

Problem: Function & Graph – Bài Tập: Hàm Số & Đồ Thị

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 10 tháng 11 năm 2024

Tóm tắt nội dung

This text is a part of the series *Some Topics in Elementary STEM & Beyond*:

URL: https://nqbh.github.io/elementary_STEM.

Latest version:

- *Problem: Function & Graph – Bài Tập: Hàm Số & Đồ Thị*.
PDF: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_10/function_graph/problem/NQBH_function_graph_problem.pdf.
TeX: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_10/function_graph/problem/NQBH_function_graph_problem.tex.
- *Problem & Solution: Function & Graph – Bài Tập & Lời Giải: Hàm Số & Đồ Thị*.
PDF: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_10/function_graph/solution/NQBH_function_graph_solution.pdf.
TeX: URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_10/function_graph/solution/NQBH_function_graph_solution.tex.

Mục lục

1	General Function – Đại Cương Về Hàm Số	1
2	2nd-Order Function – Hàm Số Bậc 2	2
3	Solvable Equations via Quadratic Equations – Phương Trình Quy Về Phương Trình Bậc 2	2
4	Ứng Dụng của Hàm Số Trong Chứng Minh Bất Đẳng Thức & Tìm GTLN, GTNN	2
5	Miscellaneous	2
Tài liệu		2
Resources – Tài nguyên.		

1. [Hải+25]. PHAN VIỆT HẢI, TRẦN QUANG HÙNG, NINH VĂN THU, PHẠM ĐÌNH TÙNG. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 10. Tập 2*.

1 General Function – Đại Cương Về Hàm Số

Abbreviations – Viết tắt

1. TXD: Tập xác định.

- 1 ([Hải+25], VD1, p. 5). Công thức tính chu vi & diện tích hình tròn $P = 2\pi r, S = \pi r^2$ có là hàm số không?
- 2 ([Hải+25], VD2, p. 6). Tìm TXD của hàm số $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$.
3. Biện luận theo 4 tham số $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ TXD của hàm số $f(x) = \sqrt{ax + \sqrt{bx + c + d}}$.
- 4 ([Hải+25], VD3, p. 6). Chứng minh hàm số $f(x) = x^2$ đồng biến trên $[0, +\infty)$ & nghịch biến trên $(-\infty, 0]$.
5. Biện luận theo 3 tham số $a, b, c \in \mathbb{R}$ các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$.
- 6 ([Hải+25], VD4, p. 7). Chứng minh hàm $f(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}$ là hàm chẵn trên TXD của nó.
- 7 ([Hải+25], VD5, p. 7). Chứng minh hàm $f(x) = (e^x + e^{-x}) \cos x$ là hàm chẵn trên TXD của nó.

*A Scientist & Creative Artist Wannabe. E-mail: nguyenquanbahong@gmail.com. Bến Tre City, Việt Nam.

8 ([Hải+25], VD6, p. 7). Chứng minh hàm $f(x) = \cos x$ có chu kỳ cơ sở là 2π .

Tồn tại các hàm tuần hoàn nhưng không có chu kỳ cơ sở.

9 ([Hải+25], VD7, p. 7). Tìm chu kỳ cơ sở của hàm Dirichlet

$$f(x) = \chi_{\mathbb{Q}} = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in \mathbb{Q}, \\ 0 & \text{if } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases} \quad (1)$$

10 ([Hải+25], VD8, p. 7). Cho $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*$. Chứng minh hàm số $f(x) = a \sin cx + b \cos dx$ tuần hoàn trên \mathbb{R} khi & chỉ khi $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$.

11 ([Hải+25], VD9, p. 7). Chứng minh hàm số $f(x) = \cos x + \cos x\sqrt{2}$ không tuần hoàn trên \mathbb{R} .

12 ([Hải+25], VD10, p. 8). Cho 2 hàm số $f(x) = x^2 + 5, g(x) = x^3 + 2x^2 + 1$. Tính $f(g(x))$.

13 ([Hải+25], 17.1., p. 8). Tìm TXĐ của hàm số: $f(x) = \frac{|x+1|}{(x-3)\sqrt{2x-1}}, g(x) = \frac{\sqrt{5-3|x|}}{x^2+4x+3}, h(x) = \frac{x+4}{\sqrt{x^2-16}}$.

14 ([Hải+25], 17.2., p. 8). 2 hàm số $f(x) = \frac{|x|}{x}, g(x) = 1$ có bằng nhau không?

15 ([Hải+25], 17.3., p. 8). Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Tính $f_n(x)$ với $f_1(x) := f(x), f_n(x) := f(f_{n-1}(x))$.

16 ([Hải+25], 17.4., p. 8). Cho $f(x)$ là 1 hàm bất kỳ với TXĐ \mathbb{R} . Chứng minh $f(x)$ luôn biểu diễn được 1 cách duy nhất dưới dạng tổng của 1 hàm số chẵn & 1 hàm số lẻ.

17 ([Hải+25], 17.5., p. 8). Cho $f(x)$ là 1 hàm tuần hoàn bất kỳ với TXĐ \mathbb{R} & chu kỳ cơ sở là T . Tìm chu kỳ cơ sở của hàm số $y(x) = f(ax+b), a, b \in \mathbb{R}, a > 0$.

18 ([Hải+25], 17.6., p. 8). Cho $f(x)$ là 1 hàm bất kỳ với TXĐ D . Giả sử tồn tại $a \in \mathbb{R}^*$ thỏa $f(x+a) = \frac{f(x)-1}{f(x)+1}$. Chứng minh $f(x)$ là hàm tuần hoàn.

19 ([Hải+25], 17.7., p. 8). Cho $a \in \mathbb{R}^*, f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa $f(x+a) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - f(x)^2}, \forall x > 0$. Chứng minh $f(x)$ là hàm tuần hoàn.

20 ([Hải+25], 17.8., p. 8). Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , thỏa $f(x+3) \leq f(x)+3, f(x+2) \geq f(x)+2, \forall x \in \mathbb{R}$. Chứng minh $g(x) := f(x) - x$ là hàm tuần hoàn.

2 2nd-Order Function – Hàm Số Bậc 2

3 Solvable Equations via Quadratic Equations – Phương Trình Quy Về Phương Trình Bậc 2

4 Ứng Dụng của Hàm Số Trong Chứng Minh Bất Đẳng Thức & Tìm GTLN, GTNN

5 Miscellaneous

Tài liệu

[Hải+25] Phạm Việt Hải, Trần Quang Hùng, Ninh Văn Thu, and Phạm Đình Tùng. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 10 Tập 2*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2025, p. 168.