 số tự nhiên mà tổng của chúng & tích của chúng đều là số lẻ?

47 ([Bin22], 121., p. 23). Chứng minh không tồn tại  $a, b, c \in \mathbb{N}$  thỏa:

$$\begin{cases} abc + a = 333, \\ abc + b = 335, \\ abc + c = 341. \end{cases}$$

48 ([Bin22], 122., p. 23). 1 lớp học có 6 tổ, số người của mỗi tổ bằng nhau. Trong 1 bài kiểm tra, tất cả học sinh đều được điểm 7 hoặc 8. Tổng số điểm của cả lớp là 350. Tính số học sinh của lớp, số học sinh đạt từng loại điểm.

49 ([Bin22], 123., p. 24). Khối 6 của 1 trường có 366 học sinh, gồm 8 lớp. Mỗi lớp gồm 1 số tổ, mỗi tổ có 9 người hoặc 10 người. Biết số tổ của các lớp đều bằng nhau, tính số tổ có 9 người, số tổ có 10 người của cả khối.

50 ([Bin22], 124., p. 24). (a) Chứng minh nếu viết thêm vào đằng sau 1 số tự nhiên có 2 chữ số số gồm chính 2 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại thì được 1 số chia hết cho 11. (b) Mở rộng (a) cho số tự nhiên có 3 chữ số.

51 ([Bin22], 125., p. 24). Chứng minh nếu  $\overline{ab} = 2\overline{cd}$  thì  $\overline{abcd} : 67$ .

52 ([Bin22], 126., p. 24). Chứng minh: (a)  $A = \overline{abcabc}$ ,  $A : 7, A : 11, A : 13$ . (b)  $B = \overline{abcdef}$ ,  $B : 23, B : 29$ , biết  $\overline{abc} = 2\overline{def}$ .

53 ([Bin22], 127., p. 24). Chứng minh nếu  $\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef} : 11$  thì  $\overline{abcdef} : 11$ .

54 ([Bin22], 128., p. 24). (a) Cho  $\overline{abc} + \overline{def} : 37$ . Chứng minh  $\overline{abcdef} : 37$ . (b) Cho  $\overline{abc} + \overline{def} : 7$ . Chứng minh  $\overline{abcdef} : 7$ . (c) Cho 8 số tự nhiên có 3 chữ số. Chứng minh trong 8 số đó, tồn tại 2 số mà khi viết liên tiếp nhau thì tạo thành 1 số có 6 chữ số chia hết cho 7.

55 ([Bin22], 129., p. 24). Tìm chữ số  $a$  biết  $\overline{20a20a20a} : 7$ .

56 ([Bin22], 130., p. 24). Cho 3 chữ số khác nhau & khác 0. Lập tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số gồm cả 3 chữ số ấy. Chứng minh tổng của chúng chia hết cho 6, 37.

57 ([Bin22], 131., p. 24). Có  $x, y \in \mathbb{N}$  thỏa  $(x + y)(x - y) = 1002$  không?

58 ([Bin22], 132., p. 24). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất sao cho ta có cách thêm  $n$  chữ số vào sau số đó để được 1 số chia hết cho 39.

59 ([Bin22], 133., p. 24). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  có 2 chữ số sao cho nếu viết  $a$  tiếp sau số 1999 thì ta được 1 số chia hết cho 37.

60 ([Bin22], 134., p. 24). Cho  $n \in \mathbb{N}$ . Chứng minh: (a)  $(n + 10)(n + 15) : 2$ . (b)  $A = n(n + 1)(n + 2)$ ,  $A : 2, A : 3$ . (c)  $B = n(n + 1)(2n + 1)$ ,  $B : 2, B : 3$ .

61 ([Bin22], 135., p. 24). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  thỏa  $a : b, b : a$ .

62 ([Bin22], 136., p. 24). 1 học sinh viết các số tự nhiên từ 1 đến  $\overline{abc}$ . Bạn đó phải viết tất cả  $m$  chữ số. Biết  $m : \overline{abc}$ , tìm  $\overline{abc}$ .

63 ([Bin22], 137., p. 24). Cho 9 số tự nhiên viết theo thứ tự giảm dần từ 9 đến 1: 987654321. Có thể đặt được hay không 1 số dấu + hoặc - vào giữa các số đó để kết quả của phép tính bằng: (a) 5. (b) 6?

64 ([Bin22], 138., p. 25). Cho tổng  $1 + 2 + \dots + 9$ . Xóa 2 số bất kỳ rồi thay bằng hiệu của chúng & cứ làm như vậy nhiều lần. Có cách nào làm cho kết quả cuối cùng bằng 0 không?

65 ([Bin22], 139., p. 25). Chứng minh tổng các số ghi trên vé xổ số có 6 chữ số mà tổng 3 chữ số đầu bằng tổng 3 chữ số cuối thì chia hết cho 13 (các chữ số đầu có thể bằng 0).

66 ([Bin22], 140., p. 25). (a)  $n \in \mathbb{N}$  chia cho 54 dư 17. Tìm số dư lớn nhất khi chia  $n$  cho 162. (b)  $n \in \mathbb{N}$  chia cho 802 dư 502. Tìm số dư nhỏ nhất khi chia  $n$  cho 2005.

67 ([Bin22], 141., p. 25). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất lớn hơn 1 sao cho  $a^7 = b^8$ .

## 2 Divisibility Rule – Dấu Hiệu Chia Hết

68 ([BQT23], H1, p. 29). Nối cột để được kết quả đúng.

(a) $230 + 175$	(1) chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5.
(b) $2070 - 590$	(2) chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 2.
(c) $747 + 350$	(3) chia hết cho cả 2 & 5.
	(4) không chia hết cho cả 2 & 5.

69 ([BQT23], H2, p. 30). Khi giải bài toán: “Thêm 1 chữ số vào bên phải & 1 chữ số vào bên trái số 2015 để được 1 số mới chia hết cho cả 2, 3, 5.” Tìm kết quả sai: A. 120150. B. 420150. C. 620150. D. 720150.

70 ([BQT23], Mở rộng H2, p. 29). Thêm 1 chữ số vào bên phải & 1 chữ số vào bên trái số 2015 để được 1 số mới chia hết cho cả 2, 3, 5. Tìm tất cả các cặp số có thể thêm vào.

71 ([BQT23], H3, p. 30). Trong khoảng từ 1010 đến 1975 có bao nhiêu số chia hết cho 3?

72 ([BQT23], H4, p. 30). Thay các chữ cái khác nhau bởi các chữ số khác nhau:  $\text{HANOI} + \text{HANOI} + \text{HANOI} = \overline{\text{TT221}}$ .

73 ([BQT23], VD1, p. 30). 2 bạn Egg & Chicken đi mua 18 gói bánh & 12 gói kẹo để chuẩn bị cho buổi liên hoan lớp. Egg đưa cho cô bán hàng 3 tờ tiền, mỗi tờ có mệnh giá 50000 đồng & được trả lại 22000 đồng. Thấy vậy, Chicken liền nói: “Cô tính sai rồi!” Chicken đúng hay sai? Vì sao?

74 ([BQT23], VD2, p. 30). Chứng minh  $(n + 29)(n + 30) : 2, \forall n \in \mathbb{N}$ .

75 (Tính chia hết cho 2 của 1 tích). (a) Với  $a, b \in \mathbb{N}$  thỏa điều kiện nào thì  $(n + a)(n + b) : 2, \forall n \in \mathbb{N}$ ? (b) Với  $a, b, c \in \mathbb{N}$  thỏa điều kiện nào thì  $(n + a)(n + b) : 2, \forall n \in \mathbb{N}$ ? (c) Cho  $n \in \mathbb{N}^*$ . Với  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{N}$  thỏa điều kiện nào thì  $\prod_{i=1}^n (m + a_i) = (m + a_1)(m + a_2) \cdots (m + a_n) : 2, \forall n \in \mathbb{N}$ ?

76 (Tính chia hết cho 3 của 1 tích). (a) Với  $a, b \in \mathbb{N}$  thỏa điều kiện nào thì  $(n + a)(n + b) : 3, \forall n \in \mathbb{N}$ ? (b) Với  $a, b, c \in \mathbb{N}$  thỏa điều kiện nào thì  $(n + a)(n + b) : 3, \forall n \in \mathbb{N}$ ? (c) Cho  $n \in \mathbb{N}^*$ . Với  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{N}$  thỏa điều kiện nào thì  $\prod_{i=1}^n (m + a_i) = (m + a_1)(m + a_2) \cdots (m + a_n) : 3, \forall n \in \mathbb{N}$ ?

77 ([BQT23], VD3, p. 31). Chứng minh  $39^{2015} + 11^{2016} : 10$ .

78. Với  $a, b \in \mathbb{N}$  thỏa điều kiện nào thì: (a)  $39^a + 11^b : 10$ ? (b)  $(\overline{a_m a_{m-1} \dots a_1 9})^a + (\overline{b_n b_{n-1} \dots b_1 1})^b : 10$  với  $a_i, b_j \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}, \forall i = 1, 2, \dots, m, \forall j = 1, 2, \dots, n, a_n b_m \neq 0$ ?

79 ([BQT23], VD4, p. 31). Thay dấu + hoặc - vào các dấu  $\star$  trong dãy tính sau để được kết quả là 1 số chia hết cho 2:  $10 \star 9 \star 8 \star 7 \star 6 \star 5 \star 4 \star 3 \star 2 \star 1$ .

80. Thay dấu + hoặc - vào các dấu  $\star$  trong dãy tính sau để được kết quả là 1 số chia hết cho 2:  $n \star (n - 1) \star (n - 2) \star \dots \star 3 \star 2 \star 1$  với  $n \in \mathbb{N}$ .

81 ([BQT23], VD5, p. 32). Viết các số tự nhiên liên tiếp từ 10 đến 99 ta được số A. Hỏi A có chia hết cho 9 không? Vì sao?

82. Cho  $n \in \mathbb{N}^*$ . Viết các số tự nhiên liên tiếp từ  $10^n$  (số tự nhiên nhỏ nhất có  $n + 1$  chữ số) đến  $10^{n+1} - 1$  (số tự nhiên lớn nhất có  $n + 1$  chữ số) ta được số A. Hỏi A có chia hết cho 9 không? Vì sao?

83 ([BQT23], VD6, p. 32). Tìm 2 chữ số  $x, y$  biết: (a)  $\overline{38x5y}$  chia hết cho 2, 5, 9. (b)  $\overline{12x3y} : 45$ .

84 ([BQT23], VD7, p. 32). Thay  $a, b$  bằng các chữ số thích hợp để số  $\overline{2a83b}$  chia hết cho 3 & chia cho 5 dư 1.

85 ([BQT23], VD8, p. 33). Tìm 2 số tự nhiên chia hết cho 9, biết tổng của chúng bằng  $\overline{35 \star 1}$  & số lớn gấp đôi số bé.

86 ([BQT23], VD9, p. 33). Tìm chữ số  $a$  sao cho  $\overline{95a14} : 11$ .

87 ([BQT23], 4.1., p. 33). Từ 3 trong 5 chữ số 2, 5, 7, 8, 0, ghép thành số có 3 chữ số khác nhau thỏa mãn 1 trong các điều kiện: (a) Là số lớn nhất chia hết cho 2. (b) Là số nhỏ nhất chia hết cho 2. (c) Là số lớn nhất chia hết cho 5. (d) Là số nhỏ nhất chia hết cho 5. (e) Là số lớn nhất chia hết cho 9. (f) Là số nhỏ nhất chia hết cho 9. (g) Là số lớn nhất chia hết cho 3. (h) Là số nhỏ nhất chia hết cho 3.

88 ([BQT23], 4.2., p. 33). Dùng 3 trong 4 số 2, 4, 6, 8, viết tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho cả 3 số 2, 3, 9.

89 ([BQT23], 4.3., p. 33). Có 10 mẫu que lần lượt dài 1 cm, 2 cm, 3 cm, ..., 10 cm. Hỏi có thể dùng cả 10 mẫu que đó để xếp thành 1 tam giác có 3 cạnh bằng nhau không?

90 ([BQT23], 4.4., p. 33). Chứng minh: (a)  $10^{2015} + 8 : 18$ . (b)  $10^{21} + 20 : 6$ .

91 ([BQT23], 4.5., p. 33). Chứng minh  $(n + 11)(n + 12) : 2, \forall n \in \mathbb{N}$ .

92 ([BQT23], 4.6., p. 33). Chứng minh tích của 3 số tự nhiên chẵn liên tiếp chia hết cho 48.

93 ([BQT23], 4.7., p. 33). Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số giống nhau, biết số đó chia cho 5 dư 4 & chia hết cho 2.

94 ([BQT23], 4.8., p. 34). Tìm 2 chữ số  $x, y$  biết: (a)  $\overline{2x98y}$  chia hết cho 2, 3, 5. (b)  $\overline{43xy5} : 45$ . (c)  $\overline{21x7y}$  chia hết cho 5, 18.

95 ([BQT23], 4.9., p. 34). Tìm chữ số  $a$  để  $\overline{aaaaa96}$  chia hết cho cả 3 & 8.

96 ([BQT23], 4.10., p. 34). Tìm chữ số  $a$  để  $\overline{1aaa1} : 11$ .

97 ([BQT23], 4.11., p. 34). Cho  $a \in \mathbb{N}$ . Đổi chỗ các chữ số của  $a$  để được số  $b$  gấp 3 lần số  $a$ . Chứng minh  $a : 27$ .

98 ([BQT23], 4.12., p. 34). Cho  $n \in \mathbb{N}^*$ . Chứng minh: (a)  $6^n - 1 : 5$ . (b)  $10^n + 18n - 1 : 27$ .

99 ([BQT23], 4.13., p. 34). Tìm 2 chữ số  $a, b$  sao cho: (a)  $\overline{71ab}$  chia hết cho 9, cho 2, & chia cho 5 dư 3. (b)  $\overline{15a3b}$  chia hết cho 2, chia hết cho 9, & chia cho 5 dư 4.

- 100 ([BQT23], 4.14., p. 34). Tìm 2 số tự nhiên liên tiếp có 2 chữ số, biết 1 số chia hết cho 4, số kia chia hết cho 25.
- 101 ([BQT23], 4.15., p. 34). Tìm số tự nhiên có 4 chữ số sao cho khi nhân số đó với 9 ta được số mới gồm chính các chữ số của số ấy nhưng viết theo thứ tự ngược lại.
- 102 ([BQT23], 4.16., p. 34, Thái Lan). Nếu đem số 31513 & số 34369 chia cho cùng 1 số có 3 chữ số thì 2 phép chia có số dư bằng nhau. Tìm số dư của 2 phép chia đó.
- 103 ([BQT23], 4.17., p. 34). Chứng minh hiệu của 1 số & tổng các chữ số của nó chia hết cho 9.
- Định nghĩa 1** (Hàm tổng các chữ số). Ký hiệu  $S(n)$  là tổng các chữ số của  $n \in \mathbb{N}$ .
- 104 ([BQT23], 4.18., p. 34). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  biết  $n + S(n) = 88$ .
- 105 ([Tuy23], VD23, p. 23). Chứng minh:  $9^{2n} - 1$  chia hết cho 2 & 5,  $\forall n \in \mathbb{N}$ .
- 106 ([Tuy23], VD24, p. 24). Cho số  $A = \overline{76a23}$ . (a) Tìm chữ số  $a$  để  $A : 9$ . (b) Trong các giá trị vừa tìm được của  $a$ , có giá trị nào để  $A : 11$  không?
- 107 ([Tuy23], VD25, p. 24). Theo dương lịch cứ 4 năm lại có 1 năm nhuận, i.e., năm chia hết cho 4. Tuy nhiên các năm có tận cùng bằng 2 chữ số 0 chỉ được coi là năm nhuận nếu chúng cũng chia hết cho 400. Tính số năm nhuận từ năm 2000–2100.
- 108 ([Tuy23], 102., p. 24). Cho  $n \in \mathbb{N}$ . Chứng minh  $6^n - 1 : 5$ .
- 109 ([Tuy23], 103., p. 24). Cho  $n \in \mathbb{N}$ . Chứng minh  $5^n - 1 : 4$ .
- 110 ([Tuy23], 104., p. 24). Chứng minh: (a)  $942^{60} - 351^{37} : 5$ . (b)  $99^5 - 98^4 + 97^3 - 96^2$  chia hết cho 2 & 5.
- 111 ([Tuy23], 105., p. 24). Có 2 số tự nhiên nào mà tổng bằng 3456 & số lớn gấp 4 lần số nhỏ không?
- 112 ([Tuy23], 106., p. 24). Cho  $a, b \in \mathbb{N}$ . Hỏi số  $ab(a+b)$  có tận cùng bằng 9 không?
- 113 ([Tuy23], 107., p. 24). Cho  $n \in \mathbb{N}$ ,  $A = n^2 + n + 1$ . Chứng minh  $A \not\vdots 4$ ,  $A \not\vdots 5$ .
- 114 ([Tuy23], 108., p. 24). Cho số  $\overline{abc} \not\vdots 3$ . Phải viết số này liên tiếp nhau mấy lần để được 1 số chia hết cho 3?
- 115 ([Tuy23], 109., p. 24). 1 số tự nhiên có chữ số đầu tiên lớn hơn chữ số hàng đơn vị. Khi viết số đó theo thứ tự ngược lại thì được 1 số mới kém số cũ là 1 trong 3 số 2020, 2021, 2022. Hiệu của chúng là số nào trong 3 số đó?
- 116 ([Tuy23], 110., p. 24). Cho biểu thức  $A = 1494 \cdot 1495 \cdot 1496$ . Không thực hiện phép tính, chứng minh: (a)  $A : 180$ . (b)  $A : 495$ .
- 117 ([Tuy23], 111., p. 24). Chứng minh  $\forall n \in \mathbb{N}$ : (a)  $10^n - 1 : 9$ . (b)  $10^n + 8 : 9$ .
- 118 ([Tuy23], 112., p. 25). Chứng minh hiệu của 1 số & tổng các chữ số của nó thì chia hết cho 9.
- 119 ([Tuy23], 113., p. 25). Cho số  $A = 8n + \underbrace{1 \dots 1}_n$ , với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Chứng minh  $A : 9$ .
- 120 ([Tuy23], 114., p. 25). Lấy 1 mảnh giấy cắt ra làm 4 mảnh nhỏ. Lấy 1 mảnh bất kỳ cắt ra thành 4 mảnh khác. Cứ thế tiếp tục nhiều lần. (a) Hỏi khi ngừng cắt theo quy luật trên thì có thể được tất cả 60 mảnh giấy nhỏ không? (b) Phải cắt tất cả bao nhiêu mảnh giấy theo quy luật trên để được tất cả 52 mảnh giấy nhỏ?
- 121 ([Tuy23], 115., p. 25). Chọn bất kỳ 90 số trong 100 số tự nhiên từ 1–100 thì có ít nhất bao nhiêu số chia hết cho 9?
- 122 ([Bin22], VD25, p. 25). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  có 4 chữ số,  $a : 5$ ,  $a : 27$ , biết 2 chữ số giữa của  $a$  là 97.
- 123 ([Bin22], VD26, p. 25). 2 số tự nhiên  $a, 2a$  đều có tổng các chữ số bằng  $k$ . Chứng minh  $a : 9$ .
- 124 ([Bin22], VD27, p. 25). Chứng minh số gồm 27 chữ số 1 thì chia hết cho 27.
- 125 ([Bin22], VD28, p. 26). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất sao cho tổng các chữ số của  $a$  & tổng các chữ số của  $a+1$  đều chia hết cho 5.
- 126 ([Bin22], VD29, p. 26). Cho số tự nhiên  $\overline{ab}$  bằng 3 lần tích các chữ số của nó. (a) Chứng minh  $b : a$ . (b) Giả sử  $b = ka$ , với  $k \in \mathbb{N}$ . Chứng minh  $k$  là ước của 10. (c) Tìm các số  $\overline{ab}$  thỏa mãn.
- 127 ([Bin22], VD30, p. 27). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  có 2 chữ số biết  $a$  chia hết cho tích các chữ số của nó.
- 128 ([Bin22], VD31, p. 27). Cho  $a \in \mathbb{N}$ . Gọi  $b$  là tổng các chữ số của  $a$ ,  $c$  là tổng các chữ số của  $b$ . Biết  $a + 3b + 6c = 1395$ . (a) Chứng minh  $a : 9$ . (b) Tìm  $a$ .
- 129 ([Bin22], 142., p. 27). Cho  $a = 13! - 11!$ . Tìm số dư khi chia  $a$  cho 2, 5, 155.
- 130 ([Bin22], 143., p. 27). Tổng các số tự nhiên từ 1 đến 154 có chia hết cho 2, 5 không?
- 131 ([Bin22], 144., p. 27). Cho  $a = \sum_{i=0}^9 11^i = 1 + 11 + \dots + 11^8 + 11^9$ . Chứng minh  $a : 5$ .



- 132** ([Bin22], 145., p. 27). Chứng minh  $n^2 + n + 6 \not\equiv 5, \forall n \in \mathbb{N}$ .
- 133** ([Bin22], 146., p. 28). Trong các số tự nhiên nhỏ hơn 1000, có bao nhiêu số chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5?
- 134** ([Bin22], 147., p. 28). Dùng cả 10 chữ số từ 0–9, viết thành số tự nhiên: (a) nhỏ nhất chia hết cho 4. (b) lớn nhất chia hết cho 4.
- 135** ([Bin22], 148., p. 28). Dùng 10 chữ số khác nhau, viết số chia hết cho 8 có 10 chữ số sao cho số đó có giá trị: (a) lớn nhất. (b) nhỏ nhất.
- 136** ([Bin22], 149., p. 28). Dùng 10 chữ số khác nhau, viết số chia hết cho 25 có 10 chữ số sao cho số đó có giá trị: (a) nhỏ nhất. (b) lớn nhất.
- 137** ([Bin22], 150., p. 28). Tìm 2 số tự nhiên liên tiếp nhỏ nhất sao cho tổng các chữ số của mỗi số đều: (a) chia hết cho 8. (b) chia hết cho 17.
- 138** ([Bin22], 151., p. 28). Tìm các số tự nhiên chia cho 4 dư 1, còn chia cho 25 thì dư 3.
- 139** ([Bin22], 152., p. 28). Tìm các số tự nhiên chia cho 8 dư 3, còn chia cho 125 thì dư 12.
- 140** ([Bin22], 153., p. 28). Có phép trừ 2 số tự nhiên nào mà số trừ gấp 3 lần hiệu & số bị trừ bằng 1030 không?
- 141** ([Bin22], 154., p. 28). Điền các chữ số thích hợp vào dấu  $\star$  sao cho: (a)  $521\star : 8$ . (b)  $2\star 8\star 7 : 9$ , biết chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng nghìn là 2.
- 142** ([Bin22], 155., p. 28). Tìm 2 chữ số  $a, b$  sao cho: (a)  $a - b = 4, \overline{7a5b1} : 3$ . (b)  $a - b = 6, \overline{4a7} + \overline{1b5} : 9$ .
- 143** ([Bin22], 156., p. 28). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, chia hết cho 5, 9, biết chữ số hàng chục bằng trung bình cộng của 2 chữ số kia.
- 144** ([Bin22], 157., p. 28). Tìm 2 số tự nhiên chia hết cho 9, biết: (a) Tổng của chúng bằng  $\star 657$  & hiệu của chúng bằng  $5\star 91$ . (b) Tổng của chúng bằng  $513\star$  & số lớn gấp đôi số nhỏ.
- 145** ([Bin22], 158., p. 28). An làm phép tính trừ trong đó số bị trừ là số có 3 chữ số, số trừ là số gồm chính 3 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại. An tính được hiệu bằng 188. Chứng minh An đã tính sai.
- 146** ([Bin22], 159., p. 28). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  có 3 chữ số, chia hết cho 45, biết hiệu giữa số đó & số gồm chính 3 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại bằng 297.
- 147** ([Bin22], 160., p. 28). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  mà khi xóa chữ số tận cùng của nó thì số ấy giảm đi 1415 đơn vị.
- 148** ([Bin22], 161., p. 28). 1 số tự nhiên gọi là số hào hiệp nếu nó chia hết cho mỗi chữ số của nó & chia hết cho tổng các chữ số của nó, e.g., 12 là số hào hiệp, 15 không là số hào hiệp. Tìm số hào hiệp nhỏ nhất chia hết cho 11.
- 149** ([Bin22], 162., p. 28). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất tạo thành bởi 2 chữ số 3, 7 mà chia hết cho 3 & chia hết cho 7.
- 150** ([Bin22], 163., p. 29). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  biết tổng các chữ số của  $x$  bằng  $y$ , tổng các chữ số của  $y$  bằng  $z$  &  $x + y + z = 60$ .
- 151** ([Bin22], 164., p. 29). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  biết  $a + 6b + 9c = 1551$ , trong đó  $b$  là tổng các chữ số của  $a$ ,  $c$  là tổng các chữ số của  $b$ .
- 152** ([Bin22], 165., p. 29). Chứng minh: (a)  $10^{28} + 8 : 72$ . (b)  $8^8 + 2^{20} : 17$ .
- 153** ([Bin22], 166., p. 29). (a) Cho  $A = \sum_{i=1}^{60} 2^i = 2 + 2^2 + \dots + 2^{60}$ . Chứng minh  $A$  chia hết cho 3, 7, 15. (b) Cho  $B = 3 + 3^3 + 3^5 + \dots + 3^{1991}$ . Chứng minh  $B$  chia hết cho 13, 41.
- 154** ([Bin22], 167., p. 29). Chứng minh: (a)  $2n + \underbrace{1 \dots 1}_n : 3$ . (b)  $10^n + 18n - 1 : 27$ . (c)  $10^n + 72n - 1 : 81$ .
- 155** ([Bin22], 168., p. 29). Chứng minh: (a) Số gồm 81 chữ số 1 thì chia hết cho 81. (b) Số gồm 27 nhóm chữ số 10 thì chia hết cho 27.
- 156** ([Bin22], 169., p. 29). 2 số tự nhiên  $a, 4a$  có tổng các chữ số bằng nhau. Chứng minh  $a : 3$ .
- 157** ([Bin22], 170., p. 29). (a) Tổng các chữ số của  $3^{100}$  viết trong hệ thập phân có thể bằng 459 không? (b) Tổng các chữ số của  $3^{1000}$  là  $a$ , tổng các chữ số của  $a$  là  $b$ , tổng các chữ số của  $b$  là  $c$ . Tính  $c$ .
- 158** ([Bin22], 171., p. 29). Cho  $a, b \in \mathbb{N}$  tùy ý có số dư trong phép chia cho 9 lần lượt là  $r_1, r_2$ . Chứng minh  $r_1 r_2$  &  $ab$  có cùng số dư trong phép chia cho 9.
- 159** ([Bin22], 172., p. 29). 1 số tự nhiên chia hết cho 4 có 3 chữ số đều chẵn, khác nhau, & khác 0. Chứng minh tồn tại cách đổi vị trí các chữ số để được 1 số mới chia hết cho 4.
- 160** ([Bin22], 173., p. 29). Tìm số  $\overline{abcd}$ , biết số đó chia hết cho tích 2 số  $\overline{ab} \cdot \overline{cd}$ .
- 161** ([Bin22], 174., p. 29). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  có 5 chữ số, biết số đó bằng 45 lần tích các chữ số của  $a$ .

- 162** ([Bin22], 175., p. 29). 1 cửa hàng có 6 hòm hàng với khối lượng 316 kg, 327 kg, 336 kg, 338 kg, 349 kg, 351 kg. Cửa hàng đó đã bán 5 hòm, trong đó khối lượng hàng bán buổi sáng gấp 4 lần khối lượng hàng bán buổi chiều. Hỏi hòm còn lại là hòm nào?
- 163** ([Bin22], 176., p. 29). Từ 4 chữ số 1, 2, 3, 4, lập tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số gồm cả 4 chữ số ấy. Trong các số đó, có tồn tại 2 số nào mà 1 số chia hết cho số còn lại không?
- 164** ([Bin22], 177., p. 29). Chứng minh trong tất cả các số tự nhiên khác nhau có 7 chữ số lập bởi cả 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, không có 2 số nào mà 1 số chia hết cho số còn lại.
- 165** ([Bin22], 178., pp. 29–30). Cho 4 số tự nhiên không nhất thiết khác nhau. Nếu cộng 3 số trong 4 số đó, ta được 4 tổng, trong đó 3 tổng là 54, 55, 59, tổng thứ 4 bằng 1 trong 3 tổng trên. (a) Tính tổng thứ 4. (b) Tính tổng của 4 số đã cho. (c) Tính 4 số đã cho.
- 166.** Tìm  $\mathcal{E}$  chứng minh dấu hiệu chia hết cho 11.
- 167** (Tích 2 số tự nhiên liên tiếp). Cho  $n \in \mathbb{N}$ . Xét tích 2 số tự nhiên liên tiếp  $A_2(n) = n(n+1)$ . (a) Chứng minh  $A_2(n) : 2$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ . (b) Chứng minh tổng của  $n$  số chẵn dương đầu tiên bằng  $A_2(n)$ . (c) Tìm điều kiện của  $n$  để  $A_2(n)$  chia hết cho 4, 8, 16,  $\dots$ ,  $2^m$  với  $m \in \mathbb{N}^*$ .
- 168** (Tích 2 số tự nhiên chẵn liên tiếp). Cho  $n \in \mathbb{N}$ . Xét tích 2 số tự nhiên chẵn liên tiếp  $E_2(n) = 2n(2n+2)$ . (a) Chứng minh  $E_2(n) : 8$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ . (b) Chứng minh tổng của  $n$  số chẵn dương đầu tiên bằng  $4E_2(n)$ . (c) Tìm điều kiện của  $n$  để  $E_2(n)$  chia hết cho  $2^m$  với  $m \in \mathbb{N}^*$ .
- 169** (Tích 3 số tự nhiên liên tiếp). Cho  $n \in \mathbb{N}$ . Xét tích 3 số tự nhiên liên tiếp  $A_3(n) = n(n+1)(n+2)$ . (a) Chứng minh  $A_3(n) : 6$  với mọi  $n$  lẻ. (b) Chứng minh  $A_3(n) : 24$  với mọi  $n$  chẵn. (c\*) Tìm điều kiện của  $n$  để  $A_3(n)$  chia hết cho  $2^a \cdot 3^b$  với  $a, b \in \mathbb{N}^*$ .
- 170** (Tích 4 số tự nhiên liên tiếp). Cho  $n \in \mathbb{N}$ . Xét tích 4 số tự nhiên liên tiếp  $A_4(n) = n(n+1)(n+2)(n+3)$ . (a) Chứng minh  $A_4(n) : 24$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ . (b\*) Tìm điều kiện của  $n$  để  $A_4(n)$  chia hết cho  $2^a \cdot 3^b$  với  $a, b \in \mathbb{N}^*$ .

### 3 Miscellaneous

#### Tài liệu

- [Bin22] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2022, p. 200.
- [BQT23] Vũ Hữu Bình, Đặng Văn Quân, and Bùi Văn Tuyên. *Bồi Dưỡng Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 104.
- [Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần thứ 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 184.