

Problem: Fraction & Decimal – Bài Tập: Phân Số & Số Thập Phân

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 15 tháng 12 năm 2023

Mục lục

1 Basic Properties of Fraction. Simplify Fraction – Phân Số. Tính Chất Cơ Bản của Phân Số. Rút Gọn Phân Số	1
2 Quy Đồng Mẫu Nhiều Phân Số. So Sánh Phân Số	3
3 Calculus of Fraction – Tính Toán với Phân Số	4
4 Các Bài Toán Về Phân Số & Tỷ Số	6
5 Percentage – Phần Trăm %	6
6 Miscellaneous	6
Tài liệu	6

1 Basic Properties of Fraction. Simplify Fraction – Phân Số. Tính Chất Cơ Bản của Phân Số. Rút Gọn Phân Số

- 1 ([Bin+23], H1, p. 5). Các cách viết nào sau đây là phân số? $\frac{6}{7}, \frac{-1.3}{5}, \frac{12}{-8}, \frac{-7}{0}, \frac{2.34}{-6.5}, \frac{-0}{3}$.
- 2 ([Bin+23], H2, p. 5). Rút gọn $\frac{30+6}{30+12}$ về phân số tối giản.
- 3 ([Bin+23], H3, p. 6). (a) Khi nào thì 1 phân số có thể viết được dưới dạng 1 số nguyên? (b) 2 phân số $\frac{a}{b}$ & $\frac{-a}{-b}$ có bằng nhau không? (c) Nếu chia cả tử & mẫu của 1 phân số cho cùng 1 số nguyên $n \neq 0$ thì ta có được 1 phân số bằng nó không? (d) Khi chia cả tử & mẫu của phân số $\frac{a}{b}$, $a, b > 0$, cho 1 ước chung của a, b thì ta có thu được 1 phân số tối giản không? (e) Nếu $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản thì mọi phân số bằng $\frac{a}{b}$ có dạng gì?
- 4 ([Bin+23], VD1, p. 6). Cho tập hợp $A = \{-2, 0, 7\}$. Viết tất cả các phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in A$.
- 5 ([Bin+23], VD2, p. 6). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa $\frac{x}{15} = \frac{24}{y} = \frac{-6}{5}$.
- 6 ([Bin+23], VD3, p. 6). Rút gọn: (a) $\frac{-64}{96}$. (b) $\frac{131313}{252525}$. (c) $\frac{3510-135}{4680-180}$. (d) $\frac{2^4 \cdot 3^2}{6^2 \cdot 5}$.
- 7 ([Bin+23], VD4, p. 7). Viết tất cả các phân số bằng $\frac{30}{102}$ mà có tử & mẫu là các số tự nhiên có 2 chữ số.
- 8 ([Bin+23], VD5, p. 7). Tìm phân số bằng $\frac{35}{80}$ biết tổng của mẫu số & 2 lần tử số bằng 210.
- 9 ([Bin+23], VD6, p. 8). Cho biểu thức $A = \frac{2n-1}{n+3}$ với $n \in \mathbb{Z}$. Tìm n để $A \in \mathbb{Z}$.
- 10 ([Bin+23], VD7, p. 8). Cho phân số $\frac{25}{49}$. Hỏi cần bớt ở tử & mẫu của phân số đã cho cùng 1 số nào để được 1 phân số mới bằng $\frac{5}{13}$?

- 11 ([Bin+23], 1.1., p. 8). Rút gọn các phân số trong trả lời của các câu hỏi sau thành phân số tối giản: (a) 1 mẫu Bắc Bộ bằng 3600m². Hỏi 1 mẫu Bắc Bộ bằng mấy phần của 1 hecta? 1 ha = 10000 m². (b) Mỗi khoảng thời gian sau bằng bao nhiêu phần của 1 giờ: 15 phút, 30 phút, 45 phút, 90 phút, 4500 giây? (c) Pound là đơn vị đo khối lượng được dùng phổ biến ở nước Anh & 1 số nước khác. Biết 100 pound = 45 kg, hỏi 1 pound bằng mấy phần của 1 kg? (d) Inch là 1 trong các đơn vị đo chiều dài phổ biến trên thế giới. Biết 1 in = 2.54 cm, hỏi 1 cm bằng mấy phần của 1 inch?
- 12 ([Bin+23], 1.2., p. 8). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $\frac{x-2}{15} = \frac{9}{5}$. (b) $\frac{2-x}{16} = \frac{-4}{x-2}$.
- 13 ([Bin+23], 1.3., p. 9). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $\frac{x}{7} = \frac{5}{y}$ & $x > y$. (b) $\frac{2}{x} = \frac{y}{-7}$ & $x > 0$.
- 14 ([Bin+23], 1.4., p. 9). Cho phân số $\frac{7}{11}$. Cần cộng vào tử số & mẫu số của phân số đã cho với cùng 1 số nào để được phân số mới bằng $\frac{3}{4}$?
- 15 ([Bin+23], 1.5., p. 9). Cho phân số $\frac{89}{143}$. Tìm 1 số tự nhiên để khi thêm vào tử số & bớt đi ở mẫu số của phân số đã cho với cùng số đó thì ta được 1 phân số mới bằng $\frac{12}{17}$.
- 16 ([Bin+23], 1.6., p. 9). Tìm phân số bằng phân số $\frac{147}{252}$ biết phân số đó có: (a) Tổng của tử & mẫu bằng 228. (b) Hiệu của tử & mẫu bằng 40. (c) Tích của tử & mẫu bằng 756.
- 17 ([Bin+23], 1.7., p. 9). Tìm phân số có mẫu bằng 7 biết khi cộng tử với 12 & nhân mẫu với 3 thì ta được 1 phân số mới bằng phân số ban đầu.
- 18 ([Bin+23], 1.8., p. 9). Giải thích tại sao $\forall n \in \mathbb{N}^*$, giá trị của 2 biểu thức sau là phân số tối giản: (a) $\frac{2n+5}{3n+7}$. (b) $\frac{6n-14}{2n-5}$.
- 19 ([Bin+23], 1.9., p. 9). Tìm phân số $\frac{a}{b}$ bằng phân số $\frac{54}{126}$ biết: (a) ƯCLN(a, b) = 12. (b) BCNN(a, b) = 105.
- 20 ([Bin+23], 1.10., p. 9). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để 3 biểu thức sau đồng thời có giá trị nguyên: $\frac{-8}{n}, \frac{13}{n-1}, \frac{4}{n+2}$.
- 21 ([Bin+23], p. 10). Làm sao để cắt ra được 1 đoạn dây dài 10 m từ 1 sợi dây dài 16 m mà không dùng thước đo?
- 22 ([BS23], VD8.1, p. 51). Quan sát dãy phân số $\frac{1}{2}, \frac{5}{12}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ để viết tiếp 1 phân số nữa theo quy luật của dãy.
- 23 ([BS23], VD8.2, p. 52). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để cả 3 phân số $\frac{15}{n}, \frac{12}{n+2}, \frac{6}{2n-5} \in \mathbb{Z}$.
- 24 ([BS23], VD8.3, p. 52). Cho phân số $\frac{1+2+\dots+20}{6+7+\dots+36}$. Xóa 1 số hạng ở tử & 1 số hạng ở mẫu của phân số này để giá trị của phân số đó không đổi.
- 25 ([BS23], VD8.4, p. 53). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ biết $\frac{a}{b} = \frac{132}{143}$, BCNN(a, b) = 1092.
- 26 ([BS23], 8.1., p. 53). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $\frac{7}{x} = \frac{x}{28}$. (b) $\frac{10+x}{17+x} = \frac{3}{4}$. (c) $\frac{40+x}{77-x} = \frac{6}{7}$.
- 27 ([BS23], 8.2., p. 53). Tìm $a, b \in \mathbb{Z}$ thỏa $a^3 + b^3 = 1216$ & phân số $\frac{a}{b}$ rút gọn được thành $\frac{3}{5}$.
- 28 ([BS23], 8.3., p. 53). Viết các phân số tối giản $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ & $ab = 100$.
- 29 ([BS23], 8.4., p. 53). Rút gọn phân số: (a) $\frac{10 \cdot 11 + 50 \cdot 55 + 70 \cdot 77}{11 \cdot 12 + 55 \cdot 60 + 77 \cdot 84}$. (b) $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots 49}{26 \cdot 27 \cdot 28 \dots 50}$.
- 30 ([BS23], 8.5., p. 53). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $\frac{n+3}{n-2}$ là số nguyên âm. (b) $\frac{n+7}{3n-1} \in \mathbb{Z}$. (c) $\frac{3n+2}{4n-5} \in \mathbb{Z}$.
- 31 ([BS23], 8.6., p. 54). Chứng minh phân số $\frac{n-5}{3n-14}$ tối giản $\forall n \in \mathbb{Z}$.
- 32 ([BS23], 8.7., p. 54). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ thỏa $\frac{2n-1}{3n+2}$ rút gọn được.
- 33 ([BS23], 8.8., p. 54). Tìm $n \in \mathbb{N}$ nhỏ nhất để 5 phân số $\frac{n+7}{3}, \frac{n+8}{4}, \frac{n+9}{5}, \frac{n+10}{6}, \frac{n+11}{7}$.
- 34 ([BS23], 8.9., p. 54). Tìm $a, b \in \mathbb{Z}$ biết $\frac{a}{b} = \frac{49}{56}$, ƯCLN(a, b) = 12.
- 35 ([BS23], 8.10., p. 54). Tìm $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ nhỏ nhất thỏa $\frac{a}{b} = \frac{5}{14}, \frac{b}{c} = \frac{21}{28}, \frac{c}{d} = \frac{6}{11}$.

2 Quy Đồng Mẫu Nhiều Phân Số. So Sánh Phân Số

36 ([Bin+23], H1, p. 12). Đ/S? (a) 1 cách để quy đồng mẫu 2 phân số $\frac{a}{b}$ & $\frac{c}{d}$ là $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$, $\frac{c}{d} = \frac{cb}{db}$. (b) Phân số dương lớn hơn phân số âm. (c) Trong 2 phân số có cùng mẫu, phân số nào có tử lớn hơn thì phân số đó lớn hơn. (d) Trong 2 phân số có mẫu số dương & tử bằng nhau, phân số nào có mẫu nhỏ hơn thì phân số đó lớn hơn. (e) $3\frac{7}{5}$ là 1 hỗn số. (f) Phân số $\frac{22}{5}$ viết dưới dạng hỗn số là $4\frac{2}{5}$.

37 ([Bin+23], H2, p. 12). Đ/S? Thực hiện quy đồng mẫu 2 phân số $\frac{10}{12}$ & $\frac{5}{8}$, Sơn & Huy đã làm như sau: Sơn: $\frac{10}{12} = \frac{10 \cdot 8}{12 \cdot 8} = \frac{80}{96}$, $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 12}{8 \cdot 12} = \frac{60}{96}$. Huy: $\frac{10}{12} = \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$, $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24}$.

38 ([Bin+23], H3, p. 12). Đ/S? Để so sánh 2 phân số $\frac{23}{-5}$ & $\frac{24}{-5}$, Hà đã giải thích như sau: $\frac{23}{-5}$ & $\frac{24}{-5}$ là 2 phân số có cùng mẫu & $23 < 24$ nên $\frac{23}{-5} < \frac{24}{-5}$.

39 ([Bin+23], VD1, p. 12). Quy đồng mẫu các phân số: (a) $\frac{-3}{16}, \frac{5}{-24}$. (b) $\frac{3}{14}, \frac{-5}{18}, \frac{25}{-42}$. (c) $\frac{3}{16}, \frac{5}{48}, \frac{-7}{4}$. (d) $\frac{3}{7}, \frac{-8}{5}, \frac{5}{12}$. (e) $\frac{-15}{18}, \frac{42}{-72}, \frac{32}{120}$.

40 ([Bin+23], VD2, p. 13). Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần: (a) $\frac{5}{24}, \frac{11}{36}, \frac{17}{60}$. (b) $\frac{23}{47}, \frac{69}{85}, \frac{92}{137}$. (c) $\frac{17}{60}, \frac{16}{73}$.

41 ([Bin+23], VD3, p. 14). (a) Viết 2 phân số sau dưới dạng hỗn số: $\frac{26}{5}, \frac{153}{25}$. (b) Viết 2 hỗn số sau dưới dạng phân số: $3\frac{2}{7}, 8\frac{3}{5}$.

42 ([Bin+23], VD4, p. 14). So sánh $\frac{62}{15}, \frac{70}{17}$.

43 ([Bin+23], VD5, p. 15). 2 bạn Mai & Đào đi xe đạp đến trường với cùng tốc độ. Mai đi hết $\frac{2}{3}$ giờ, Đào đi hết $\frac{3}{4}$ giờ. Hỏi nhà ai cách xa trường hơn?

44 ([Bin+23], VD6, p. 15). Tìm các phân số có mẫu là 5, lớn hơn $\frac{-2}{3}$ & nhỏ hơn $\frac{1}{-6}$.

45 ([Bin+23], 2.1., p. 15). Quy đồng mẫu các phân số: (a) $\frac{13}{30}, \frac{-7}{120}$. (b) $\frac{36}{75}, \frac{6}{11}$. (c) $\frac{3}{25}, \frac{4}{5}, \frac{-8}{75}$. (d) $\frac{-5}{18}, \frac{17}{60}, \frac{32}{-45}$.

46 ([Bin+23], 2.2., p. 15). Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự từ nhỏ đến lớn: (a) $\frac{6}{7}, \frac{9}{10}$. (b) $\frac{10}{-21}, \frac{-4}{7}, \frac{7}{9}$. (c) $\frac{-5}{-28}, \frac{6}{35}, \frac{27}{-180}$. (d) $\frac{3}{5}, \frac{-5}{3}, \frac{-36}{-60}, \frac{18}{21}$.

47 ([Bin+23], 2.3., p. 15). 2 bạn Mai & Đào vào hiệu sách chọn được 1 cuốn sách mà cả 2 cùng thích, mỗi bạn mua 1 quyển. Sau ngày nghỉ cuối tuần, Mai đã đọc được $\frac{7}{8}$ số trang còn Đào đã đọc được $\frac{4}{5}$ số trang của cuốn sách đó. Hỏi ai đã đọc được nhiều hơn?

48 ([Bin+23], 2.4., p. 16). Sơ kết học kỳ I, lớp 6A có $\frac{3}{4}$ số học sinh là học sinh giỏi môn Toán, $\frac{3}{5}$ số học sinh là học sinh giỏi môn Ngữ Văn, $\frac{2}{3}$ số học sinh là học sinh giỏi môn Anh văn. Sắp xếp theo thứ tự các môn học này theo số lượng học sinh giỏi từ nhiều nhất đến ít nhất.

49 ([Bin+23], 2.5., p. 16). Tìm 4 phân số lớn hơn $\frac{5}{12}$ & nhỏ hơn $\frac{5}{8}$.

50 ([Bin+23], 2.6., p. 16). Tìm các phân số thỏa mãn: (a) Có mẫu là 20, lớn hơn $\frac{4}{13}$, & nhỏ hơn $\frac{5}{13}$. (b) Có mẫu là 14, lớn hơn $\frac{-2}{21}$, & nhỏ hơn $\frac{2}{9}$.

51 ([Bin+23], 2.7., p. 16). Tìm các số nguyên n lớn hơn $\frac{283}{23}$ & nhỏ hơn $\frac{467}{31}$.

52 ([Bin+23], 2.8., p. 16). An & Bình đạp xe với tốc độ không đổi trên cùng 1 quãng đường. An đi hết 36 phút, Bình đi hết 44 phút. (a) So sánh quãng đường mà An đi được trong 20 phút với quãng đường mà Bình đi được trong 26 phút. (b) Bình phải đi trong bao lâu để được quãng đường bằng quãng đường An đi được trong 18 phút?

53 ([Bin+23], 2.9., p. 16). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa $\frac{-7}{12} < \frac{x-1}{4} < \frac{2}{3}$.

54 ([Bin+23], 2.10., p. 16). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $\frac{-1}{3} < \frac{x}{36} < \frac{y}{118} < \frac{-1}{4}$. (b) $\frac{1}{220} < \frac{x}{165} < \frac{y}{132} < \frac{1}{60}$.

55 ([Bin+23], 2.11., p. 16). Cho $a, b, c \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh: (a) Nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$. (b) Nếu $\frac{a}{b} > 1$ thì $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$. Áp dụng: So sánh $\frac{17}{18}$ & $\frac{26}{27}$.

56 ([BS23], VD9.1, p. 55). (a) Chứng minh trong 2 phân số có cùng 1 tử, tử & mẫu đều dương, phân số nào có mẫu nhỏ hơn thì phân số đó lớn hơn. (b) Áp dụng tính chất này để so sánh phân số: (i) $\frac{10}{11}, \frac{12}{13}, \frac{15}{16}$. (ii) $\frac{n+1}{n+5}, \frac{n+2}{n+3}$, $n \in \mathbb{N}$.

57 ([BS23], VD9.2, p. 56). Chứng minh nếu cộng cả tử & mẫu của 1 phân số nhỏ hơn 1, tử & mẫu đều dương, với cùng 1 số nguyên dương thì giá trị của phân số đó tăng thêm.

58 ([BS23], VD9.3, p. 56). So sánh $A = \frac{13579}{34567}, B = \frac{13580}{34569}$.

59 ([BS23], VD9.4, p. 57). So sánh $A = \frac{10^8 + 1}{10^9 + 1}, B = \frac{10^9 + 1}{10^{10} + 1}$.

60 ([BS23], 9.1., p. 57). Xếp các phân số $\frac{10}{19}, \frac{12}{23}, \frac{15}{17}, \frac{20}{29}, \frac{60}{71}$ theo thứ tự tăng dần.

61 ([BS23], 9.2., p. 57). Tìm phân số tối giản $\frac{a}{b} < 1$ có $ab = 80$.

62 ([BS23], 9.3., p. 58). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $\frac{1}{5} < \frac{x}{30} < \frac{1}{4}$. (b) $\frac{5}{8} < \frac{4}{x} < \frac{5}{7}$.

63 ([BS23], 9.4., p. 58). So sánh phân số mà không quy đồng mẫu hoặc tử: (a) $\frac{7}{15}, \frac{20}{39}$. (b) $\frac{14}{41}, \frac{17}{54}$.

64 ([BS23], 9.5., p. 58). So sánh phân số $\forall n \in \mathbb{N}$: (a) $\frac{n}{2n+3}$. (b) $\frac{n}{3n+1}, \frac{2n}{6n+1}$.

65 ([BS23], 9.6., p. 58). So sánh phân số: (a) $A = \frac{35420}{35423}, B = \frac{25343}{25345}$. (b) $C = \frac{5^{12} + 1}{5^{13} + 1}, D = \frac{5^{11} + 1}{5^{12} + 1}$.

66 ([BS23], 9.7., p. 58). Cho $x, y \in \mathbb{N}, 1 \leq y < x \leq 30$. (a) Tìm GTLN của phân số $\frac{x+y}{x-y}$. (b) Tìm GTLN của phân số $\frac{xy}{x-y}$.

3 Calculus of Fraction – Tính Toán với Phân Số

67 ([BS23], VD10.1, p. 59). Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ thỏa $\frac{a}{5} + \frac{b}{3} = \frac{13}{15}$.

68 ([BS23], VD10.2, p. 59). (a) Cho trước phân số $\frac{a}{b} \neq -1$. Tìm phân số $\frac{c}{d}$ thỏa $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$. (b) Tìm phân số $\frac{c}{d}$ có tính chất trên, nếu phân số $\frac{a}{b}$ bằng $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}$.

69 ([BS23], VD10.3, p. 60). Tính $A = \frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \frac{41}{42} + \frac{55}{56} + \frac{71}{72} + \frac{89}{90}$.

70 ([BS23], VD10.4, p. 60). Cho $A = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{8} \cdots \frac{43}{46} \cdot \frac{45}{48}, B = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{9} \cdots \frac{44}{47} \cdot \frac{46}{49}$. (a) So sánh A, B . (b) Chứng minh $A < \frac{1}{133}$.

71 ([BS23], VD10.5, p. 61). Tìm phân số $\frac{a}{b}$ lớn nhất sao cho khi chia mỗi phân số $\frac{12}{35}, \frac{8}{21}, \frac{52}{91}$ cho $\frac{a}{b}$, ta đều được các số tự nhiên.

72 ([BS23], VD10.6, p. 62). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để phân số $\frac{20n+13}{4n+3}$ có GTNN.

73 ([BS23], VD10.7, p. 62). Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ thỏa $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$.

74 ([BS23], VD10.8, p. 63). Viết tiếp các phân số vào dãy các phân số có quy luật: $3, 4\frac{1}{2}, 6\frac{3}{4}, 10\frac{1}{8}, 15\frac{3}{16}$.

75 ([BS23], VD10.9, p. 63). Thay a, b bởi 2 chữ số thích hợp: $\overline{0.ab} \cdot (a+b) = 0.36$.

76 ([BS23], 10.1., p. 64). Tìm phân số $\frac{a}{b}$, biết nó bằng trung bình cộng của 3 phân số $\frac{7}{18}, \frac{11}{18}, \frac{1}{2}$.

77 ([BS23], 10.2., p. 64). Chứng minh phân số có thể viết được dưới dạng tổng của 2 phân số có tử bằng 1, mẫu khác nhau: (a) $\frac{7}{10}$. (b) $\frac{2}{3}$.

78 ([BS23], 10.3., p. 64). Chứng minh phân số có thể viết được dưới dạng tổng của 3 phân số có tử bằng 1, mẫu khác nhau: (a) $\frac{17}{18}$. (b) $\frac{5}{8}$.

79 ([BS23], 10.4., p. 64). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $\frac{x}{10} - \frac{1}{y} = \frac{3}{10}$. (b) $\frac{1}{x} + \frac{y}{2} = \frac{5}{8}$.

80 ([BS23], 10.5., p. 64). Cho phân số $\frac{a}{b} \neq 1$. Tìm phân số $\frac{c}{d}$ thỏa $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$.

81 ([BS23], 10.6., p. 64). Tính $\frac{3 - \frac{3}{20} + \frac{3}{13} - \frac{3}{2013}}{7 - \frac{7}{20} + \frac{7}{13} - \frac{7}{2013}}$.

82 ([BS23], 10.7., p. 64). Tính $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 17} + \cdots + \frac{1}{41 \cdot 45}$.

83 ([BS23], 10.8., p. 65). Cho $A = \frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \cdots + \frac{1}{60}$. Chứng minh $A > \frac{7}{12}$.

84 ([BS23], 10.9., p. 65). Cho $A = \sum_{i=3}^{50} \frac{1}{i^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{50^2}$. Chứng minh: (a) $A > \frac{1}{4}$. (b) $A < \frac{4}{9}$.

85 ([BS23], 10.10., p. 65). Tính $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{35}{36} \cdot \frac{48}{49} \cdot \frac{63}{64}$.

86 ([BS23], 10.11., p. 65). Cho $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8} \cdots \frac{79}{80}$. Chứng minh $A < \frac{1}{9}$.

87 ([BS23], 10.12., p. 65). Chứng minh $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots 19 = \frac{11}{2} \cdot \frac{12}{2} \cdot \frac{13}{2} \cdots \frac{20}{2}$.

88 ([BS23], 10.13., p. 65). Chứng minh $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{20} = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \cdots + \frac{1}{20}$.

89 ([BS23], 10.14., p. 65). Tính $\frac{\frac{1}{19} + \frac{2}{18} + \frac{3}{17} + \cdots + \frac{18}{2} + \frac{19}{1}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{19} + \frac{1}{20}}$.

90 ([BS23], 10.15., p. 65). Tính: (a) $A = \sum_{i=1}^9 \frac{1}{2^i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^9}$. (b) $B = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} + \frac{1}{108} + \frac{1}{324} + \frac{1}{972}$.

91 ([BS23], 10.16., p. 65). Tìm $a, b \in \mathbb{Q}$ thỏa $a + b = 3(a - b) = 2 \cdot \frac{a}{b}$.

92 ([BS23], 10.17., p. 65). Cho $\frac{a}{b} = \sum_{i=2}^9 \frac{1}{i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{9}$. Chứng minh $a : 11$.

93 ([BS23], 10.18., p. 66). Chứng minh $\sum_{i=2}^{50} \frac{1}{i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{50} \notin \mathbb{N}$.

94 ([BS23], 10.19., p. 66). Tìm $a \in \mathbb{N}$ nhỏ nhất, biết nhân a với $\frac{8}{15}$ hoặc $\frac{21}{36}$ thì 2 kết quả đều là số tự nhiên.

95 ([BS23], 10.20., p. 66). So sánh $A = \frac{8^9 + 12}{8^9 + 7}$, $B = \frac{8^{10} + 4}{8^{10} - 1}$.

96 ([BS23], 10.21., p. 66). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để phân số $\frac{4n+9}{2n+3}$ có GTLN.

97 ([BS23], 10.22., p. 66). Tìm số tự nhiên có 2 chữ số sao cho tỷ số của số đó & tổng các chữ số của nó có GTNN.

98 ([BS23], 10.23., p. 66). Tìm tỷ số lớn nhất của số tự nhiên có 3 chữ số & tổng các chữ số của nó.

99 ([BS23], 10.24., p. 66). So sánh $A = \frac{7^{10}}{1 + 7 + 7^2 + \cdots + 7^9}$, $B = \frac{5^{10}}{1 + 5 + 5^2 + \cdots + 5^9}$.

100 ([BS23], 10.25., p. 66). Tìm 3 số nguyên dương khác nhau sao cho tổng các nghịch đảo của chúng bằng 1.

4 Các Bài Toán Về Phân Số & Tỷ Số

101 ([BS23], VD11.1, pp. 66–67). Tâm đã có 1 số điểm kiểm tra Toán & còn 1 bài kiểm tra nữa, các bài kiểm tra đều tính hệ số 1 ngang nhau. Nếu bài kiểm tra này Tâm được 10 điểm thì Tâm đạt điểm trung bình là 9. Nhưng vì trong bài kiểm tra cuối, Tâm chỉ được 7.5 điểm (điểm không làm tròn thành 1 số nguyên) nên điểm trung bình của Tâm chỉ là 8.5. Hỏi Tâm có tất cả bao nhiêu bài kiểm tra?

102 ([BS23], VD11.2, p. 67). Có 20 viên bi đỏ, 30 viên bi trắng, & 1 số viên bi xanh, tất cả để trong hộp. Nếu lấy ra trong hộp 1 viên bi thì cơ hội có thể lấy được 1 viên bi xanh là $\frac{9}{11}$. Tính số bi xanh.

103 ([BS23], VD11.3, p. 67). 1 lớp học mua 1 số vở về chia đều cho các học sinh. Nếu chỉ chia cho các bạn nữ thì mỗi bạn nhận 15 quyển. Nếu chỉ chia cho các bạn nam thì mỗi bạn nhận 10 quyển. Hỏi nếu chia đều cho tất cả các bạn trong lớp thì mỗi bạn nhận được bao nhiêu quyển vở?

104 ([BS23], VD11.4, p. 68). 4 bạn An, Bách, Cảnh, Dũng đi chơi, nhưng Dũng không mang tiền. An cho Dũng $\frac{1}{5}$ số tiền của mình. Bách cho Dũng $\frac{1}{4}$ số tiền của mình. Cảnh cho Dũng $\frac{1}{3}$ số tiền của mình. Kết quả số tiền Dũng nhận được từ 3 bạn đều bằng nhau. Hỏi cuối cùng Dũng có số tiền bằng mấy phần tổng số tiền của cả nhóm?

105 ([BS23], 11.1., p. 69). Tổng của 3 số bằng 148. Nếu nhân số thứ nhất với 4, nhân số thứ 2 với 5, nhân số thứ 3 với 6 thì được 3 tích bằng nhau. Tính mỗi số.

106 ([BS23], 11.2., p. 69). Tổng của 3 số bằng 147. Biết $\frac{2}{3}$ số thứ nhất bằng $\frac{3}{4}$ số thứ 2 & bằng $\frac{4}{5}$ số thứ 3. Tính mỗi số.

107 ([BS23], 11.3., p. 69). Trong 1 buổi đi tham quan, số nữ đăng ký tham gia bằng $\frac{1}{4}$ số nam. Nhưng sau đó 1 bạn nữ xin nghỉ, 1 bạn nam xin đi thêm nên số nữ đi tham quan bằng $\frac{1}{5}$ số nam. Tính số học sinh nữ & nam đã đi tham quan.

108 ([BS23], 11.4., p. 69). Tú có 2 ngăn sách. Số sách ở ngăn I bằng $\frac{2}{5}$ tổng số sách ở 2 ngăn. Tú cho bạn mượn 4 quyển sách ở ngăn I nên số sách ở ngăn I bằng $\frac{1}{3}$ tổng số sách ở 2 ngăn. Tính tổng số sách ở 2 ngăn lúc đầu.

109 ([BS23], 11.5., p. 70). Hiện nay, tuổi mẹ gấp 3 tuổi con. Cách đây 4 năm, tuổi mẹ gấp 4 tuổi con. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

110 ([BS23], 11.6., p. 70). 2 máy cày làm việc trên 1 cánh đồng. Nếu cả 2 máy cùng cày thì 10 h xong công việc. Nhưng thực tế 2 máy chỉ cùng làm việc 7 h đầu, sau đó máy thứ nhất đi cày nơi khác, máy thứ 2 làm tiếp 9 h nữa mới xong. Hỏi nếu máy thứ 2 làm việc 1 mình thì trong bao lâu cày xong cánh đồng?

111 ([BS23], 11.7., p. 70). 3 vòi nước I, II, III nếu chảy 1 mình vào 1 bể cạn thì chảy đầy bể lần lượt trong 4 h, 6 h, 9 h. Lúc đầu, mở 2 vòi I & II trong 1 h 30 ph, sau đó đóng vòi I rồi mở tiếp vòi III cùng chảy với vòi II cho đến khi đầy bể. Hỏi vòi III chảy trong bao lâu?

112 ([BS23], 11.8., p. 70). Có 3 vòi nước chảy vào 1 bể cạn. Nếu 2 vòi I & II cùng chảy thì bể đầy sau 45 ph. Nếu 2 vòi II & III cùng chảy thì bể đầy sau 1 h. Nếu 2 vòi I & III cùng chảy thì bể đầy sau 36 ph. (a) Nếu cả 3 vòi cùng chảy thì bể đầy trong bao lâu? (b) Riêng mỗi vòi chảy 1 mình thì bể đầy trong bao lâu?

113 ([BS23], 11.9., p. 70). 3 người đến cửa hàng mua 1 số táo. Người I mua $\frac{1}{2}$ số táo rồi mua thêm $\frac{1}{2}$ quả. Người II mua $\frac{2}{3}$ số còn lại rồi mua thêm $\frac{2}{3}$ quả. Người III mua $\frac{3}{4}$ số còn lại rồi mua thêm $\frac{3}{4}$ quả thì vừa hết số táo của cửa hàng. Tính số táo của cửa hàng có lúc đầu.

114 ([BS23], 11.10., p. 70). 1 số học sinh được thưởng 1 số vở. Bạn I được thưởng 2 quyển vở & $\frac{1}{5}$ số còn lại. Bạn II được thưởng 4 quyển vở & $\frac{1}{5}$ số còn lại. Bạn III được thưởng 6 quyển vở & $\frac{1}{5}$ số còn lại. ... Cứ như vậy thì số vở được chia đều cho các bạn & không còn thừa quyển nào. Tính số học sinh được thưởng & số vở.

5 Percentage – Phần Trăm %

6 Miscellaneous

Tài liệu

[Bìn+23] Vũ Hữu Bình, Nguyễn Thị Quỳnh Anh, Phan Thanh Hồng, Bùi Văn Tuyên, Đặng Văn Tuyên, and Nguyễn Thị Thanh Xuân. *Bồi Dưỡng Toán 6 Tập 2*. Tài bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 112.

- [BS23] Vũ Hữu Bình and Nguyễn Tam Sơn. *Tài Liệu Chuyên Toán Trung Học Cơ Sở Toán 6. Tập 1: Số Học*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 172.