

Problem: 1st-Order Function – Bài Tập: Hàm Số Bậc Nhất $y = ax + b$, $a \neq 0$

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 9 tháng 10 năm 2023

Mục lục

1	Mở Đầu Về Phương Trình. Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn. Phương Trình Thu Gọn Được Về Dạng $ax + b = 0$	1
2	Phương Trình Tích	2
3	Phương Trình Chứa Ẩn Ở Mẫu Thức	2
4	Giải Bài Toán Bằng Cách Lập Phương Trình	2
5	Khái Niệm Hàm Số	2
6	1st-Order Function & Its Graph – Hàm Số Bậc Nhất & Đồ Thị Của Nó	4
7	Đường Thẳng Song Song & Đường Thẳng Cắt Nhau. Hệ Số Góc Của Đường Thẳng $y = ax + b$, $a \neq 0$	6
8	Miscellaneous	7
	Tài liệu	7

1 Mở Đầu Về Phương Trình. Phương Trình Bậc Nhất 1 Ẩn. Phương Trình Thu Gọn Được Về Dạng $ax + b = 0$

- 1 ([Tuy23a], VD27, p. 41). Cho phương trình $\frac{3(2x+1)}{4} - \frac{5x+3}{6} = \frac{2x-1}{3} + \frac{m}{12}$, m : tham số. Tìm giá trị của m để phương trình này có nghiệm.
- 2 ([Tuy23a], VD28, p. 41). Giải & biện luận phương trình theo tham số m : $\frac{m^2}{8} [(x+2)^2 - (x-2)^2] - 4x = (m-1)^2 + 3(2m+1)$.
- 3 ([Tuy23a], 181., p. 42). Cho 3 phương trình: $(x+5)(2x-1) = 0$, $(x+5)(2x-1)(x^2-3) = 0$, $(x+5)(x^2-3) = 0$. Xét xem trong 3 phương trình này, có 2 phương trình nào tương đương không nếu: (a) x nhận giá trị trên tập \mathbb{R} . (b) x nhận giá trị trên tập \mathbb{Q} . (c) x nhận giá trị trên tập \mathbb{Z} . (d) x nhận giá trị trên tập \mathbb{N} .
- 4 ([Tuy23a], 182., p. 42). Tìm giá trị của hằng số a để phương trình sau vô nghiệm: $\frac{a(3x-1)}{5} - \frac{6x-17}{4} + \frac{3x+2}{10} = 0$.
- 5 ([Tuy23a], 183., p. 42). Giải phương trình: (a) $\frac{x+3}{1} + \frac{2x+3}{3} + \frac{3x+5}{5} + \cdots + \frac{20x+39}{39} = 22 + \frac{4}{3} + \frac{6}{5} + \cdots + \frac{40}{39}$. (b) $(x-20) + (x-19) + (x-18) + \cdots + 100 + 101 = 101$.
- 6 ([Tuy23a], 184., p. 42). Giải phương trình: (a) $\left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{9 \cdot 10}\right)(x-1) + \frac{x}{10} = x - \frac{9}{10}$.
(b) $\left(\frac{1}{1 \cdot 51} + \frac{1}{2 \cdot 52} + \frac{1}{3 \cdot 53} + \cdots + \frac{1}{10 \cdot 60}\right)x = \frac{1}{1 \cdot 11} + \frac{1}{2 \cdot 12} + \frac{1}{3 \cdot 13} + \cdots + \frac{1}{50 \cdot 60}$.
- 7 ([Tuy23a], 185., p. 42). Giải & biện luận phương trình theo tham số m : (a) $\frac{mx+5}{10} + \frac{x+m}{4} = \frac{m}{20}$. (b) $\frac{x-4m}{m+1} + \frac{x-4}{m-1} = \frac{x-4m-3}{m^2-1}$.
- 8 ([Tuy23a], 186., p. 42). Giải & biện luận phương trình chứa 3 tham số a, b, c : (a) $\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ca} + \frac{x-c}{ab} = 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$.
(b) $\frac{x-ab}{a+b} + \frac{x-bc}{b+c} + \frac{x-ca}{c+a} = a+b+c$.

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

2 Phương Trình Tích

Giải phương trình:

9 ([Tuy23a], VD29, p. 43). $\frac{x+16}{49} + \frac{x+18}{47} = \frac{x+20}{45} - 1$.

10 ([Tuy23a], 187., p. 43). (a) $x^3 - 3x^2 + 4 = 0$. (b) $x^4 + x^3 - 4x^2 + 5x - 3 = 0$.

11 ([Tuy23a], 188., p. 43). (a) $(2x^2 - 3x - 1)^2 - 3(2x^2 - 3x - 5) - 16 = 0$. (b) $x(x-1)(x+4)(x+5) = 84$.

12 ([Tuy23a], 189., p. 44). (a) $\frac{x+43}{57} + \frac{x+46}{54} = \frac{x+49}{51} + \frac{x+52}{48}$. (b) $\frac{x-69}{30} + \frac{x-67}{32} + \frac{x-65}{34} = \frac{x-63}{36} + \frac{x-61}{38} + \frac{x-59}{40}$.

13 ([Tuy23a], 190., p. 44). (a) $\frac{x-17}{33} + \frac{x-21}{29} + \frac{x}{25} = 4$. (b) $\frac{148-x}{25} + \frac{169-x}{23} + \frac{180-x}{21} + \frac{199-x}{19} = 10$.

14 ([Tuy23a], 191., p. 44). (a) $(2x-5)^3 - (3x-4)^3 + (x+1)^3 = 0$. (b) $(x-1)^3 + (2x-3)^3 + (3x-5)^3 - 3(x-1)(2x-3)(3x-5) = 0$.
(c) $(x^2 + 3x - 4)^3 + (3x^2 + 7x + 4)^3 = (4x^2 + 10x)^3$.

15 ([Tuy23a], 192., p. 44). (a) $(x+5)^4 + (x-4)^4 = (2x+1)^4$. (b) $(x-4)^4 + (x-2)^4 = 82$.

16 ([Tuy23a], 193., p. 44). (a) $x(x+2) + a^2 - 3 = 2a(x+1)$. (b) $x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc = 0$. (c) $x^3 + 3ax^2 + 3(a^2 - bc)x + a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$.

3 Phương Trình Chứa Ẩn Ở Mẫu Thức

17 ([Tuy23a], VD30, p. 45). Giải phương trình: $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^2 + 6\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2 - \frac{7(x^2-9)}{x^2-4} = 0$.

18 ([Tuy23a], VD31, p. 45). Giải & biện phương trình theo tham số m : $\frac{x-m}{x+5} + \frac{x-5}{x+m} = 2$.

Giải phương trình:

19 ([Tuy23a], 194., p. 46). (a) $\frac{x+1}{x+2} + \frac{5}{x-2} = \frac{4}{x^2-4} + 1$. (b) $\frac{x-1}{x^2-x+1} - \frac{x+1}{x^2+x+1} = \frac{10}{x(x^4+x^2+1)}$.

20 ([Tuy23a], 195., p. 46). (a) $\frac{x+9}{10} + \frac{x+10}{9} = \frac{9}{x+10} + \frac{10}{x+9}$. (b) $\frac{x^2-2x+2}{x-1} + \frac{x^2-8x+20}{x-4} = \frac{x^2-4x+6}{x-2} + \frac{x^2-6x+12}{x-3}$.

21 ([Tuy23a], 196., p. 46). (a) $\frac{x-5}{x-5} + \frac{x-6}{x-5} + \frac{x-7}{x-5} + \dots + \frac{1}{x-5} = 4$. (b) $\frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6} + \frac{1}{x^2+7x+12} + \dots + \frac{1}{x^2+15x+56} = \frac{1}{14}$. (c) $\left(1 + \frac{1}{1 \cdot 3}\right) \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}\right) \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{x(x+2)}\right) = \frac{31}{16}$.

Giải & biện luận phương trình:

22 ([Tuy23a], 197., p. 47). $\frac{a}{1+bx} = \frac{b}{1+ax}$ với tham số $a, b \in \mathbb{R}$, $ab \neq 0$.

23 ([Tuy23a], 198., p. 47). $\frac{1}{x} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x-a+b}$ với tham số $a, b \in \mathbb{R}$.

24 ([Tuy23a], 199., p. 47). $\frac{3}{x-m} - \frac{1}{x-2} = \frac{2}{x-2m}$ với tham số $m \in \mathbb{R}$.

4 Giải Bài Toán Bằng Cách Lập Phương Trình

5 Khái Niệm Hàm Số

25 ([BBN23], H3, p. 49). Tìm $a \in \mathbb{R}$ để điểm $A(-1, 3)$ thuộc đồ thị hàm số $y = ax^2$.

26 ([BBN23], H4, p. 49). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} . (a) Nếu giá trị của biến x tăng lên mà giá trị tương ứng $f(x)$ cũng tăng lên thì hàm số $y = f(x)$ được gọi là ... trên \mathbb{R} . (b) Nếu giá trị của biến x tăng lên mà giá trị tương ứng $f(x)$... thì hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên \mathbb{R} .

27 ([BBN23], H5, p. 49). (a) Tìm TXĐ của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$. (b) Tìm TXĐ của hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-3x+2}$.

28 ([BBN23], VD1, p. 49). Ở bưu điện, giá tiền cước gửi thư trong nước được niêm yết như sau (chưa tính VAT):

Nặng khối lượng (g)	Mức cước (đồng)
Đến 20 g	2000
Trên 20 g đến 100 g	3000
Trên 100 g đến 250 g	4500
Mỗi 250 g tiếp theo đến 2000 g	2000

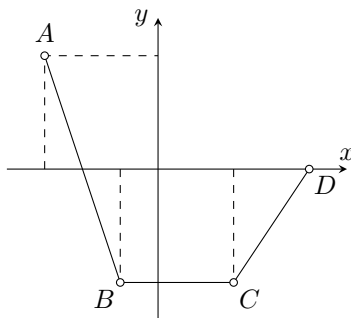
Nếu gọi khối lượng lá thư là x g, số tiền cước phải trả là y đồng. (a) y có là hàm số của x không? Vì sao? (b) Tìm TXĐ của hàm số y . (c) 1 lá thư nặng 300 g cần phải trả tiền cước là bao nhiêu? (d) Hỏi x có là hàm số của y không? Vì sao?

29 ([BBN23], VD2, p. 50). 1 ô tô có bình chứa xăng đựng được 40 L xăng. Cứ chạy 100 km thì ô tô tiêu thụ hết 8 L xăng. (a) Khi ô tô chạy x km thì số L xăng y tiêu thụ là bao nhiêu? (b) Hỏi y có là 1 hàm số của x không? (c) Hỏi x có là 1 hàm số của y không? (d) Khi ô tô chạy được 200 km thì số L xăng còn lại trong bình là bao nhiêu nếu lúc đầu bình đầy?

30 ([BBN23], VD3, p. 51). Vẽ trên mặt phẳng tọa độ Oxy các điểm $A(0, 5), B(4, 5), C(4, 0), M(x, 0)$ với $x > 4, N(0, 2)$. (a) Tính diện tích S của tứ giác $OABC$. (b) Tính diện tích P của $\triangle BMN$ theo x . Chứng minh P là hàm số của x . (c) Tìm TXĐ của P . Hàm số P đồng biến hay nghịch biến trên TXĐ của nó? (d) Với giá trị nào của x thì $S = P$?

31 ([BBN23], VD4, p. 51). Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 36, BC = 15$. Trên cạnh AB lấy điểm M . Gọi $AM = x, 0 < x < 36$. Qua M kẻ $MN \parallel BD$ với $N \in AD$. Qua M kẻ $MP \parallel AC$ với $P \in BC$. (a) Chứng minh độ dài MN, MP là 2 hàm số của x . (b) Trên cạnh CD lấy điểm Q sao cho $DQ = 36 - x$. Chứng minh chu vi tứ giác $MNPQ$ là 1 hàm hằng.

32 ([BBN23], VD5, p. 52). Đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên mặt phẳng tọa độ: $A(-3, 3), B(-1, -3), C(2, -3), D(4, 0)$.



(a) Tìm TXĐ của hàm số y . (b) Tính $f(-3), f(-1), f(1), f(2), f(3), f(4)$. (c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến & nghịch biến trong khoảng nào? (d) Đ/S? Khi xét $x_1 = 2, f(x_1) = f(2) = -3, x_2 = -3, f(x_2) = f(-3) = 3$, ta thấy $x_2 < x_1, f(x_2) > f(x_1)$ nên hàm số nghịch biến trong khoảng $[-3, 2]$.

33 ([BBN23], 6.1., p. 53). Bảng sau ghi các giá trị tương ứng của 2 đại lượng x, y phụ thuộc nhau.

x	1	2	3	4	5	1	6	7	8
y	0	2	-1	5	4	-4	3	-2	-6

(a) y có là hàm số của x không? (b) x có là hàm số của y không? (c) Trường hợp là hàm số, nêu TXĐ.

34 ([BBN23], 6.2., p. 53). Cho hàm số $y = f(x) = 3x^2 + 1$. (a) Tính $f(-1), f(0), f(1)$. (b) Tìm x để $f(x) = 4$. (c) Trong 3 điểm $A(0, 1), B(2, 3), C(3, 4)$, điểm nào không thuộc đồ thị hàm số đã cho?

35 ([BBN23], 6.3., p. 53). Bảng giá bán lẻ điện cho các hộ gia đình (chưa tính VAT) (theo QĐ số 2256/QĐ-BCT 12.3.2015 của Bộ Công thương):

Mức độ sử dụng của mỗi hộ trong tháng	Giá bán điện (đồng/kwh)
Bậc 1: cho kwh từ 0–50	1484
Bậc 2: cho kwh từ 51–100	1533
Bậc 3: cho kwh từ 101–200	1786
Bậc 4: cho kwh từ 201–300	2242
Bậc 5: cho kwh từ 301–400	2503
Bậc 6: cho kwh từ 401 trở lên	2587

Gọi số điện sử dụng của hộ gia đình là x kwh, số tiền phải trả là y đồng. (a) y có phải là hàm số của x không? (b) Nếu dùng hết 310 kwh điện thì phải trả bao nhiêu tiền?

36 ([BBN23], 6.4., p. 53). Chứng minh: (a) Hàm số $y = 2x + 3$ đồng biến trên \mathbb{R} . (b) Hàm số $y = -2x + 7$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

37 ([BBN23], 6.5., p. 53). Cho ΔABC đều có độ dài cạnh bằng a . Lấy $M \in AB$ sao cho $AM = x$ với $0 < x < a$. Vẽ hình chữ nhật $MNPQ$ với $N \in AC$, $P, Q \in BC$. (a) Chứng minh diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là hàm số của x . (b) Xác định x để diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất.

38 ([BBN23], p. 53, Công thức Lorentz cho số cân nặng lý tưởng tương ứng với chiều cao). Cách đây hơn 1 thế kỷ, nhà khoa học người Hà Lan Hendrick Lorentz (1853–1928) đưa ra công thức tính số cân nặng lý tưởng của con người theo chiều cao:

$$M = T - 100 - \frac{T - 150}{N}$$

trong đó M : số cân nặng kg, T : chiều cao cm, $N = 4$ với nam giới & $N = 2$ với nữ giới. (a) Kiểm chứng công thức với cân nặng & chiều cao của bản thân. (b) Viết công thức tính số cân nặng lý tưởng của nam giới (ký hiệu là P_1) & số cân nặng lý tưởng của nữ giới (ký hiệu là P_2) theo chiều cao. (c) Vẽ đồ thị hàm M theo T . (d) P_1, P_2 có phải là hàm số của T không? (e) Với T bằng bao nhiêu thì $P_1 = P_2$?

39 ([Tuy23b], VD16, p. 33). Cho hàm số $y = 2k(x - 1)^2 - kx(2x + 1) + 5x$ với tham số $k \neq 1$. (a) Chứng minh y là hàm số bậc nhất. (b) Với giá trị nào của k thì hàm số đó là hàm số đồng biến? nghịch biến?

40 ([Tuy23b], 98., p. 34). Cho hàm số $y = f(x) = 4x + 1 - \sqrt{3}(2x + 1)$. (a) Chứng minh y là 1 hàm số bậc nhất đồng biến. (b) Tìm x để $f(x) = 0$.

41 ([Tuy23b], 99., p. 34). Xác định k để hàm số $y = k(\sqrt{x} - 3)^2 + (k + 1)(\sqrt{x} + 2)^2$ là hàm số bậc nhất. Lúc đó y là hàm số đồng biến hay nghịch biến?

42 ([Tuy23b], 100., p. 34). Cho 2 hàm số $f(x) = mx - 2$, $g(x) = (m^2 + 1)x + 5$, trong đó $m \in \mathbb{R}^*$. Chứng minh: (a) Hàm số $f(x) + g(x)$ là hàm số bậc nhất đồng biến. (b) Hàm số $f(x) - g(x)$ là hàm số bậc nhất nghịch biến.

43 ([Tuy23b], 101., p. 34). Cho hàm số $y = (m^2 - 4)x^2 - (2m + n)(5m - n)x - 3$. Với giá trị nào của m, n thì y là hàm số bậc nhất đồng biến? nghịch biến?

44 ([Tuy23b], 102., p. 34). Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$. Chứng minh $f(x + 1) - f(x)$ là 1 hàm số bậc nhất.

45 ([Tuy23b], 103., p. 34). Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x - 1) = 3x - 5$. Chứng minh hàm số $y = f(x)$ là 1 hàm số bậc nhất.

46 ([Tuy23b], 104., p. 34). Cho hàm số $y = ax + b$. Biết $f(1) \leq f(2), f(5) \geq f(6), f(999) = 1000$. Tính $f(2010)$.

6 1st-Order Function & Its Graph – Hàm Số Bậc Nhất & Đồ Thị Của Nó

47 ([BBN23], H1, p. 55). y là hàm số bậc nhất của $x \Leftrightarrow$ A. $y = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$. B. $y = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, $ab \neq 0$. C. $y = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$. D. $y = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

48 ([BBN23], H2, p. 55). Phân loại hàm số: (a) $y = \sqrt{2}(x - 1)$. (b) $y = \sqrt{2x} - 1$. (c) $y = \frac{x^2}{x} + 4$. (d) $y = \frac{2}{x} + 1$.

49 ([BBN23], H3, p. 56). Cho hàm số $y = (m + 1)x + 3m$. Khi đó: A. y là hàm số bậc nhất của biến x . B. y là hàm số bậc nhất của biến m . C. y là hàm số bậc nhất. D. Với $m \neq -1$, y là hàm số bậc nhất của biến x .

50 ([BBN23], H4, p. 56). Tìm điều kiện của m để hàm số $y = (3m - 6)x + 8$ đồng biến trên \mathbb{R} .

51 ([BBN23], H5, p. 56). Vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

52 ([BBN23], VD1, p. 56). Với các giá trị nào của m thì mỗi hàm số sau là hàm số bậc nhất? (a) $y = \sqrt{4 - m}(x - 1)$. (b) $y = \frac{m + 2}{m - 2}x + 3.5 + x$.

53 ([BBN23], VD2, p. 57). 1 hình chữ nhật có 2 kích thước là 10 cm, 15 cm. Bớt mỗi kích thước của hình chữ nhật đi x cm với $0 < x < 10$. Gọi chu vi của hình chữ nhật mới là y cm. (a) Lập công thức tính chu vi y của hình chữ nhật mới theo x . (b) Chứng minh y là hàm số bậc nhất của x & vẽ đồ thị hàm số đó.

54 ([BBN23], VD3, p. 57). (a) Vẽ đồ thị 2 hàm số $y = x - 2$ & $y = -x - 1$ trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ. (a) 2 đường thẳng $y = -x - 1$ & $y = x - 2$ cắt nhau tại C & cắt trục Ox theo thứ tự A, B . Tìm tọa độ của 3 điểm A, B, C . (c) Chứng minh ΔABC vuông cân. (d) Tính chu vi & diện tích ΔABC .

55 ([BBN23], VD4, p. 58). Cho hàm số $y = (2m + 1)x + m - 1$ với $m \neq -\frac{1}{2}$. (a) Xác định m trong mỗi trường hợp: (i) Đồ thị hàm số đi qua $M(1, 1)$. (ii) Đồ thị cắt trục tung, trục hoành lần lượt tại A, B sao cho ΔOAB cân. (iii) Đồ thị cắt trục tung, trục hoành lần lượt tại A, B sao cho ΔOAB có diện tích bằng $\frac{1}{2}$. (b) Tìm giá trị nguyên của m để đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là số nguyên. (c) Tìm các điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi giá trị của m .

- 56 ([BBN23], 7.1., p. 60). Cho 3 hàm số $y = 2x + 1$, $y = 4x$, $y = -2x + 5$ theo thứ tự có đồ thị là 3 đường thẳng (d_1) , (d_2) , (d_3) .
(a) Trong 3 hàm số này, hàm số nào đồng biến, hàm số nào nghịch biến? (b) Vẽ (d_1) , (d_2) , (d_3) trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ.
(c) Trong 4 điểm $A(1, 3)$, $B(0, 4)$, $C(-1, -4)$, $D(-2, 9)$ có điểm nào nằm trên (d_1) hoặc (d_2) hoặc (d_3) không?
- 57 ([BBN23], 7.2., p. 61). Lập công thức biểu thị y theo x . Cho biết công thức nào là hàm số bậc nhất (chỉ rõ a, b). (a) Diện tích tam giác $y \text{ cm}^2$ có đáy là $x \text{ cm}$ & chiều cao tương ứng là 6 cm . (b) Chu vi hình thoi $y \text{ cm}$ với cạnh là $x \text{ cm}$. (c) Chu vi đường tròn $y \text{ cm}$ với bán kính là $x \text{ cm}$. (d) Diện tích hình tròn $y \text{ cm}^2$ với bán kính là $x \text{ cm}$.
- 58 ([BBN23], 7.3., p. 61). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 3 điểm $A(2, -1)$, $B(-1, -7)$, $C(3, 1)$. (a) Viết phương trình đường thẳng BC. (b) Chứng minh 3 điểm A, B, C thẳng hàng.
- 59 ([BBN23], 7.4., p. 61). Cho hàm số $y = (m - 2)x + 3$. (a) Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến, nghịch biến, hàm hằng? (b) Xác định giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1, 4)$. (c) Vẽ đồ thị hàm số ứng với giá trị của m tìm được ở (b).
- 60 ([BBN23], 7.5., p. 61). Cho 6 đường thẳng chứa 4 cạnh & 2 đường chéo của 1 hình chữ nhật có tâm trùng với gốc tọa độ. Tìm số đường thẳng là đồ thị của 1 hàm số bậc nhất?
- 61 ([BBN23], 7.6., p. 61). Lập phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm A, B với: (a) $A(2, 3)$, $B(2, 5)$. (b) $A(1, 4)$, $B(-5, 4)$. (c) $A(2, 2)$, $B(-4, 3)$. Từ đó đưa ra công thức tổng quát phương trình đường thẳng đi qua $A(x_1, y_1)$ & $B(x_2, y_2)$.
- 62 ([BBN23], 7.7., p. 61). Cho 3 đường thẳng $(d_1) : y = 1 - x$, $(d_2) : x - y = 3$, $(d_3) : (m + 1)x + (m - 1)y = 1 + 2m$. (a) Xác định m để 3 đường thẳng cùng đi qua 1 điểm. (b) Chứng minh khi m thay đổi, đường thẳng (d_3) luôn đi qua 1 điểm cố định.
- 63 ([BBN23], 7.8., p. 61). Cho hàm số $y = (m^2 + m + 1)x + 6$ có đồ thị (d) . (a) Chứng minh: $\forall m \in \mathbb{R}$, y luôn là hàm số bậc nhất đồng biến. (b) Tìm m để (d) cắt Ox tại A, cắt Oy tại B sao cho: (i) Diện tích $\triangle AOB$ bằng 4. (ii) Diện tích $\triangle AOB$ lớn nhất.
- 64 ([BBN23], p. 62, Mối quan hệ giữa độ F & độ C). Độ Fahrenheit (độ F hay $^{\circ}\text{F}$) là thang nhiệt được đặt theo tên nhà Vật lý người Đức Gabriel Fahrenheit (1686–1736) – người đã đề xuất ra nó năm 1724. Theo đó, nước đóng băng ở 32°F & sôi ở 212°F (2 trạng thái này chênh lệch 180°F). Độ Celsius (độ C hay $^{\circ}\text{C}$) là thang nhiệt được đặt theo tên nhà thiên văn học người Thụy Điển Anders Celsius (1701–1744) – người đầu tiên đề nghị hệ thống đo nhiệt độ C năm 1742 & đến năm 1750, độ C còn được gọi là độ bách phân. Theo đó, nước đóng băng ở 0°C & sôi ở 100°C . Do đó, mỗi độ thuộc thang đo Celcius bằng $\frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5}$ độ thuộc thang đo Fahrenheit. Ngày nay, đa số các nước sử dụng thang nhiệt độ là độ C, tuy nhiên 1 số nước, e.g., Mỹ, vẫn sử dụng nhiệt kế chia mức độ nhiệt độ theo độ F. Mối quan hệ giữa số đo độ F, ký hiệu là T_F , & số đo độ C, ký hiệu là T_C : $T_F = 1.8T_C + 32$. (a) T_F, T_C có là hàm số bậc nhất có nhau không. (b) Xét tính đồng biến, nghịch biến của 2 hàm số này.
- 65 ([BBN23], VD1, p. 63). Xét sự biến thiên & vẽ đồ thị hàm số $y = |2x + 3|$.
- 66 ([BBN23], VD2, p. 63). Cho hàm số $y = |x - 1| + |x - 5|$. (a) Vẽ đồ thị hàm số. (b) Xác định GTNN của hàm số.
- 67 ([BBN23], p. 64). Xét sự biến thiên & vẽ đồ thị hàm số: (a) $y = |-3x + 1|$. (b) $y = |x + 1| + |2x - 3|$.
- 68 ([Tuy23b], VD17, p. 36). Cho hàm số $y = mx - 2m + 5$. (a) Vẽ đồ thị của hàm số với $m = 3$. (b) Chứng minh với mọi giá trị của m , đồ thị của hàm số đã cho luôn đi qua 1 điểm cố định.
- 69 ([Tuy23b], 105., p. 37). Cho $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ là 2 điểm nằm trên đường thẳng $y = \sqrt{3}x + b$. Chứng minh $AB = 2|x_2 - x_1|$.
- 70 ([Tuy23b], 106., p. 37). Xác định hàm số $y = ax + b$ biết đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm A có tung độ bằng -1 , cắt trục hoành tại điểm B có hoành độ bằng 3.
- 71 ([Tuy23b], 107., p. 37). Cho $A(0, 5)$, $B(-3, 0)$, $C(1, 1)$, $D(-4.5, -2.5)$. (a) Chứng minh 3 điểm A, B, M thẳng hàng, & 3 điểm A, B, C không thẳng hàng. (b) Tính diện tích $\triangle ABC$.
- 72 ([Tuy23b], 108., p. 37). Cho đường thẳng $(d) : y = (m - 2)x - m + 4$. Chứng minh với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn đi qua 1 điểm cố định.
- 73 ([Tuy23b], 109., p. 37). Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x + \frac{2\sqrt{x^2}}{x}$.
- 74 ([Tuy23b], 110., p. 37). Vẽ đồ thị của hàm số: (a) $y = |x - 1|$. (b) $y = |x + 1| + \left|\frac{1}{2}x - 1\right|$.
- 75 ([Tuy23b], 111., p. 37). Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + x - 2}$.
- 76 ([Tuy23b], 112., p. 37). Cho điểm $A(-2, 0)$ & (d) là đồ thị của hàm số $y = 2x - \frac{3x}{x}$. Qua điểm A có thể vẽ được bao nhiêu đường thẳng không cắt (d) ?

7 Đường Thẳng Song Song & Đường Thẳng Cắt Nhau. Hệ Số Góc Của Đường Thẳng $y = ax + b, a \neq 0$

77 ([BBN23], H1, p. 66). Đồ thị hàm số $y = (\sqrt{5} - 2)x + 3$ cắt đồ thị hàm số: A. $y = \sqrt{5}x - 2x$. B. $y = (\sqrt{5} - 1)x + 4 - x$. C. $y = -2x + \sqrt{5}$. D. $y = -2x + \sqrt{5}x + 2$.

78 ([BBN23], H2, p. 66). Cho 4 đường thẳng: $(d_1) : y = 1 - 5x$, $(d_2) : y = -5x + 2$, $(d_3) : y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{2}$, $(d_4) : y = 3x + \frac{1}{3}$. D/S? (a) $(d_1) \perp (d_3)$. (b) $(d_1) \parallel (d_2)$. (c) $(d_1) \parallel (d_4)$. (d) (d_2) cắt (d_4) .

79 ([BBN23], H3, p. 66). Tìm m để 2 đường thẳng $(d_1) : y = m^2x - 5$ & $(d_2) : y = 9x + 2m + 1$ song song với nhau.

80 ([BBN23], H4, p. 66). Tìm hệ số góc của đường thẳng $5x + 2y = 3$.

81 ([BBN23], VD1, p. 67). Cho 2 đường thẳng: $(d_1) : y = (2m - 1)x + 2m - 3$, $(d_2) : y = (m + 1)x + m$. Xác định m để: (a) (d_1) cắt (d_2) . (b) $(d_1) \parallel (d_2)$. (c) $(d_1) \perp (d_2)$.

82 ([BBN23], VD2, p. 67). Cho 2 đường thẳng $(d_1) : y = x - 7$, $(d_2) : y = -2x - 1$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua giao điểm của (d_1) & (d_2) đồng thời song song với đường thẳng $(d_3) : x - 2y + 1 = 0$.

83 ([BBN23], VD3, p. 68). Cho hàm số $y = (m - 1)x + m + 3$, m : tham số. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số tạo với trục Ox 1 góc bằng: (a) 60° . (b) 120° . (c) α° .

84 ([BBN23], VD4, p. 68). Cho 2 đường thẳng $(d_1) : y = 3x + 2$, $(d_2) : y = (2m^2 + 1)x + m + 1$. Xác định m để (d_1) song song với (d_2) . Khi đó xác định khoảng cách giữa chúng.

85 ([BBN23], VD5, p. 69). Cho ΔABC vuông tại A , $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. Trên cạnh BC lấy điểm M & ký hiệu $BM = x$ cm, $0 < x < 5$. Gọi $f(x)$ là diện tích của ΔABM , $g(x)$ là diện tích của ΔACM . (a) Chứng minh $f(x), g(x)$ là 2 hàm số bậc nhất của x . (b) Vẽ đồ thị 2 hàm số trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ. (c) Gọi I là giao điểm của 2 đồ thị. Xác định tọa độ điểm I . Hoành độ biết & tung độ của điểm I cho ta biết điều gì?

86 ([BBN23], VD6, p. 70). Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho 3 điểm $A(-1, 1), B(0, 2), C(3, 1)$. (a) Xác định tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. (b) Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

87 ([BBN23], 8.1., p. 71). Nêu điều kiện để 3 đường thẳng $(d_1) : y = a_1x + b_1$, $(d_2) : y = a_2x + b_2$, $(d_3) : y = a_3x + b_3$. (a) Song song với nhau. (b) Đôi một cắt nhau. (c) Đồng quy tại 1 điểm.

88 ([BBN23], 8.2., p. 71). Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2, -3)$ &: (a) Song song với đường thẳng $(d_1) : y = 2x + 5$. (b) Vuông góc với đường thẳng $(d_2) : y = -\frac{1}{3}x + 7$. (c) Đồng quy với 2 đường thẳng $(d_3) : y = x - 1$ & $(d_4) : y = 3x + 5$.

89 ([BBN23], 8.3., p. 71). 2 đường thẳng $(d) : 4mx + 3y = -2$ & $(d') : 2my = nx - 2$ cắt nhau tại điểm $M(1, -2)$. Tìm hệ số góc của mỗi đường thẳng $(d), (d')$.

90 ([BBN23], 8.4., p. 71). (a) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua 2 điểm $A(2, -1), B\left(\frac{1}{2}, 2\right)$. (b) Chứng minh 3 điểm $A, B, C(5, -7)$ thẳng hàng. (c) Với giá trị nào của m thì đồ thị của 2 hàm số $y = mx + 5$, $y = 3x - 7$, & đường thẳng (d) đồng quy?

91 ([BBN23], 8.5., p. 71). (a) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-3, 2)$ & song song với đường thẳng $y = 3x - 5$. (b) Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng song song đó.

92 ([BBN23], 8.6., p. 71). Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho 3 điểm $A(-3, 2), B(-1, -1), C(2, 0)$. (a) Viết phương trình đường thẳng chứa 3 cạnh của ΔABC . (b) Viết phương trình đường cao AD, BE, CF của ΔABC . (c) Tìm tọa độ trực tâm H của ΔABC .

93 ([BBN23], 8.7., p. 71). Cho 2 hàm số bậc nhất với m : tham số, $y = (m + 1)x + 2m - 1$, $y = (2m - 3)x + 3m - 6$. (a) Xác định giá trị của m để đồ thị của chúng: (i) Song song với nhau. (ii) Cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung. (iii) Cắt nhau tại 1 điểm nằm ở bên phải tung. (b) Chứng minh khi m thay đổi thì đồ thị của mỗi hàm số trên đều đi qua 1 điểm cố định.

94 ([BBN23], 8.8., p. 71). Cho 3 đường thẳng $(d_1) : y = 4x$, $(d_2) : y = x + 3$, $(d_3) : y = -x + 5$. (a) Chứng minh $(d_1), (d_2), (d_3)$ cắt nhau tại 1 điểm A . Xác định tọa độ điểm A . (b) Gọi B là giao điểm của (d_2) với trục hoành, C là giao điểm của (d_3) với trục hoành. Chứng minh ΔABC vuông cân.

95 ([BBN23], p. 72, Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cho trước). Cho 2 điểm $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$. Chứng minh: (a) Nếu $x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$ thì đường thẳng AB cắt 2 trục tọa độ & có phương trình $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$. (b) Nếu $x_1 = x_2, y_1 \neq y_2$ thì đường thẳng $AB \perp Ox$, cắt trục Ox tại điểm có hoành độ x_1 & có phương trình $x = x_1$ ($= x_2$). (c) Nếu $x_1 \neq x_2, y_1 = y_2$ thì đường thẳng $AB \perp Oy$, cắt trục Ox tại điểm có tung độ y_1 & có phương trình $y = y_1$ ($= y_2$).

96 ([Tuy23b], VD18, p. 38). Cho 2 đường thẳng $(d_1) : y = mx - 2(m + 2)$ với $m \neq 0$, $(d_2) : y = (2m - 3)x + m^2 - 1$ với $m \neq \frac{3}{2}$.
(a) Chứng minh với mọi giá trị của m , 2 đường thẳng $(d_1), (d_2)$ không thể trùng nhau. (b) Tìm các giá trị của $m \in \mathbb{R}$ để: (i) $(d_1) \parallel (d_2)$. (ii) (d_1) cắt (d_2) . (iii) $(d_1) \perp (d_2)$.

97 ([Tuy23b], 113., pp. 39–40). Cho 3 đường thẳng: $(d_1) : y = -2x + 3$, $(d_2) : y = -2x + m$, $(d_3) : y = \frac{1}{2}x + 1$. Không vẽ 3 đường thẳng này, cho biết vị trí tương đối của chúng đối với nhau.

98 ([Tuy23b], 114., p. 40). Cho 3 đường thẳng: $(d_1) : y = (2m + 1)x - (2m + 3)$ với $m \neq -\frac{1}{2}$, $(d_2) : y = (m - 1)x + m$ với $m \neq 1$.
Tìm giá trị của m để: (a) (d_1) cắt (d_2) . (b) $(d_1) \parallel (d_2)$. (c) $(d_1) \perp (d_2)$.

99 ([Tuy23b], 115., p. 40). Cho điểm $A(3, 2)$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua A & vuông góc với OA . Tính góc tạo thành bởi đường thẳng (d) & trục Ox .

100 ([Tuy23b], 116., p. 40). Cho 3 đường thẳng: $(d_1) : y = -3x$, $(d_2) : y = 2x + 5$, $(d_3) : y = x + 4$. Chứng minh 3 đường thẳng này đồng quy.

101 ([Tuy23b], 117., p. 40). Tìm giá trị của m để 3 đường thẳng sau đồng quy: $(d_1) : y = x - 4$, $(d_2) : y = -2x - 1$, $(d_3) : y = mx + 2$.

102 ([Tuy23b], 118., p. 40). Tìm diện tích hình giới hạn bởi 3 đường thẳng: $(d_1) : y = \frac{1}{3}x$, $(d_2) : y = -3x$, $(d_3) : y = -x + 4$.

8 Miscellaneous

103 ([Tuy23b], VD19, p. 41). Cho 3 đường thẳng: $(d_1) : y = (m^2 - 1)x + (m^2 - 5)$ với $m \neq \pm 1$, $(d_2) : y = x + 1$, $(d_3) : y = -x + 3$.
(a) Chứng minh khi m thay đổi thì (d_1) luôn đi qua 1 điểm cố định. (b) Chứng minh nếu $(d_1) \parallel (d_3)$ thì $(d_1) \perp (d_2)$. (c) Xác định m để 3 đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ đồng quy.

104 ([Tuy23b], 119., p. 42). Cho hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(0, 1)$. Biết $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$. Chứng minh: (a) $f(\sqrt{3} - \sqrt{2}) > 0$. (b) $f\left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) < 0$. (c) Xét dấu của y .

105 ([Tuy23b], 120., p. 42). Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm $A(x, y)$ trong đó $x = m + 2$, $y = 3m - 1$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm tập hợp các điểm A .

106 ([Tuy23b], 121., p. 42). Xác định hàm số $y = ax + b$ biết đồ thị của nó đi qua điểm $A(1, 2)$ & vuông góc với đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x - 1$.

107 ([Tuy23b], 122., p. 42). Dùng đồ thị để: (a) Giải phương trình $|x| = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. (b) Chứng minh phương trình $|x| = x - 2$ vô nghiệm.

108 ([Tuy23b], 123., p. 42). Cho 2 đường thẳng: $(d_1) : y = mx - 5$, $(d_2) : y = -3x + 1$. (a) Xác định tọa độ giao điểm A của (d_1) & (d_2) khi $m = 3$. (b) Xác định giá trị của m để $M(3, -8)$ là giao điểm của $(d_1), (d_2)$.

109 ([Tuy23b], 124., p. 42). Cho 2 đường thẳng: $(d_1) : y = 4mx - (m + 5)$ với $m \neq 0$, $(d_2) : y = (3m^2 + 1)x + (m^2 - 4)$. (a) Chứng minh khi m thay đổi thì đường thẳng (d_1) luôn đi qua 1 điểm A cố định, đường thẳng (d_2) luôn đi qua 1 điểm B cố định. (b) Tính khoảng cách AB . (c) Với giá trị nào của m thì $(d_1) \parallel (d_2)$? (d) Với giá trị nào của m thì (d_1) cắt (d_2) ? Tìm tọa độ giao điểm khi $m = 2$ & cho m tổng quát.

110 ([Tuy23b], 125., p. 42). Cho điểm $A(0, -1), B(-4, 3)$. Viết phương trình đường thẳng (d) là đường trung trực của AB . Tính góc α tạo bởi đường thẳng d với tia Ox .

Tài liệu

- [BBN23] Vũ Hữu Bình, Nguyễn Xuân Bình, and Phạm Thị Bạch Ngọc. *Bồi Dưỡng Toán 9 Tập 1*. Tái bản lần thứ 7. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 176.
- [Tuy23a] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 8*. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 188.
- [Tuy23b] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 9*. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 340.