Problem: Congruent Triangles – Bài Tập: Tam Giác Bằng Nhau

Nguyễn Quản Bá Hồng*

Ngày 2 tháng 10 năm 2024

Tóm tắt nội dung

This text is a part of the series *Some Topics in Elementary STEM & Beyond*:
URL: https://nqbh.github.io/elementary_STEM.
Latest version:

- *Problem: Congruent Triangles – Bài Tập: Tam Giác Bằng Nhau.*
  PDF: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_7/congruent_triangle/problem/NQBH_congruent_triangle_problem.pdf.
  TEX: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_7/congruent_triangle/problem/NQBH_congruent_triangle_problem.tex.
- *Problem & Solution: Congruent Triangles – Bài Tập & Lời Giải: Tam Giác Bằng Nhau.*
  PDF: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_7/congruent_triangle/problem/NQBH_congruent_triangle_solution.pdf.
  TEX: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_7/congruent_triangle/problem/NQBH_congruent_triangle_solution.tex.

Mục lục

1 Congruent Triangles – Bài Tập: Tam Giác Bằng Nhau . . . 1
2 Pythagore Theorem – Định Lý Pythagore . . . 2
3 Quan Hệ Giữa Các Yếu Tố Trong Tam Giác. Bất Đẳng Thức Tam Giác . . . 3
4 Miscellaneous . . . 3
Tài liệu . . . 3

1 Congruent Triangles – Bài Tập: Tam Giác Bằng Nhau

1 ([HM23], 3.1., p. 26). *Cho 2 điểm A, B chạy trên Ox, Oy sao cho $OA + OB = m$. Chứng minh đường trung trực của đoạn thẳng AB luôn đi qua 1 điểm cố định.*

2 ([HM23], 3.2., p. 27). *Cho ΔABC nhọn có điểm M là trung điểm AC. Lấy điểm K thuộc đoạn BM sao cho $AK = BC$. AK giao BC tại L. Chứng minh $LK = BL$.*

3 ([HM23], 3.3., p. 27). *Cho ΔABC có $AB = AC$, $\widehat{A} = 40^\circ$. Điểm K thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{KBC} = 30^\circ$. Điểm L nằm trong ΔABC sao cho $\widehat{ABL} = 30^\circ$, AL là phân giác $\widehat{BAC}$. Chứng minh $AK = AL$.*

4 ([HM23], 3.4., p. 27). *Cho ΔABC có $\widehat{A} = 60^\circ$, 2 điểm E, F thuộc tia BA, CA sao cho $BE = CF = BC$. I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC. Chứng minh E, F, I thẳng hàng.*

5 ([HM23], 3.5., p. 28). *Cho ΔABC có đường cao AH. Biết $\widehat{ABC} = 75^\circ$, $AH = \frac{1}{2}BC$. Chứng minh ΔABC cân.*

6 ([HM23], 3.6., p. 28). *Cho ΔABC có trực tâm H, M là trung điểm BC. Đường thẳng qua H vuông góc HM cắt AB, AC lần lượt ở P, Q. Chứng minh $HP = HQ$.*

7 ([HM23], 3.7., p. 29). *Cho ΔABC với điểm N nằm trong ΔABC sao cho $\widehat{ABN} = \widehat{ACN}$. M là trung điểm BC. NH, NK là đường vuông góc hạ từ N xuống AB, AC. Chứng minh ΔMHK cân.*

8 ([HM23], 3.8., p. 29). *Cho ΔABC cân tại A, đường phân giác BE. $F \in BC$ sao cho $\widehat{BEF} = 90^\circ$. Chứng minh $BF = 2CE$.*

*A Scientist & Creative Artist Wannabe. E-mail: nguyenquanbahong@gmail.com. Bến Tre City, Việt Nam.

9 ([HM23], 3.9., p. 30). *Cho ΔABC cân tại A, điểm M nằm trong ΔABC sao cho $\widehat{AMB} = \widehat{AMC}$. Chứng minh AM là phân giác $\widehat{A}$.*

10 ([HM23], 3.10., p. 30). *Cho ΔABC là trung điểm BC. Dựng 2 tam giác vuông cân AEB, AFC bên ngoài ΔABC. Chứng minh ΔMEF vuông cân.*

11 ([HM23], 3.11., p. 31). *Cho ΔABC vuông tại A, M là trung điểm AB, H là hình chiếu vuông góc hạ từ M xuống BC. Điểm K thuộc đoạn AM sao cho $AK = BH$. Chứng minh ΔCHK cân.*

12 ([HM23], 3.12., p. 31). *Cho ΔABC vuông cân tại A. Vẽ ΔBCK cân tại C sao cho C, K nằm khác phía đối với AB, $\widehat{BCK} = 30°$. Tính $\widehat{BAK}$.*

13 ([HM23], 3.13., p. 32). *Cho ΔABC. Lấy $M \in AC, N \in AB$ sao cho $\widehat{MBC} = 2\alpha = 2\widehat{ABM}, \widehat{BCN} = 2\beta = 2\widehat{ACN}$. P là giao điểm của BM, CN. Biết $PM = PN$. Chứng minh ΔABC vuông hoặc cân.*

14 ([HM23], 3.14., p. 32). *Cho ΔABC, M là trung điểm BC. Dựng 2 tam giác vuông cân ABE, ACF bên ngoài ΔABC. Chứng minh $AM \perp EF$.*

15 ([HM23], 3.15., p. 33). *Cho ΔABC có đường cao AH, M, N là chân đường vuông góc hạ từ H xuống AB, AC. Biết $MB = NC$. Chứng minh ΔABC cân.*

16 ([HM23], 3.16., p. 33). *Cho $\widehat{xOy}$. A, B chạy trên Ox, Oy sao cho $OA - OB = m$. Chứng minh trung trực AB đi qua 1 điểm cố định.*

17 ([HM23], 3.17., p. 33). *Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. E thuộc tia AH, K thuộc tia đối của tia HA sao cho $AE = HK$. Kẻ đường thẳng qua E song song BC cắt AC tại F. Chứng minh $\widehat{BKF} = 90°$.*

18 ([HM23], 3.18., p. 33). *Cho ΔABC có đường phân giác AA'. Lấy 2 điểm M, N nằm trong ΔABC sao cho AA' là trung trực của MN. Lấy C', B' là 2 điểm đối xứng với M qua AB, AC. Chứng minh AN là trung trực của $B'C'$.*

19 ([HM23], 3.19., p. 33). *Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. I, J là tâm đường tròn nội tiếp $\Delta ABH, \Delta ACH$. IJ cắt AB, AC lần lượt ở E, F. Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔEFH.*

20 ([HM23], 3.20., p. 34). *Cho ΔABC, dựng $\Delta ABZ, \Delta ACY$ đều bên ngoài ΔABC. Vẽ ΔBCX cân tại X bên ngoài ΔABC sao cho $\widehat{BXC} = 120°$. Chứng minh $AX \perp YZ$.*

21 ([HM23], 3.21., p. 34). *Cho ΔABC, I là tâm đường tròn nội tiếp. BE, CF là 2 đường phân giác trong. Biết $IE = IF$. Chứng minh $\widehat{BAC} = 60°$ hoặc ΔABC cân.*

22 ([HM23], 3.22., p. 34). *Cho ΔABC, I là tâm đường tròn nội tiếp. AD, BE, CF là 3 đường phân giác. Biết $ID = IE = IF$. Chứng minh ΔABC đều.*

23 ([HM23], 3.23., p. 34). *Cho ΔABC, $\widehat{A} = 60°$. Đường phân giác BE, CF. Chứng minh $BF + CE = BC$.*

24 ([HM23], 3.24., p. 34). *Cho ΔABC, đường phân giác AD. Lấy E, F thuộc cạnh AB, AC sao cho ΔBDE cân tại B, ΔCDF cân tại C. Chứng minh $EF \parallel BC$.*

25 ([HM23], 3.25., p. 34). *Cho ΔABC, $\widehat{ABC} = 70°, \widehat{ACB} = 50°$. Lấy điểm D nằm khác phía A đối với BC sao cho $\widehat{CBD} = 40°, \widehat{BCD} = 20°$. Chứng minh $AD \perp BC$.*

26 ([HM23], 3.26., p. 34). *Cho ΔABC. Kẻ đường cao BE, CF. X, Y, Z lần lượt là trung điểm EF, BF, CE. K là giao điểm của đường thẳng qua Y vuông góc BX, đường thẳng qua Z vuông góc CX. Chứng minh K thuộc trung trực BC.*

27 ([HM23], 3.27., p. 34). *Cho ΔABC, 3 đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. X, Y, Z, T là chân đường vuông góc hạ từ D xuống AB, BE, CF, AC. Chứng minh X, Y, Z, T thẳng hàng.*

2 Pythagore Theorem – Định Lý Pythagore

28 ([HM23], 4.1., p. 40). *Cho ΔABC vuông tại A, phân giác BD, kẻ $DE \perp BC$, $E \in BC$. F là giao điểm của AB, DE. Chứng minh: (a) BD là trung trực AE. (b) ΔACF cân. (c) $AD < CD$. (d) $AE \parallel CF$.*

29 ([HM23], 4.2., p. 40). *Cho ΔABC vuông tại A, phân giác BD. Trên tia BC lấy điểm E sao cho $AB = BE$. (a) Chứng minh $BE \perp DE$. (b) Chứng minh BD là đường trung trực của AE. (c) Kẻ $AH \perp BC$. So sánh CE, EH.*

30 ([HM23], 4.3., p. 41). *Cho ΔABC vuông tại A, $AB = 8$ cm, $AC = 6$ cm. (a) Tính BC. (b) Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = 2$ cm, trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AB = AD$. Chứng minh $\Delta BEC = \Delta DEC$. (c) Chứng minh DE đi qua trung điểm BC.*

31 ([HM23], 4.4., p. 41). *Cho ΔABC vuông tại A, $\widehat{B} = 60°$. Vẽ $AH \perp BC$, $H \in BC$. (a) So sánh AB, AC; BH, CH. (b) Lấy điểm D thuộc tia đối của tia HA sao cho $AH = DH$. Chứng minh $\Delta ACH = \Delta DCH$. (c) Tính $\widehat{BDC}$.*

32 ([HM23], 4.5., p. 41). *Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH, trên đó lấy điểm D. Tren tia đối của tia HA lấy E sao cho $AD = EH$. Đường vuông góc với AH tại D cắt AC tại F. Chứng minh $BE \perp EF$.*

33 ([HM23], 4.6., p. 41). *Từ 1 điểm O tùy ý trong ΔABC, kẻ OA_1, OB_1, OC_1 lần lượt vuông góc với 3 cạnh BC, CA, AB. Chứng minh: $AB_1^2 + BC_1^2 + CA_1^2 = AC_1^2 + BA_1^2 + CB_1^2$.*

34 ([HM23], 4.7., p. 41). *Cho ΔABC cân tại A, $\widehat{A} = 30^\circ, BC = 2$ cm. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $\widehat{CBD} = 60^\circ$. Chứng minh $AD = \sqrt{2}$.*

3 Quan Hệ Giữa Các Yếu Tố Trong Tam Giác. Bất Đẳng Thức Tam Giác

35 ([HM23], 5.1., p. 42). *Cho ΔABC. Chứng minh: (a) Đối diện với cạnh lớn nhất là góc $> 60^\circ$. (b) Đối diện với cạnh nhỏ nhất là góc $< 60^\circ$.*

36 ([HM23], 5.2., p. 43). *Cho ΔABC vuông tại A. Chứng minh: (a) $\widehat{C} > 30^\circ \Leftrightarrow AB > \frac{1}{2}BC$. (b) $\widehat{C} < 30^\circ \Leftrightarrow AB < \frac{1}{2}BC$. (c) $\widehat{C} = 30^\circ \Leftrightarrow AB = \frac{1}{2}BC$.*

37 ([HM23], 5.3., p. 44). *Cho ΔABC, $\widehat{A} \le 60^\circ$. Chứng minh: $BC^2 \le AB^2 + AC^2 - AB \cdot AC$.*

38 ([HM23], 5.4., p. 44). *Cho ΔABC, $\widehat{A} \ge 60^\circ$. Chứng minh: $BC^2 \ge AB^2 + AC^2 - AB \cdot AC$.*

39 ([HM23], 5.5., p. 46). *Cho ΔABC, $\widehat{A} \le 60^\circ$. Chứng minh $2BC \ge AB + AC$.*

40 ([HM23], 5.6., p. 46). *Cho ΔABC, $\widehat{A} \ge 120^\circ$. Chứng minh: $BC^2 \ge AB^2 + AC^2 + AB \cdot AC$.*

41 ([HM23], 5.7., p. 47). *Cho ΔABC đều, M nằm trong ΔABC sao cho $\widehat{BMC} \ge 120^\circ$. Chứng minh $2MA \ge MB + MC$.*

42 ([HM23], 5.8., p. 47). *Cho ΔABC đều, M nằm trong ΔABC sao cho $\widehat{BMC} \le 120^\circ$. Chứng minh $MA^2 \le MB^2 + MC^2 - MB \cdot MC$.*

43 ([HM23], 5.9., p. 48). *Cho $\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ có $AB = A'B', AC = A'C'$. Chứng minh $\widehat{A} \ge \widehat{A'} \Leftrightarrow BC \ge B'C'$.*

44 ([HM23], 5.10., p. 49). *Cho ΔABC, trung tuyến AM, $P \in AM$. Chứng minh $AB > AC \Leftrightarrow PB > PC$.*

45 ([HM23], 5.11., p. 49). *Cho ΔABC, M là trung điểm BC. D nằm giữa B, M. Lấy F sao cho M là trung điểm DE. Chứng minh $AB < AC \Leftrightarrow AD < AE$.*

46 ([HM23], 5.12., p. 50). *Cho ΔABC, trung tuyến AM. Chứng minh $AB > AC \Leftrightarrow \widehat{BAM} > \widehat{CAM}$.*

47 ([HM23], 5.13., p. 51). *Cho ΔABC, trung tuyến AM, P thuộc đoạn AM. Chứng minh $\widehat{BPM} > \widehat{CPM} \Leftrightarrow \widehat{BAM} > \widehat{CAM}$.*

48 ([HM23], 5.14., p. 51). *Cho ΔABC, trung tuyến AM, $D \in BM$. Điểm E sao cho M là trung điểm DE. Chứng minh $\widehat{BAM} > \widehat{CAM} \Leftrightarrow \widehat{DAM} > \widehat{EAM}$.*

49 ([HM23], 5.15., p. 51). *Cho $\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ vuông tại A, A'. Biết $AB = A'B'$. Chứng minh $BC > B'C' \Leftrightarrow AC > A'C'$.*

4 Miscellaneous

Tài liệu

[HM23] Trần Quang Hùng and Đào Thị Hoa Mai. *Tuyển Chọn Các Chuyên Đề Bồi Dưỡng Học Sinh Giỏi Toán 7 Hình Học.* Nhà Xuất Bản Đại Học Quốc Gia Hà Nội, 2023, p. 114.