

# Problem: Fraction & Decimal – Bài Tập: Phân Số & Số Thập Phân

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 16 tháng 1 năm 2024

## Mục lục

1 Basic Properties of Fraction. Simplify Fraction – Phân Số. Tính Chất Cơ Bản của Phân Số. Rút Gọn Phân Số . . . . .	1
2 Quy Đồng Mẫu Nhiều Phân Số. So Sánh Phân Số . . . . .	5
3 Calculus of Fraction – Tính Toán với Phân Số . . . . .	8
4 Hỗn Số Dương . . . . .	12
5 Các Bài Toán Về Phân Số & Tỷ Số . . . . .	12
6 Tỷ Số – Ratio . . . . .	15
7 Percentage – Phần Trăm % . . . . .	16
8 Movement Problem – Toán Chuyển Động . . . . .	17
9 Hệ Ghi Số Với Cơ Số Bất Kỳ . . . . .	23
10 Dãy Số Viết Theo Quy Luật . . . . .	23
11 Miscellaneous . . . . .	29
Tài liệu . . . . .	29

## 1 Basic Properties of Fraction. Simplify Fraction – Phân Số. Tính Chất Cơ Bản của Phân Số. Rút Gọn Phân Số

- 1 ([Bin+23], H1, p. 5). Các cách viết nào sau đây là phân số?  $\frac{6}{7}, \frac{-1.3}{5}, \frac{12}{-8}, \frac{-7}{0}, \frac{2.34}{-6.5}, \frac{-0}{3}$ .
- 2 ([Bin+23], H2, p. 5). Rút gọn  $\frac{30+6}{30+12}$  về phân số tối giản.
- 3 ([Bin+23], H3, p. 6). (a) Khi nào thì 1 phân số có thể viết được dưới dạng 1 số nguyên? (b) 2 phân số  $\frac{a}{b}$  &  $\frac{-a}{-b}$  có bằng nhau không? (c) Nếu chia cả tử & mẫu của 1 phân số cho cùng 1 số nguyên  $n \neq 0$  thì ta có được 1 phân số bằng nó không? (d) Khi chia cả tử & mẫu của phân số  $\frac{a}{b}$ ,  $a, b > 0$ , cho 1 ước chung của  $a, b$  thì ta có thu được 1 phân số tối giản không? (e) Nếu  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản thì mọi phân số bằng  $\frac{a}{b}$  có dạng gì?
- 4 ([Bin+23], VD1, p. 6). Cho tập hợp  $A = \{-2, 0, 7\}$ . Viết tất cả các phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in A$ .
- 5 ([Bin+23], VD2, p. 6). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa  $\frac{x}{15} = \frac{24}{y} = \frac{-6}{5}$ .
- 6 ([Bin+23], VD3, p. 6). Rút gọn: (a)  $\frac{-64}{96}$ . (b)  $\frac{131313}{252525}$ . (c)  $\frac{3510-135}{4680-180}$ . (d)  $\frac{2^4 \cdot 3^2}{6^2 \cdot 5}$ .
- 7 ([Bin+23], VD4, p. 7). Viết tất cả các phân số bằng  $\frac{30}{102}$  mà có tử & mẫu là các số tự nhiên có 2 chữ số.

\*Ben Tre City, Vietnam. E-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com). Website: <https://nqbh.github.io>.

- 8 ([Bin+23], VD5, p. 7). Tìm phân số bằng  $\frac{35}{80}$  biết tổng của mẫu số & 2 lần tử số bằng 210.
- 9 ([Bin+23], VD6, p. 8). Cho biểu thức  $A = \frac{2n-1}{n+3}$  với  $n \in \mathbb{Z}$ . Tìm  $n$  để  $A \in \mathbb{Z}$ .
- 10 ([Bin+23], VD7, p. 8). Cho  $\frac{25}{49}$ . Cần bớt ở tử & mẫu của phân số đã cho cùng 1 số nào để được 1 phân số mới bằng  $\frac{5}{13}$ ?
- 11 ([Bin+23], 1.1., p. 8). Rút gọn các phân số trong trả lời của các câu hỏi sau thành phân số tối giản: (a) 1 mẫu Bắc Bộ bằng  $3600\text{m}^2$ . 1 mẫu Bắc Bộ bằng mấy phần của 1 hecta?  $1\text{ ha} = 10000\text{ m}^2$ . (b) Mỗi khoảng thời gian sau bằng bao nhiêu phần của 1 giờ: 15 phút, 30 phút, 45 phút, 90 phút, 4500 giây? (c) Pound là đơn vị đo khối lượng được dùng phổ biến ở nước Anh & 1 số nước khác. Biết  $100\text{ pound} = 45\text{ kg}$ , hỏi 1 pound bằng mấy phần của 1 kg? (d) Inch là 1 trong các đơn vị đo chiều dài phổ biến trên thế giới. Biết  $1\text{ in} = 2.54\text{ cm}$ , hỏi 1 cm bằng mấy phần của 1 inch?
- 12 ([Bin+23], 1.2., p. 8). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  thỏa: (a)  $\frac{x-2}{15} = \frac{9}{5}$ . (b)  $\frac{2-x}{16} = \frac{-4}{x-2}$ .
- 13 ([Bin+23], 1.3., p. 9). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa: (a)  $\frac{x}{7} = \frac{5}{y}$  &  $x > y$ . (b)  $\frac{2}{x} = \frac{y}{-7}$  &  $x > 0$ .
- 14 ([Bin+23], 1.4., p. 9). Cho phân số  $\frac{7}{11}$ . Cần cộng vào tử số & mẫu số của phân số đã cho với cùng 1 số nào để được phân số mới bằng  $\frac{3}{4}$ ?
- 15 ([Bin+23], 1.5., p. 9). Cho phân số  $\frac{89}{143}$ . Tìm 1 số tự nhiên để khi thêm vào tử số & bớt đi ở mẫu số của phân số đã cho với cùng số đó thì ta được 1 phân số mới bằng  $\frac{12}{17}$ .
- 16 ([Bin+23], 1.6., p. 9). Tìm phân số bằng phân số  $\frac{147}{252}$  biết phân số đó có: (a) Tổng của tử & mẫu bằng 228. (b) Hiệu của tử & mẫu bằng 40. (c) Tích của tử & mẫu bằng 756.
- 17 ([Bin+23], 1.7., p. 9). Tìm phân số có mẫu bằng 7 biết khi cộng tử với 12 & nhân mẫu với 3 thì ta được 1 phân số mới bằng phân số ban đầu.
- 18 ([Bin+23], 1.8., p. 9). Giải thích tại sao  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ , giá trị của 2 biểu thức sau là phân số tối giản: (a)  $\frac{2n+5}{3n+7}$ . (b)  $\frac{6n-14}{2n-5}$ .
- 19 ([Bin+23], 1.9., p. 9). Tìm phân số  $\frac{a}{b}$  bằng phân số  $\frac{54}{126}$  biết: (a)  $\text{ƯCLN}(a, b) = 12$ . (b)  $\text{BCNN}(a, b) = 105$ .
- 20 ([Bin+23], 1.10., p. 9). Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  để 3 biểu thức sau đồng thời có giá trị nguyên:  $\frac{-8}{n}, \frac{13}{n-1}, \frac{4}{n+2}$ .
- 21 ([Bin+23], p. 10). Làm sao để cắt ra được 1 đoạn dây dài 10 m từ 1 sợi dây dài 16 m mà không dùng thước đo?
- 22 ([Tuy23], VD49, p. 45). Cho  $A = \{-5, 0, 9\}$ . Viết tất cả các phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in A$ . Có bao nhiêu phân số thỏa mãn?
- 23 ([Tuy23], VD50, p. 46). Viết tập hợp  $B$  các phân số bằng phân số  $\frac{7}{-15}$  với mẫu dương có 2 chữ số.
24. Cho trước  $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ , &  $n \in \mathbb{N}^*$ . Viết tập hợp  $B$  các phân số bằng phân số  $\frac{a}{b}$  với mẫu dương có  $n$  chữ số.
- 25 ([Tuy23], VD51, p. 46). Tìm phân số bằng phân số  $\frac{32}{60}$ , biết tổng của tử & mẫu là 115.
26. Cho trước  $a, b, n \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ . Tìm phân số bằng phân số  $\frac{a}{b}$ , biết tổng của tử & mẫu là  $n$ .
- 27 ([Tuy23], 236., p. 47). Trong các phân số sau, những phân số nào bằng nhau?  $\frac{15}{60}, \frac{-7}{5}, \frac{6}{15}, \frac{28}{-20}, \frac{3}{12}$ .
- 28 ([Tuy23], 237., p. 47). Cho  $A = \frac{3n-5}{n+4}$ . Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  để  $A \in \mathbb{Z}$ .
- 29 ([Tuy23], 238., p. 47). Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  để cho các phân số sau đồng thời có giá trị nguyên:  $\frac{-12}{n}, \frac{15}{n-2}, \frac{8}{n+1}$ .
- 30 ([Tuy23], 239., p. 47). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  biết: (a)  $\frac{x-1}{9} = \frac{8}{3}$ . (b)  $\frac{-x}{4} = \frac{-9}{x}$ . (c)  $\frac{x}{4} = \frac{18}{x+1}$ .
- 31 ([Tuy23], 240., p. 47). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa  $\frac{x-4}{y-3} = \frac{4}{3}$  &  $x-y=5$ .

- 32 ([Tuy23], 241., p. 47). Viết dạng tổng quát các phân số bằng phân số  $\frac{-12}{30}$ .
- 33 ([Tuy23], 242., p. 47). Rút gọn phân số: (a)  $\frac{990}{2610}$ . (b)  $\frac{374}{506}$ . (c)  $\frac{3600 - 75}{8400 - 175}$ . (d)  $\frac{9^{14} \cdot 25^5 \cdot 8^7}{18^{12} \cdot 625^3 \cdot 24^3}$ .
- 34 ([Tuy23], 243., p. 47). Cho phân số  $\frac{a}{b}$ . Chứng minh: Nếu  $\frac{a-x}{b-y} = \frac{a}{b}$  thì  $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ .
- 35 ([Tuy23], 244., p. 47). Cho phân số  $A = \frac{1+3+5+\dots+19}{21+23+25+\dots+39}$ . (a) Rút gọn A. (b) Xóa 1 số hạng ở tử & xóa 1 số hạng ở mẫu để được 1 phân số mới vẫn bằng A.
- 36 ([Tuy23], 245., p. 47). Rút gọn phân số  $A = \frac{71 \cdot 52 + 53}{530 \cdot 71 - 180}$  mà không cần thực hiện các phép tính ở tử.
- 37 ([Tuy23], 246., p. 47). 2 phân số sau có bằng nhau không?  $\frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}}, \frac{\overline{ababab}}{\overline{cdcdcd}}$ .
- 38 ([Tuy23], 247., p. 47). Chứng minh: (a)  $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 39}{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot \dots \cdot 40} = \frac{1}{2^{20}}$ . (b)  $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{(n+1)(n+2)(n+3) \cdot \dots \cdot 2n} = \frac{1}{2^n}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- 39 ([Tuy23], 248., p. 47). Tìm phân số  $\frac{a}{b}$  bằng phân số  $\frac{60}{108}$  biết: (a)  $\text{ƯCLN}(a, b) = 15$ . (b)  $\text{BCNN}(a, b) = 180$ .
- 40 ([Tuy23], 249., p. 48). Tìm phân số bằng phân số  $\frac{200}{520}$  sao cho: (a) Tổng của tử & mẫu là 306. (b) Hiệu của tử & mẫu là 184. (c) Tích của tử & mẫu là 2340.
- 41 ([Tuy23], 250., p. 48). Chứng minh:  $\forall n \in \mathbb{Z}$ , các phân số sau là các phân số tối giản: (a)  $\frac{3n-2}{4n-3}$ . (b)  $\frac{4n+1}{6n+1}$ .
- 42 ([Tuy23], 251., p. 48). Cho  $\frac{a}{b}$  là 1 phân số chưa tối giản. Chứng minh các phân số sau chưa tối giản: (a)  $\frac{a}{a-b}$ . (b)  $\frac{2a}{a-2b}$ .
- 43 ([Bin23], VD1, p. 4). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $A = \frac{n+10}{2n-8} \in \mathbb{Z}$ .
44. Cho  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ ,  $c^2 + d^2 \neq 0$ . Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $A = \frac{an+b}{cn+d} \in \mathbb{Z}$ .
- 45 ([Bin23], VD2, p. 5). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $A = \frac{21n+3}{6n+4}$  rút gọn được.
46. Cho  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ ,  $c^2 + d^2 \neq 0$ . Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $A = \frac{an+b}{cn+d}$  rút gọn được.
- 47 ([Bin23], VD3, p. 5). Tìm  $a, b, c, d \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất sao cho  $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{b}{c} = \frac{12}{21}$ ,  $\frac{c}{d} = \frac{6}{11}$ .
- 48 ([Bin23], VD4, p. 5). Tìm số tự nhiên lớn nhất có 3 chữ số sao cho số đó bằng mỗi tổng  $a+b, c+d, e+f$  &  $\frac{a}{b} = \frac{35}{49}$ ,  $\frac{c}{d} = \frac{130}{143}$ ,  $\frac{e}{f} = \frac{7}{13}$ .
- 49 ([Bin23], 1., p. 6). Rút gọn phân số: (a)  $\frac{199 \dots 9}{99 \dots 95}$  (10 chữ số 9 ở tử, 10 chữ số 9 ở mẫu). (b)  $\frac{121212}{424242}$ . (c)  $\frac{187187187}{221221221}$ . (d)  $\frac{3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37 \cdot 39 - 10101}{505050 + 70707}$ .
- 50 ([Bin23], 2., p. 6). Chứng minh các phân số sau có giá trị là số tự nhiên: (a)  $\frac{10^{2002} + 2}{3}$ . (b)  $\frac{10^{2003} + 8}{9}$ .
- 51 ([Bin23], 3., p. 6). Chứng minh các phân số sau bằng nhau: (a)  $\frac{1717}{2929}$  &  $\frac{171717}{292929}$ . (b)  $\frac{3210 - 34}{4170 - 41}$  &  $\frac{6420 - 68}{8340 - 82}$ . (c)  $\frac{2106}{7320}$ ,  $\frac{4212}{14640}$ , &  $\frac{6318}{21960}$ .
- 52 ([Bin23], 4., p. 6). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa: (a)  $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ . (b)  $\frac{x}{28} = \frac{y}{35}$ .
- 53 ([Bin23], 5., p. 6). Tìm các phân số  $\frac{a}{b}$ ,  $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}^*$ , có giá trị bằng: (a)  $\frac{36}{45}$  biết  $\text{BCNN}(a, b) = 300$ . (b)  $\frac{21}{35}$  biết  $\text{ƯCLN}(a, b) = 30$ . (c)  $\frac{15}{35}$  biết  $\text{ƯCLN}(a, b) \cdot \text{BCNN}(a, b) = 3549$ .

- 54 ([Bin23], 6., p. 7). Chứng minh các phân số sau tối giản với mọi  $n \in \mathbb{N}$ . (a)  $\frac{n+1}{2n+3}$ . (b)  $\frac{2n+3}{4n+8}$ . (c)  $\frac{3n+2}{5n+3}$ .
- 55 ([Bin23], 7., p. 7). Cho phân số  $A = \frac{63}{3n+1}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . (a) Với giá trị nào của  $n$  thì  $A$  rút gọn được? (b) Với giá trị nào của  $n$  thì  $A \in \mathbb{N}$ ?
- 56 ([Bin23], 8., p. 7). Tìm các số tự nhiên  $n$  để các phân số sau là phân số tối giản: (a)  $\frac{2n+3}{4n+1}$ . (b)  $\frac{3n+2}{7n+1}$ . (c)  $\frac{2n+7}{5n+2}$ .
- 57 ([Bin23], 9., p. 7). Có bao nhiêu số nguyên dương  $n$  không vượt quá 1000 để phân số  $\frac{n+12}{n^2+9n-13}$  là phân số tối giản?
- 58 ([Bin23], 10., p. 7). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $\frac{n+3}{2n-2} \in \mathbb{Z}$ .
- 59 ([Bin23], 11., p. 7). Tìm các số nguyên  $n$  sao cho các phân số sau có giá trị là số nguyên: (a)  $\frac{12}{3n-1}$ . (b)  $\frac{2n+3}{7}$ .
- 60 ([Bin23], 12., p. 7). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  để phân số  $A = \frac{8n+193}{4n+3}$ : (a) Có giá trị là số tự nhiên. (b) Là phân số tối giản. (c) Với giá trị nào của  $n$  trong khoảng từ 150 đến 170 thì phân số  $A$  rút gọn được?
- 61 ([Bin23], 13., p. 7). Tìm các phân số tối giản nhỏ hơn 1 có tử & mẫu đều dương, biết tích của tử & mẫu của phân số bằng 120.
- 62 ([Bin23], 14., p. 7). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất để các phân số sau đều là phân số tối giản:  $\frac{5}{n+8}, \frac{6}{n+9}, \frac{7}{n+10}, \dots, \frac{17}{n+20}$ .
- 63 ([Bin23], 15., p. 7). Cho 3 phân số  $\frac{15}{42}, \frac{49}{56}, \frac{36}{51}$ . Biến đổi 3 phân số trên thành các phân số bằng chúng sao cho mẫu của phân số thứ nhất bằng tử của phân số thứ 2, mẫu của phân số thứ 2 bằng tử của phân số thứ 3.
- 64 ([Bin23], 16., p. 7). Cho 3 phân số  $\frac{5}{8}, \frac{11}{20}, \frac{4}{15}$ . Tìm 3 phân số (có tử & mẫu dương) theo thứ tự bằng 3 phân số trên sao cho hiệu của mẫu & tử của mỗi phân số này đều bằng nhau & hiệu đó có giá trị nhỏ nhất.
- 65 ([Bin23], 17., p. 8). Tìm các phân số lớn hơn  $\frac{1}{5}$  & khác số tự nhiên biết nếu lấy mẫu nhân với 1 số, lấy tử cộng với số đó thì giá trị của phân số không đổi.
- 66 ([Bin23], 18., p. 8). Cho phân số  $A = \frac{23+22+21+\dots+13}{11+10+9+\dots+1}$ . Nếu cách xóa 1 số hạng ở tử & 1 số hạng ở mẫu của  $A$  để được 1 phân số mới vẫn bằng phân số  $A$ .
- 67 ([Bin23], 19., p. 8, Bộ sử Hume). Người Anh có thói quen xếp bộ sử nước Anh của Hume (David Hume, nhà sử học Scotland) gồm 9 tập ở tủ sách đặc biệt gồm 2 ngăn: ngăn trên xếp 5 cuốn, ngăn dưới xếp 4 cuốn, ở gáy các cuốn sách đó ghi các số 1, 2, 3, ..., 9. Nếu chủ nhân xếp  $\frac{13458}{6729}$  (phân số này có giá trị bằng 2) thì chứng tỏ chủ nhân đã đọc 2 tập (riêng trường hợp mới đọc 1 tập thì xếp  $\frac{12345}{6789}$ ). Nếu cách xếp 9 cuốn sách đó để chứng tỏ chủ nhân của bộ sách đã đọc 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 tập.
- 68 ([BS23], VD8.1, p. 51). Quan sát dãy phân số  $\frac{1}{2}, \frac{5}{12}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$  để viết tiếp 1 phân số nữa theo quy luật của dãy.
- 69 ([BS23], VD8.2, p. 52). Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  để cả 3 phân số  $\frac{15}{n}, \frac{12}{n+2}, \frac{6}{2n-5} \in \mathbb{Z}$ .
- 70 ([BS23], VD8.3, p. 52). Cho phân số  $\frac{1+2+\dots+20}{6+7+\dots+36}$ . Xóa 1 số hạng ở tử & 1 số hạng ở mẫu của phân số này để giá trị của phân số đó không đổi.
- 71 ([BS23], VD8.4, p. 53). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  biết  $\frac{a}{b} = \frac{132}{143}$ , BCNN( $a, b$ ) = 1092.
- 72 ([BS23], 8.1., p. 53). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  thỏa: (a)  $\frac{7}{x} = \frac{x}{28}$ . (b)  $\frac{10+x}{17+x} = \frac{3}{4}$ . (c)  $\frac{40+x}{77-x} = \frac{6}{7}$ .
- 73 ([BS23], 8.2., p. 53). Tìm  $a, b \in \mathbb{Z}$  thỏa  $a^3 + b^3 = 1216$  & phân số  $\frac{a}{b}$  rút gọn được thành  $\frac{3}{5}$ .
- 74 ([BS23], 8.3., p. 53). Viết các phân số tối giản  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{Z}$  &  $ab = 100$ .
- 75 ([BS23], 8.4., p. 53). Rút gọn phân số: (a)  $\frac{10 \cdot 11 + 50 \cdot 55 + 70 \cdot 77}{11 \cdot 12 + 55 \cdot 60 + 77 \cdot 84}$ . (b)  $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 49}{26 \cdot 27 \cdot 28 \cdot \dots \cdot 50}$ .

76 ([BS23], 8.5., p. 53). Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  thỏa: (a)  $\frac{n+3}{n-2}$  là số nguyên âm. (b)  $\frac{n+7}{3n-1} \in \mathbb{Z}$ . (c)  $\frac{3n+2}{4n-5} \in \mathbb{Z}$ .

77 ([BS23], 8.6., p. 54). Chứng minh phân số  $\frac{n-5}{3n-14}$  tối giản  $\forall n \in \mathbb{Z}$ .

78 ([BS23], 8.7., p. 54). Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  thỏa  $\frac{2n-1}{3n+2}$  rút gọn được.

79 ([BS23], 8.8., p. 54). Tìm  $n \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất để 5 phân số  $\frac{n+7}{3}, \frac{n+8}{4}, \frac{n+9}{5}, \frac{n+10}{6}, \frac{n+11}{7}$ .

80 ([BS23], 8.9., p. 54). Tìm  $a, b \in \mathbb{Z}$  biết  $\frac{a}{b} = \frac{49}{56}$ ,  $\text{UCLN}(a, b) = 12$ .

81 ([BS23], 8.10., p. 54). Tìm  $a, b, c, d \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất thỏa  $\frac{a}{b} = \frac{5}{14}, \frac{b}{c} = \frac{21}{28}, \frac{c}{d} = \frac{6}{11}$ .

## 2 Quy Đồng Mẫu Nhiều Phân Số. So Sánh Phân Số

82 ([Bin+23], H1, p. 12). D/S? (a) 1 cách để quy đồng mẫu 2 phân số  $\frac{a}{b}$  &  $\frac{c}{d}$  là  $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}, \frac{c}{d} = \frac{cb}{db}$ . (b) Phân số dương lớn hơn phân số âm. (c) Trong 2 phân số có cùng mẫu, phân số nào có tử lớn hơn thì phân số đó lớn hơn. (d) Trong 2 phân số có mẫu số dương & tử bằng nhau, phân số nào có mẫu nhỏ hơn thì phân số đó lớn hơn. (e)  $3\frac{7}{5}$  là 1 hỗn số. (f) Phân số  $\frac{22}{5}$  viết dưới dạng hỗn số là  $4\frac{2}{5}$ .

83 ([Bin+23], H2, p. 12). D/S? Thực hiện quy đồng mẫu 2 phân số  $\frac{10}{12}$  &  $\frac{5}{8}$ , Sơn & Huy đã làm như sau: Sơn:  $\frac{10}{12} = \frac{10 \cdot 8}{12 \cdot 8} = \frac{80}{96}$ ,  $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 12}{8 \cdot 12} = \frac{60}{96}$ . Huy:  $\frac{10}{12} = \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$ ,  $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24}$ .

84 ([Bin+23], H3, p. 12). D/S? Để so sánh 2 phân số  $\frac{23}{-5}$  &  $\frac{24}{-5}$ , Hà đã giải thích như sau:  $\frac{23}{-5}$  &  $\frac{24}{-5}$  là 2 phân số có cùng mẫu &  $23 < 24$  nên  $\frac{23}{-5} < \frac{24}{-5}$ .

85 ([Bin+23], VD1, p. 12). Quy đồng mẫu các phân số: (a)  $\frac{-3}{16}, \frac{5}{-24}$ . (b)  $\frac{3}{14}, \frac{-5}{18}, \frac{25}{-42}$ . (c)  $\frac{3}{16}, \frac{5}{48}, \frac{-7}{4}$ . (d)  $\frac{3}{7}, \frac{-8}{5}, \frac{5}{12}$ . (e)  $\frac{-15}{18}, \frac{42}{-72}, \frac{32}{120}$ .

86 ([Bin+23], VD2, p. 13). Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần: (a)  $\frac{5}{24}, \frac{11}{36}, \frac{17}{60}$ . (b)  $\frac{23}{47}, \frac{69}{85}, \frac{92}{137}$ . (c)  $\frac{17}{60}, \frac{16}{73}$ .

87 ([Bin+23], VD3, p. 14). (a) Viết 2 phân số sau dưới dạng hỗn số:  $\frac{26}{5}, \frac{153}{25}$ . (b) Viết 2 hỗn số sau dưới dạng phân số:  $3\frac{2}{7}, 8\frac{3}{5}$ .

88 ([Bin+23], VD4, p. 14). So sánh  $\frac{62}{15}, \frac{70}{17}$ .

89 ([Bin+23], VD5, p. 15). 2 bạn Mai & Đào đi xe đạp đến trường với cùng tốc độ. Mai đi hết  $\frac{2}{3}$  giờ, Đào đi hết  $\frac{3}{4}$  giờ. Nhà ai cách xa trường hơn?

90 ([Bin+23], VD6, p. 15). Tìm các phân số có mẫu là 5, lớn hơn  $\frac{-2}{3}$  & nhỏ hơn  $\frac{1}{-6}$ .

91 ([Bin+23], 2.1., p. 15). Quy đồng mẫu các phân số: (a)  $\frac{13}{30}, \frac{-7}{120}$ . (b)  $\frac{36}{75}, \frac{6}{11}$ . (c)  $\frac{3}{25}, \frac{4}{5}, \frac{-8}{75}$ . (d)  $\frac{-5}{18}, \frac{17}{60}, \frac{32}{-45}$ .

92 ([Bin+23], 2.2., p. 15). Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự từ nhỏ đến lớn: (a)  $\frac{6}{7}, \frac{9}{10}$ . (b)  $\frac{10}{-21}, \frac{-4}{7}, \frac{7}{9}$ . (c)  $\frac{-5}{-28}, \frac{6}{35}, \frac{27}{-180}$ . (d)  $\frac{3}{5}, \frac{-5}{3}, \frac{-36}{-60}, \frac{18}{21}$ .

93 ([Bin+23], 2.3., p. 15). 2 bạn mai & Đào vào hiệu sách chọn được 1 cuốn sách mà cả 2 cùng thích, mỗi bạn mua 1 quyển. Sau ngày nghỉ cuối tuần, Mai đã đọc được  $\frac{7}{8}$  số trang còn Đào đã đọc được  $\frac{4}{5}$  số trang của cuốn sách đó. Ai đã đọc được nhiều hơn?

94 ([Bin+23], 2.4., p. 16). Sơ kết học kỳ I, lớp 6A có  $\frac{3}{4}$  số học sinh là học sinh giỏi môn Toán,  $\frac{3}{5}$  số học sinh là học sinh giỏi môn Ngữ Văn,  $\frac{2}{3}$  số học sinh là học sinh giỏi môn Anh văn. Sắp xếp theo thứ tự các môn học này theo số lượng học sinh giỏi từ nhiều nhất đến ít nhất.

95 ([Bin+23], 2.5., p. 16). Tìm 4 phân số lớn hơn  $\frac{5}{12}$  & nhỏ hơn  $\frac{5}{8}$ .

96 ([Bin+23], 2.6., p. 16). Tìm các phân số thỏa mãn: (a) Có mẫu là 20, lớn hơn  $\frac{4}{13}$ , & nhỏ hơn  $\frac{5}{13}$ . (b) Có mẫu là 14, lớn hơn  $\frac{-2}{21}$ , & nhỏ hơn  $\frac{2}{9}$ .

97 ([Bin+23], 2.7., p. 16). Tìm các số nguyên  $n$  lớn hơn  $\frac{283}{23}$  & nhỏ hơn  $\frac{467}{31}$ .

98 ([Bin+23], 2.8., p. 16). An & Bình đạp xe với tốc độ không đổi trên cùng 1 quãng đường. An đi hết 36 phút, Bình đi hết 44 phút. (a) So sánh quãng đường mà An đi được trong 20 phút với quãng đường mà Bình đi được trong 26 phút. (b) Bình phải đi trong bao lâu để được quãng đường bằng quãng đường An đi được trong 18 phút?

99 ([Bin+23], 2.9., p. 16). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  thỏa  $\frac{-7}{12} < \frac{x-1}{4} < \frac{2}{3}$ .

100 ([Bin+23], 2.10., p. 16). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa: (a)  $\frac{-1}{3} < \frac{x}{36} < \frac{y}{118} < \frac{-1}{4}$ . (b)  $\frac{1}{220} < \frac{x}{165} < \frac{y}{132} < \frac{1}{60}$ .

101 ([Bin+23], 2.11., p. 16). Cho  $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ . Chứng minh: (a) Nếu  $\frac{a}{b} < 1$  thì  $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$ . (b) Nếu  $\frac{a}{b} > 1$  thì  $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$ . Áp dụng: So sánh  $\frac{17}{18}$  &  $\frac{26}{27}$ .

102 ([Tuy23], VD52, p. 48). So sánh 2 phân số  $\frac{-101}{-100}$  &  $\frac{200}{201}$ .

103. Cho  $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ ,  $a > b > 0$ ,  $d > c > 0$ . So sánh các số  $\frac{\pm a}{\pm b}$ ,  $\frac{\pm c}{\pm d}$ .

104 ([Tuy23], VD53, p. 49). Sắp xếp 4 phân số  $\frac{5}{8}, \frac{9}{16}, \frac{2}{-3}, \frac{-7}{12}$  theo thứ tự tăng dần.

105 ([Tuy23], 253., p. 49). Quy đồng mẫu rồi so sánh phân số: (a)  $\frac{-789}{3131}$ ,  $\frac{11}{2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2}$ ,  $\frac{29}{2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^3}$ . (b)  $\frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ .

106 ([Tuy23], 254., p. 49). Quy đồng mẫu rồi sắp xếp phân số theo thứ tự tăng dần: (a)  $\frac{7}{39}, \frac{11}{65}, \frac{9}{52}$ . (b)  $\frac{17}{30}, \frac{-19}{30}, \frac{38}{45}, \frac{-13}{18}$ .

107 ([Tuy23], 255., p. 49). Quy đồng tử rồi sắp xếp phân số theo thứ tự tăng dần:  $\frac{9}{382}, \frac{6}{257}, \frac{15}{643}$ .

108 ([Tuy23], 256., p. 49). Sắp xếp phân số theo thứ tự tăng dần: (a)  $\frac{29}{40}, \frac{28}{41}, \frac{29}{41}$ . (b)  $\frac{307}{587}, \frac{317}{587}, \frac{307}{593}$ .

109 ([Tuy23], 257., p. 49). So sánh: (a)  $\frac{179}{197}, \frac{971}{917}$ . (b)  $\frac{183}{184}, \frac{-184}{-183}$ .

110 ([Tuy23], 258., p. 49). So sánh: (a)  $\frac{83}{13}, \frac{23}{3}, \frac{123}{23}$ . (b)  $\frac{53}{17}, \frac{71}{23}$ .

111 ([Tuy23], 259., p. 49). Cho  $a \in \{-5, 7, 9\}, b \in \{0, 16, 17, 18, 19\}$ . Tìm GTLN, GTNN của phân số  $\frac{a}{b}$ .

112 ([Tuy23], 260., p. 50). Đếm số phân số lớn hơn  $\frac{7}{8}$  & nhỏ hơn  $\frac{9}{10}$  mà: (a) Mẫu là 40. (b) Mẫu là 80. (c) Mẫu là 400.

113 ([Tuy23], 261., p. 50). Đếm số phân số lớn hơn  $\frac{1}{6}$  & nhỏ hơn  $\frac{1}{4}$  mà: (a) Tử là 1. (b) Tử là 5.

114 ([Tuy23], 262., p. 50). Tìm 9 phân số lớn hơn  $\frac{7}{12}$  & nhỏ hơn  $\frac{5}{8}$ .

115 ([Tuy23], 263., p. 50). 2 người cùng đi quãng đường AB. Người thứ nhất đi hết 32 ph, người thứ 2 đi hết 48 ph. (a) So sánh quãng đường người thứ nhất đi trong 20 ph với quãng đường người thứ 2 đi trong 28 ph. (b) Người thứ 2 phải đi trong bao lâu để được quãng đường bằng quãng đường người thứ nhất đi trong 24 ph?

116 ([Bin23], VD5, p. 8). So sánh  $A = \frac{10^{15} + 1}{10^{16} + 1}$  &  $B = \frac{10^{16} + 1}{10^{17} + 1}$ .

117 ([Bin23], VD6, p. 9). 1 phân số có tử & mẫu đều là số nguyên dương. Nếu cộng tử & mẫu của phân số đó với cùng  $n \in \mathbb{N}^*$  thì phân số thay đổi thế nào?

118 ([Bin23], VD7, p. 9). So sánh  $\left(\frac{1}{32}\right)^7$  &  $\left(\frac{1}{16}\right)^9$ .



- 119 ([Bin23], VD8, p. 9). Chứng minh  $95^8$  là 1 số có 16 chữ số khi viết kết quả của nó trong hệ thập phân.
- 120 ([Bin23], VD9, p. 10). Cho  $a, b \in \mathbb{N}^*$  thỏa  $\frac{5}{7} < \frac{a}{b} < \frac{9}{11}$ . Tìm  $a + b$  khi  $b$  nhỏ nhất.
- 121 ([Bin23], 20., p. 10). So sánh  $a, b \in \mathbb{N}$  biết  $\frac{1+2+3+\dots+a}{a} < \frac{1+2+3+\dots+b}{b}$ .
- 122 ([Bin23], 21., p. 10). So sánh: (a)  $\frac{18}{91}$  &  $\frac{23}{114}$ . (b)  $\frac{21}{52}$  &  $\frac{213}{523}$ . (c)  $\frac{1313}{9191}$  &  $\frac{1111}{7373}$ .
- 123 ([Bin23], 22., p. 10). So sánh các phân số sau, với  $n \in \mathbb{N}$ : (a)  $\frac{n}{n+1}$  &  $\frac{n+2}{n+3}$ . (b)  $\frac{n+1}{n+4}$  &  $\frac{n}{n+5}$ . (c)  $\frac{n}{2n+1}$  &  $\frac{3n+1}{6n+3}$ .
- 124 ([Bin23], 23., p. 11). So sánh  $A$  &  $B$ : (a)  $A = \frac{20}{39} + \frac{22}{27} + \frac{18}{43}$ ,  $B = \frac{14}{39} + \frac{22}{29} + \frac{18}{41}$ . (b)  $A = \frac{3}{8^3} + \frac{7}{8^4}$ ,  $B = \frac{7}{8^3} + \frac{3}{8^4}$ . (c)  $A = \frac{10^7+5}{10^7-8}$ ,  $B = \frac{10^8+6}{10^8-7}$ . (d)  $A = \frac{10^{1992}+1}{10^{1991}+1}$ ,  $B = \frac{10^{1993}+1}{10^{1992}+1}$ .
- 125 ([Bin23], 24., p. 11). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  sao cho  $\frac{4}{11} < \frac{x}{20} < \frac{5}{11}$ .
- 126 ([Bin23], 25., p. 11). Tìm 2 phân số có các mẫu bằng 9, các tử là 2 số tự nhiên liên tiếp sao cho phân số  $\frac{4}{7}$  nằm giữa 2 phân số đó.
- 127 ([Bin23], 26., p. 11). Tìm 2 phân số có các tử bằng 1, các mẫu là 2 số tự nhiên liên tiếp sao cho phân số  $\frac{13}{84}$  nằm giữa 2 phân số đó.
- 128 ([Bin23], 27., p. 11). Tìm 2 phân số có mẫu bằng 21 biết nó lớn hơn  $\frac{5}{7}$  & nhỏ hơn  $\frac{5}{6}$ .
- 129 ([Bin23], 28., p. 11). Tìm phân số  $\frac{a}{b}$  sao cho  $a$  là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa mãn  $\frac{4}{15} < \frac{a}{b} < \frac{1}{3}$ .
- 130 ([Bin23], 29., p. 11). Tìm phân số  $\frac{a}{b}$  lớn nhất nhỏ hơn 1 với  $a, b$  là các số nguyên dương có 1 chữ số.
- 131 ([Bin23], 30., p. 11). So sánh 2 phân số  $\left(\frac{1}{243}\right)^9$  &  $\left(\frac{1}{83}\right)^{13}$ .
- 132 ([BS23], VD9.1, p. 55). (a) Chứng minh trong 2 phân số có cùng 1 tử, tử & mẫu đều dương, phân số nào có mẫu nhỏ hơn thì phân số đó lớn hơn. (b) Áp dụng tính chất này để so sánh phân số: (i)  $\frac{10}{11}, \frac{12}{13}, \frac{15}{16}$ . (ii)  $\frac{n+1}{n+5}, \frac{n+2}{n+3}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .
- 133 ([BS23], VD9.2, p. 56). Chứng minh nếu cộng cả tử & mẫu của 1 phân số nhỏ hơn 1, tử & mẫu đều dương, với cùng 1 số nguyên dương thì giá trị của phân số đó tăng thêm.
- 134 ([BS23], VD9.3, p. 56). So sánh  $A = \frac{13579}{34567}$ ,  $B = \frac{13580}{34569}$ .
- 135 ([BS23], VD9.4, p. 57). So sánh  $A = \frac{10^8+1}{10^9+1}$ ,  $B = \frac{10^9+1}{10^{10}+1}$ .
- 136 ([BS23], 9.1., p. 57). Xếp các phân số  $\frac{10}{19}, \frac{12}{23}, \frac{15}{17}, \frac{20}{29}, \frac{60}{71}$  theo thứ tự tăng dần.
- 137 ([BS23], 9.2., p. 57). Tìm phân số tối giản  $\frac{a}{b} < 1$  có  $ab = 80$ .
- 138 ([BS23], 9.3., p. 58). Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  thỏa: (a)  $\frac{1}{5} < \frac{x}{30} < \frac{1}{4}$ . (b)  $\frac{5}{8} < \frac{4}{x} < \frac{5}{7}$ .
- 139 ([BS23], 9.4., p. 58). So sánh phân số mà không quy đồng mẫu hoặc tử: (a)  $\frac{7}{15}, \frac{20}{39}$ . (b)  $\frac{14}{41}, \frac{17}{54}$ .
- 140 ([BS23], 9.5., p. 58). So sánh phân số  $\forall n \in \mathbb{N}$ : (a)  $\frac{n}{2n+3}$ . (b)  $\frac{n}{3n+1}, \frac{2n}{6n+1}$ .
- 141 ([BS23], 9.6., p. 58). So sánh phân số: (a)  $A = \frac{35420}{35423}$ ,  $B = \frac{25343}{25345}$ . (b)  $C = \frac{5^{12}+1}{5^{13}+1}$ ,  $D = \frac{5^{11}+1}{5^{12}+1}$ .
- 142 ([BS23], 9.7., p. 58). Cho  $x, y \in \mathbb{N}, 1 \leq y < x \leq 30$ . (a) Tìm GTLN của phân số  $\frac{x+y}{x-y}$ . (b) Tìm GTLN của phân số  $\frac{xy}{x-y}$ .

### 3 Calculus of Fraction – Tính Toán với Phân Số

**143** ([Bin+23], H1–H4, p. 19). (a) Cách để cộng, nhân 2 phân số? (b) Tính:  $x = \frac{1}{2} + \frac{-2}{5}$ ,  $y = 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ ,  $z = \frac{-8}{3} \cdot \frac{9}{-14}$ ,  $t = \frac{6}{5} : \frac{-9}{10}$ .

**144** ([Bin+23], VD1, p. 19). Tính: (a)  $\frac{4}{5} + \frac{-6}{5}$ . (b)  $\frac{9}{10} - \frac{3}{10}$ . (c)  $\frac{-5}{9} - \frac{2}{9}$ . (d)  $\frac{37}{19} + \frac{12}{-19}$ . (e)  $\frac{2}{3} + \frac{-1}{4}$ . (f)  $\frac{1}{-3} + \frac{8}{9}$ . (g)  $-\frac{1}{6} + \frac{3}{-8}$ . (h)  $2 - \frac{1}{15} + \frac{2}{3}$ .

**145** ([Bin+23], VD2, p. 20). Tính: (a)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{-4}$ . (b)  $\frac{-2}{3} \cdot \frac{9}{-14}$ . (c)  $3 \cdot \frac{11}{6}$ . (d)  $\frac{-8}{5} \cdot \frac{-25}{24}$ . (e)  $\frac{3}{10} : \frac{-9}{15}$ . (f)  $-12 : \frac{4}{5}$ . (g)  $\frac{2}{-5} : \frac{-8}{25}$ . (h)  $\frac{3}{5} : (-9)$ .

**146** ([Bin+23], VD3, p. 20). Tìm  $x \in \mathbb{R}$  thỏa: (a)  $x - \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ . (b)  $\frac{6}{7} - 2x = \frac{2}{3}$ . (c)  $\frac{-2}{3}x = \frac{8}{9}$ . (d)  $x : \frac{24}{5} = \frac{-5}{4}$ .

**147** ([Bin+23], VD4, p. 21). Tính hợp lý: (a)  $A = \frac{3}{-7} + \frac{6}{11} + \frac{17}{7} - \frac{9}{11}$ . (b)  $B = \frac{3}{5} \cdot \frac{-6}{13} - \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{13}$ . (d)  $D = \frac{3 - \frac{5}{12} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{3} + \frac{9}{4} - \frac{7}{6}}$ .

**148** ([Bin+23], VD5, p. 21). (a) Chứng minh  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ . (b) Tính  $A = \sum_{i=1}^{2020} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{2020 \cdot 2021}$ .

**149** ([Bin+23], VD6, p. 21).  $\frac{2}{3}$  số công nhân trong 1 nhà máy là nữ &  $\frac{3}{4}$  trong số họ đang nuôi con nhỏ. Số công nhân nữ đang nuôi con nhỏ bằng mấy phần tổng số công nhân của nhà máy?

**150** ([Bin+23], 3.1., p. 22). Tính: (a)  $\frac{5}{2} + \frac{-4}{3}$ . (b)  $\frac{7}{9} - \frac{1}{6}$ . (c)  $2 - \frac{5}{4}$ . (d)  $\frac{2}{3} - \frac{5}{2} + \frac{3}{4}$ . (e)  $\frac{7}{2} \cdot \frac{-6}{5}$ . (f)  $-16 \cdot \frac{3}{8}$ . (g)  $\frac{-8}{5} : \frac{2}{-3}$ . (h)  $\frac{-6}{5} : 12$ .

**151** ([Bin+23], 3.2., p. 22). Tính: (a)  $\frac{3}{4} - \frac{5}{2} + \frac{-3}{16}$ . (b)  $\frac{1}{3} - \frac{5}{7} \cdot \frac{14}{25}$ . (c)  $\left(\frac{7}{10} - \frac{5}{2}\right) \cdot \frac{2}{3} - 2$ . (d)  $\left(1 + \frac{7}{3}\right) : \left(2 - \frac{5}{12} - \frac{3}{2}\right)$ .

**152** ([Bin+23], 3.3., p. 22). Tính hợp lý: (a)  $\frac{3}{17} + \frac{1}{22} + \frac{5}{3} - \frac{23}{22} + \frac{14}{17}$ . (b)  $\frac{-3}{5} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{5}$ . (c)  $\frac{8}{7} \cdot \frac{9}{19} - \frac{8}{19} \cdot \frac{5}{7} + \frac{3}{19} \cdot \frac{8}{7}$ . (d)  $\frac{6}{5} - \frac{4}{7} + \frac{8}{19}$ ,  $\frac{9}{5} - \frac{6}{7} + \frac{12}{19}$ ,  $\frac{6}{5} - \frac{4}{7} + \frac{8}{19}$ .

**153** ([Bin+23], 3.4., p. 22). Tìm  $x \in \mathbb{R}$  thỏa: (a)  $x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ . (b)  $x + \frac{2}{5} = \frac{-7}{10}$ . (c)  $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{5} = \frac{4}{3}$ . (d)  $\frac{1}{3} : x - \frac{3}{2} = 5$ . (e)  $x \in \mathbb{Z}$  thỏa  $\frac{-2}{3} - 1 + \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{10} + \frac{27}{5} - \frac{3}{2}$ .

**154** ([Bin+23], 3.5., p. 22). Tính giá trị biểu thức  $A = 2(a+b) - ab$  với  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = \frac{2}{5}$ .

**155** ([Bin+23], 3.6., p. 22). Huy viết ra 2 phân số, biết mẫu số của phân số thứ nhất bằng 3 lần tử số của phân số thứ 2, mẫu số của phân số thứ 2 bằng 2 lần tử số của phân số thứ nhất. Tính tích 2 phân số đó.

**156** ([Bin+23], 3.7., p. 22). 1 tổ sản xuất trong tuần thứ nhất làm được  $\frac{1}{4}$  kế hoạch công việc của tháng, tuần thứ 2 làm được  $\frac{2}{5}$  kế hoạch, tuần thứ 3 làm được  $\frac{4}{10}$  kế hoạch. Sau 3 tuần làm việc, tổ sản xuất đã thực hiện vượt kế hoạch hay còn phải làm tiếp bao nhiêu phần kế hoạch công việc của tháng đó?

**157** ([Bin+23], 3.8., p. 22). Minh đã ăn  $\frac{3}{4}$  của 1 nửa chiếc pizza. Minh đã ăn mấy phần của chiếc pizza?

**158** ([Bin+23], 3.9., p. 22). So sánh:  $A = \frac{17^{13} + 1}{17^{14} + 1}$ ,  $B = \frac{17^{14} + 1}{17^{15} + 1}$ .

**159** ([Bin+23], 3.10., p. 22). Tính: (a)  $A = \frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \frac{3}{10 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 16} + \frac{3}{16 \cdot 19}$ . (b)  $B = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{2021 \cdot 2023}$ . (c)  $C = 5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \frac{5}{27} + \cdots + \frac{5}{729} + \frac{5}{2187}$ . (d)  $D = \prod_{i=2}^{1000} 1 - \frac{1}{i} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{1000}\right)$ . (e)  $E = \sum_{i=1}^{98} \frac{1}{i(i+1)(i+2)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{98 \cdot 99 \cdot 100}$ .



**160** ([Bin+23], 3.11., p. 22). Chứng minh: (a)  $\sum_{i=101}^{200} \frac{1}{i} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \cdots + \frac{1}{200} > \frac{1}{2}$ . (b)  $\sum_{i=2}^{2050} \frac{1}{i^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2050^2} < 1$ .  
(c)  $\frac{2}{10 \cdot 12} + \frac{2}{12 \cdot 14} + \frac{2}{14 \cdot 16} + \cdots + \frac{2}{98 \cdot 100} < \frac{1}{10}$ .

**161** ([Bin23], VD10, p. 11). Rút gọn  $A = \frac{2 - \frac{2}{19} + \frac{2}{43} - \frac{2}{1943}}{3 - \frac{3}{19} + \frac{3}{43} - \frac{3}{1943}} : \frac{4 - \frac{4}{29} + \frac{4}{41} - \frac{4}{2941}}{5 - \frac{5}{29} + \frac{5}{41} - \frac{5}{2941}}$ .

**162** ([Bin23], VD11, p. 12). Từ các kết quả:  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ,  $\frac{3}{1} - \frac{2}{1} = 1$ ,  $\frac{7}{16} \cdot \frac{7}{23} = \frac{7}{16} - \frac{7}{23}$ ,  $\frac{23}{7} - \frac{16}{7} = 1$ , rút ra nhận xét & chứng minh nhận xét đó. (b) Tính  $A = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{11} + \frac{4}{11} \cdot \frac{4}{15} + \cdots + \frac{4}{95} \cdot \frac{4}{99}$ .

**163** ([Bin23], VD12, p. 12). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa  $\frac{3}{x} + \frac{y}{3} = \frac{5}{6}$ .

**164** ([Bin23], VD13, p. 13). Khi chia 135 cho 1 số tự nhiên, được thương bằng 6 & còn dư. Tìm số chia & số dư.

**165** ([Bin23], VD14, p. 13). Viết phân số  $\frac{1}{4}$  thành tổng của 2 phân số có tử bằng 1, mẫu dương & khác nhau.

**166** ([Bin23], VD15, p. 13). Tìm 2 chữ số  $a, b$  thỏa  $\overline{0.ab} \cdot (a + b) = 0.36$ .

**167** ([Bin23], VD16, p. 14). (a) Cho  $A = \frac{1}{2\frac{1}{\square}} + \frac{1}{3\frac{1}{\square}}$ . Điền 2 số 4, 5 vào ô vuông để  $A$  có GTLN. (b) Cho  $B = \frac{1}{a + \frac{1}{b}} + \frac{1}{c + \frac{1}{d}} + \frac{1}{e + \frac{1}{f}}$  với  $a, b, c, d, e, f \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Dựa vào a), tìm  $a, b, c, d, e, f$  để  $B$  có GTLN.

**168** ([Bin23], VD17, p. 15). Tìm các giá trị nguyên của biểu thức  $a - b + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$  với  $a, b, c, d, e, f$  là các số tự nhiên khác nhau từ 1 đến 6,  $a > b, d < f$ , 2 phân số  $\frac{c}{d}, \frac{e}{f}$  không là 2 số tự nhiên.

**169** ([Bin23], VD18, p. 15). Cho đẳng thức  $a + \frac{17b}{c} + \frac{de}{f} = 47$ . Thay  $a, b, c, d, e, f$  bởi các số tự nhiên khác nhau từ 1 đến 6, trong đó  $d < e$ , 2 phân số  $\frac{17b}{c}, \frac{de}{f}$  đều là 2 số tự nhiên.

**170** ([Bin23], 31., p. 17). Tính: (a)  $\frac{2}{5} + \frac{-1}{6} - \frac{3}{4} - \frac{-2}{3}$ . (b)  $\frac{7}{10} - \frac{-3}{4} + \frac{-5}{6} - \frac{1}{5} + \frac{-2}{3}$ . (c)  $\frac{\left(\frac{1}{2} - 0.75\right) \left(0.2 - \frac{2}{5}\right)}{\frac{5}{9} - 1\frac{1}{12}}$ . (d)  $\frac{\frac{2}{3} + \frac{2}{7} - \frac{1}{14}}{-1 - \frac{3}{7} + \frac{1}{28}}$ .

**171** ([Bin23], 32., p. 17). Tính nhanh: (a)  $\left(\frac{84}{13}\right)^2 + \left(\frac{35}{13}\right)^2$ . (b)  $\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{7}{7} - \frac{289}{4} - \frac{85}{85}} : \frac{3 + \frac{3}{13} + \frac{3}{169} + \frac{3}{91}}{7 + \frac{13}{7} + \frac{169}{169} + \frac{91}{91}}$ .

(c)  $\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 10}{3 \cdot 4 + 6 \cdot 8 + 9 \cdot 12 + 12 \cdot 16 + 15 \cdot 20}$ .

**172** ([Bin23], 33., p. 18). Tìm  $x \in \mathbb{R}$  thỏa: (a)  $\frac{3}{4}x + 1 = -2$ . (b)  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} : x = -1$ . (c)  $|2x - 1| = 5$ .

**173** ([Bin23], 34., p. 18). Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  để: (a)  $A = \frac{3n+4}{n-1} \in \mathbb{Z}$ . (b)  $B = \frac{6n-3}{3n+1} \in \mathbb{Z}$ .

**174** ([Bin23], 35., p. 18). Tính: (a)  $A = \frac{1.6 : \left(1\frac{3}{5} \cdot 1.25\right)}{0.64 - \frac{1}{25}} + \frac{\left(1.08 - \frac{2}{25}\right) : \frac{4}{7}}{\left(5\frac{5}{9} - 2\frac{1}{4}\right) \cdot 2\frac{2}{17}} + 0.6 \cdot 0.5 : \frac{2}{5}$ . (b)  $8\frac{1}{5} \cdot \left(11\frac{94}{1591} - 6\frac{38}{1517}\right) : 8\frac{11}{43}$ .

(c)  $C = 10101 \cdot \left(\frac{5}{111111} + \frac{5}{222222} - \frac{4}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37}\right)$ .

**175** ([Bin23], 36., p. 18). (a) Tìm  $a, b \in \mathbb{Z}$  thỏa  $\frac{a}{2} + \frac{b}{3} = \frac{a+b}{2+3}$ . (b) Tìm  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  thỏa  $\frac{52}{9} = 5 + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$ .

**176** ([Bin23], 37., p. 18). Tìm 3 chữ số  $a, b, c$  khác nhau thỏa  $\overline{a.bc} : (a + b + c) = 0.25$ .

- 177 ([Bin23], 38., p. 18). Tính tổng các phân số tối giản lớn hơn 15 nhưng nhỏ hơn 30 & có mẫu bằng 17.
- 178 ([Bin23], 39., p. 18). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa: (a)  $\frac{x}{3} - \frac{4}{y} = \frac{1}{5}$ . (b)  $\frac{4}{x} + \frac{y}{3} = \frac{5}{6}$ .
- 179 ([Bin23], 40., p. 18). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa: (a)  $\frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6}$ . (b)  $\frac{x}{6} - \frac{2}{y} = \frac{1}{30}$ .
- 180 ([Bin23], 41., p. 18). Thay  $a, b, c, d, e$  bằng các chữ số khác nhau, khác 0 & khác 4 chữ số đã có (3, 4, 6, 8) để  $\frac{a}{34} + \frac{b}{68} + \frac{c}{mn} = 1$ .
- 181 ([Bin23], 42., p. 19). Chứng minh phân số có thể viết được dưới dạng tổng các phân số có tử bằng 1, mẫu dương & khác nhau: (a)  $\frac{1}{6}$ . (b)  $\frac{15}{22}$ . (c)  $\frac{5}{11}$ .
- 182 ([Bin23], 43., p. 19). Tìm số bị chia, số chia biết khi cộng số bị chia với 10 & nhân số chia với 10 thì thương không đổi.
- 183 ([Bin23], 44., p. 19). Cho  $A$  là số tự nhiên được viết bởi 2004 chữ số 4. Tính phần thập phân của phép chia  $A$  cho 15.
- 184 ([Bin23], 45., p. 19). Chứng minh  $2^{100}$  là số có 31 chữ số khi viết kết quả của nó trong hệ thập phân.
- 185 ([Bin23], 46., p. 19). Chứng minh  $\frac{1}{3} + \frac{1}{31} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{47} + \frac{1}{53} + \frac{1}{61} < \frac{1}{2}$ .
- 186 ([Bin23], 47., p. 19). Cho  $a, b, c$  là 3 số nguyên tố khác nhau đôi một. Chứng minh  $\frac{1}{[a, b]} + \frac{1}{[b, c]} + \frac{1}{[c, a]} \leq \frac{1}{3}$ .
- 187 ([Bin23], 48., p. 19). (a) Tìm  $a \in \mathbb{N}^*$  nhỏ nhất sao cho khi nhân  $a$  với  $\frac{5}{12}$ , với  $\frac{10}{21}$ , đều được tích là 2 số tự nhiên. (b) Tìm phân số nhỏ nhất khác 0 sao cho khi chia nó cho  $\frac{14}{9}$ , cho  $\frac{45}{27}$ , đều được thương là 2 số tự nhiên.
- 188 ([Bin23], 49., p. 19). Tìm phân số lớn nhất sao cho khi chia 3 phân số  $\frac{28}{15}, \frac{21}{10}, \frac{49}{84}$  cho nó, đều được thương là 3 số tự nhiên.
- 189 ([Bin23], 50., p. 19). Tìm các phân số có tử & mẫu đều dương sao cho tổng của phân số đó với nghịch đảo của nó có GTNN.
- 190 ([Bin23], 51., p. 19). Tìm GTLN, GTNN của thương trong phép chia 1 số tự nhiên có 3 chữ số cho tổng 3 chữ số của nó.
- 191 ([Bin23], 52., p. 19). Tìm 2 số tự nhiên sao cho tích của 2 số đó gấp 4 lần tổng của chúng.
- 192 ([Bin23], 53., p. 19). Viết  $\frac{1}{6}$  thành tổng của 2 phân số có tử bằng 1, mẫu dương & khác nhau.
- 193 ([Bin23], 54., p. 19). Tìm 2 phân số có tử bằng 1, 2 mẫu dương, biết tổng của 2 phân số ấy cộng với tích của chúng bằng  $\frac{1}{2}$ .
- 194 ([Bin23], 55., p. 19). Tìm 3 số tự nhiên khác nhau có tổng các nghịch đảo của chúng bằng 1 số tự nhiên.
- 195 ([Bin23], 56., p. 20). Tìm 4 số tự nhiên sao cho tổng nghịch đảo các bình phương của chúng bằng 1.
- 196 ([Bin23], 57., p. 20). Tìm 3 số nguyên tố  $a, b, c$  khác nhau sao cho  $abc < ab + bc + ca$ .
- 197 ([Bin23], 58., p. 20). An rót 1 cốc đầy nước chè, uống  $\frac{1}{6}$  cốc, đổ thêm nước lọc cho đầy, uống  $\frac{1}{3}$  cốc rồi đổ thêm đầy nước lọc, lại uống  $\frac{1}{2}$  cốc, đổ đầy nước lọc rồi uống hết. An uống nước lọc hay uống nước chè nhiều hơn?
- 198 ([Bin23], 59., p. 20). Bác Tâm ra chợ bán 2 loại ổi có số lượng bằng nhau: loại to bán 1000 đồng 2 quả, loại nhỏ bán 1000 đồng 3 quả. Vì có việc bận nên bác giao cho con gái bán số ổi đó. Cô con gái bán tất cả số ổi cho 1 người nên cô tính như sau cho gọn: cứ 5 quả giá 2000 đồng. Đến khi kiểm lại tiền thì cô thấy bị hụt đi 5000 đồng so với số tiền phải bán. Giải thích vì sao bị hụt đi 5000 đồng? Tính số ổi mang đi bán.
- 199 ([Bin23], 60., p. 20). 2 người lái buôn Á Rập lúc nghỉ góp bánh ăn chung, Ali góp 3 cái, Xaba góp 5 cái. Vừa lúc đó, 1 người khách đến & họ mời người đó ăn cùng. Ăn xong, người khách trả cho 2 người kia 8 đina. Ali nói với Xaba: Anh góp 5 cái thì nhận 5 đina, tôi góp 3 cái thì nhận 3 đina. Xaba không đồng ý. 1 người qua đường biết chuyện đã giải quyết cho Ali nhận 1 đina, Xaba nhận 7 đina & giải thích rõ để 2 người vui vẻ nhận. Người qua đường đã giải thích như thế nào?
- 200 ([Bin23], 61., p. 20). Ông Lưu có 1 bình chứa đầy 10 l rượu. Lần thứ nhất, ông dùng 1 l, rồi đổ nước lọc vào cho đầy bình. Lần thứ 2, ông dùng 1 l, rồi đổ nước lọc vào cho đầy bình. Cứ như vậy đến lần thứ 6. Ông Ly nói với ông: Thế thì bây giờ bình rượu của ông chỉ còn 4 l rượu nguyên chất. Ông Lưu vẫn còn tỉnh táo nói: Bình rượu của tôi phải có hơn 5 l rượu nguyên chất. Ai đúng ai sai?
- 201 ([BS23], VD10.1, p. 59). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  thỏa  $\frac{a}{5} + \frac{b}{3} = \frac{13}{15}$ .

**202** ([BS23], VD10.2, p. 59). (a) Cho trước phân số  $\frac{a}{b} \neq -1$ . Tìm phân số  $\frac{c}{d}$  thỏa  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$ . (b) Tìm phân số  $\frac{c}{d}$  có tính chất trên, nếu phân số  $\frac{a}{b}$  bằng  $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}$ .

**203** ([BS23], VD10.3, p. 60). Tính  $A = \frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \frac{41}{42} + \frac{55}{56} + \frac{71}{72} + \frac{89}{90}$ .

**204** ([BS23], VD10.4, p. 60). Cho  $A = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{8} \cdots \frac{43}{46} \cdot \frac{45}{48}$ ,  $B = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{9} \cdots \frac{44}{47} \cdot \frac{46}{49}$ . (a) So sánh  $A, B$ . (b) Chứng minh  $A < \frac{1}{133}$ .

**205** ([BS23], VD10.5, p. 61). Tìm phân số  $\frac{a}{b}$  lớn nhất sao cho khi chia mỗi phân số  $\frac{12}{35}, \frac{8}{21}, \frac{52}{91}$  cho  $\frac{a}{b}$ , ta đều được các số tự nhiên.

**206** ([BS23], VD10.6, p. 62). Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  để phân số  $\frac{20n+13}{4n+3}$  có GTNN.

**207** ([BS23], VD10.7, p. 62). Tìm  $x, y \in \mathbb{N}$  thỏa  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$ .

**208** ([BS23], VD10.8, p. 63). Viết tiếp các phân số vào dãy các phân số có quy luật:  $3, 4\frac{1}{2}, 6\frac{3}{4}, 10\frac{1}{8}, 15\frac{3}{16}$ .

**209** ([BS23], VD10.9, p. 63). Thay  $a, b$  bởi 2 chữ số thích hợp:  $\overline{0.ab} \cdot (a+b) = 0.36$ .

**210** ([BS23], 10.1., p. 64). Tìm phân số  $\frac{a}{b}$ , biết nó bằng trung bình cộng của 3 phân số  $\frac{7}{18}, \frac{11}{18}, \frac{1}{2}$ .

**211** ([BS23], 10.2., p. 64). Chứng minh phân số có thể viết được dưới dạng tổng của 2 phân số có tử bằng 1, mẫu khác nhau: (a)  $\frac{7}{10}$ . (b)  $\frac{2}{3}$ .

**212** ([BS23], 10.3., p. 64). Chứng minh phân số có thể viết được dưới dạng tổng của 3 phân số có tử bằng 1, mẫu khác nhau: (a)  $\frac{17}{18}$ . (b)  $\frac{5}{8}$ .

**213** ([BS23], 10.4., p. 64). Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa: (a)  $\frac{x}{10} - \frac{1}{y} = \frac{3}{10}$ . (b)  $\frac{1}{x} + \frac{y}{2} = \frac{5}{8}$ .

**214** ([BS23], 10.5., p. 64). Cho phân số  $\frac{a}{b} \neq 1$ . Tìm phân số  $\frac{c}{d}$  thỏa  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$ .

**215** ([BS23], 10.6., p. 64). Tính  $\frac{3 - \frac{3}{20} + \frac{3}{13} - \frac{3}{2013}}{7 - \frac{7}{20} + \frac{7}{13} - \frac{7}{2013}}$ .

**216** ([BS23], 10.7., p. 64). Tính  $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 17} + \cdots + \frac{1}{41 \cdot 45}$ .

**217** ([BS23], 10.8., p. 65). Cho  $A = \frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \cdots + \frac{1}{60}$ . Chứng minh  $A > \frac{7}{12}$ .

**218** ([BS23], 10.9., p. 65). Cho  $A = \sum_{i=3}^{50} \frac{1}{i^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{50^2}$ . Chứng minh: (a)  $A > \frac{1}{4}$ . (b)  $A < \frac{4}{9}$ .

**219** ([BS23], 10.10., p. 65). Tính  $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{35}{36} \cdot \frac{48}{49} \cdot \frac{63}{64}$ .

**220** ([BS23], 10.11., p. 65). Cho  $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8} \cdots \frac{79}{80}$ . Chứng minh  $A < \frac{1}{9}$ .

**221** ([BS23], 10.12., p. 65). Chứng minh  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots 19 = \frac{11}{2} \cdot \frac{12}{2} \cdot \frac{13}{2} \cdots \frac{20}{2}$ .

**222** ([BS23], 10.13., p. 65). Chứng minh  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{20} = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \cdots + \frac{1}{20}$ .

**223** ([BS23], 10.14., p. 65). Tính  $\frac{\frac{1}{19} + \frac{2}{18} + \frac{3}{17} + \cdots + \frac{18}{2} + \frac{19}{1}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{19} + \frac{1}{20}}$ .

**224** ([BS23], 10.15., p. 65). Tính: (a)  $A = \sum_{i=1}^9 \frac{1}{2^i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^9}$ . (b)  $B = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} + \frac{1}{108} + \frac{1}{324} + \frac{1}{972}$ .

**225** ([BS23], 10.16., p. 65). Tìm  $a, b \in \mathbb{Q}$  thỏa  $a + b = 3(a - b) = 2 \cdot \frac{a}{b}$ .

**226** ([BS23], 10.17., p. 65). Cho  $\frac{a}{b} = \sum_{i=2}^9 \frac{1}{i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{9}$ . Chứng minh  $a : 11$ .

**227** ([BS23], 10.18., p. 66). Chứng minh  $\sum_{i=2}^{50} \frac{1}{i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{50} \notin \mathbb{N}$ .

**228** ([BS23], 10.19., p. 66). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất, biết nhân  $a$  với  $\frac{8}{15}$  hoặc  $\frac{21}{36}$  thì 2 kết quả đều là số tự nhiên.

**229** ([BS23], 10.20., p. 66). So sánh  $A = \frac{8^9 + 12}{8^9 + 7}, B = \frac{8^{10} + 4}{8^{10} - 1}$ .

**230** ([BS23], 10.21., p. 66). Tìm  $n \in \mathbb{Z}$  để phân số  $\frac{4n+9}{2n+3}$  có GTLN.

**231** ([BS23], 10.22., p. 66). Tìm số tự nhiên có 2 chữ số sao cho tỷ số của số đó & tổng các chữ số của nó có GTNN.

**232** ([BS23], 10.23., p. 66). Tìm tỷ số lớn nhất của số tự nhiên có 3 chữ số & tổng các chữ số của nó.

**233** ([BS23], 10.24., p. 66). So sánh  $A = \frac{7^{10}}{1+7+7^2+\dots+7^9}, B = \frac{5^{10}}{1+5+5^2+\dots+5^9}$ .

**234** ([BS23], 10.25., p. 66). Tìm 3 số nguyên dương khác nhau sao cho tổng các nghịch đảo của chúng bằng 1.

## 4 Hỗn Số Dương

Hỗn số dương = hỗn hợp của số nguyên dương & phân số dương.

**235** ([Bin23], VD2, p. 32). (a) Viết phân số  $\frac{7}{4}$  dưới dạng tổng của 1 số nguyên dương & 1 phân số bé hơn 1. (b) Viết phân số  $\frac{21}{5}$  dưới dạng hỗn số.

**236** ([Bin23], VD3, 2, p. 33). (a) Viết hỗn số  $2\frac{3}{5}$  thành phân số. (b) Viết mỗi phân số sau thành hỗn số:  $\frac{14}{3}, \frac{22}{7}$ . (c) Viết mỗi hỗn số sau thành phân số:  $2\frac{3}{4}, 5\frac{1}{6}$ .

**237** ([Thá+23], 4., p. 33). (a) Viết các số đo thời gian dưới dạng hỗn số với đơn vị là giờ: 2 giờ 15 phút, 10 giờ 20 phút. (b) Viết các số đo diện tích sau dưới dạng hỗn số với đơn vị là hecta biết 1ha = 100a: 1ha7a, 3ha50a,

**238** (Chuyển đổi phân số & hỗn số dương). (a) Khi nào 1 phân số có thể chuyển thành 1 hỗn số dương? (b) Ngược lại, khi nào 1 hỗn số dương có thể chuyển thành 1 phân số? (c) Nếu định nghĩa 1 hỗn số âm là 1 số đối của hỗn số dương tương ứng thì khi nào 1 hỗn số âm có thể chuyển thành 1 phân số?

**239** (Công thức hỗn số dương). Chứng minh:

$$\frac{ac+b}{c} = a + \frac{b}{c} = a\frac{b}{c}, \forall a, b, c \in \mathbb{N}^*,$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\lfloor \frac{a}{b} \rfloor b + \left\{ \frac{a}{b} \right\}}{b} = \left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor + \frac{\left\{ \frac{a}{b} \right\}}{b} = \left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor \frac{\left\{ \frac{a}{b} \right\}}{b}, \forall a, b \in \mathbb{N}^*, a > b.$$

## 5 Các Bài Toán Về Phân Số & Tỷ Số

2 bài toán cơ bản về phân số: **[1]** Tìm giá trị phân số của 1 số : Giá trị  $\frac{m}{n}$  của 1 số  $a \in \mathbb{R}$  là  $b = a \cdot \frac{m}{n} = \frac{am}{n}, \forall m, n \in \mathbb{N}, n \neq 0$ .

**[2]** Tìm 1 số biết giá trị 1 phân số của nó : Biết  $\frac{m}{n}$  của  $a \in \mathbb{R}$  bằng  $b \in \mathbb{R}$  thì  $a = b : \frac{m}{n}, \forall m, n \in \mathbb{N}, n \neq 0$ .

**240** ([Bin+23], H1–H4, p. 21). Tính: (a)  $\frac{5}{2}$  của 50. (b)  $\frac{2}{3}$  h. (c) 1 số biết  $\frac{3}{4}$  của số đó bằng 15000. (d)  $\frac{1}{4}$  số quả táo nặng 3 kg. Tính cân nặng tất cả số quả táo đó.

**241** ([Bin+23], VD1, p. 26).  $\frac{3}{4}$  trong số 240 vật nuôi ở 1 trang trại là gà, số còn lại là lợn. Tính số gà, số lợn của trang trại.

**242** ([Bin+23], VD2, p. 26). Tại 1 điểm trong giữ xe, người trông xe đã phát ra 120 vé gửi xe các loại. Có  $\frac{3}{4}$  số xe gửi là xe máy &  $\frac{2}{3}$  số xe máy là xe tay ga. Tính số xe máy tay ga ở điểm trong giữ xe lúc đó.

**243** ([Bin+23], VD3, p. 26). An thu hoạch  $\frac{2}{5}$  diện tích trồng lúa thì được khoảng 2000 kg thóc. Tính số tấn thóc nếu An thu hoạch hết diện tích trồng lúa của mình.

**244** ([Bin+23], VD4, p. 26). Kết thúc học kỳ I, lớp 6A có 27 học sinh có điểm trung bình môn Toán đạt từ 8.0 trở lên & chiếm  $\frac{3}{4}$  tổng số học sinh của lớp. Tính số học sinh lớp 6A.

**245** ([Bin+23], 4.1., p. 26). Bác Minh gửi tiết kiệm 20 triệu đồng vào 1 ngân hàng với lãi suất 7% 1 năm. Tính số tiền lãi bác Minh nhận được sau 1 năm.

**246** ([Bin+23], 4.2., p. 26). Có 84 quả,  $\frac{4}{7}$  số quả là táo, còn lại là lê. Tính số táo, số lê.

**247** ([Bin+23], 4.3., p. 26). Hoa đã đọc được  $\frac{3}{5}$  số trang của 1 cuốn truyện & còn 64 trang nữa thì hết cuốn truyện đó. Tính số trang cuốn truyện của Hoa.

**248** ([Bin+23], 4.4., p. 27). 1 mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 20 m, chiều dài bằng  $\frac{5}{3}$  chiều rộng. Tính diện tích mảnh vườn đó.

**249** ([Bin+23], 4.5., p. 27). An đếm  $\frac{2}{3}$  kho hàng thì thấy có 1600 sản phẩm. Hôm nay, kho hàng xuất bán  $\frac{1}{4}$  số hàng trong kho, tức là bao nhiêu sản phẩm?

**250** ([Bin+23], 4.6., p. 27). Bộ sưu tập tem của Tuấn có  $\frac{3}{4}$  số tem về chủ đề động vật,  $\frac{1}{12}$  số tem về chủ đề các loài hoa, số còn lại là tem về các sự kiện lịch sử. Biết Tuấn có tất cả 16 con tem thuộc chủ đề các sự kiện lịch sử, tính tổng số tem & số tem thuộc các chủ đề còn lại trong bộ sưu tập của Tuấn.

**251** ([Bin+23], 4.7., p. 27). 1 bác nông dân mang trứng gà ra chợ bán. Bác bán cho người thứ nhất 1 nửa số trứng bớt lại 6 quả, bán cho người thứ 2  $\frac{1}{3}$  số trứng còn lại bớt đi 6 quả, bán cho người thứ 3  $\frac{1}{4}$  số trứng còn lại bớt đi 6 quả. Kiểm tra lại, bác nông dân thấy mình vẫn còn đúng 1 nửa số trứng lúc đem ra chợ. Tính số trứng bác nông dân đã mang ra chợ.

**252** ([Bin23], VD19, p. 21). Trong 1 hội nghị học sinh giỏi, số học sinh nữ chiếm  $\frac{2}{5}$ , trong đó  $\frac{3}{8}$  số nữ là học sinh lớp 6. Trong số học sinh nam dự hội nghị,  $\frac{2}{9}$  là học sinh lớp 6. Biết số học sinh dự hội nghị trong khoảng từ 100 đến 170 bạn. Tính số học sinh giỏi nam & nữ lớp 6.

**253** ([Bin23], VD20, p. 21). Trên quãng đường AC dài 200 km có 1 địa điểm B cách A là 10 km. Lúc 7:00, 1 ô tô đi từ A, 1 ô tô khác đi từ B, cả 2 cùng đi tới C với vận tốc thứ tự bằng 50 km/h, 40 km/h. Lúc mấy giờ thì khoảng cách đến C của xe thứ 2 gấp đôi khoảng cách đến C của xe thứ nhất?

**254** ([Bin23], VD21, p. 23). 2 xe khởi hành cùng 1 lúc, xe thứ nhất đi từ A đến B, xe thứ 2 đi từ B đến A. Sau 1 h 30 ph, 2 xe còn cách nhau 108 km. Tính quãng đường AB, biết xe thứ nhất đi cả quãng đường AB hết 6 h, xe thứ 2 đi cả quãng đường BA hết 5 h.

**255** ([Bin23], VD22, p. 24, bài toán của Newton). 3 công nhân cùng làm 1 công việc. Người thứ nhất có thể hoàn thành công việc đó trong 3 tuần, người thứ 2 có thể hoàn thành 1 công việc nhiều gấp 3 công việc đó trong 8 tuần, người thứ 3 có thể hoàn thành 1 công việc nhiều gấp 5 công việc đó trong 12 tuần. Nếu 3 người cùng làm công việc ban đầu thì họ kết thúc công việc trong bao lâu?

**256** ([Bin23], VD23, p. 24). 1 nông dân ra chợ bán hết số cam của mình cho 5 người: Người thứ nhất mua  $\frac{1}{2}$  số cam rồi mua thêm  $\frac{1}{2}$  quả, người thứ 2 mua  $\frac{1}{2}$  số cam còn lại rồi mua thêm  $\frac{1}{2}$  quả, người thứ 3 mua  $\frac{1}{2}$  số còn lại rồi rồi mua thêm  $\frac{1}{2}$  quả, người thứ 4 mua  $\frac{1}{2}$  số cam còn lại rồi mua thêm  $\frac{1}{2}$  quả, người thứ 5 mua  $\frac{1}{2}$  số cam còn lại rồi mua thêm  $\frac{1}{2}$  quả thì vừa hết. Tính số cam người nông dân đem bán & số cam mỗi người khách đã mua.

**257** ([Bin23], VD24, p. 26, bài toán Euler). 1 người cha khi qua đời để lại di chúc chia gia tài cho các con: Người con thứ nhất được chia 100 cuaron &  $\frac{1}{10}$  số còn lại, người con thứ 2 được chia 200 cuaron &  $\frac{1}{10}$  số còn lại, người con thứ 3 được chia 300 cuaron  $\frac{1}{10}$  số còn lại, ... Cứ tiếp tục như vậy thì toàn bộ gia sản được chia đều cho các con. Tính số tiền của gia tài đó & số tiền mỗi người con được chia.

**258** ([Bin23], 62., pp. 26-27). 2 công nhân phải làm 1 số dụng cụ, tổng số lượng chưa đến 1000 chiếc. Trong 3 ngày, người thứ nhất lần lượt làm được  $\frac{1}{7}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{9}{20}$  kế hoạch của mình, người thứ 2 lần lượt làm được  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{11}$ ,  $\frac{3}{7}$  kế hoạch của mình. Tính số dụng cụ mỗi người phải làm, biết số dụng cụ mỗi người đã làm mỗi ngày là các số tự nhiên.

**259** ([Bin23], 63., p. 27). 2 vòi nước I, II cùng chảy vào 1 bể rỗng thì 12 ph đầy bể. Nếu vòi I chảy trong 18 ph rồi khóa lại, vòi II chảy tiếp trong 8 ph thì cũng đầy bể. Vòi I chảy 1 mình bao lâu đầy bể?



**260** ([Bin23], 64., p. 27). 1 công nhân có thể hoàn thành 1 công việc trong 6 h, người thứ 2 hoàn thành công việc đó trong 15 h. Đầu tiên người thứ nhất làm, sau đó chỉ có người thứ 2 làm, tổng cộng 9h thì xong công việc. Tính số giờ mỗi người làm & tổng số dụng cụ làm được, biết người thứ nhất làm nhiều hơn người thứ 2 là 150 dụng cụ.

**261** ([Bin23], 65., p. 27). 1 công nhân làm 1 mình xong 1 công việc trong 10 ngày, người thứ 2 làm xong công việc đó trong 15 ngày, còn người thứ 3 muốn hoàn thành công việc này cần 1 số ngày gấp 5 lần số ngày 2 người trên cùng làm để hoàn thành công việc. Tính số ngày để hoàn thành công việc nếu cả 3 người cùng làm công việc đó.

**262** ([Bin23], 66., p. 27). 1 người cần 15 ngày để làm xong 1 công việc, trong khi đó người thứ 2 làm xong công việc đó cần 18 ngày. Cả 2 cùng làm 3 ngày, sau đó chỉ còn người thứ nhất làm thêm 3 ngày nữa thì có người thứ 3 đến giúp & 2 người này làm 4 ngày thì xong. Nếu người thứ 3 làm 1 mình thì sau bao lâu sẽ xong công việc này?

**263** ([Bin23], 67., p. 27). 3 máy cày cùng cày 1 cánh đồng. Lúc đầu chỉ có máy thứ nhất & máy thứ 2 cày trong 3 h, sau đó máy thứ 2 nghỉ, máy thứ 3 vào làm thay với năng suất gấp đôi máy thứ 2 & trong 5 h thì 2 máy này xong cánh đồng. Mỗi máy cày 1 mình xong cánh đồng đó trong bao lâu, biết nếu máy thứ nhất & máy thứ 2 cùng làm thì sau 12 h xong công việc?

**264** ([Bin23], 68., p. 27). 1 người ra chợ bán trứng. Người khách thứ nhất mua  $\frac{1}{2}$  số trứng rồi mua thêm 2 quả, người thứ 2 mua  $\frac{1}{2}$  số trứng còn lại rồi mua thêm 2 quả, người thứ 3 mua  $\frac{1}{2}$  số trứng còn lại rồi mua thêm 2 quả, người thứ 4 mua  $\frac{1}{2}$  số trứng còn lại rồi mua thêm 2 quả thì hết. Tính số tiền trứng người bán trứng bán được, biết giá 1 chục trứng là 30000 đồng.

**265** ([Bin23], 69., p. 27). Trong dịp Tết trồng cây, khối 6 phân chia số cây cho các lớp để trồng: Lớp 6A trồng 10 cây &  $\frac{1}{8}$  số còn lại, lớp 6B trồng 15 cây &  $\frac{1}{8}$  số còn lại, lớp 6C trồng 20 cây &  $\frac{1}{8}$  số còn lại, ... Cứ chia như vậy cho đến lớp cuối cùng thì vừa hết số cây & số cây các lớp được chia để trồng đều bằng nhau. Tính số lớp 6 & số cây mỗi lớp trồng.

**266** ([Bin23], 70., p. 27). 3 bạn A, B, C chơi bài tú lơ khơ. Lần đầu, 24 lá bài được chia cho 3 người, nhưng do chia nhầm nên số lá bài của 3 người không bằng nhau. Họ điều chỉnh lại: Lần chia thứ 2, A lấy 1 nửa số lá bài của mình chia đều cho 2 bạn. Lần chia thứ 3, B lấy 1 nửa số lá bài của mình chia đều cho 2 bạn. Lần chia thứ 4, C lấy 1 nửa số lá bài của mình chia đều cho 2 bạn. Sau lần chia thứ 4 thì mỗi người đều có 8 lá bài. Tính số lá bài mỗi người được chia lần đầu.

**267** ([BS23], VD11.1, pp. 66–67). Tâm đã có 1 số điểm kiểm tra Toán & còn 1 bài kiểm tra nữa, các bài kiểm tra đều tính hệ số 1 ngang nhau. Nếu bài kiểm tra này Tâm được 10 điểm thì Tâm đạt điểm trung bình là 9. Nhưng vì trong bài kiểm tra cuối, Tâm chỉ được 7.5 điểm (điểm không làm tròn thành 1 số nguyên) nên điểm trung bình của Tâm chỉ là 8.5. Tâm có tất cả bao nhiêu bài kiểm tra?

**268** ([BS23], VD11.2, p. 67). Có 20 viên bi đỏ, 30 viên bi trắng, & 1 số viên bi xanh, tất cả để trong hộp. Nếu lấy ra trong hộp 1 viên bi thì cơ hội có thể lấy được 1 viên bi xanh là  $\frac{9}{11}$ . Tính số bi xanh.

**269** ([BS23], VD11.3, p. 67). 1 lớp học mua 1 số vở về chia đều cho các học sinh. Nếu chỉ chia cho các bạn nữ thì mỗi bạn nhận 15 quyển. Nếu chỉ chia cho các bạn nam thì mỗi bạn nhận 10 quyển. Nếu chia đều cho tất cả các bạn trong lớp thì mỗi bạn nhận được bao nhiêu quyển vở?

**270** ([BS23], VD11.4, p. 68). 4 bạn An, Bách, Cảnh, Dũng đi chơi, nhưng Dũng không mang tiền. An cho Dũng  $\frac{1}{5}$  số tiền của mình. Bách cho Dũng  $\frac{1}{4}$  số tiền của mình. Cảnh cho Dũng  $\frac{1}{3}$  số tiền của mình. Kết quả số tiền Dũng nhận được từ 3 bạn đều bằng nhau. Cuối cùng Dũng có số tiền bằng mấy phần tổng số tiền của cả nhóm?

**271** ([BS23], 11.1., p. 69). Tổng của 3 số bằng 148. Nếu nhân số thứ nhất với 4, nhân số thứ 2 với 5, nhân số thứ 3 với 6 thì được 3 tích bằng nhau. Tính mỗi số.

**272** ([BS23], 11.2., p. 69). Tổng của 3 số bằng 147. Biết  $\frac{2}{3}$  số thứ nhất bằng  $\frac{3}{4}$  số thứ 2 & bằng  $\frac{4}{5}$  số thứ 3. Tính mỗi số.

**273** ([BS23], 11.3., p. 69). Trong 1 buổi đi tham quan, số nữ đăng ký tham gia bằng  $\frac{1}{4}$  số nam. Nhưng sau đó 1 bạn nữ xin nghỉ, 1 bạn nam xin đi thêm nên số nữ đi tham quan bằng  $\frac{1}{5}$  số nam. Tính số học sinh nữ & nam đã đi tham quan.

**274** ([BS23], 11.4., p. 69). Tú có 2 ngăn sách. Số sách ở ngăn I bằng  $\frac{2}{5}$  tổng số sách ở 2 ngăn. Tú cho bạn mượn 4 quyển sách ở ngăn I nên số sách ở ngăn I bằng  $\frac{1}{3}$  tổng số sách ở 2 ngăn. Tính tổng số sách ở 2 ngăn lúc đầu.

**275** ([BS23], 11.5., p. 70). Hiện nay, tuổi mẹ gấp 3 tuổi con. Cách đây 4 năm, tuổi mẹ gấp 4 tuổi con. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

**276** ([BS23], 11.6., p. 70). 2 máy cày làm việc trên 1 cánh đồng. Nếu cả 2 máy cùng cày thì 10 h xong công việc. Nhưng thực tế 2 máy chỉ cùng làm việc 7 h đầu, sau đó máy thứ nhất đi cày nơi khác, máy thứ 2 làm tiếp 9 h nữa mới xong. Nếu máy thứ 2 làm việc 1 mình thì trong bao lâu cày xong cánh đồng?



**277** ([BS23], 11.7., p. 70). 3 vòi nước I, II, III nếu chảy 1 mình vào 1 bể cạn thì chảy đầy bể lần lượt trong 4 h, 6 h, 9 h. Lúc đầu, mở 2 vòi I & II trong 1 h 30 ph, sau đó đóng vòi I rồi mở tiếp vòi III cùng chảy với vòi II cho đến khi đầy bể. Vòi III chảy trong bao lâu?

**278** ([BS23], 11.8., p. 70). Có 3 vòi nước chảy vào 1 bể cạn. Nếu 2 vòi I & II cùng chảy thì bể đầy sau 45 ph. Nếu 2 vòi II & III cùng chảy thì bể đầy sau 1 h. Nếu 2 vòi I & III cùng chảy thì bể đầy sau 36 ph. (a) Nếu cả 3 vòi cùng chảy thì bể đầy trong bao lâu? (b) Riêng mỗi vòi chảy 1 mình thì bể đầy trong bao lâu?

**279** ([BS23], 11.9., p. 70). 3 người đến cửa hàng mua 1 số táo. Người I mua  $\frac{1}{2}$  số táo rồi mua thêm  $\frac{1}{2}$  quả. Người II mua  $\frac{2}{3}$  số còn lại rồi mua thêm  $\frac{2}{3}$  quả. Người III mua  $\frac{3}{4}$  số còn lại rồi mua thêm  $\frac{3}{4}$  quả thì vừa hết số táo của cửa hàng. Tính số táo của cửa hàng có lúc đầu.

**280** ([BS23], 11.10., p. 70). 1 số học sinh được thưởng 1 số vở. Bạn I được thưởng 2 quyển vở &  $\frac{1}{5}$  số còn lại. Bạn II được thưởng 4 quyển vở &  $\frac{1}{5}$  số còn lại. Bạn III được thưởng 6 quyển vở &  $\frac{1}{5}$  số còn lại. ... Cứ như vậy thì số vở được chia đều cho các bạn & không còn thừa quyển nào. Tính số học sinh được thưởng & số vở.

## 6 Tỷ Số – Ratio

**281** ([Bin23], VD25, p. 28). 1 tủ sách gồm 2 ngăn. Tỷ số giữa số sách của ngăn trên so với ngăn dưới là 4 : 3. Sau khi thêm 30 cuốn sách vào ngăn dưới thì tỷ số giữa số sách của ngăn trên so với ngăn dưới là 10 : 9. Tính số sách ở mỗi ngăn lúc đầu.

**282** ([Bin23], VD26, p. 28). Trong 1 buổi tham quan, số học sinh khối 6 tham gia bằng  $\frac{5}{6}$  số học sinh khối 7. Tỷ số học sinh nam & nữ trong khối 6 là 2 : 3, trong khối 7 là 3 : 4. Biết số nam khối 6 ít hơn số nam khối 7 là 8 học sinh. Tính số học sinh mỗi khối 6, 7 đi tham quan.

**283** ([Bin23], VD27, p. 29). Có 2 cốc đựng 2 loại dầu ăn với khối lượng bằng nhau. Tỷ lệ khối lượng dầu & nước trong cốc A là 2 : 1, trong cốc B là 3 : 1. Đổ 2 cốc A & B vào 1 hộp C rỗng. Tính tỷ lệ khối lượng dầu & nước trong hộp C.

**284** ([Bin23], VD28, p. 30). Tìm số tự nhiên có 2 chữ số sao cho tỷ số của số đó & tổng các chữ số của nó: (a) Lớn nhất. (b) Nhỏ nhất.

**285** ([Bin23], 71., p. 30). 1 sợi dây dài  $1\frac{1}{3}$  m. Tìm cách để cắt ra đoạn dây dài  $\frac{1}{2}$  m mà không có thước đo trong tay.

**286** ([Bin23], 72., p. 31). Cho phân số  $\frac{9}{43}$ . Tìm  $x \in \mathbb{N}$  để: (a) Cộng cả tử & mẫu của phân số đã cho với  $x$ , được 1 phân số mới có giá trị bằng  $\frac{1}{3}$ . (b) Cộng tử của phân số đã cho với  $x$ , lấy mẫu trừ  $x$ , được 1 phân số mới có giá trị bằng  $\frac{5}{8}$ .

**287** ([Bin23], 73., p. 31). Tìm 1 phân số có mẫu bằng 12, biết nếu cộng tử với 15 & nhân mẫu với 4 thì giá trị của phân số không đổi.

**288** ([Bin23], 74., p. 31). Ở lớp 6A, số học sinh giỏi học kỳ 1 bằng  $\frac{3}{7}$  số học sinh còn lại. Cuối năm có thêm 4 học sinh đạt loại giỏi nên số học sinh giỏi bằng  $\frac{2}{3}$  số học sinh còn lại. Tính số học sinh của lớp 6A.

**289** ([Bin23], 75., p. 31). Tìm 3 số có tổng bằng 210, biết  $\frac{6}{7}$  số thứ nhất bằng  $\frac{9}{11}$  số thứ 2 & bằng  $\frac{2}{3}$  số thứ 3.

**290** ([Bin23], 76., p. 31). Tìm số tự nhiên có 2 chữ số, biết nếu chia số đó cho tích các chữ số của nó thì được  $\frac{8}{3}$  & hiệu giữa số phải tìm với số gồm các chữ số của số đó viết theo thứ tự ngược lại bằng 18.

**291** ([Bin23], 77., p. 31). Số dân của 2 phường A, B trước kia tỷ lệ với 2, 3. Hiện nay số dân phường A tăng thêm 8000 người, phường B tăng thêm 4000 người, do đó số dân phường A bằng  $\frac{3}{4}$  số dân phường B. Tính số dân của mỗi phường hiện nay.

**292** ([Bin23], 78., p. 31). Tuổi mẹ hiện nay gấp 2.3 lần tuổi con. 16 năm trước, tuổi mẹ gấp 7.5 lần tuổi con. Mấy năm sau thì tuổi mẹ gấp đôi tuổi con?

**293** ([Bin23], 79., p. 31). Tuấn đến nhà Tú chơi, thấy 1 chú chó & 1 chú mèo, cả 2 đều rất xinh xắn. Tuấn ôm chó & vuốt đuôi nó. Em của Tú lách lỉnh bảo Tuấn: Đừng đoán tuổi chó dựa vào số khoanh đuôi. 2 năm trước tuổi chó gấp 3 tuổi mèo, còn bây giờ chỉ gấp đôi. Tính tuổi chó, tuổi mèo.

**294** ([Bin23], 80., p. 31). An, Bảo là 2 người bạn. An nói với Bảo: Khi tôi bằng tuổi anh hiện nay thì tuổi tôi bằng  $\frac{4}{3}$  tuổi anh. Bảo nói: Khi tôi gấp đôi tuổi anh hiện nay thì tuổi 2 chúng ta cộng lại bằng 75. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

**295** ([Bin23], 81., p. 32). 2 ô tô đều đã đi được quãng đường dài 3500 km. Ngoài các lốp đang dùng, mỗi ô tô còn có thêm 1 chiếc lốp dự trữ. Tất cả các lốp đang dùng & dự trữ được sử dụng tương đương như nhau. Tính số km đã chạy của mỗi lốp xe ở mỗi ô tô, biết ô tô thứ nhất là xe 4 bánh, ô tô thứ 2 là xe 6 bánh.

**296** ([Bin23], 82., p. 32). An có 1 cốc kem. Lần 1, An ăn  $\frac{1}{2}$  cốc kem. Lần 2, An ăn  $\frac{1}{3}$  cốc kem. Lần 3, An ăn  $\frac{1}{4}$  cốc kem. Cứ như vậy cho đến khi số kem còn lại nhỏ hơn  $\frac{1}{8}$  số kem ban đầu thì An ăn nốt. An ăn hết cốc kem sau mấy lần?

**297** ([Bin23], 83., p. 32). Có 1 chai chứa 1 l rượu & 1 bình chứa 1 l nước lọc. Rót từ chai ra 1 cốc rượu đem đổ vào bình. Sau khi rượu tan đều trong bình, rót từ bình ra 1 cốc nước có lẫn rượu, đem đổ vào chai. Sau 2 lần rót này, so sánh lượng rượu lấy ra từ chai với lượng nước lọc lấy ra từ bình.

**298** ([Bin23], 84., p. 32). Có 2 chai, chai I chứa 1 l nước, chai II là chai không. Lần 1, rót tất cả nước ở chai I sang chai II. Lần 2, rót  $\frac{1}{2}$  số nước ở chai II sang chai I. Lần 3, rót  $\frac{1}{3}$  số nước ở chai I sang chai II. Lần 4, rót  $\frac{1}{4}$  số nước ở chai II sang chai I. Cứ tiếp tục như vậy. (a) Tính số nước ở chai I sau lần rót thứ 2, thứ 4. (b) Chứng tỏ cứ sau 1 số lần rót thì số nước ở 2 chai lại bằng nhau.

## 7 Percentage – Phần Trăm %

**299** ([Bin23], VD29, p. 33). Tính diện tích 1 hình chữ nhật biết nếu chiều dài tăng 20%, chiều rộng giảm 20% thì diện tích giảm 30 m<sup>2</sup>.

**300** ([Bin23], VD30, p. 33). Bác Tuân có 475 kg hạt cà phê tươi với tỷ lệ nước trong hạt là 20%. Sau khi phơi khô thì tỷ lệ nước trong hạt cà phê khô là 5%. Tính lượng cà phê sau khi phơi khô.

**301** ([Bin23], VD31, p. 33). Có 1 số con bò. Khi cân, 2 con nhẹ nhất có cân nặng bằng 25% tổng cân nặng của cả nhóm, 3 con nặng nhất có cân nặng bằng 60% tổng cân nặng của cả nhóm. Tính số con bò của nhóm đó.

**302** ([Bin23], 85., p. 34). Khối 6 của 1 trường đầu năm học có số học sinh nữ bằng số học sinh nam. Đầu học kỳ 2, khối 6 nhận thêm 8 học sinh nữ & 2 học sinh nam nên số học sinh nữ bằng 51% tổng số học sinh. Tính tổng số học sinh đầu năm học.

**303** ([Bin23], 86., p. 34). Khi đi cùng 1 quãng đường, nếu vận tốc giảm 20% thì thời gian đi quãng đường ấy tăng bao nhiêu %?

**304** ([Bin23], 87., p. 34). (a) Chiều dài hình chữ nhật tăng 10%, chiều rộng giảm 10%. Diện tích hình chữ nhật đó thay đổi như thế nào? (b) Giá 1 sản phẩm tăng 30%, sau 1 thời gian lại giảm 30%. Giá sản phẩm đó tăng hay giảm so với lúc ban đầu? (c) Khi làm 1 công việc, nếu năng suất lao động tăng 25% thì thời gian hoàn thành công việc ấy giảm bao nhiêu %?

**305** ([Bin23], 88., p. 34). (a) Cạnh của 1 hình vuông tăng 20%. Diện tích của nó tăng bao nhiêu %? (b) Cạnh của 1 hình lập phương tăng 50%. Thể tích của nó tăng bao nhiêu %? (c) Đáy của 1 tam giác tăng 20%, chiều cao tương ứng giảm 20%. Diện tích của tam giác đó tăng hay giảm bao nhiêu %? (d) 1 chiếc tủ nếu bán với giá  $x$  đồng thì lỗ 10% so với giá vốn, nếu bán với giá  $y$  đồng thì lãi 10% so với giá vốn. Tính tỷ số của  $y$  &  $x$ .

**306** ([Bin23], 89., p. 34). Giá rau tháng 7 thấp hơn giá rau tháng 6 là 10%, giá rau tháng 8 cao hơn giá rau tháng 7 là 10%. Giá rau tháng 8 so với tháng 6 cao hơn hay thấp hơn bao nhiêu %?

**307** ([Bin23], 90., p. 34). Chiều dài 1 hình chữ nhật tăng 36 m, chiều rộng giảm 16%. Tìm chiều dài mới biết diện tích mới lớn hơn diện tích cũ là 5%.

**308** ([Bin23], 91., p. 34). (a) Thu hoạch lúa của nông trường A nhiều hơn so với nông trường B là 26%, diện tích trồng lúa của nông trường A nhiều hơn so với nông trường B là 5%. Năng suất của nông trường A nhiều hơn nông trường B là bao nhiêu %? (b) Số hộp sữa loại I ít hơn so với loại II là 12.5% nhưng lượng sữa trong mỗi hộp lại nhiều hơn 8%. Lượng sữa tổng cộng của loại nào ít hơn?

**309** ([Bin23], 92., p. 35). Năm 2002, 1 xí nghiệp làm được 159135 sản phẩm, tính ra so với 2 năm trước số sản phẩm tăng hàng năm là 3%. Tính số sản phẩm của xí nghiệp đó năm 2000.

**310** ([Bin23], 93., p. 35). Phải thêm bao nhiêu kg dung dịch acid có nồng độ 5% để được dung dịch acid có nồng độ 3%? (Dung dịch acid có nồng độ 5% tức là trong 100 kg dung dịch có 5 kg acid nguyên chất & 95 kg nước).

**311** ([Bin23], 94., p. 35). 1 cây gỗ tươi có khối lượng 400 kg, trong đó chứa 85% nước. Cây gỗ này bốc hơi bao nhiêu kg nước thì được gỗ khô chứa 60% nước?

**312** ([Bin23], 95., p. 35). Năm trước 2 công trường có 500 con bò. Năm sau, số bò của nông trường I tăng 25%, số bò của nông trường II tăng 12.5%, nên số bò của cả 2 nông trường tăng 20%. Tính số bò năm trước của mỗi nông trường.

**313** ([Bin23], 96., p. 35). Hoa được mẹ cho tiền mua 30 quyển vở. Cửa hàng đang có chương trình khuyến mãi: Cứ mua 20 quyển vở thì được giảm giá 25%, cứ mua 5 quyển vở thì được giảm giá 10%. Với số tiền mang đi để mua 30 quyển vở thì Hoa mua được nhiều nhất mấy quyển vở?

**314** ([Bin23], 97., p. 35). 1 công ty có 1 số quần áo đưa ra bán ở hội chợ. Công ty đã bán theo từng bộ (1 áo & 1 quần) với giá áo & giá quần bằng nhau. Tính ra so với bán riêng áo & bán riêng quần thì giá áo bán theo cả bộ lãi 30%, còn giá quần bán theo cả bộ lỗ 30%. Giá bán theo cả bộ (1 áo & 1 quần) bằng bao nhiêu % so với bán riêng 1 áo & 1 quần?

**315** ([Bin23], 98., p. 35). Trong Hội chợ Xuân, 1 công ty có  $\frac{1}{3}$  tổng số sản phẩm đạt huy chương vàng. Biết trong tổng số sản phẩm của công ty thì số sản phẩm may chiếm  $\frac{3}{4}$ . Trong số sản phẩm may, số sản phẩm đạt huy chương vàng chiếm ít nhất, nhiều nhất là bao nhiêu %?

**316** ([BS23], VD12.1, p. 71). 1 cửa hàng có 2 loại quạt, giá tiền như nhau. Quạt màu vàng được giảm giá 2 lần, mỗi lần giảm giá 10%. Quạt màu xanh được giảm giá 1 lần 20%. Sau khi giảm giá như trên thì loại quạt nào rẻ hơn?

**317** ([BS23], VD12.2, p. 71). (a) Chiều dài 1 hình chữ nhật tăng 25%. Chiều rộng hình chữ nhật phải giảm bao nhiêu % để chu vi hình chữ nhật không đổi, biết chiều dài gấp đôi chiều rộng? (b) Chiều dài 1 hình chữ nhật tăng 25%. Chiều rộng hình chữ nhật phải giảm bao nhiêu % để diện tích hình chữ nhật không đổi?

**318** ([BS23], VD12.3, p. 72). 1 quả dưa hấu có khối lượng 1000 g chứa 93% nước. 1 tuần sau, lượng nước chỉ còn 90%. Khi đó, khối lượng quả dưa hấu còn bao nhiêu g?

**319** ([BS23], VD12.4, p. 73). 1 cửa hàng trong ngày khai trương hạ giá hàng 12% so với giá bán trong ngày thường. Tuy vậy, cửa hàng vẫn lãi 10% so với giá gốc. Nếu không hạ giá thì cửa hàng lãi bao nhiêu % so với giá gốc?

**320** ([BS23], 12.1., p. 73). Phân số  $\frac{1}{2}$  tăng thành  $\frac{7}{8}$  thì giá trị của phân số đó tăng thêm bao nhiêu %?

**321** ([BS23], 12.2., p. 73). 1 xí nghiệp có khối lượng công việc tăng thêm 40%, còn năng suất lao động của công nhân tăng thêm 25%. Số công nhân cần tăng thêm bao nhiêu %?

**322** ([BS23], 12.3., p. 73). Giá lúa tăng 25%. Giá lúa phải giảm bao nhiêu % để trở lại giá cũ?

**323** ([BS23], 12.4., p. 73). Giá rau tháng 4 cao hơn so với tháng 3 là 10%. Giá rau tháng 5 thấp hơn so với tháng 4 là 10%. Giá rau tháng 5 so với tháng 3 bằng bao nhiêu %?

**324** ([BS23], 12.5., p. 73). 1 cửa hàng nhập 1 loại đồ chơi, rồi định giá bán là 50000 đ/chiếc. Trong ngày Tết thiếu nhi 1.6, cửa hàng hạ giá 12%, tính ra so với giá nhập vào vẫn lãi 10%. (a) Tính giá nhập của đồ chơi ấy. (b) So với giá nhập, thì giá bán trong ngày thường lãi bao nhiêu %?

**325** ([BS23], 12.6., p. 74). 1 cửa hàng bán quần áo thanh lý hàng nên đã giảm 10% so với giá bình thường, nhưng không bán được nên giảm tiếp 10% nữa (so với giá đã giảm) & đã bán hết hàng. Tính ra cửa hàng vẫn lãi 5.4% so với giá gốc. Giá bình thường bằng bao nhiêu % giá gốc?

**326** ([BS23], 12.7., p. 74). 1 hãng điện thoại có 3 phương án trả tiền cước điện thoại: Phương án I: Trả 99 xu cho 20 phút đầu, sau đó từ phút thứ 21 thì mỗi phút trả thêm 5 xu. Phương án II: Kể từ lúc đầu tiên, mỗi phút trả 10 xu. Phương án III: Trả 25 xu, sau đó kể từ phút đầu tiên mỗi phút trả 8 xu. 1 khách hàng trong tháng có 10% cuộc gọi 1 phút, 10% cuộc gọi 5 phút, 30% cuộc gọi 10 phút, 30% cuộc gọi 20 phút, 20% cuộc gọi 30 phút. Người đó nên chọn phương án nào để tiền cước ít nhất?

**327** ([BS23], 12.8., p. 74). 1 cửa hàng sách hạ giá 10% trong ngày lễ, tuy vậy cửa hàng vẫn còn lãi 8%. Trong ngày thường cửa hàng lãi bao nhiêu %?

**328** ([BS23], 12.9., p. 74). Nước biển chứa 5% muối. Cần thêm bao nhiêu kg nước lã vào 20 kg nước biển để tỷ lệ muối trong dung dịch là 2%?

**329** ([BS23], 12.10., p. 74). Ông Ngọc có 500 kg hạt cà phê tươi, đem phơi khô để tỷ lệ nước trong hạt cà phê còn 5%. Biết tỷ lệ nước trong hạt cà phê tươi là 24%. Tính khối lượng nước cần bay hơi.

**330** ([BS23], 12.11., p. 74). Phơi 450 kg hạt tươi thì được hạt khô. Biết tỷ lệ nước trong hạt tươi là 20%, tỷ lệ nước trong hạt khô là 10%. Tính khối lượng hạt khô.

**331** ([BS23], 12.12., p. 74). Chị Mai ngâm 15 kg hạt giống có tỷ lệ nước là 4% vào 1 thùng nước. Chị muốn tỷ lệ nước trong hạt giống sau khi ngâm là 10% để cho khả năng nảy mầm cao hơn. Tính khối lượng hạt giống sau khi ngâm.

**332** ([BS23], 12.13., p. 74). Phơi 60 kg cỏ tươi, sau 1 tuần thì còn 30 kg cỏ khô. Biết tỷ lệ nước trong cỏ tươi là 70%. Tỷ lệ nước trong cỏ khô là bao nhiêu %?

## 8 Movement Problem – Toán Chuyển Động

[1]  $s = vt, v = \frac{s}{t}, t = \frac{s}{v}$ . [2] Thời gian để 2 chất điểm gặp nhau trong chuyển động cùng chiều:  $t = \frac{s}{v_1 - v_2}$ , trong chuyển

động ngược chiều:  $t = \frac{s}{v_1 + v_2}$ , với  $t$ : thời gian để 2 chất điểm gặp nhau,  $s$ : khoảng cách lúc đầu giữa 2 chất điểm,  $v_1, v_2$ : 2 vận

tốc của 2 chất điểm. [3] Chuyển động có dòng nước: Vận tốc xuôi = vận tốc thuyền + vận tốc dòng nước. Vận tốc ngược = vận tốc thuyền – vận tốc dòng nước.

- 333** ([Bin23], VD48, p. 48). 1 người đi từ A đến B với vận tốc 15 km/h. Sau đó 1 h 30 ph, người thứ 2 cũng rời A đi về B với vận tốc 20 km/h & đến B trước người thứ nhất 30 ph. Tính quãng đường AB.
- 334** ([Bin23], VD49, p. 49). Đồng hồ đang chỉ 4:10. Sau ít nhất bao lâu thì 2 kim đồng hồ nằm đối diện nhau trên 1 đường thẳng?
- 335** ([Bin23], VD50, p. 49). 2 xe ô tô đi từ 2 điểm A, B về phía nhau, xe thứ nhất khởi hành từ A lúc 7:00, xe thứ 2 khởi hành từ B lúc 7:10. Biết để đi hết quãng đường AB, xe thứ nhất cần 2 h, xe thứ 2 cần 3 h. 2 xe gặp nhau lúc mấy giờ?
- 336** ([Bin23], VD51, p. 50). Trên quãng đường AB, 2 xe ô tô đi từ A & từ B ngược chiều nhau. Nếu 2 xe khởi hành cùng 1 lúc thì chúng gặp nhau tại 1 điểm cách A 12 km, cách B 18 km. Nếu muốn gặp nhau ở chính giữa đường thì xe thứ nhất (đi từ A) phải khởi hành trước xe kia 10 ph. Tính vận tốc mỗi xe.
- 337** ([Bin23], VD52, p. 50). 1 xe lửa đi hết 1 cái cầu dài 12 m hết 12 s & đi hết 1 cái cầu dài 148 m hết 20 s. Tính chiều dài & vận tốc của xe lửa.
- 338** ([Bin23], VD53, p. 51). 1 canô chạy xuôi khúc sông AB hết 6 h & chạy ngược khúc sông ấy hết 9 h. Tính thời gian để 1 phao trôi theo dòng nước từ A đến B.
- 339** ([Bin23], VD54, p. 51). 1 người đi xe đạp từ A đến B gồm 1 đoạn lên dốc AC & 1 đoạn xuống dốc CB. Thời gian đi AB là 2 h, thời gian về BA là 1 h 45 ph. Tính chiều dài quãng đường AB biết cứ lúc lên dốc thì người đó đi với vận tốc 10 km/h, cứ lúc xuống dốc thì người đó đi với vận tốc 15 km/h.
- 340** ([Bin23], VD55, p. 52). 1 xe tải đi từ A đến B, vận tốc 40 km/h. Sau đó 1 thời gian, 1 xe du lịch rời A, vận tốc 60 km/h, & như vậy sẽ đến B cùng lúc với xe tải. Nhưng đi đến C, được  $\frac{1}{5}$  quãng đường AB, xe tải giảm vận tốc xuống còn 35 km/h, do đó xe du lịch gặp xe tải ở D, cách B 30 km. Tính quãng đường AB.
- 341** ([Bin23], VD56, p. 53). 1 ô tô đi quãng đường AB với vận tốc & thời gian dự định. Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 20% thì đến B trước dự định 1 h. Nếu ô tô đi 120 km rồi tăng vận tốc thêm 25% thì đến B trước dự định 48 ph. Tính: (a) Thời gian dự định đi hết quãng đường AB. (b) Chiều dài quãng đường AB.
- 342** ([Bin23], VD57, p. 54). An đi từ A & đã đến B gặp bạn đúng giờ hẹn. An nói với bạn rằng nếu An đi với vận tốc ít hơn vận tốc đã đi 6 km/h thì đến B sau giờ hẹn 2 h. Còn nếu An đi với vận tốc nhiều hơn vận tốc đã đi 10 km/h thì đến B trước giờ hẹn 2 h. Tính thời gian An đã đi quãng đường AB & chiều dài quãng đường AB.
- 343** ([Bin23], VD58, p. 54). An đi từ A & đã đến B gặp bạn đúng giờ hẹn. An nói với bạn rằng nếu An đi với vận tốc ít hơn vận tốc đã đi  $v_1 = 16$  km/h thì đến B sau giờ hẹn  $t_1 = 2$  h. Còn nếu An đi với vận tốc nhiều hơn vận tốc đã đi  $v_2 = 20$  km/h thì đến B trước giờ hẹn  $t_2 = 1$  h. Tính thời gian An đã đi quãng đường AB & chiều dài quãng đường AB cụ thể & theo  $v_1, v_2, t_1, t_2 \in (0, \infty)$ .
- 344** ([Bin23], VD59, p. 56). 1 người đi xe đạp từ A đến B, đi từ A với vận tốc 10 km/h, nhưng đi từ chính giữa đường đến B với vận tốc 15 km/h. Tính vận tốc trung bình của người đó đi trên cả quãng đường.
- 345** (Công thức tính vận tốc trung bình). (a) 1 người đi xe đạp từ A đến B, đi từ A với vận tốc  $v_1$  km/h, nhưng đi từ 1 điểm C nằm giữa A, B với vận tốc  $v_2$  km/h. Tính vận tốc trung bình của người đó đi trên cả quãng đường. (b) 1 người đi đoạn đường gấp khúc  $A_1A_2 \dots A_nA_{n+1}$ ,  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ , với vận tốc trên các đoạn đường  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n, A_nA_{n+1}$  lần lượt là  $v_1, v_2, \dots, v_n$ . Tính vận tốc trung bình của người đó đi trên cả quãng đường.
- 346** ([Bin23], 123., p. 56). (a) 1 người đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h. Đi được nửa đường, người đó dừng lại chữa xe trong 30 ph, nên để đến B đúng hạn người đó đi tiếp với vận tốc 50 km/h. Tính quãng đường AB. (b) 1 ô tô đi từ A đến B với vận tốc 30 km/h. Lúc về sau khi đi được  $\frac{1}{3}$  quãng đường với vận tốc cũ, xe dừng lại chữa mất 40 ph, nên muốn thời gian về bằng thời gian đi, ô tô đã đi với vận tốc 36 km/h. Tính quãng đường AB.
- 347** ([Bin23], 124., p. 56). 1 ô tô đi từ A đến B. Người lái xe thấy nếu xe đi với vận tốc 45 km/h thì đến B sau giờ hẹn 10 ph, còn nếu xe đi với vận tốc 55 km/h thì đến B trước giờ hẹn 6 ph. Tính quãng đường AB.
- 348** ([Bin23], 125., p. 56). 3 ô tô cùng khởi hành 1 lúc từ A để đến B. Vận tốc xe I là 40 km/h, vận tốc xe II là 50 km/h. Tính quãng đường AB & vận tốc xe III biết xe III đến B trước xe I 20 ph & sau xe II 16 ph.
- 349** ([Bin23], 126., p. 56). Long đi từ A đến B với vận tốc không đổi. Lúc 9:00 Long đã đi được  $\frac{1}{6}$  quãng đường, đến 11:00 Long đi được  $\frac{3}{4}$  quãng đường. Long đến B lúc mấy giờ?
- 350** ([Bin23], 127., p. 56). 1 người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 25 km/h rồi đi tiếp từ B đến C với vận tốc 20 km/h. Quãng đường BC dài hơn AB 30 km. Thời gian đi trên quãng đường BC nhiều hơn thời gian đi trên quãng đường AB là 2 h. Tính quãng đường AB, BC.
- 351** ([Bin23], 128., p. 57). Phúc, Du cùng khởi hành 1 lúc từ nhà mình & đi về phía nhau. Phúc đi nhanh gấp  $\frac{4}{3}$  Du & họ gặp nhau sau 72 ph. Phúc phải khởi hành sau Du bao lâu để họ gặp nhau ở chính giữa quãng đường?



**352** ([Bin23], 129., p. 57). (a) 1 xe lửa đi vượt qua 1 cột điện trong 16 s & đi hết 1 cái cầu dài 210 m trong 30 s. Tính vận tốc xe lửa & chiều dài xe lửa. (b) 1 xe lửa đi vượt qua 1 người đi xe đạp cùng chiều trong 16 s. Tính chiều dài xe lửa biết vận tốc người đi xe đạp, xe lửa lần lượt là 18 km/h, 54 km/h.

**353** ([Bin23], 130., p. 57). (a) 1 người đi bộ với vận tốc 1 m/s đi ngược chiều với xe lửa & gặp xe lửa trong 10 s. Tính vận tốc xe lửa biết nó dài 170 m. (b) 1 xe lửa dài 110 m đi qua 1 cầu dài 160 m hết 18 s & đi vượt 1 người đi xe đạp cùng chiều hết 10 s. Tính vận tốc của người đi xe đạp.

**354** ([Bin23], 131., p. 57). Trên chiếc cầu AB, 1 con chó đang ở vị trí C với  $CA = \frac{1}{3}CB$  thì nhìn thấy 1 ô tô sắp lên cầu từ phía A. Con chó chạy về phía A & gặp lại ô tô tại A. Nếu con chó chạy về phía B thì nó gặp ô tô tại B. Tính vận tốc của con chó, biết vận tốc ô tô là 60 km/h.

**355** ([Bin23], 132., p. 57). Trong 1 cuộc thi chạy 2000 m, các vận động viên chạy với vận tốc không đổi trên suốt quãng đường. Người thứ nhất về đích khi người thứ 2 còn cách đích 200 m & người thứ 3 còn cách đích 290 m. Khi người thứ 2 đến đích thì người thứ 3 còn cách đích bao nhiêu m?

**356** ([Bin23], 133., p. 57). Đạt chạy nhanh gấp 2 lần so với đi bộ. Từ nhà đến trường, có lúc Đạt chạy, có lúc đi bộ. Hôm trước, thời gian Đạt chạy gấp đôi thời gian đi bộ. Hôm sau thời gian Đạt đi bộ gấp đôi thời gian Đạt chạy. Từ nhà đến trường, hôm trước Đạt cần 12 ph, hôm sau cần bao lâu?

**357** ([Bin23], 134., p. 57). 2 người đi xe đạp cùng đi từ A về phía B. Người thứ nhất khởi hành lúc 8:00, người thứ 2 khởi hành lúc 8:30. 2 người gặp nhau lúc mấy giờ biết quãng đường người thứ nhất đi trong 45 ph bằng quãng đường người thứ 2 đi trong 40 ph?

**358** ([Bin23], 135., p. 57). 2 người đi xe đạp từ 2 địa điểm cách nhau 12 km & đi cùng chiều. Nếu họ không khởi hành cùng 1 lúc thì sau 3 h, người đi nhanh đuổi kịp người đi chậm. Nếu người đi nhanh đi sau người đi chậm 1 h thì sau 5 h 30 ph người đi nhanh mới đuổi kịp người đi chậm. Tính vận tốc mỗi người.

**359** ([Bin23], 136., p. 57). Lúc 7:00, 1 người đi từ A để đến B. Lúc 10:00, người thứ 2 đi từ B để đến A, với vận tốc lớn hơn vận tốc người thứ nhất là 3 km/h. 2 người gặp nhau lúc 14:00. Tính vận tốc mỗi người, biết quãng đường AB dài 177 km.

**360** ([Bin23], 137., p. 57). Trên quãng đường AB dài 235 km, 1 ô tô đi từ A đến C trong 3 h, sau đó đi tiếp từ C đến B trong 2 h với vận tốc lớn hơn vận tốc trên quãng đường AC là 5 km/h. Tính vận tốc ô tô đi trên quãng đường AC.

**361** ([Bin23], 138., p. 57). 1 ô tô đi từ A qua C để đến B, quãng đường CB ngắn hơn quãng đường AC 55 km. Sau khi đi từ A đến C trong 4 h, người lái xe tính nếu từ C ô tô giảm vận tốc đi 5 km/h thì sau 3 h nữa sẽ tới B. Tính quãng đường AB.

**362** ([Bin23], 139., p. 58). (a) Sau lúc 12:00 thì sớm nhất lúc mấy giờ 2 kim đồng hồ lại trùng nhau? (b) Trong 1 ngày đêm, 2 kim đồng hồ tạo với nhau góc vuông bao nhiêu lần?

**363** ([Bin23], 140., p. 58). Hiện tại là 3:00, kim phút tạo với kim giờ 1 góc vuông. Tính thời điểm 2 kim tạo với nhau góc vuông: (a) Lần thứ nhất tiếp theo. (b) Lần thứ 2 tiếp theo. (c) Lần thứ  $n \in \mathbb{N}^*$  tiếp theo.

**364** ([Bin23], 141., p. 58). Hiện tại là 12:00. Tính thời điểm kim phút & kim giờ của đồng hồ tạo với nhau góc  $110^\circ$  lần tiếp theo.

**365**. Hiện tại là  $x : y$  với  $x \in \{0, 1, 2, \dots, 23\}, y \in \{00, 01, 02, \dots, 59\}$ . Tính thời điểm kim phút & kim giờ của đồng hồ tạo với nhau góc  $\alpha$  lần tiếp theo.

**366** ([Bin23], 142., p. 58). Quãng đường AB dài 43.8 km. Lúc 6:00 xe thứ nhất đi từ A để đến B, lúc 6:25 xe thứ 2 đi từ B để đến A. 2 xe gặp nhau trên đường đi lúc 6:45 & đến khi đó thì xe thứ nhất đã đi nhiều hơn xe thứ 2 11.4 km. Tính vận tốc mỗi xe.

**367** ([Bin23], 143., p. 58). Nhà Tùng ở cạnh đường xe lửa từ ga A đến ga B. 1 hôm xe lửa đi qua nhà Tùng & đến ga B lúc 16:00. Hôm sau, xe lửa lại đi từ B lúc 5:00 để về A với vận tốc như ngày hôm trước. Tùng ngạc nhiên thấy giờ xe lửa đi qua nhà mình trong cả 2 ngày đều như nhau. Xe lửa đã đi qua nhà Tùng lúc mấy giờ?

**368** ([Bin23], 144., p. 58). Quãng đường AB dài 20 km. Lúc 6:00 ngày 1.6, Minh đi từ A & đến B lúc 8:00. Hôm sau, Minh đi từ B lúc 7:00 & đến A lúc 8:20. Như vậy trên quãng đường AB có 1 địa điểm C mà Minh có mặt cùng 1 giờ trong cả 2 ngày. Tính xem địa điểm C cách A bao nhiêu km & Minh có mặt ở C lúc mấy giờ?

**369** ([Bin23], 145., p. 58). Để đi từ A đến B, xe thứ nhất cần 1 h, xe thứ 2 cần 40 ph. Nếu xe thứ 2 đi sau xe thứ nhất 10 ph thì sau bao lâu xe thứ 2 đuổi kịp xe thứ nhất?

**370** ([Bin23], 146., p. 58). Quãng đường AB dài 44 km. Lúc 6:00, người thứ nhất đi từ A để đến B. Lúc 7:08, người thứ 2 đi từ B để đến A. Họ gặp nhau lúc 9:00. Tính vận tốc mỗi người, biết vận tốc người thứ nhất lớn hơn vận tốc người thứ 2 là 2.5 km/h.

**371** ([Bin23], 147., p. 58). An đi xe đạp từ A đến B, vận tốc  $8\frac{1}{3}$  km/h. Trên đường đi An gặp Bắc đi từ B lại, An đi ngược lại nói chuyện với bạn với vận tốc bằng vận tốc của bạn. Sau khi cùng đi với bạn 3.75 km, An quay lại đi với vận tốc như lúc đầu & đến B chậm hơn dự định 57 ph. Tính vận tốc của Bắc.

- 372** ([Bin23], 148., p. 58). 1 canô xuôi khúc sông từ A đến B hết 2 h & ngược khúc sông đó hết 3 h. Biết vận tốc dòng nước là 3 km/h, tính quãng sông AB.
- 373** ([Bin23], 149., pp. 58–59). Khi đi gặp chuyến xuôi dòng. Nhẹ nhàng đến bến chỉ trong 4 giờ. Khi về từ lúc xuống đò. Đến khi cập bến 8 giờ hết veo. Hỏi rằng riêng 1 khóm bèo. Trôi theo dòng nước hết bao nhiêu giờ?
- 374** ([Bin23], 150., p. 59). Thành tập bơi ngược dòng sông Hồng. Đến cầu Long Biên, Thành đánh rơi bình nước. Sau 20 ph, anh mới biết & quay lại tìm thì thấy bình nước ở cạnh bến Phà Đen cách cầu Long Biên 2 km. Tính vận tốc dòng nước.
- 375** ([Bin23], 151., p. 59). 1 người đi từ A đến B. Lúc đầu người đó đi với vận tốc 15 km/h. Khi còn cách B là 21 km, người đó tăng vận tốc thành 18 km/h. Lúc về người đó đi với vận tốc không đổi là 18 km/h. Thời gian cả đi lẫn về là 4 h 10 ph. Tính quãng đường AB.
- 376** ([Bin23], 152., p. 59). 1 người đi từ A đến B gồm 1 đoạn lên dốc, 1 đoạn xuống dốc, vận tốc lên dốc là 12 km/h, vận tốc xuống dốc là 20 km/h, tổng cộng hết 1 h 35 ph. Lúc về, người đó đi từ B về A, vận tốc lên dốc cũng là 12 km/h, vận tốc xuống dốc cũng là 20 km/h, tổng cộng hết 1 h 45 ph. Tính quãng đường AB.
- 377** ([Bin23], 153., p. 59). 1 người đi quãng AB gồm 1 đoạn lên dốc, 1 đoạn xuống dốc. Thời gian tổng cộng cả đi lẫn về là 7 h. Biết cứ lên dốc thì người đó đi với vận tốc 18 km/h, cứ xuống dốc thì người đó đi với vận tốc 24 km/h. Tính quãng đường AB.
- 378** ([Bin23], 154., p. 59). 1 người đi xe đạp từ A đến B gồm 1 đoạn lên dốc & 1 đoạn nằm ngang hết tổng cộng 2 h. Lúc về người đó đi từ B đến A hết 1 h 10 ph. Biết vận tốc trên đoạn lên dốc là 8 km/h, vận tốc trên đoạn xuống dốc là 18 km/h, vận tốc trên đoạn nằm ngang là 12 km/h. Tính quãng đường AB.
- 379** ([Bin23], 155., p. 59). 1 người đi quãng đường AB gồm đoạn AC & CB. Lúc đi, vận tốc trên AC là 12 km/h, vận tốc trên CB là 8 km/h, hết 3 h 30 ph. Lúc về, vận tốc trên BC là 30 km/h, vận tốc trên CA là 20 km/h hết 1 h 36 ph. Tính quãng đường AB.
- 380** ([Bin23], 156., p. 59). 1 ô tô đi từ A đến B, vận tốc 50 km/h. Sau đó 1 thời gian, xe thứ 2 rời A, vận tốc 60 km/h & như vậy sẽ gặp xe thứ nhất tại 1 điểm còn cách B 10 km. Nhưng đi được  $\frac{1}{5}$  quãng đường, xe thứ nhất giảm vận tốc còn 45 km/h nên xe thứ 2 đã gặp xe thứ nhất tại chỗ còn cách B 30 km. Tính quãng đường AB.
- 381** ([Bin23], 157., p. 59). 1 ô tô lên dốc & xuống dốc qua 1 quả đồi, quãng đường lên dốc & xuống dốc bằng nhau. Vì xe cũ nên vận tốc lên dốc không quá 15 km/h. Vận tốc trung bình của ô tô khi qua cả quả đồi có thể bằng 30 km/h không?
- 382** ([Bin23], 158., p. 59). Lúc 7:00, 1 người đi xe đạp & 1 người đi xe máy cùng rời A để đến B, vận tốc lần lượt là 12 km/h, 28 km/h. Lúc 7:30, 1 ô tô với vận tốc 35 km/h cũng rời A để đến B. Ô tô ở vị trí chính giữa 2 người kia vào lúc mấy giờ?
- 383** ([Bin23], 159., p. 59). 3 người cùng khởi hành 1 lúc từ A, B, C về phía D với vận tốc lần lượt là 30 m/ph, 50 m/ph, 20 m/ph. Sau bao lâu thì người thứ 3 ở vị trí chính giữa 2 người kia biết AB = 400 m, BC = 300 m, 4 địa điểm A, B, C, D theo thứ tự như trên?
- 384** ([Bin23], 160., p. 60). Trên quãng đường AB có địa điểm C cách A 10 km. Lúc 8:00, người thứ nhất & người thứ 2 rời A, người thứ 3 rời C, tất cả đi về phía B với vận tốc lần lượt là 30 km/h, 40 km/h, 20 km/h. Lúc mấy giờ thì người thứ 3 có khoảng cách đến 2 người kia bằng nhau?
- 385** ([Bin23], 161., p. 60). 3 ô tô cùng khởi hành 1 lúc từ A để đến B. Vận tốc xe thứ 2 bằng 40 km/h & bằng trung bình cộng của vận tốc 2 xe kia. 1 người đứng ở chính giữa quãng đường AB thấy xe thứ nhất đi qua lúc 7:06, xe thứ 2 đi qua lúc 7:15, xe thứ 3 đi qua lúc 7:30. 3 xe khởi hành từ A lúc mấy giờ?
- 386** ([Bin23], 162., p. 60). 2 người cùng đi 1 lúc từ A đến B, quãng đường dài 40 km, vận tốc lần lượt bằng 10 km/h, 14 km/h. Sau bao lâu quãng đường còn lại đến B của người thứ nhất gấp 3 quãng đường còn lại đến B của người thứ 2?
- 387** ([Bin23], 163., p. 60). 2 người cùng khởi hành lúc 8:00 từ A để đến B với vận tốc lần lượt là 12 km/h, 30 km/h. Người thứ 2 đến B thì quay lại ngay & gặp người thứ nhất lúc 8:40. (a) Tính quãng đường AB. (b) Người thứ 2 đến B lúc mấy giờ?
- 388** ([Bin23], 164., p. 60). 2 người cùng khởi hành 1 lúc, người thứ nhất đi từ A đến B, người thứ 2 đi từ B đến A. Người thứ nhất đến B thì quay lại ngay, người thứ 2 đến A thì quay lại ngay. Họ gặp nhau lần thứ nhất tại C cách A 10 km & gặp nhau lần thứ 2 tại D cách B 8 km. Tính quãng đường AB.
- 389** ([Bin23], 165., p. 60). 2 bạn An, Bích cùng rời nhà lúc 7:00. An đến nhà Bích, Bích đến nhà An. Lần thứ nhất, 2 người đã đi qua nhau ở chỗ cách nhà Bích 300 m mà không biết. An đi tiếp đến nhà Bích rồi quay lại ngay, Bích cũng đi tiếp đến nhà An rồi quay lại ngay. 2 người gặp nhau lần thứ 2 cách nhà An 200 m, lúc đó là 7:20. Tính khoảng cách từ nhà An đến nhà Bích & vận tốc của mỗi người.
- 390** ([Bin23], 166., p. 60). 2 người đi xe đạp cũng khởi hành lúc 7:00: người thứ nhất đi từ A đến B, người thứ 2 đi từ B đến A. Lúc 7:30 họ gặp nhau lần thứ nhất ở M cách A 6 km, người thứ nhất tiếp tục đi đến B thì quay lại, người thứ 2 tiếp tục đi đến A thì quay lại. Họ gặp nhau lần thứ 2 ở N cách B 4 km. Tính: (a) Lúc 2 người gặp nhau lần thứ 2. (b) Chiều dài quãng đường AB. (c) Vận tốc mỗi người. (d) Khoảng cách đến A của người thứ nhất lúc người thứ 2 về đến B.



**391** ([Bin23], 167., p. 60). 2 người cùng khởi hành 1 lúc từ 2 địa điểm A, B. Người thứ nhất đi từ A đến B rồi quay lại ngay. Người thứ 2 đi từ B đến A rồi quay lại ngay. 2 người gặp nhau lần thứ 2 tại địa điểm C cách A 6 km. Tính quãng đường AB, biết vận tốc người thứ 2 bằng  $\frac{2}{3}$  vận tốc người thứ nhất.

**392** ([Bin23], 168., p. 61). An & Bích đi từ A & B ngược chiều nhau trên đường tròn đường kính AB. Họ gặp nhau lần thứ nhất ở C cách A 60 m, gặp nhau lần thứ 2 ở D cách B 80 m. Tính chu vi đường tròn.

**393** ([Bin23], 169., p. 61). Trên 1 sân vận động, có nhiều làn chạy, làn trong cùng ngắn nhất có chiều dài 400 m, làn ngoài cùng dài nhất nhưng chưa quá 500 m. A chạy ở làn trong cùng, B chạy ở làn ngoài cùng, có cùng vạch xuất phát & cùng chạy về 1 phía, vận tốc của B gấp 3 lần vận tốc của A. Lúc 2 người lần đầu tiên trở về vạch xuất phát thì A chạy được 3 vòng. Tính: (a) Số vòng B chạy được. (b) Độ dài đường chạy ngoài cùng, trong cùng.

**394** ([Bin23], 170., p. 61). Quãng đường AB từ chân đồi A đến đỉnh đồi B dài 700 m. Đức & Lộc cùng chạy từ A lên B rồi từ B xuống A, vận tốc xuống dốc gấp đôi vận tốc lên dốc. Họ xuất phát cùng lúc ở chân đồi, Đức đến đỉnh đồi trước, quay xuống ngay & gặp Lộc cách đỉnh đồi 70 m. (a) Tính tỷ số vận tốc của Lộc & Đức khi lên dốc. (b) Lúc Đức chạy xuống dốc đến chân đồi thì Lộc còn cách chân đồi bao xa?

**395** ([Bin23], 171., p. 61). Hàng ngày, Phong được bố từ nhà đến trường đón & bao giờ cũng về nhà lúc 12:00. Hôm ấy tan học sớm 45 ph, chờ bố thì lâu, Phong đi bộ về luôn & gặp bố trên đường đi. Về nhà lúc 11:40, Phong nói với bố: Thế là con đi bộ trong 25 ph. Con tính sai rồi. – Bố Phong cười nói. Tính giúp Phong.

**396** ([Bin23], 172., p. 61). Hòa được bố từ nhà đến trường đón mỗi khi tan học. Hôm ấy, bố Hòa đến đón Hòa với giờ như thường lệ, nhưng do Hòa tan học sớm 45 ph & đi bộ về nhà ngay nên Hòa gặp bố trên đường về & 2 bố con về nhà sớm hơn thường lệ 10 ph. Tính quãng đường Hòa đã đi bộ, biết Hòa đi với vận tốc 6 km/h.

**397** ([Bin23], 173., pp. 61–62). 3 người khởi hành cùng 1 lúc đi từ A đến B. Người thứ 2 đi chậm hơn người thứ nhất 4 km/h nên đến B sau người thứ nhất 1 h. Người thứ 3 đi nhanh hơn người thứ nhất 6 km/h nên đến B trước người thứ nhất 1 h. Tính thời gian người thứ nhất đi quãng đường AB & chiều dài quãng đường đó.

**398** ([Bin23], 174., p. 62). 1 người đi từ A đến B với thời gian dự định. Người đó thấy nếu tăng thêm vận tốc 9 km/h thì đến B sớm 1 h, còn nếu giảm vận tốc 3 km/h thì đến B chậm 30 ph. Tính vận tốc & thời gian dự định đi quãng đường AB của người đó.

**399** ([Bin23], 175., p. 62). Trung đi từ A đến B với vận tốc 24 km/h. Lúc về, trên nửa đầu của quãng đường (là BM), Trung đi với vận tốc 20 km/h. Muốn thời gian về BA bằng thời gian đi AB thì trên quãng đường còn lại (là MA) Trung phải đi với vận tốc bao nhiêu?

**400** ([Bin23], 176., p. 62). Kiên đi từ A đến B rồi trở về A, thời gian đi ít hơn thời gian về 2 h, vận tốc lúc về là 10 km/h. Tính quãng đường AB, biết vận tốc trung bình cả đi & về là 12 km/h.

**401** ([Bin23], 177., p. 62). (a) 1 máy bay có vận tốc trung bình trong cả chuyến bay là 700 km/h. Trên quãng đường đầu, vận tốc của máy bay là 800 km/h. Tính vận tốc của máy bay trên quãng đường sau, biết thời gian bay quãng đường đầu bằng  $\frac{1}{3}$  thời gian cả chuyến bay. (b) 1 ô tô đi  $\frac{2}{3}$  quãng đường AB với vận tốc 40 km/h rồi đi phần còn lại với vận tốc 60 km/h. Lúc về ô tô đi với vận tốc không đổi & thời gian về bằng thời gian đi. Tính vận tốc trung bình của ô tô lúc về.

**402** ([Bin23], 178., p. 62). 1 người đi quãng đường từ A đến B gồm 3 đoạn AC, CD, DB với vận tốc lần lượt là 10 km/h, 12 km/h, 15 km/h. Lúc về, người đó đi BD, DC, CA với vận tốc lần lượt là 10 km/h, 12 km/h, 15 km/h. Tính quãng đường AB biết thời gian cả đi lẫn về hết 3 h.

**403** ([Bin23], 179., p. 62). Trên quãng đường AC có địa điểm B. Lúc 7:00, người thứ nhất đi từ A, người thứ 2 đi từ B, cả 2 người cùng đến C lúc 10:00. Trên đường đi, người thứ 2 gặp 1 chiếc xe lửa đi từ C về A lúc 8:30, người thứ nhất gặp chiếc xe lửa đó lúc 8:40. Biết quãng đường AB dài 30 km & vận tốc xe lửa gấp đôi vận tốc người thứ 2. Xe lửa đi từ C lúc mấy giờ & quãng đường AC dài bao nhiêu?

**404** ([Bin23], 180., p. 62). 3 bạn cần đi từ A đến B dài 22.5 km trong 2 h 30 ph mà chỉ có 1 chiếc xe đạp, xe chỉ đèo được 1 người. Biết vận tốc đi bộ là 5 km/h, vận tốc đi xe là 15 km/h (cả lúc đi 1 mình lẫn lúc đèo bạn). Họ có thể đến B kịp giờ?

**405** ([Bin23], 181., p. 62). 1 thành phố có các đoàn tàu khởi hành sau các khoảng thời gian bằng nhau, chuyển động với vận tốc không đổi & không dừng lại trên đường đi. 1 khách du lịch đi dọc đường tàu từ A đến B nhận thấy cứ 7 ph lại gặp 1 đoàn tàu đi cùng chiều với anh, cứ 5 ph lại gặp 1 đoàn tàu đi ngược lại. Nếu anh đứng lại thì sau bao lâu lại gặp 2 tàu cùng chiều đi qua?

**406** ([BS23], VD13.1, p. 75). Lúc 8:00, người thứ nhất đi từ A & đến B lúc 12:00. Lúc 8:30, người thứ 2 đi từ A & đến B lúc 11:30. Người thứ 2 đuổi kịp người thứ nhất lúc mấy giờ?

**407** ([BS23], VD13.2, p. 77). Trên quãng đường AB, 2 xe cùng khởi hành 1 lúc, xe tải đi từ A đến B hết 6 h, xe con đi từ B đến A hết 4 h. 2 xe gặp nhau sau bao lâu?

**408** ([BS23], VD13.3, p. 77). 1 người phải đi từ A đến B trong 5 h. Lúc đầu, người đó đi với vận tốc 30 km/h. Khi còn 75 km nữa thì được nửa đường, người đó đi với vận tốc 45 km/h để kịp B đúng dự định. Tính quãng đường AB.

- 409 ([BS23], VD13.4, p. 78). Hòa bơi xuôi dòng nước từ A đến B hết 6 ph, còn bơi ngược từ B về A hết 10 ph. 1 cụm bèo trôi theo dòng nước từ A đến B trong bao lâu?
- 410 ([BS23], VD13.5, p. 79). 1 xe lửa chạy với vận tốc 45 km/h. Xe lửa chui vào 1 đường hầm có chiều dài gấp 9 lần chiều dài của xe lửa  $\mathcal{E}$  cần 2 phút để xe lửa vào  $\mathcal{E}$  ra khỏi đường hầm. Tính chiều dài của xe lửa.
- 411 ([BS23], VD13.6, p. 80). 1 ô tô đi nửa đầu của quãng đường AB với vận tốc 30 km/h  $\mathcal{E}$  đi nửa sau với vận tốc 60 km/h. Tính vận tốc trung bình của ô tô trên cả quãng đường AB.
- 412 ([BS23], 13.1., p. 80). 1 chiếc tàu chạy trên sông, khi còn 90 km nữa mới cập bến thì tàu bị hỏng, cứ 5 ph có 2 tấn nước tràn vào tàu. Nếu có 105 tấn nước tràn vào tàu thì tàu sẽ bị chìm. Trên tàu có 1 máy bơm, mỗi giờ bơm ra được 10 tấn nước. Tàu phải chạy ít nhất với vận tốc nào để khi cập bến, tàu vẫn chưa bị chìm?
- 413 ([BS23], 13.2., p. 80). Hiện nay là 4:00. Sau ít nhất bao lâu thì kim phút chập với kim giờ?
- 414 ([BS23], 13.3., p. 80). Trên quãng đường AB, 2 ô tô khởi hành cùng 1 lúc, xe thứ nhất đi từ A đến B hết 2 h, xe thứ 2 đi từ B đến A hết 3 h. Đến chỗ gặp nhau, quãng đường xe thứ nhất đã đi nhiều hơn quãng đường xe thứ 2 đã đi là 30 km. Tính quãng đường AB.
- 415 ([BS23], 13.4., p. 81). Trên quãng đường AB dài 300 km, người thứ nhất đi từ A đến B, người thứ 2 đi từ B đến A. Họ khởi hành cùng 1 lúc thì sẽ gặp nhau sau 5 h. Nhưng người thứ 2 có việc bận, đã khởi hành sau người thứ nhất 40 ph, do đó sau 4 h 42 ph mới gặp người thứ nhất. Tính vận tốc mỗi người.
- 416 ([BS23], 13.5., p. 81). 2 xe khởi hành từ A  $\mathcal{E}$  từ B cùng 1 lúc, đi ngược chiều  $\mathcal{E}$  sẽ gặp nhau sau 6 h. Vận tốc của xe con bằng  $\frac{4}{3}$  vận tốc của xe tải. Muốn gặp nhau ở chính giữa quãng đường AB thì xe con phải đi sau xe tải bao lâu?
- 417 ([BS23], 13.6., p. 81). 1 người đi từ A đến B. Người đó tính: nếu đi với vận tốc 40 km/h thì đến B sau giờ hẹn là 20 ph, còn nếu đi với vận tốc 60 km/h thì đến B trước giờ hẹn là 10 ph. Tính quãng đường AB.
- 418 ([BS23], 13.7., p. 81). 3 người cùng khởi hành 1 lúc từ A để đến B, vận tốc người I, người II lần lượt là 40 km/h, 60 km/h. Người III đến B trước người I là 18 ph  $\mathcal{E}$  sau người II là 12 ph. Tính quãng đường AB  $\mathcal{E}$  vận tốc người III.
- 419 ([BS23], 13.8., p. 81). 2 người cùng đi từ A về 1 phía, người I khởi hành lúc 7:00, người II khởi hành lúc 7:30. 2 người gặp nhau lúc mấy giờ, biết quãng đường người I đi trong 30 ph bằng quãng đường người II đi trong 20 ph?
- 420 ([BS23], 13.9., p. 81). 1 ô tô đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h. Trên đường đi từ B về A, sau khi đi  $\frac{1}{3}$  quãng đường với vận tốc cũ, ô tô dừng lại chữa trong 30 ph. Muốn thời gian từ B về A vẫn bằng thời gian từ A đến B, ô tô phải đi tiếp với vận tốc 60 km/h. Tính quãng đường AB.
- 421 ([BS23], 13.10., p. 81). Thành đi xe đạp từ A đến B. Sau khi đi 10 km trong 40 ph, Thành tính: nếu tiếp tục đi với vận tốc như vậy thì đến B trước giờ hẹn 24 ph. Anh đã giảm vận tốc đi 3 km/h mà vẫn đến B trước giờ hẹn 10 ph. Tính quãng đường AB.
- 422 ([BS23], 13.11., p. 81). 1 người đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h, rồi đi tiếp từ B đến D với vận tốc 60 km/h. Quãng đường BD dài hơn AB là 10 km. Thời gian đi BD ít hơn đi AB là 20 ph. Tính 2 quãng đường AB, BD.
- 423 ([BS23], 13.12., p. 82). 1 canô xuôi khúc sông từ A đến B hết 3 h  $\mathcal{E}$  ngược khúc sông đó hết 4.5 h. Biết vận tốc dòng nước là 3 km/h. Tính vận tốc xuôi, vận tốc ngược,  $\mathcal{E}$  chiều dài khúc sông AB.
- 424 ([BS23], 13.13., p. 82). Thắng đi xe máy với vận tốc 36 km/h. Anh gặp 1 xe lửa dài 75 m đi cùng chiều chạy song song bên cạnh mình trong 15 s. Tính vận tốc xe lửa với đơn vị m/s.
- 425 ([BS23], 13.14., p. 82). 1 người đi từ A đến B. Người đó đi  $\frac{1}{3}$  quãng đường với vận tốc 20 km/h rồi đi phần còn lại với vận tốc 10 km/h. Tính vận tốc trung bình của người đó trên cả quãng đường AB.
- 426 ([BS23], 13.15., p. 82). Lúc 6:00, 1 xe tải  $\mathcal{E}$  1 xe máy cùng xuất phát từ A để đến B. Vận tốc xe tải là 50 km/h, vận tốc xe máy là 30 km/h. Sau đó 2 h, 1 xe con cũng đi từ A để đến B, vận tốc 60 km/h. Đến mấy giờ thì xe con ở chính giữa xe máy  $\mathcal{E}$  xe tải?
- 427 ([BS23], 13.16., p. 82). 2 xe bus cùng khởi hành 1 lúc với vận tốc không đổi, xe thứ nhất đi từ A đến B, xe thứ 2 đi từ B đến A. Xe thứ nhất đến B thì quay lại ngay, xe thứ 2 đến A thì quay lại ngay. 2 xe gặp nhau lần thứ nhất tại C cách A là 5 km  $\mathcal{E}$  gặp nhau lần thứ 2 tại D cách B là 4 km. Tính quãng đường AB.

## 9 Hệ Ghi Số Với Cơ Số Bất Kỳ

- 428 ([BS23], VD14.1, p. 83). Đổi số  $1304_{(5)}$  thành số viết trong hệ thập phân.
- 429 ([BS23], VD14.2, p. 83). Đổi số 204 trong hệ thập phân thành số viết trong hệ cơ số 5.
- 430 ([BS23], VD14.3, p. 84). 1 đội quân được tổ chức theo nguyên tắc “tam tam chế”, i.e., cứ 3 lính thì lập thành 1 tổ, cứ 3 tổ thì lập thành 1 tiểu đội, cứ 3 tiểu đội thì lập thành 1 trung đội, ... Các cấp từ nhỏ đến lớn là tổ, tiểu đội, trung đội, đại đội, tiểu đoàn, ... Có 422 lính thì lập được thành các cấp nào?
- 431 ([BS23], VD14.4, p. 85). Tính trong hệ cơ số 4: (a)  $321 + 103$ . (b)  $123 - 31$ .
- 432 ([BS23], VD14.5, p. 85). Đổi số  $1101_{(2)}$  thành số viết trong hệ thập phân.
- 433 ([BS23], VD14.6, p. 85). Đổi số 43 thành số viết trong hệ nhị phân.
- 434 ([BS23], VD14.7, p. 86). Mai có 31 chiếc tem đựng trong 5 phong bì. Muốn lấy ra 1 số tem bất kỳ từ 1 đến 30, Mai chỉ cần lấy ra 1 số phong bì là có đúng số tem định lấy. Tính số chiếc tem trong mỗi phong bì.
- 435 ([BS23], VD14.8, p. 86). Tính trong hệ nhị phân: (a)  $1101 + 110$ . (b)  $1101 - 110$ . (c)  $1101 \cdot 11$ .
- 436 ([BS23], 14.1., p. 87). Có bao nhiêu đơn vị trong số lớn nhất có 1 chữ số được viết trong: (a) Hệ thập phân? (b) Hệ cơ số 7?
- 437 ([BS23], 14.2., p. 87). Có bao nhiêu đơn vị trong số lớn nhất có 2 chữ số được viết trong: (a) Hệ thập phân? (b) Hệ cơ số 6?
- 438 ([BS23], 14.3., p. 87). Nếu viết thêm vào bên phải số sau 1 chữ số 0 thì nó tăng gấp mấy lần? (a) 41. (b)  $35_{(8)}$ .
- 439 ([BS23], 14.4., p. 87). Tính trong hệ cơ số 6: (a)  $132 + 241$ . (b)  $553 - 315$ .
- 440 ([BS23], 14.5., p. 87). Tính tổng hệ nhị phân: (a)  $1001 + 11$ . (b)  $10010 - 1011$ . (c)  $101 \cdot 101$ .
- 441 ([BS23], 14.6., p. 88). Trong hệ cơ số nào, có: (a)  $3 + 4 = 10$ ? (b)  $3 + 2 = 11$ ? (c)  $2 \cdot 3 = 10$ ?
- 442 ([BS23], 14.7., p. 88). Tìm  $x$  thỏa: (a)  $43_{(x)} = 31$ . (b)  $23_4 = x_{(3)}$ . (c)  $145_{(x)} = 145 \cdot 2$ .
- 443 ([BS23], 14.8., p. 88). Để cân các vật có khối lượng là 1 số tự nhiên từ 1 kg–29 kg, có thể dùng 1 cân đĩa có 2 đĩa cân với 5 quả cân, các quả cân chỉ để ở 1 đĩa cân. 5 quả cân đó có khối lượng bao nhiêu?
- 444 ([BS23], 14.9., p. 88). Cho  $A = \sum_{i=0}^{20} 2^i = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{20}$ . Viết  $A + 1$  dưới dạng 1 lũy thừa.
- 445 ([BS23], 14.11., p. 88). Chứng minh trong mọi hệ cơ số: (a) Số 100 là số chính phương. (b) Số 110 là hợp số.
- 446 ([BS23], 14.12., p. 88). Chứng minh trong hệ cơ số 4:  $\overline{abc}_{(4)} : 3 \Leftrightarrow a + b + c : 3$ .
- 447 ([BS23], 14.13., p. 88). Tìm số  $\overline{abc}$  viết trong hệ thập phân bằng số  $\overline{cba}$  viết trong hệ cơ số 9.

## 10 Dãy Số Viết Theo Quy Luật

- 448 ([Bin23], VD32, p. 36). Tính nhanh:  $A = \sum_{i=1}^8 \frac{1}{3^i} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^8}$ .
- 449 ([Bin23], VD33, p. 36). Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy: (a)  $\frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 5}, \dots$  (b)  $\frac{1}{6}, \frac{1}{66}, \frac{1}{176}, \frac{1}{336}, \dots$
- 450 ([Bin23], VD34, p. 37). Tìm tích  $xy$  biết  $\frac{1}{4 \cdot 15} + \frac{1}{5 \cdot 18} + \frac{1}{6 \cdot 21} + \dots + \frac{1}{xy} = \frac{3}{40}$ .
- 451 ([Bin23], VD35, p. 37). Tính tổng  $A = \sum_{i=1}^{37} \frac{1}{i(i+1)(i+2)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{37 \cdot 38 \cdot 39}$ .
- 452 ([Bin23], VD36, p. 38). Tính: (a)  $A = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{99}}{\frac{1}{1 \cdot 99} + \frac{1}{3 \cdot 97} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{97 \cdot 3} + \frac{1}{99 \cdot 1}}$ . (b)  $B = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}}{\frac{1}{99} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99}}$ .
- 453 ([Bin23], VD37, p. 38). Tìm tích của 98 số đầu tiên của dãy  $1\frac{1}{3}, 1\frac{1}{8}, 1\frac{1}{15}, 1\frac{1}{24}, 1\frac{1}{35}, \dots$
- 454 ([Bin23], VD38, p. 39). (a) Tính  $A = \frac{1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots + (1+2+\dots+98)}{1 \cdot 98 + 2 \cdot 97 + 3 \cdot 96 + \dots + 98 \cdot 1}$ .  
 (b) Chứng minh  $B = \frac{1 \cdot 98 + 2 \cdot 97 + 3 \cdot 96 + \dots + 98 \cdot 1}{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 98 \cdot 99} = \frac{1}{2}$ .

455 ([Bin23], VD39, p. 39). Cho  $A = \sum_{i=1}^{100} \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{100}$ . Chứng minh  $A \notin \mathbb{Z}$ .

456 ([Bin23], VD40, p. 40). Tổng  $\frac{1}{50} + \frac{1}{51} + \cdots + \frac{1}{99} = \frac{a}{b}$ . Chứng minh  $a : 149$ .

457 ([Bin23], VD41, p. 41). (a) Lập 1 dãy số gồm 9 số hạng, số hạng thứ nhất bằng 0, số hạng thứ 2 bằng 3, từ số hạng thứ 3 trở đi thì số hạng sau gấp đôi số hạng liền trước. (b) Cộng 4 vào các số hạng của dãy trên. (c) Chia các số hạng của dãy số ở (b) cho 10.

458 ([Bin23], VD42, p. 41). Cpp  $A = \sum_{i=101}^{200} \frac{1}{i} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \cdots + \frac{1}{200}$ . Chứng minh: (a)  $A > \frac{7}{12}$ . (b)  $A > \frac{5}{8}$ .

459 ([Bin23], VD43, p. 42). (a) Cho dãy số tự nhiên liên tiếp  $a, a+1, \dots, b-1, b$ , trong đó  $b > a+1$ , dãy này gồm 1 số chẵn số hạng. Ghép các số này thành từng cặp 2 số ở 2 đầu & 2 số cách đều 2 đầu. Chứng minh 2 số thuộc cặp ngoại fcungf có tích nhỏ nhất, 2 số thuộc cặp trong cùng có tích lớn nhất. (b) Áp dụng nhận xét này để chứng minh  $\frac{5}{8} < \sum_{i=101}^{200} \frac{1}{i} = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \cdots + \frac{1}{200} < \frac{3}{4}$ .

460 ([Bin23], VD44, p. 43). Chứng minh  $A = \sum_{i=2}^{100} \frac{1}{i^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{100^2} < \frac{3}{4}$ .

461 ([Bin23], VD45, p. 43). Cho  $A = \frac{199!!}{200!!} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{199}{200}$ . Chứng minh  $A^2 < \frac{1}{201}$ .

462 ([Bin23], VD46, pp. 43–44). Cho  $A = \sum_{i=1}^{2^{100}-1} \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2^{100}-1}$ . Chứng minh  $50 < A < 100$ .

463 ([Bin23], VD47, p. 44). Chứng minh luôn tồn tại  $n \in \mathbb{N}$  để  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} > 1000$ .

464 ([Bin23], 99., p. 44). Tính nhanh  $A = \sum_{i=1}^{10} \frac{1}{2^i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^{10}}$ .

465 ([Bin23], 100., pp. 44–45). Viết tất cả các phân số dương thành dãy  $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$  (a) Nêu quy luật của dãy & viết tiếp 5 phân số nữa theo quy luật ấy. (b) Phân số  $\frac{50}{31}$  là số hạng thứ mấy của dãy?

466 ([Bin23], 101., p. 45). Tính: (a)  $A = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{17 \cdot 19}$ . (b)  $B = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \cdots + \frac{1}{16 \cdot 19}$ .

467 ([Bin23], 102., p. 45). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  thỏa: (a)  $\frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 14} + \cdots + \frac{1}{x(x+3)} = \frac{101}{1540}$ . (b)  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \cdots + \frac{1}{x(x+1) : 2} = 1 \frac{1991}{1993}$ .

468 ([Bin23], 103., p. 45). Tính  $A = \frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+\cdots+20}$ .

469 ([Bin23], 104., p. 45). Tính  $A = \frac{1}{4 \cdot 15} + \frac{1}{5 \cdot 18} + \frac{1}{6 \cdot 21} + \cdots + \frac{1}{39 \cdot 120}$ .

470 ([Bin23], 105., p. 45). Tìm số hạng cuối thứ 30 của  $A = \frac{4}{6 \cdot 10} + \frac{5}{10 \cdot 15} + \frac{6}{15 \cdot 21} + \cdots$  rồi tính  $A$ .

471 ([Bin23], 106., p. 45). Chứng minh tổng của 100 số hạng đầu của dãy  $\frac{1}{5}, \frac{1}{45}, \frac{1}{117}, \frac{1}{221}, \frac{1}{357}, \dots$  nhỏ hơn  $\frac{1}{4}$ .

472 ([Bin23], 107., p. 45). Tính  $A = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{10} \right) + \left( \frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \cdots + \frac{2}{10} \right) + \left( \frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \cdots + \frac{3}{10} \right) + \cdots + \left( \frac{8}{9} + \frac{8}{10} \right) + \frac{9}{10}$ .

473 ([Bin23], 108., p. 46). Tính  $\frac{A}{B}$  với  $A = \frac{1}{1 \cdot 300} + \frac{1}{2 \cdot 301} + \frac{1}{3 \cdot 302} + \cdots + \frac{1}{101 \cdot 400}$ ,  $B = \frac{1}{1 \cdot 102} + \frac{1}{2 \cdot 103} + \frac{1}{3 \cdot 104} + \cdots + \frac{1}{299 \cdot 400}$ .

474 ([Bin23], 109., p. 46). Chứng minh  $100 - \left( 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{100} \right) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \cdots + \frac{99}{100}$ .

475 ([Bin23], 110., p. 46). Tính  $\frac{A}{B}$  với  $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{200}$ ,  $B = \frac{1}{199} + \frac{2}{198} + \frac{3}{197} + \cdots + \frac{198}{2} + \frac{199}{1}$ .

476 ([Bin23], 111., p. 46). Chứng minh  $\left( 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{99} \right) - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{100} \right) = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \cdots + \frac{1}{100}$ . (b)

Tính  $A = \left( \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \cdots + \frac{1}{100} \right) : \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \right)$ .

- 477 ([Bin23], 112b., p. 46). *Tính: (a)*  $A_{27} = \sum_{i=1}^{27} \frac{1}{i(i+1)(i+2)(i+3)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \cdots + \frac{1}{27 \cdot 28 \cdot 29 \cdot 30}$ . *(b)*  $A_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)(i+2)(i+3)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$ .
- 478 ([Bin23], 113., p. 46). *Tính: (a)*  $A = \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{24}{25} \cdots \frac{2499}{2500}$ . *(b)*  $B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{780}\right)$ .
- 479 ([Bin23], 114., p. 46). *Chứng minh*  $A = \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{101} \notin \mathbb{N}$ .
- 480 ([Bin23], 115., pp. 46–47). *(a)* *Chứng minh*  $A = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{98}\right) \cdot 2 \cdot 3 \cdots 98 : 99$ . *(b)* *Cho*  $B = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{96} = \frac{a}{b}$ . *Chứng minh*  $a : 97$ .
- 481 ([Bin23], 117., p. 47). *Chứng minh*  $\frac{1}{6} < \sum_{i=5}^{100} \frac{1}{i^2} = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$ .
- 482 ([Bin23], 119., p. 47). *Chứng minh*  $\frac{4}{3} < \sum_{i=11}^{70} \frac{1}{i} = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \cdots + \frac{1}{70} < 2.5$ .
- 483 ([Bin23], 120., p. 47). *Chứng minh*  $0.2 < \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} < 0.4$ .
- 484 ([Bin23], 121., p. 47). *Chứng minh*  $A > B$  với  $A = \frac{1+5+5^2+\cdots+5^9}{1+5+5^2+\cdots+5^8}$ ,  $B = \frac{1+3+3^2+\cdots+3^9}{1+3+3^2+\cdots+3^8}$ .
- 485 ([Bin23], 122., p. 47). *Cho*  $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{99}{100}$ . *Chứng minh*  $\frac{1}{15} < A < \frac{1}{10}$ .
- 486 ([BS23], VD15.1, p. 90). *Viết thêm 3 số hạng rồi tìm công thức của số hạng tổng quát của dãy số: (a)* 1, 4, 7, 10, ... *(b)* 1, 2, 3, 5, 8, ... *(c)* 2, 12, 30, 56, 90, ... *(d)* -1, -2, -6, -24, -120, ... *(e)* 1, 6, 15, 28, 45, ... *(f)* 4, 18, 40, 70, 108, ...
- 487 ([BS23], VD15.2, p. 91). *Tính*  $A = \sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + \cdots + n$ .
- 488 ([BS23], VD15.3, p. 91). *(a)* *Tính bằng nhiều cách*  $A = 2 + 4 + 6 + \cdots + 96 + 98$ . *(b)* *Tính*  $B = 1 - 2 + 3 - 4 + \cdots + 2011 - 2012 + 2013$ . *(c)* *Tìm*  $n \in \mathbb{N}^*$  *thỏa*  $3 + 4 + 5 + \cdots + n = 525$ . *(d)* *Tìm*  $n \in \mathbb{N}^*$  *để chữ số a biết*  $\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + \cdots + n = \overline{aaa}$ .
- 489 ([BS23], VD15.4, p. 92). *Cho dãy số* 5, 9, 13, 17, 21, ... *(a)* *Nhận xét dãy số trên và tìm số hạng thứ 10, số hạng thứ n.* *(b)* *2 số* 12345, 2011 *có mặt trong dãy số đó không? là số thứ bao nhiêu của dãy? (c)* *Tìm tổng 100 số đầu tiên của dãy số đó.*
- 490 ([BS23], VD15.5, p. 93). *Cho dãy số tự nhiên chẵn liên tiếp* 2, 4, 6, ..., 2010, 2012. *(a)* *Nếu viết liên tiếp các số của dãy thành số a = 2468101214...20102012 thì a có bao nhiêu chữ số? (b)* *Tìm chữ số thứ 2012 của a.*
- 491 ([BS23], VD15.6, p. 93). *(a)* *Rút gọn tổng*  $A = \sum_{i=0}^{50} 2^i = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{50}$ . *(b)* *Rút gọn tổng*  $B = \sum_{i=1}^{100} 5^i = 5 + 5^2 + 5^3 + \cdots + 5^{100}$ . *(c)* *Rút gọn tổng*  $C = \sum_{i=1}^{2010} (-1)^{i+1} 3^i = 3 - 3^2 + 3^3 - 3^4 + \cdots + 3^{2007} - 3^{2008} + 3^{2009} - 3^{2010}$ . *(d)* *Chứng minh*  $S_n = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{n-1} = \frac{q^n - 1}{q - 1} a$ . *Áp dụng rút gọn tổng*  $S_{100} = 5 + 5 \cdot 9 + 5 \cdot 9^2 + 5 \cdot 9^3 + \cdots + 5 \cdot 9^{99}$ .
- 492 ([BS23], VD15.7, p. 94). *Tìm*  $x \in \mathbb{Q}$  *thỏa*  $(x+2) + (4x+4) + (7x+6) + \cdots + (25x+18) + (28x+20) = 1560$ .
- 493 ([BS23], VD15.8, p. 94). *(a)* *Tính tổng*  $A = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + 99 \cdot 100$ . *(b)* *Chứng minh*  $A_n = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ . *(c)* *Sử dụng a), tính nhanh*  $B = \sum_{i=1}^{100} i^2 = 1^2 + 2^2 + \cdots + 100^2$ . *(d)* *Tính nhanh*  $C = 1 \cdot 100 + 2 \cdot 99 + 3 \cdot 98 + \cdots + 98 \cdot 3 + 99 \cdot 2 + 100 \cdot 1$ .
- 494 ([BS23], VD15.9, p. 95). *Cho*  $A = \sum_{i=0}^{11} 4^i = 1 + 4 + 4^2 + \cdots + 4^{11}$ . *Chứng minh: (a)*  $A : 21$ . *(b)*  $A : 105$ . *(c)*  $A : 4097$ .
- 495 ([BS23], VD15.10, p. 95). *Cho*  $a_n = \underbrace{1 \cdots 1}_{2n}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ . *Xét xem dãy*  $a_1, a_2, \dots, a_{2013}$  *có bao nhiêu số chia hết cho 13?*
- 496 ([BS23], VD15.11, p. 96). *Tính*  $A = 1 + \sum_{i=1}^{100} ii! = 1 + 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \cdots + 100 \cdot 100!$ .
- 497 ([BS23], VD15.12, p. 96). *(a)* *Tính*  $A = \sum_{i=1}^{50} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{49 \cdot 50} + \frac{1}{50 \cdot 51}$ . *(b)* *Chứng minh*  $A_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .
- 498 ([BS23], VD15.13, p. 97). *Tính tổng 50 số hạng đầu tiên của dãy*  $\frac{1}{2 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 6}, \frac{1}{6 \cdot 8}, \dots$



- 499** ([BS23], VD15.14, p. 97, (b) [Bin+23], 112a., p. 46). *Tính: (a)  $A_{48} = \sum_{i=1}^{48} \frac{1}{i(i+1)(i+2)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{48 \cdot 49 \cdot 50}$ . (b)  $A_{98} = \sum_{i=1}^{98} \frac{1}{i(i+1)(i+2)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99 \cdot 100}$ . (c)  $A_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)(i+2)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .*
- 500** ([BS23], VD15.15, p. 98). *(a) Cho  $A = \sum_{i=2}^{200} \frac{1}{i!} = \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{200!}$ . Chứng minh  $A < 1$ . (b) Chứng minh  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100}$ .*
- 501** ([BS23], VD15.16, p. 98, [Bin23], 118., p. 47). *Cho  $A = \sum_{i=1}^{100} \frac{1}{i!} = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{100!}$ . Chứng minh  $3! - A > 4$ .*
- 502** ([BS23], VD15.17, p. 98). *(a) Tính  $A = 1 + 2.25 + 3.5 + 4.75 + \dots + 26$ . (b) Tính  $B = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 8.9 + 9.10 + 10.11 + 11.12 + \dots + 18.19$ .*
- 503** ([BS23], VD15.18, p. 99). *Tính nhanh  $A = \frac{18 \cdot 275 + 3 \cdot 666 + 9 \cdot 614 \cdot 2}{1 + 4 + 7 + \dots + 58 + 61 + 62 + 62.2 + 62.3 + 62.4 - 271}$ .*
- 504** ([BS23], VD15.19, p. 99). *Rút gọn  $A = \frac{1 + 15^4 + 15^8 + \dots + 15^{96} + 15^{100}}{1 + 15^2 + 15^4 + \dots + 15^{98} + 15^{100} + 15^{102}}$ .*
- 505** ([BS23], VD15.20, pp. 99–100). *Tính nhanh: (a)  $A = \prod_{i=2}^{2012} 1 - \frac{1}{i} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2012}\right)$ . (b)  $B = \prod_{i=1}^{99} \frac{i^2}{i(i+1)} = \frac{1^2}{1 \cdot 2} \cdot \frac{2^2}{2 \cdot 3} \cdot \frac{3^2}{3 \cdot 4} \dots \frac{99^2}{99 \cdot 100}$ . (c)  $C = \left(\frac{1}{3} - 1\right) \left(\frac{1}{6} - 1\right) \left(\frac{1}{10} - 1\right) \left(\frac{1}{15} - 1\right) \left(\frac{1}{21} - 1\right) \left(\frac{1}{28} - 1\right) \left(\frac{1}{36} - 1\right)$ . (d)  $D = \left(\frac{6}{8} + 1\right) \left(\frac{6}{18} + 1\right) \left(\frac{6}{30} + 1\right) \dots \left(\frac{6}{10700} + 1\right)$ .*
- 506** ([BS23], VD15.21, p. 100). *Cho  $A = \frac{100^2 + 1^2}{100 \cdot 1} + \frac{99^2 + 2^2}{99 \cdot 2} + \frac{98^2 + 3^2}{98 \cdot 3} + \dots + \frac{52^2 + 49^2}{52 \cdot 49} + \frac{51^2 + 50^2}{51 \cdot 50}$ ,  $B = \sum_{i=2}^{101} \frac{1}{i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{101}$ ,  $C = \frac{1}{100 \cdot 1} + \frac{1}{99 \cdot 2} + \frac{1}{98 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{52 \cdot 49} + \frac{1}{51 \cdot 50}$ . (b) Tính  $\frac{A}{B}$ . (b) Tính  $B - 101C$ .*
- 507** ([BS23], 15.1., p. 101). *Viết thêm 2 số hạng tiếp theo của dãy số & tìm số hạng tổng quát của dãy: (a) 2, 6, 12, 20, ... (b) 4, 10, 18, 28, 40, ... (c) 3, 6, 11, 18, 27, ...*
- 508** ([BS23], 15.2., p. 101). *Cho dãy số 1, 5, 9, 13, ..., 37, ... (a) 37 là số hạng thứ mấy của dãy? (b) Tìm số hạng thứ 100. Tìm số hạng tổng quát của dãy. (c) Số 2000, số 2013 có thuộc dãy này không?*
- 509** ([BS23], 15.3., p. 101). *Cho dãy số 2, 11, 29, 56, 92, ... (a) Tìm số hạng thứ 100 của dãy. (b) Số 407 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy?*
- 510** ([BS23], 15.4., p. 101). *(a) Tính tổng  $A = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2011 + 2013$ . (b) Tính tổng của 100 số tự nhiên chẵn liên tiếp bắt đầu từ số 100.*
- 511** ([BS23], 15.5., p. 102). *Tính hợp lý: (a)  $A = -1 + 3 - 5 = 7 - 9 + \dots - 2009 + 2011 - 2013$ . (b)  $B = 2 - 4 + 6 - 8 + \dots + 2006 - 2008 + 2010 - 2012$ . (c)  $C = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 111 - 112 + 113 + 114 + 115$ .*
- 512** ([BS23], 15.6., p. 102). *Cho dãy số 7, 10, 13, 16, 19, ... (a) Tìm số thứ  $n$ . (b) Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy.*
- 513** ([BS23], 15.7., p. 102). *(a) Cho  $a$  là tổng các số tự nhiên chẵn không vượt quá 200,  $b$  là tổng các số tự nhiên lẻ nhỏ hơn 200. Tính  $a - b$ . (b) Tìm  $n \in \mathbb{N}^*$  thỏa  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = 1225$ .*
- 514** ([BS23], 15.8., p. 102). *Tìm  $x \in \mathbb{Q}$  thỏa  $(x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + \dots + (x + 100) = 5750$ . (b)  $(2x - 1) + (4x - 2) + \dots + (400x - 200) = 5 + 10 + \dots + 1000$ .*
- 515** ([BS23], 15.9., p. 102). *Viết liên tiếp các số tự nhiên thành dãy 123456789101112... (a) Tìm tổng các chữ số của  $a = 12345 \dots 9899100$ . (b) Chữ số 2 ở hàng nghìn của số 2012 là chữ số thứ bao nhiêu của dãy?*
- 516** ([BS23], 15.10., p. 102). *Viết liên tiếp các số tự nhiên lẻ thành dãy 13579111315... (a) Tìm chữ số thứ 100 của dãy. (b) Chữ số 1 của số 2013 là chữ số thứ bao nhiêu của dãy?*
- 517** ([BS23], 15.11., p. 102). *Cho  $a = 46 \cdot 47 \cdot 48 \dots 89 \cdot 90$ . (a) Có bao nhiêu thừa số 2 khi phân tích  $a$  ra thừa số nguyên tố? (b)  $a$  có tận cùng là bao nhiêu chữ số 0 sau khi thực hiện phép nhân?*
- 518** ([BS23], 15.12., p. 102). *(a) Cho  $A = \sum_{i=0}^{2010} 2013^i = 2013^0 + 2013^1 + 2013^2 + \dots + 2013^{2009} + 2013^{2010}$ . Tính  $2012A + 1$ . (b) Cho  $a, n \in \mathbb{N}^*$ ,  $a \neq 0, a \neq 1$ . Rút gọn tổng  $S = \sum_{i=0}^n a^i = a^0 + a^1 + a^2 + \dots + a^n$ .*
- 519** ([BS23], 15.13., p. 102). *(a) Cho  $A = \sum_{i=1}^{99} 3^i = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{99}$ . Tìm  $n \in \mathbb{N}$  biết  $2A + 3 = 3^{2n}$ . (b) Chứng minh  $4B + 25$  là 1 lũy thừa của 5 với  $B = \sum_{i=2}^{2012} 5^i = 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2012}$ . (c) Cho  $C = \sum_{i=0}^{400} 4^i = 1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{100}$ ,  $D = 4^{101}$ . Chứng minh  $3C < D$ .*



520 ([BS23], 15.14., p. 102). Tính  $A = 10 \cdot 11 + 11 \cdot 12 + 12 \cdot 13 + \dots + 28 \cdot 29 + 29 \cdot 30$ .

521 ([BS23], 15.15., p. 103). Tính: (a)  $A = \sum_{i=1}^{100} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$ . (b)  $B = \sum_{i=101}^{200} 101^2 + 102^2 + \dots + 199^2 + 200^2$ . (c)  $C = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + \dots + 99 \cdot 101 + 100 \cdot 102$ . (d)  $D = 1 \cdot 100 + 2 \cdot 99 + 3 \cdot 98 + \dots + 99 \cdot 2 + 100 \cdot 1$ . (e)  $E = \sum_{i=1}^{98} i(i+1)(i+2) = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + 98 \cdot 99 \cdot 100$ .

522 ([BS23], 15.16., p. 103). Cho  $S_1 = 3, S_2 = 9, S_3 = 18, S_4 = 30, S_5 = 45, \dots$  Tính  $S_{100}$ .

523 ([BS23], 15.17., p. 103). (a) Khi phân tích ra thừa số nguyên tố,  $100!$  chứa thừa số nguyên tố 3 với số mũ bằng bao nhiêu? (b) Tích  $30 \cdot 31 \cdot 32 \cdot \dots \cdot 89 \cdot 90$  có bao nhiêu thừa số 3 khi phân tích ra thừa số nguyên tố?

524 ([BS23], 15.18., p. 103). Trong dãy số tự nhiên  $1, 2, 3, \dots, n$ , lập các tổng:  $A_1 = 1, A_2 = 2 + 3, A_3 = 4 + 5 + 6, A_4 = 7 + 8 + 9 + 10, A_5 = 11 + 12 + 13 + 14 + 15, \dots$  Tính  $A_{101} - A_{100}$ .

525 ([BS23], 15.19., p. 103). Tính  $A = \sum_{i=1}^{100} \underbrace{3 \dots 3}_i = 3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{3 \dots 3}_{100}$ .

526 ([BS23], 15.20., p. 103). Tính tổng  $S$  các số hạng đứng trước số 1 cuối cùng trong tổng:  $1 + 5 + 1 + 5 + 5 + 1 + 5 + 5 + 5 + 1 + 5 + 5 + 5 + 5 + 1 + \dots + 1 + \underbrace{5 + 5 + \dots + 5}_{2012} + 1$ .

527 ([BS23], 15.21., p. 103). Gọi  $S_n$  là tổng các chữ số của  $n \in \mathbb{N}$ . Tính  $\sum_{i=1}^{2013} S_i = S_1 + S_2 + \dots + S_{2013}$ .

528 ([BS23], 15.22., p. 103). Tính: (a)  $A = \sum_{i=15}^{2012} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{15 \cdot 16} + \frac{1}{16 \cdot 17} + \frac{1}{17 \cdot 18} + \dots + \frac{1}{2011 \cdot 2012} + \frac{1}{2012 \cdot 2013}$ . (b)  $B = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{512}\right) + \left(1 - \frac{1}{1024}\right)$ . (c)  $C = 4 \cdot 5^{100} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{100}}\right) + 1$ .

529 ([BS23], 15.23., p. 104). Tính  $A = 50 + \frac{50}{3} + \frac{25}{3} + \frac{20}{4} + \frac{10}{3} + \frac{10}{6 \cdot 7} + \dots + \frac{100}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99}$ .

530 ([BS23], 15.24., p. 104). Tính tổng 100 &  $n \in \mathbb{N}$  số hạng đầu tiên của dãy: (a)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{15}, \frac{1}{35}, \dots$  (b)  $\frac{1}{5}, \frac{1}{45}, \frac{1}{117}, \frac{1}{221}, \dots$

531 ([BS23], 15.25., p. 104). Tính: (a)  $A = \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100} - \frac{1}{99 \cdot 100 \cdot 101}$ . (b)  $B = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{47 \cdot 48 \cdot 49 \cdot 50}$ .

532 ([BS23], 15.26., p. 104). Tìm  $x$  thỏa: (a)  $\frac{1}{2013}x + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2012 \cdot 2013} = 2$ . (b)  $2x + \frac{7}{6} + \frac{13}{12} + \frac{21}{20} + \frac{31}{30} + \frac{43}{42} + \frac{57}{56} + \frac{73}{72} + \frac{91}{90} = 10$ .

533 ([BS23], 15.27., p. 104). Tìm  $x$  thỏa: (a)  $\left(\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99 \cdot 100}\right)x = \frac{49}{200}$ . (b)  $\frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 14} + \dots + \frac{1}{x(x+3)} = \frac{98}{1545}$ .

534 ([BS23], 15.28., p. 104). Cho 9 số 36, 60, 90, 126, 168, 216, 270, 330, 396. Tính tỷ số giữa tổng nghịch đảo của 9 số này & tổng của chúng.

535 ([BS23], 15.29., p. 104). Rút gọn: (a)  $A = \frac{1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots + (1+2+3+\dots+100)}{(1 \cdot 100 + 2 \cdot 99 + \dots + 99 \cdot 2 + 100 \cdot 1) \cdot 2013}$ .

(b)  $B = \left(\frac{5^3}{6} + \frac{5^3}{12} + \frac{5^3}{20} + \frac{5^3}{30} + \frac{5^3}{42} + \frac{5^3}{56} + \frac{5^3}{72} + \frac{5^3}{90}\right) : \frac{1124 \cdot 2247 - 1123}{1124 + 1123 \cdot 2247}$ .

536 ([BS23], 15.30., p. 104). Tính  $A = \frac{4 + \frac{3}{5} + \dots + \frac{3}{95} + \frac{3}{97} + \frac{3}{99}}{\frac{1}{1 \cdot 99} + \frac{1}{3 \cdot 97} + \frac{1}{5 \cdot 95} + \dots + \frac{1}{95 \cdot 5} + \frac{1}{97 \cdot 3} + \frac{1}{99 \cdot 1}}$ .

537 ([BS23], 15.31., p. 105, [Bìn23], 116., p. 47). (a) Chứng minh  $A = \sum_{i=2}^{100} \frac{1}{i^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$ . (b) Chứng minh  $B = \sum_{i=1}^{100} \frac{1}{i^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1\frac{3}{4}$ . (c) Chứng minh  $C = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{2}$ . (d) Chứng minh  $D = 2 + \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{2499}{2500} > 50$ .

538 ([BS23], 15.32., p. 105, [Bìn23], 118., p. 47). (a) Cho  $A = \sum_{i=4}^{100} \frac{1}{i^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$ . Chứng minh  $\frac{1}{5} < A < \frac{1}{3}$ . (b) Chứng minh  $\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$ . (c) Cho  $B = \sum_{i=100}^{199} \frac{1}{i^2} = \frac{1}{100^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{199^2}$ . Chứng minh  $\frac{1}{200} < B < \frac{1}{99}$ .

**539** ([BS23], 15.33., p. 105). (a) Chứng minh  $A = \sum_{i=1}^{2012} \frac{1}{i!} = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{2012!} < 2$ . (b) Chứng minh  $\frac{9}{10!} + \frac{10}{11!} + \frac{11}{12!} + \cdots + \frac{99}{100!} < \frac{1}{9!}$ .

**540** ([BS23], 15.34., p. 105). (a) Cho  $A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2012}$ ,  $B = \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \cdots + \frac{1}{2011} + \frac{1}{2012}$ . Tính  $A : B$ . (b) Cho  $C = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{8} + \cdots + \frac{197}{198} - \frac{199}{200}$ ,  $D = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \cdots + \frac{1}{100}$ . Tính  $D : C$ .

**541** ([BS23], 15.35., p. 105). Tính  $A = \sum_{i=2}^{2012} \frac{1}{i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2012}$ ,  $B = \frac{1}{2011} + \frac{2}{2010} + \frac{3}{2009} + \cdots + \frac{2009}{3} + \frac{2010}{2} + \frac{2011}{1}$ .

**542** ([BS23], 15.36., pp. 105–106). Tính: (a)  $A = 1.1 + 2.6 + 4.1 + 5.6 + \cdots + 148.1 + 149.6$ . (b)  $B = 1.2 + 2.3 + \cdots + 8.9 + 9.10 + 10.11 + \cdots + 98.99 + 99.100 + 100.101 + \cdots + 998.999$ . (c)  $C = 1.2 + 2.4 + 3.6 + 4.8 + 5.10 + 6.12 + \cdots + 45.90$ . (d)  $D = 1.2 + 2.4 + 3.6 + 4.8 + 6 + 7.2 + \cdots + 120$ .

**543** ([BS23], 15.37., p. 106). Tính nhanh: (a)  $A = \prod_{i=10}^{100} \left( \frac{1}{10} - 1 \right) \left( \frac{1}{11} - 1 \right) \cdots \left( \frac{1}{100} - 1 \right)$ . (b)  $B = \prod_{i=2}^{10} 1 - \frac{1}{i^2} = \left( 1 - \frac{1}{2^2} \right) \left( 1 - \frac{1}{3^2} \right) \cdots \left( 1 - \frac{1}{10^2} \right)$ . (c)  $C = \left( \frac{7}{9} + 1 \right) \left( \frac{7}{20} + 1 \right) \left( \frac{7}{33} + 1 \right) \cdots \left( \frac{7}{10800} + 1 \right)$ . (d)  $D = \left( 1 - \frac{28}{10} \right) \left( 1 - \frac{52}{22} \right) \left( 1 - \frac{80}{36} \right) \cdots \left( 1 - \frac{21808}{10900} \right)$ .

**544** ([BS23], 15.38., p. 106). Rút gọn: (a)  $A = \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2011} + \frac{1}{2012}}{\frac{1}{2013} + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} + \cdots + \frac{1}{4023} + \frac{1}{4024} - \frac{1}{2012}}$ .

(b)  $B = \frac{\prod_{i=1}^{1000} 1 + \frac{2012}{i}}{\prod_{i=1}^{1000} 1 + \frac{1000}{i}} = \frac{\left( 1 + \frac{2012}{1} \right) \left( 1 + \frac{2012}{2} \right) \cdots \left( 1 + \frac{2012}{1000} \right)}{\left( 1 + \frac{1000}{1} \right) \left( 1 + \frac{1000}{2} \right) \cdots \left( 1 + \frac{1000}{2012} \right)}$ .

**545** ([BS23], 15.39., p. 106). Tìm  $x \in \mathbb{Q}$  thỏa: (a)  $\frac{2}{1^2} \cdot \frac{6}{2^2} \cdot \frac{12}{3^2} \cdot \frac{20}{4^2} \cdots \frac{110}{10^2} x = -20$ . (b)  $\left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2013} \right) x + 2013 = \frac{2014}{1} + \frac{2015}{2} + \cdots + \frac{4025}{2012} + \frac{4026}{2013}$ . (c)  $\left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \right) x = \frac{2012}{51} + \frac{2012}{52} + \cdots + \frac{2012}{99} + \frac{2012}{100}$ . (d)  $\left( \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{19 \cdot 21} \right) \cdot 420 = [0.4 \cdot (7.5 - 2.5x)] : 0.25 = 212$ .

**546** ([BS23], 15.40., p. 107). Cho  $A = \frac{333}{444} \cdot \frac{888}{999} \cdot \frac{1515}{1616} \cdot \frac{2424}{2525} \cdot \frac{3535}{3636} \cdot \frac{4848}{4949} \cdot \frac{6363}{6464} \cdot \frac{8080}{8181}$ ,  $B = \left( 1 - \frac{1}{3} \right) \left( 1 - \frac{1}{6} \right) \left( 1 - \frac{1}{10} \right) \left( 1 - \frac{1}{15} \right) \left( 1 - \frac{1}{21} \right) \left( 1 - \frac{1}{28} \right) \left( 1 - \frac{1}{36} \right)$ . (a) Tính  $A : B$ . (b) Tính tổng các nghịch đảo của  $A, B$ . (c) Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  sao cho  $B < \frac{x}{36} < A, -B \geq \frac{-10}{y} \geq -A$ .

**547** ([BS23], 15.41., p. 107). (a) Chứng minh  $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{20} \notin \mathbb{Z}$ . (b) Cho  $\frac{a}{b} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \cdots + \frac{1}{97 \cdot 98} + \frac{1}{99 \cdot 100}$ . Chứng minh  $a : 151$ .

**548** ([BS23], 15.42., p. 107). Tính  $1.1 + 1.11 + 1.111 + \cdots + 1.\underbrace{1 \dots 1}_9 + 1.\underbrace{1 \dots 1}_{10}$ .

**549** ([BS23], 15.43., p. 107). Tìm số hạng thứ 100 trong dãy:  $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{1}, \frac{4}{2}, \frac{3}{3}, \frac{2}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

**550** ([BS23], 15.44., p. 107). Cho  $A = \prod_{i=1}^{99} 1 + \frac{2}{i} = \left( 1 + \frac{2}{1} \right) \left( 1 + \frac{2}{2} \right) \left( 1 + \frac{2}{3} \right) \cdots \left( 1 + \frac{2}{99} \right)$ ,  $B = (-1 - 2 - 3 - \cdots - 99 - 100) \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^{10}} \right)$ . Tính  $\frac{A}{B}$ .

**551** ([BS23], 15.45., p. 107). Tính nhanh  $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{1}{30} + \frac{1}{45} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{14850}$ .

**552** ([BS23], 15.46., p. 107). Cho  $A = 1.01 + 1.02 + \cdots + 9.98 + 9.99 + 10$ ,  $B = 2 - \frac{5}{3} + \frac{7}{6} - \frac{9}{10} + \frac{11}{15} - \frac{13}{21} + \frac{15}{28} - \frac{17}{36} + \frac{19}{45}$ . Tính  $2A + \frac{455}{3}B$ .

## 11 Miscellaneous

### Tài liệu

- [Bìn+23] Vũ Hữu Bình, Nguyễn Thị Quỳnh Anh, Phan Thanh Hồng, Bùi Văn Tuyên, Đặng Văn Tuyên, and Nguyễn Thị Thanh Xuân. *Bồi Dưỡng Toán 6 Tập 2*. Tái bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 112.
- [Bìn23] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6 Tập 2*. Tái bản lần thứ 2. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 152.
- [BS23] Vũ Hữu Bình and Nguyễn Tam Sơn. *Tài Liệu Chuyên Toán Trung Học Cơ Sở Toán 6. Tập 1: Số Học*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 172.
- [Thá+23] Đỗ Đức Thái, Đỗ Tiến Đạt, Nguyễn Sơn Hà, Nguyễn Thị Phương Loan, Phạm Sỹ Nam, and Phạm Đức Quang. *Toán 6 Tập 2*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, 2023, p. 108.
- [Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần thứ 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 184.