

Problem: Root – Bài Tập: Căn Thức

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 30 tháng 8 năm 2023

Tóm tắt nội dung

Last updated version: [GitHub/NQBH/elementary STEM & beyond/elementary mathematics/grade 9/circle/problem: set Q of circles \[pdf\]](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/circle/problem/set_Q_of_circles.pdf).¹ [\[T_EX\]](#)².

Mục lục

1 Bất Phương Trình	1
1.1 Bất phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối	1
2 Miscellaneous	2
Tài liệu	2

1 Bất Phương Trình

Ta xét các dạng bất đẳng thức & bất phương trình được sử dụng nhiều để tìm điều kiện xác định (ĐKXD) của căn thức bậc 2 & tổng quát hơn là căn thức bậc chẵn (căn thức bậc lẻ luôn xác định miễn là biểu thức dưới dấu căn có nghĩa, không nhất thiết phải không âm như căn bậc chẵn bắt buộc).

1.1 Bất phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối

Với $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto f(x)$ là 1 hàm số biến x , có $\forall a \in \mathbb{R}$, $a > 0$:

$$|f(x)| < a \Leftrightarrow -a < f(x) < a, \quad |f(x)| \leq a \Leftrightarrow -a \leq f(x) \leq a, \quad |f(x)| > a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < -a, \\ f(x) > a, \end{cases}, \quad |f(x)| > a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq -a, \\ f(x) \geq a. \end{cases}$$

Để giải bất phương trình tích, ta thường sử dụng:

Định lý 1 (Dấu của nhị thức bậc nhất $ax + b$). *Nhị thức $ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, cùng dấu với a với mọi giá trị của x lớn hơn nghiệm của nhị thức (i.e., $a(ax + b) > 0$, $\forall x > -\frac{b}{a}$), trái dấu với a với mọi giá trị của x nhỏ hơn nghiệm của nhị thức (i.e., $a(ax + b) < 0$, $\forall x < -\frac{b}{a}$).*

Bài toán 1 ([Bin23], Ví dụ 1, p. 5). *Giải bất phương trình bậc 2: (a) $x^2 - 4x - 5 < 0$. (b) $x^2 - 2x - 1 > 0$. (c) $2x^2 - 6x + 5 > 0$.*

Bài toán 2 ([Bin23], 1., p. 6). *Giải bất phương trình bậc 2: (a) $x^2 - 4x - 21 > 0$. (b) $x^2 - 4x + 1 < 0$. (c) $3x^2 - x + 1 > 0$. (d) $2x^2 - 5x + 4 < 0$.*

Bài toán 3 (Giải bất phương trình bậc nhất tổng quát). *Giải & biện luận theo $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, bất phương trình: (a) $ax + b > 0$. (b) $ax + b < 0$. (c) $ax + b \leq 0$. (d) $ax + b \geq 0$.*

Bài toán 4 (Giải bất phương trình bậc nhất chứa trị tuyệt đối dạng tổng quát). *Giải & biện luận theo $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, bất phương trình: (a) $|ax + b| > c$. (b) $|ax + b| < c$. (c) $|ax + b| \leq c$. (d) $|ax + b| \geq c$.*

Bài toán 5 (Giải bất phương trình bậc 2 tổng quát). *Giải & biện luận theo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, bất phương trình: (a) $ax^2 + bx + c > 0$. (b) $ax^2 + bx + c < 0$. (c) $ax^2 + bx + c \leq 0$. (d) $ax^2 + bx + c \geq 0$.*

Bài toán 6 (Giải bất phương trình bậc 2 chứa trị tuyệt đối dạng tổng quát). *Giải & biện luận theo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, bất phương trình: (a) $|ax^2 + bx + c| > d$. (b) $|ax^2 + bx + c| < d$. (c) $|ax^2 + bx + c| \leq d$. (d) $|ax^2 + bx + c| \geq d$.*

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/circle/problem/NQBH_circle_problem.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_9/rational/problem/NQBH_circle_problem.tex.

Bài toán 7 (Giải bất phương trình dạng tích tổng quát). *Giải & biện luận theo $a, x_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, 2, \dots, n$, với $n \in \mathbb{N}, a \neq 0$, bất phương trình: (a) Bất phương trình bậc nhất dạng tích tổng quát: $a(x - x_0) > 0, a(x - x_0) < 0, a(x - x_0) \leq 0, a(x - x_0) \geq 0$. (b) Bất phương trình bậc 2 dạng tích tổng quát: Với $x_1 \leq x_2$, $a(x - x_1)(x - x_2) > 0, a(x - x_1)(x - x_2) < 0, a(x - x_1)(x - x_2) \leq 0, a(x - x_1)(x - x_2) \geq 0$. (c) Bất phương trình bậc 3 dạng tích tổng quát: Với $x_1 \leq x_2 \leq x_3$, $a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) > 0, a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) < 0, a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \leq 0, a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \geq 0$. (d) Bất phương trình bậc 4 dạng tích tổng quát: Với $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4$, $a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) > 0, a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) < 0, a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) \leq 0, a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) \geq 0$. (e*) Bất phương trình bậc n dạng tích tổng quát: Với $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{n-1} \leq x_n$, $a \prod_{i=1}^n (x - x_i) > 0, a \prod_{i=1}^n (x - x_i) < 0, a \prod_{i=1}^n (x - x_i) \leq 0, a \prod_{i=1}^n (x - x_i) \geq 0$, trong đó sử dụng ký hiệu tích $\prod_{i=1}^n (x - x_i) = (x - x_1)(x - x_2) \cdots (x - x_n)$.*

2 Miscellaneous

Tài liệu

[Bìn23] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 9 Tập 1*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 275.