Problem: Circle – Bài Tập: Đường Tròn

Nguyễn Quản Bá Hồng*

Ngày 13 tháng 10 năm 2023

Tóm tắt nội dung

Last updated version: GitHub/NQBH/elementary STEM & beyond/elementary mathematics/grade 9/circle/problem: set $\mathbb{Q}$ of circles [pdf].[1] [TEX][2].

Mục lục

1 Sự Xác Định Đường Tròn. Tính Chất Đối Xứng của Đường Tròn

1 ([BBN23], p. 99)**.** *Tại sao các nan hoa của bánh xe đạp dài bằng nhau?*

2 ([BBN23], H1, p. 101)**.** *Có bao nhiêu đường tròn bán kính R đi qua 1 điểm cho trước? Tâm các đường tròn đó nằm ở đâu?*

3 ([BBN23], H2, p. 101)**.** *Qua 3 điểm bất kỳ có luôn vẽ được 1 đường tròn?*

4 ([BBN23], H3, p. 101)**.** *Vẽ đường tròn nhận đoạn thẳng AB cho trước làm đường kính.*

5 ([BBN23], H4, p. 101)**.** *Tính đường kính của đường tròn $(O;2R),(O;aR)$.*

6 ([BBN23], H5, p. 101)**.** Đ/S? *(a) Dây vuông góc với đường kính thì bị đường kính chia làm đôi. (b) Dây vuông góc với đường kính thì chia đôi đường kính. (c) Đường kính đi qua trung điểm 1 dây thì vuông góc với dây ấy. (d) Đường trung trực của 1 dây là trục đối xứng của đường tròn.*

7 ([BBN23], VD1, p. 101)**.** *Chứng minh: (a) Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm cạnh huyền. (b) Nếu 1 tam giác có 1 cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông (đường kính là cạnh huyền). (c) Các đỉnh góc vuông của các tam giác vuông có chung cạnh huyền cùng thuộc 1 đường tròn đường kính là cạnh huyền chung đó. (d) Mọi hình chữ nhật đều nội tiếp được trong đường tròn.*

8 ([BBN23], VD2, p. 102)**.** *Khi nào thì tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác nằm: (a) trong tam giác? (b) ngoài tam giác?*

9 ([BBN23], VD3, p. 102)**.** *Cho ΔABC có $AB = 13$ cm, $BC = 5$ cm, $CA = 12$ cm. Xác định tâm & tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC.*

10 ([BBN23], VD4, p. 103)**.** *Cho đường tròn đường kính AB, M là 1 điểm bất kỳ. Chứng minh M nằm trong đường tròn khi & chỉ khi $\widehat{AMB} > 90^\circ$.*

11 ([BBN23], VD5, p. 104)**.** *Cho đường tròn $(O;R)$ & 2 điểm nằm trong đường tròn.*

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: https://nqbh.github.io.

[1] URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/circle/problem/NQBH_circle_problem.pdf.

[2] URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/rational/problem/NQBH_circle_problem.tex.

12 ([BBN23], VD, p. 10).

13 ([BBN23], VD, p. 10).

14 ([Tuy23], Thí dụ 5, pp. 113–114). *Trên đường tròn $(O;R)$ đường kính AB lấy 1 điểm C. Trên tia AC lấy điểm M sao cho C là trung điểm AM. (a) Xác định vị trí của điểm C để AM có độ dài lớn nhất. (b) Xác định vị trí của điểm C để $AM = 2R\sqrt{3}$. (c) Chứng minh khi C di động trên đường tròn (O) thì điểm M di động trên 1 đường tròn cố định.*

15 ([Tuy23], 36., p. 114). *Cho ΔABC cân tại A, đường cao $AH = BC = a$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp ΔABC.*

16 ([Tuy23], 37., p. 114). *Cho ΔABC. Gọi D,E,F lần lượt là trung điểm BC,CA,AB. Chứng minh: các đường tròn $(AFE),(BFD),(C$ bằng nhau & cùng đi qua 1 điểm. Xác định điểm chung đó.*

17 ([Tuy23], 38., p. 114). *Cho hình thoi $ABCD$ cạnh 1, 2 đường chéo cắt nhau tại O. Gọi R_1 & R_2 lần lượt là bán kính các đường tròn ngoại tiếp các $\Delta ABC, \Delta ABD$. Chứng minh: $\dfrac{1}{R_1^2} + \dfrac{1}{R_2^2} = 4$.*

18 ([Tuy23], 39., p. 115). *Cho hình bình hành $ABCD$, cạnh AB cố định, đường chéo $AC = 2$ cm. Chứng minh điểm D di động trên 1 đường tròn cố định.*

19 ([Tuy23], 40., p. 115). *Cho đường tròn $(O;R)$ & 1 dây BC cố định. Trên đường tròn lấy 1 điểm A $(A \not\equiv B, A \not\equiv C)$. Gọi G là trọng tâm của ΔABC. Chứng minh khi A di động trên đường tròn (O) thì điểm G di động trên 1 đường tròn cố định.*

20 ([Tuy23], 41., p. 115). *Trong mặt phẳng cho $2n+1$ điểm, $n \in \mathbb{N}$, sao cho 3 điểm bất kỳ nào cũng tồn tại 2 điểm có khoảng cách nhỏ hơn 1. Chứng minh: trong các điểm này có ít nhất $n+1$ điểm nằm trong 1 đường tròn có bán kính bằng 1.*

21 ([Tuy23], 42., p. 115). *Cho hình bình hành $ABCD$, 2 đường chéo cắt nhau tại O. Vẽ đường tròn tâm O cắt các đường thẳng AB,BC,CD,DA lần lượt tại M,N,P,Q. Xác định dạng của tứ giác $MNPQ$.*

22 ([Tuy23], 43., p. 115). *2 người chơi 1 trò chơi như sau: Mỗi người lần lượt đặt lên 1 chiếc bàn hình tròn 1 cái cốc. Ai là người cuối cùng đặt được cốc lên bàn thì người đó thắng cuộc. Muốn chắc thắng thì phải chơi theo "chiến thuật" nào? (các chiếc cốc đều như nhau).*

23 ([Bìn23], Ví dụ 8, p. 95). *Cho hình thang cân ABCD. Chứng minh tồn tại 1 đường tròn đi qua cả 4 đỉnh của hình thang.*

24 ([Bìn23], 50., p. 95). *Cho ΔABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O), $AC = 40$ cm, $BC = 48$ cm. Tính khoảng cách từ O đến BC.*

25 ([Bìn23], 51., p. 96). *Cho ΔABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O), cạnh bên bằng b, đường cao $AH = h$. Tính bán kính của đường tròn (O).*

26 ([Bìn23], 52., p. 96). *Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Gọi M là trung điểm BC. Giả sử O nằm trong ΔAMC hoặc O nằm giữa A & M. Gọi I là trung điểm AC. Chứng minh: (a) Chu vi ΔIMC lớn hơn $2R$. (b) Chu vi ΔABC lớn hơn $4R$.*

27 ([Bìn23], 53., p. 96). *Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm BC, CA, AB. Kẻ 3 đường thẳng DD', EE', FF' sao cho $DD' \parallel OA, EE' \parallel OB, FF' \parallel OC$. Chứng minh 3 đường thẳng DD', EE', FF' đồng quy.*

28 ([Bìn23], 54., p. 96). *Cho 3 điểm A, B, C bất kỳ & đường tròn $(O;1)$. Chứng minh tồn tại 1 điểm M nằm trên đường tròn (O) sao cho $MA + MB + MC \geq 3$.*

29 ([Bìn+23], VD1, p. 20). *Cho đường tròn (O), đường kính AB, 2 dây AC,BD. Chứng minh $AC \parallel BD \Leftrightarrow CD$ là đường kính.*

30 ([Bìn+23], VD2, p. 20). *Cho đường tròn (O), 2 dây AB,CD song song với nhau. Gọi E,F là trung điểm AB,CD. Chứng minh E,F,O thẳng hàng.*

31 ([Bìn+23], VD3, p. 20). *Dựng 1 đường tròn nhận đoạn thẳng AB cho trước làm dây cung có bán kính r cho trước.*

32 ([Bìn+23], VD4, p. 21). *Cho đường tròn (O,R) & dây AB. Kéo dài AB về phía B lấy điểm C sao cho $BC = R$. Chứng minh $\widehat{AOC} = 180^\circ - 3\widehat{ACO}$.*

33 ([Bìn+23], VD5, p. 21). *Cho ΔABC. Từ trung điểm 3 cạnh kẻ các đường vuông góc với 2 cạnh kia tạo thành 1 lục giác. Chứng minh diện tích ΔABC gấp 2 lần diện tích lục giác.*

34 ([Bìn+23], VD6, p. 21). *Cho đường tròn (O), 2 dây AB,CD kéo dài cắt nhau tại điểm M ở ngoài đường tròn. Gọi H,E là trung điểm AB,CD. Chứng minh $AB < CD \Leftrightarrow MH < ME$.*

35 ([Bìn+23], VD7, p. 22). *Cho đường tròn (O) & điểm A nằm trong đường tròn, $A \neq O$. Tìm trên đường tròn điểm M sao cho $\widehat{OMA}$ lớn nhất.*

36 ([Bìn+23], VD8, p. 22). *Cho đường tròn (O), A,B,C là 3 điểm trên đường tròn sao cho $AB = AC$. Gọi I là trung điểm AC, G là trọng tâm của ΔABI. Chứng minh $OG \perp BI$.*

37 ([Bìn+23], VD9, p. 23). *Dựng ΔABC. Biết $\widehat{A} = \alpha < 90^\circ$, đường cao $BH = h$ & trung tuyến $CM = m$.*

38 ([Bìn+23], VD10, p. 23). *Cho ΔABC nhọn, nội tiếp đường tròn (O,r), $AB = r\sqrt{3}$, $AC = r\sqrt{2}$. Giải ΔABC.*

39 ([Bìn+23], VD11, p. 23). *Cho đoạn thẳng BC cố định, I là trung điểm BC, điểm A trên mặt phẳng sao cho $AB = BC$. Gọi H là trung điểm AC, đường thẳng AI cắt đường thẳng BH tại M. Chứng minh M nằm trên 1 đường tròn cố định khi A thay đổi.*

40 ([Bìn+23], VD12, p. 24). *Cho hình chữ nhật $ABCD$, kẻ $BH \perp AC$. Trên cạnh AC, CD lấy 2 điểm M, N sao cho $\dfrac{AM}{AH} = \dfrac{DN}{CD}$. Chứng minh 4 điểm B, C, M, N nằm trên 1 đường tròn.*

41 ([Bìn+23], VD13, p. 24). *Cho đường tròn (O,R), dây $AB = 2a$, $a < R$. Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn tại D. Tính độ dài AD theo a, R.*

42 ([Bìn+23], VD14, p. 25). *Cho đường tròn (O,R), đường kính AB, điểm E nằm trong đường tròn, AE cắt đường tròn tại C, BE cắt đường tròn tại D. Chứng minh $AE\cot AC + BE \cdot BD$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm E.*

43 ([Bìn+23], VD15, p. 25). *Cho tứ giác lồi $ABCD$. Chứng minh 4 hình tròn có đường kính AB, BC, CD, DA phủ kín miền tứ giác $ABCD$.*

44 ([Bìn+23], 4.1., p. 26). *Tính độ dài cạnh của tam giác đều, bát giác đều, n-giác đều nội tiếp đường tròn (O,R).*

45 ([Bìn+23], 4.2., p. 26). *Cho đường tròn (O), điểm P ở trong đường tròn. Xác định dây lớn nhất & dây ngắn nhất đi qua điểm P.*

46 ([Bìn+23], 4.3., p. 26). *Cho đường tròn (O), 2 bán kính OA, OB vuông góc với nhau. Kẻ tia phân giác của $\widehat{AOB}$, cắt đường tròn ở D, M là điểm chuyển động trên cung nhỏ AB, từ M kẻ $MH \perp OB$ cắt OD tại K. Chứng minh $MH^2 + KH^2$ có giá trị không phụ thuộc vào vị trí điểm M.*

47 ([Bìn+23], 4.4., p. 26). *Chứng minh bao giờ cũng chia được 1 tam giác bất kỳ thành 7 tam giác cân, trong đó có 3 tam giác bằng nhau.*

48 ([Bìn+23], 4.5., p. 26). *Cho đường tròn (O), 1 dây cung EF có khoảng cách từ tâm O đến dây là d. Dựng 2 hình vuông nội tiếp trong mỗi phần đó, sao cho mỗi hình vuông có 2 đỉnh nằm trên đường tròn, 2 đỉnh còn lại nằm trên dây EF. Tính hiệu của 2 cạnh hình vuông đó theo d.*

49 ([Bìn+23], 4.6., p. 26). *Cho 2 đường tròn đồng tâm. Dựng 1 dây cắt 2 đường tròn theo thứ tự tại A, B, C, D sao cho $AB = BC = CD$.*

50 ([Bìn+23], 4.7., p. 26). *Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O,R), $AB = R\sqrt{2-\sqrt{3}}$, $AC = R\sqrt{2+\sqrt{3}}$. Giải ΔABC.*

51 ([Bìn+23], 4.8., p. 26). *Cho hình thoi $ABCD$. Gọi R_1 là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC, R_2 là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABD. Tính cạnh của hình thoi $ABCD$ theo R_1, R_2.*

52 ([Bìn+23], 4.9., p. 26). *Mỗi điểm trên mặt phẳng được tô bởi 1 trong 3 màu xanh, đỏ, vàng. Chứng minh tồn tại ít nhất 2 điểm được tô cùng 1 màu mà khoảng cách giữa 2 điểm đó bằng 1.*

53 ([Bìn+23], 4.10., p. 26). *Cho đường tròn (O,R) & dây AB cố định. Từ điểm C thay đổi trên đường tròn dựng hình bình hành $CABD$. Chứng minh giao điểm 2 đường chéo của hình bình hành $CABD$ nằm trên 1 đường tròn cố định.*

2 Đường Kính & Dây của Đường Tròn. Liên Hệ Giữa Dây & Khoảng Cách Từ Tâm Đến Dây

54 ([Bìn23], Ví dụ 9, p. 96). *Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Điểm M bất kỳ thuộc cung BC không chứa A. Gọi D, E theo thứ tự là các điểm đối xứng với M qua AB, AC. Tìm vị trí của M để DE có độ dài lớn nhất.*

55 ([Bìn23], Ví dụ 10, p. 97). *Cho (O) bán kính $OA = 11$ cm. Điểm M thuộc bán kính OA & cách O 7 cm. Qua M kẻ dây CD có độ dài 18 cm. Tính MC, MD với $MC < MD$.*

56 ([Bìn23], Ví dụ 11, p. 97). *Cho (O) bán kính 15 cm, điểm M cách O 9 cm. (a) Dựng dây AB đi qua M & có độ dài 26 cm. (b) Có bao nhiêu dây đi qua M & có độ dài là 1 số nguyên cm?*

57 ([Bìn23], 55., p. 98). *Tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ$. (a) Chứng minh $AC \le BD$. (b) Trong trường hợp nào thì $AC = BD$?*

58 ([Bìn23], 56., p. 98). *Cho (O) đường kính AB, 2 dây AC, AD. Điểm E bất kỳ trên đường tròn, H, K lần lượt là hình chiếu của E trên AC, AD. Chứng minh $HK \le AB$.*

59 ([Bìn23], 57., p. 98). *Cho (O), dây $AB = 24$ cm, dây $AC = 20$ cm ($\widehat{BAC} < 90^\circ$ & điểm O nằm trong $\widehat{BAC}$). Gọi M là trung điểm AC. Khoảng cách từ M đến AB bằng 8 cm. (a) Chứng minh ΔABC cân tại C. (b) Tính bán kính đường tròn.*

60 ([Bìn23], 58., p. 98). *Cho (O) bán kính 5 cm, 2 dây AB & CD song song với nhau có độ dài theo thứ tự bằng 8 cm & 6 cm. Tính khoảng cách giữa 2 dây.*

61 ([Bìn23], 59., p. 98). *Cho (O), đường kính $AB = 13$ cm. Dây CD có độ dài 12 cm vuông góc với AB tại H. (a) Tính AH, BH. (b) Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H trên AC, BC. Tính diện tích tứ giác $CMHN$.*

62 ([Bìn23], 60., p. 99). *Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, dây CD. Gọi H, K lần lượt là chân 2 đường vuông góc kẻ từ A, B đến CD. (a) Chứng minh $CH = DK$. (b) Chứng minh $S_{AHKB} = S_{ABC} + S_{ABD}$. (c) Tính diện tích lớn nhất của tứ giác $AHKB$, biết $AB = 30$ cm, $CD = 18$ cm.*

63 ([Bìn23], 61., p. 99). *Cho ΔABC, 3 đường cao AD, BE, CF. Đường tròn đi qua D, E, F cắt BC, CA, AB lần lượt tại M, N, P. Chứng minh 3 đường thẳng kẻ từ M vuông góc với BC, kẻ từ N vuông góc với AC, kẻ từ P vuông góc với AB đồng quy.*

64 ([Bìn23], 62., p. 99). *ΔABC cân tại A nội tiếp (O). Gọi D là trung điểm AB, E lfa trọng tâm của ΔACD. Chứng minh $OE \perp CD$.*

3 Vị Trí Tương Đối của Đường Thẳng & Đường Tròn. Dấu Hiệu Nhận Biết Tiếp Tuyến của Đường Tròn

65 ([Bìn23], Ví dụ 12, p. 99). *Cho ΔABC vuông tại A, $AB < AC$, đường cao AH. Điểm E đối xứng với B qua H. Đường tròn có đường kính EC cắt AC ở K. Chứng minh HK là tiếp tuyến của đường tròn.*

66 ([Bìn23], Ví dụ 13, p. 100). *Cho 1 hình vuông 8×9 gồm 64 ô vuông nhỏ. Đặt 1 tấm bìa hình tròn có đường kính 8 sao cho tâm O của hình tròn trùng với tâm của hình vuông. (a) Chứng minh hình tròn tiếp xúc với 4 cạnh của hình vuông. (b) Có bao nhiêu ô vuông nhỏ bị tấm bìa che lấp hoàn toàn? (c) Có bao nhiêu ô vuông nhỏ bị tấm bìa che lấp (cả che lấp 1 phần & che lấp hoàn toàn)?*

67 ([Bìn23], 63., pp. 100–101). *Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, M là 1 điểm thuộc nửa đường tròn. Qua M vẽ tiếp tuyến với nửa đường tròn. Gọi D, C lần lượt là hình chiếu của A, B trên tiếp tuyến ấy. (a) Chứng minh M là trung điểm CD. (b) Chứng minh $AB = BC + AD$. (c) Giả sử $\widehat{AOM} \ge \widehat{BOM}$, gọi E là giao điểm của AD với nửa đường tròn. Xác định dạng của tứ giác $BCDE$. (d) Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn sao cho tứ giác $ABCD$ có diện tích lớn nhất. Tính diện tích đó theo bán kính R của nửa đường tròn đã cho.*

68 ([Bìn23], 64., p. 101). *Cho ΔABC cân tại A, I là giao điểm của 3 đường phân giác. (a) Xác định vị trí tương đối của đường thẳng AC với đường tròn (O) ngoại tiếp ΔBIC. (b) Gọi H là trung điểm BC, IK là đường kính của đường tròn (O). Chứng minh $\dfrac{AI}{AK} = \dfrac{HI}{HK}$.*

69 ([Bìn23], 65., p. 101). *Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, Ax là tiếp tuyến của nửa đường tròn (Ax & nửa đường tròn nằm cùng phía đối với AB), C là 1 điểm thuộc nửa đường tròn, H là hình chiếu của C trên AB. Đường thẳng qua O & vuông góc với AC cắt Ax tại M. Gọi I là giao điểm của MB & CH. Chứng minh $IC = IH$.*

70 ([Bìn23], 66., p. 101). *Cho hình thang vuông $ABCD$, $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, có $\widehat{BMC} = 90^\circ$ với M là trung điểm AD. Chứng minh: (a) AD là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính BC. (b) BC là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính AD.*

71 ([Bìn23], 67., p. 101). *Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, C là 1 điểm thuộc nửa đường tròn, H là hình chiếu của C trên AB. Qua trung điểm M của CH, kẻ đường vuông góc với OC, cắt nửa đường tròn tại D & E. Chứng minh AB là tiếp tuyến của $(C; CD)$.*

72 ([Bìn23], 68., p. 101). *Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Gọi d, d' lần lượt là 2 tiếp tuyến tại A, B của đường tròn, $C \in d$ bất kỳ. Đường vuông góc với OC tại O cắt d' tại D. Chứng minh CD là tiếp tuyến của (O).*

73 ([Bìn23], 69., p. 101). *Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, C là 1 điểm thuộc nửa đường tròn. Qua C kẻ tiếp tuyến d với nửa đường tròn. Kẻ 2 tia Ax, By song song với nhau, cắt d theo thứ tự tại D, E. Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính DE.*

74 ([Bìn23], 70., pp. 101–102). *Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn, A là tiếp điểm. Điểm M bất kỳ thuộc d. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BM, cắt d tại N. (a) Chứng minh tích $AM \cdot AN$ không đổi khi điểm M chuyển động trên đường thẳng d. (b) Tìm* GTNN *của MN.*

75 ([Bìn23], 71., p. 102). *Cho ΔABC cân tại A có $\widehat{A} = \alpha$, đường cao $AH = h$. Vẽ đường tròn tâm A bán kính h. 1 tiếp tuyến bất kỳ ($\ne BC$) của đường tròn (A) cắt 2 tia AB, AC theo thứ tự tại B', C'. (a) Chứng minh $S_{ABC} = S_{AB'C'}$. (b) Trong các ΔABC có $\widehat{A} = \alpha$ & đường cao $AH = h$, tam giác nào có diện tích nhỏ nhất?*

4 Tính Chất của 2 Tiếp Tuyến Cắt Nhau

76 ([Bìn23], Ví dụ 14, p. 102). *Cho đoạn thẳng AB. Trên cùng 1 nửa mặt phẳng bờ AB, vẽ nửa đường tròn (O) đường kính AB & 2 tiếp tuyến Ax, By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn này, kẻ tiếp tuyến cắt Ax, By lần lượt tại C, D. Gọi N là giao điểm của AD & BC. Chứng minh $MN \perp AB$.*

77 ([Bìn23], Ví dụ 15, p. 103). *Cho* (O)*, điểm* K *nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ 2 tiếp tuyến* KA*,* KB *với đường tròn (*A*,* B *là 2 tiếp điểm). Kẻ đường kính* AOC*. Tiếp tuyến của đường tròn* (O) *tại* C *cắt* AB *tại* E*. Chứng minh: (a)* $\Delta KBC \backsim \Delta OBE$*. (b)* $CK \perp OE$*.*

78 ([Bìn23], 72., p. 103).

79 ([Bìn23], 73., p. 104).

80 ([Bìn23], 74., p. 104).

81 ([Bìn23], 75., p. 104).

82 ([Bìn23], 76., p. 104).

83 ([Bìn23], 77., p. 104).

84 ([Bìn23], 78., p. 105).

85 ([Bìn23], 79., p. 105).

86 ([Bìn23], 80., p. 105).

5 Đường Tròn Nội Tiếp Tam Giác

6 Miscellaneous

Tài liệu

[BBN23] Vũ Hữu Bình, Nguyễn Xuân Bình, and Phạm Thị Bạch Ngọc. *Bồi Dưỡng Toán 9 Tập 1*. Tái bản lần thứ 7. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 176.

[Bìn+23] Vũ Hữu Bình, Nguyễn Ngọc Đạm, Nguyễn Bá Đang, Lê Quốc Hán, and Hồ Quang Vinh. *Tài Liệu Chuyên Toán Trung Học Cơ Sở Toán 9. Tập 2: Hình Học*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 240.

[Bìn23] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 9 Tập 1*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 275.

[Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 9*. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 340.