

Problem: Plane Geometry – Bài Tập: Hình Học Phẳng

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 16 tháng 1 năm 2024

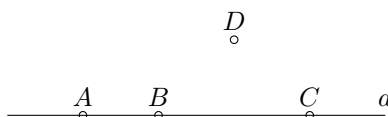
Mục lục

1 Plane. Point. Line – Mặt Phẳng. Điểm. Đường Thẳng	1
2 Intersected Lines & Paralleled Lines – 2 Đường Thẳng Cắt Nhau. 2 Đường Thẳng Song Song	3
3 Line segment – Đoạn Thẳng	3
4 Ray – Tia	4
5 Angle – Góc	4
5.1 Số đo góc	5
5.2 2 góc kề nhau	5
6 Tính Số Điểm, Số Đường Thẳng, Số Đoạn Thẳng, Số Tam Giác, Số Góc	6
7 Đếm Số. Đếm Hình	6
Tài liệu	8

1 Plane. Point. Line – Mặt Phẳng. Điểm. Đường Thẳng

Mỗi hình là 1 tập hợp điểm. Hình có thể chỉ gồm 1 điểm. Điểm A thuộc đường thẳng a : $a \in A$. Điểm B không thuộc đường thẳng a : $B \notin a$. Có 1 & chỉ 1 đường thẳng đi qua 2 điểm phân biệt. Khi 3 điểm cùng nằm trên 1 đường thẳng, ta nói chúng *thẳng hàng*. Trong 3 điểm thẳng hàng, có 1 & chỉ 1 điểm nằm giữa 2 điểm còn lại.

[1] 3 hình hình học không định nghĩa: mặt phẳng, điểm, đường thẳng. [2] 2 tính chất cơ bản: *Tiên đề về sự xác định đường thẳng*: Có 1 đường thẳng & chỉ 1 đường thẳng đi qua 2 điểm phân biệt. *Tính chất về thứ tự của 3 điểm trên đường thẳng*: Trong 3 điểm thẳng hàng, có 1 điểm & chỉ 1 điểm nằm giữa 2 điểm còn lại. [3] 1 quan hệ hình học không định nghĩa: Điểm nằm giữa 2 điểm khác. [4] 1 quan hệ hình học được định nghĩa: 3 điểm thẳng hàng.



Bài tập SGK: [Thá+23, 1.–7., p. 79].

1 ([Thá23], 1., p. 88). Đ/S? (a) Nếu 3 điểm A, B, C thẳng hàng thì điểm B luôn nằm giữa 2 điểm A, C . (b) Có 2 đường thẳng đi qua 2 điểm M, N . (c) Nếu 2 điểm I, K nằm trên đường thẳng d & điểm H không thuộc đường thẳng d thì 3 điểm I, K, H không thẳng hàng.

2 ([Thá23], 3., p. 88). (a) Vẽ 2 điểm A, B & đường thẳng xy đi qua 2 điểm này. (b) Vẽ điểm C sao cho $C \in xy$ & C nằm giữa A & B .

3 ([Thá23], 4., p. 88). Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng. (a) Vẽ đường thẳng m không đi qua cả A, B, C ; (b) Vẽ đường thẳng n sao cho $B \in n$ & $A \notin n$, $C \notin n$.

4 ([Thá23], 5., p. 88). Vẽ đường thẳng a . Lấy 3 điểm A, B, C thuộc a & D không thuộc a . Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. (a) Kẻ được tất cả bao nhiêu đường thẳng? Kể tên các đường thẳng đó. (b) Điểm D nằm trên những đường thẳng nào? Kể tên các đường thẳng đó.

Bài tập phụ thuộc hình vẽ: [Thá23, 6.–9., p. 89].

*e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com, website: <https://nqbh.github.io>, Ben Tre City, Vietnam.

- 5 ([Thá23], 10., p. 88). Vẽ hình theo các cách diễn đạt sau: (a) M là điểm nằm giữa 2 điểm A, B ; điểm N không nằm giữa 2 điểm A, B & A, B, N thẳng hàng. (b) Điểm B nằm giữa 2 điểm A, N ; điểm M nằm giữa 2 điểm A, B .
- 6 ([Thá23], 11., p. 88). Bác Long có 10 cây cảnh quý, bác muốn trồng thành 5 hàng, mỗi hàng 4 cây. Vẽ sơ đồ để trồng 10 cây đó.
- 7 ([Thá23], 12., p. 88). Xếp 9 viên bi thành: (a) 8 hàng, mỗi hàng có 3 viên; (b) 10 hàng, mỗi hàng có 3 viên.
- 8 ([Tuy23], VD8, p. 87, [Bin23], 1., p. 65). Cho 4 điểm A, B, C, D sao cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng; 3 điểm B, C, D cũng thẳng hàng. Hỏi 4 điểm A, B, C, D có thẳng hàng không? Vì sao?
- 9 (Mở rộng [Tuy23], VD8, p. 87). Trên mặt phẳng, cho n điểm $A_i, i = 1, 2, \dots, n, n \in \mathbb{N}, n \geq 3$. Giả sử 3 điểm bất kỳ trong số chúng đều thẳng hàng. Hỏi n điểm đó có thẳng hàng không?
- 10 (Mở rộng [Tuy23], VD8, p. 87). Trên mặt phẳng, cho n điểm $A_i, i = 1, 2, \dots, n, n \in \mathbb{N}, n \geq 3$. Giả sử 3 điểm A_i, A_{i+1}, A_{i+2} thẳng hàng $\forall i = 1, 2, \dots, n - 2$. Hỏi n điểm đó có thẳng hàng không?
- 11 ([Tuy23], VD9, p. 88). Trên đường thẳng a lấy 4 điểm M, N, P, Q theo thứ tự đó. Hỏi: (a) Điểm N nằm giữa 2 điểm nào? (b) Điểm P không nằm giữa 2 điểm nào?
- 12 ([Tuy23], VD10, p. 88). Cho trước 12 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm vẽ 1 đường thẳng. Hỏi: (a) Vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng? (b) Nếu thay 12 điểm bằng n điểm, $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, thì vẽ được bao nhiêu đường thẳng?
- 13 ([Tuy23], 38., p. 88). Vẽ 5 điểm C, D, E, F, G không thẳng hàng nhưng 3 điểm C, D, E thẳng hàng; 3 điểm E, F, G thẳng hàng.
- 14 ([Tuy23], 39., p. 89). Trái Đất quay quanh Mặt Trời; Mặt Trăng quay quanh Trái Đất. Mặt Trời chiếu sáng tới Trái Đất & Mặt Trăng. Khi 3 thiên thể này thẳng hàng thì xảy ra nhật thực hoặc nguyệt thực (là hiện tượng Mặt Trời hoặc Mặt Trăng đang sáng bỗng nhiên bị che lấp & tối đi). Hỏi: (a) Khi xảy ra nhật thực thì Mặt Trăng ở vị trí nào? (b) Khi xảy ra nguyệt thực thì Trái Đất ở vị trí nào?
- 15 ([Tuy23], 40., p. 89). Cho tứ giác $ABCD$, O là giao điểm 2 đường chéo. Qua O , vẽ 2 đường thẳng a, b sao cho a cắt cạnh AB, CD lần lượt tại M, N , b cắt cạnh AD, BC lần lượt tại E, F . Có bao nhiêu trường hợp 1 điểm nằm giữa 2 điểm khác? Kể ra tất cả các trường hợp đó.
- 16 ([Tuy23], 41., p. 89). Theo bài toán trước, ta có thể trồng 9 cây thành 8 hàng, mỗi hàng 3 cây. Vẽ sơ đồ trồng 9 cây thành: (a) 9 hàng, mỗi hàng 3 cây; (b) 10 hàng, mỗi hàng 3 cây.
- 17 ([Tuy23], 42., p. 89). Cho trước 2 điểm A, B . (a) Vẽ đường thẳng m đi qua A, B ; (b) Vẽ đường thẳng n đi qua A nhưng không đi qua B ; (c) Vẽ đường thẳng p không có điểm chung nào với đường thẳng m .
- 18 ([Tuy23], 43., p. 89). Cho trước 4 điểm A, B, C, D trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Xác định điểm M sao cho 3 điểm M, A, B thẳng hàng; 3 điểm M, C, D thẳng hàng.
- 19 ([Tuy23], 44., p. 89). Cho 3 điểm C, O, D thẳng hàng. Biết điểm C không nằm giữa 2 điểm O, D , điểm O không nằm giữa 2 điểm C, D . Hỏi trong 3 điểm đã cho, điểm nào nằm giữa 2 điểm còn lại?
- 20 ([Tuy23], 45., p. 89). Cho 3 điểm A, B, C trong đó không có điểm nào nằm giữa 2 điểm còn lại. Hỏi 3 điểm A, B, C có thẳng hàng không?
- 21 ([Tuy23], 46., p. 89). Cho trước 6 điểm. Cứ qua 2 điểm vẽ 1 đường thẳng. Hỏi: (a) Nếu trong 6 điểm đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì sẽ vẽ được bao nhiêu đường thẳng? (b) Nếu trong 6 điểm đó có đúng 3 điểm thẳng hàng thì sẽ vẽ được bao nhiêu đường thẳng?
- 22 ([Tuy23], 47., p. 89). Giải bóng đá vô địch quốc gia hạng chuyên nghiệp có 16 đội tham gia đấu vòng tròn 2 lượt đi & về. Tính tổng số trận đấu.
- 23 ([Tuy23], 48., p. 89). Cho trước n điểm, $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm vẽ 1 đường thẳng. Biết số đường thẳng vẽ được là 36, tính giá trị của n .
- 24 ([Tuy23], 49., p. 89). Cho 11 đường thẳng đôi một cắt nhau. Hỏi: (a) Nếu trong số đó không có 3 đường thẳng nào cùng đi qua 1 điểm thì có tất cả bao nhiêu giao điểm của chúng? (b) Nếu trong 11 đường thẳng đó có đúng 5 đường thẳng cùng đi qua 1 điểm thì có tất cả bao nhiêu giao điểm của chúng?
- 25 ([Tuy23], 50., p. 90). Cho trước n điểm, $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm vẽ 1 đường thẳng. Tìm n biết nếu có thêm 1 điểm (không thẳng hàng với bất kỳ 2 điểm nào trong số n điểm đã cho) thì số đường thẳng vẽ được tăng thêm là 8.
- 26 ([Tuy23], 51., p. 90). Cho trước 13 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm vẽ 1 đường thẳng. Nếu ta bớt đi 4 điểm thì số đường thẳng vẽ được giảm đi bao nhiêu?
- 27 ([Tuy23], 52., p. 90). Cho trước n điểm, $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Nếu bớt đi 1 điểm thì số đường thẳng vẽ được qua các cặp điểm giảm đi 10 đường thẳng, tính n .

- 28 ([Bin23], VD1, p. 64). Cho 2 đường thẳng cắt nhau. Nếu vẽ thêm 1 đường thẳng thứ 3 cắt cả 2 đường thẳng trên thì số giao điểm của các đường thẳng thay đổi như thế nào?
- 29 ([Bin23], VD2, p. 64). Giải thích vì sao 2 đường thẳng phân biệt hoặc có 1 điểm chung, hoặc không có điểm chung nào.
- 30 ([Bin23], 2., p. 65). Vẽ 5 điểm A, B, C, D, O sao cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng, 3 điểm B, C, D thẳng hàng, 3 điểm C, D, O không thẳng hàng. (a) A, B, D có thẳng hàng không? Vì sao? (b) Kẻ các đường thẳng, mỗi đường thẳng đi qua ít nhất 2 điểm trong 5 điểm nói trên. Kể tên các đường thẳng trong hình vẽ (các đường thẳng trùng nhau chỉ kể là 1 đường thẳng).
- 31 ([Bin23], 3., p. 65). Cho các điểm A, B, C, D, E thuộc cùng 1 đường thẳng theo thứ tự ấy. Điểm C nằm giữa 2 điểm nào? Điểm C không nằm giữa 2 điểm nào?
- 32 ([Bin23], 4., p. 65). Cho A, B, C là 3 điểm thẳng hàng. Điểm nào nằm giữa 2 điểm còn lại nếu A không nằm giữa B & C , B không nằm giữa A & C ?
- 33 ([Bin23], 5., p. 65). Cho 4 điểm A, B, C, D trong đó điểm B nằm giữa 2 điểm A & C , điểm B nằm giữa A & D . Có thể khẳng định điểm D nằm giữa B & C không?
- 34 ([Bin23], 6., p. 65). (a) Xếp 10 điểm thành 5 hàng, mỗi hàng có 4 điểm. (b) Xếp 7 điểm thành 6 hàng, mỗi hàng có 3 điểm. (c) Người ta trồng 12 cây thành 6 hàng, mỗi hàng có 4 cây. Vẽ sơ đồ vị trí của 12 cây đó.

2 Intersected Lines & Paralleled Lines – 2 Đường Thẳng Cắt Nhau. 2 Đường Thẳng Song Song

3 Line segment – Đoạn Thẳng

See [Wikipedia/line segment](#).

- 35 ([Bin23], VD7, p. 68). Chứng minh nếu 2 điểm A, B cùng thuộc tia Ox & $OA < OB$ thì điểm A nằm giữa 2 điểm O, B .
- 36 ([Bin23], VD8, p. 69). Cho đoạn thẳng $AB = 3$ cm. Điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC = 1$ cm. Tính đoạn thẳng AC .
- 37 ([Bin23], 15., p. 69). Cho đoạn thẳng AB . Trên tia đối của tia AB lấy điểm C , trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = AC$. Chứng minh $BC = AD$.
- 38 ([Bin23], 16., p. 69). Cho đoạn thẳng AB có độ dài 8 cm. Trên tia AB lấy điểm C sao cho $AC = 2$ cm, trên tia BA lấy điểm D sao cho $BD = 3$ cm. Tính CB, CD .
- 39 ([Bin23], 17., p. 69). Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng. Biết $AB = 5$ cm, $BC = 2$ cm. Tính AC .
- 40 ([Bin23], 18., p. 69). Trên tia Ox , vẽ 2 điểm A, B sao cho $OA = a, OB = b$. Điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AC = \frac{1}{2}BC$. Tính OC .
- 41 ([Bin23], 19., p. 69, triangle number). Gọi $T_n, n \in \mathbb{N}^*$, là số điểm trên mặt phẳng sao cho chúng tạo thành 1 tam giác đều có cạnh bằng $n - 1$ đơn vị & 2 điểm gần nhau (không có điểm nào ở giữa 2 điểm đó trong số T_n điểm đó) thì cách nhau 1 đơn vị. Tìm công thức các số tam giác T_n .

See, e.g., [Wikipedia/số tam giác](#), [Wikipedia/triangle number](#).
[Bin23, 20., p. 70].

- 42 ([Bin23], VD9, p. 70). Cho điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Chứng minh $AM = BM = \frac{1}{2}AB$.
- 43 ([Bin23], VD10, p. 71). Cho đoạn thẳng AB có độ dài a . Trên tia AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a}{2}$. Chứng minh M là trung điểm AB .
- 44 ([Bin23], VD11, p. 71). Cho đoạn thẳng $OA = a$, điểm B nằm trong đoạn thẳng OA sao cho $OB = b$. M, N, I lần lượt là trung điểm OA, OB, AB . Tính IM, IN theo a, b .
- 45 ([Bin23], 21., p. 71). Cho $\triangle ABC$, 2 đường trung tuyến BD, CE cắt nhau ở K . Kẻ đoạn thẳng DE . Đo độ dài rồi cho biết mỗi cạnh của $\triangle KDE$ bằng nửa cạnh nào của $\triangle KBC$.
- 46 ([Bin23], 22., p. 71). Cho đoạn thẳng $AB = 5$ cm, điểm C nằm giữa A, B , 2 điểm D, E lần lượt là trung điểm AC, CB . Tính DE .
- 47 ([Bin23], 23., p. 71). Cho đoạn thẳng $AB = 5$ cm, điểm C nằm giữa A, B sao cho $AC = 2$ cm, 2 điểm D, E lần lượt là trung điểm AC, CB . I là trung điểm DE . Tính DE, CI .
- 48 ([Bin23], 24., p. 71). Cho 4 điểm A, B, C, D thẳng hàng theo thứ tự ấy. M, N lần lượt là trung điểm AB, CD . (a) Biết $AC = 4$ cm, $BD = 6$ cm, tính MN . (b) Biết $MN = 5$ cm, tính $AC + BD$.

- 49 ([Bin23], 25., p. 71). Cho đoạn thẳng AB với O là trung điểm. Điểm C thuộc đoạn thẳng OB , $OC = 1$ cm. Tính $CA - CB$.
- 50 ([Bin23], 26., p. 72). Cho đoạn thẳng AB , điểm C nằm trong đoạn thẳng AB , O là trung điểm của AC . Biết $OB = 3$ cm. Tính $AB + BC$.
- 51 ([Bin23], 27., p. 72). (a) Cho đoạn thẳng $AB = 2a$, điểm C nằm giữa A, B , 2 điểm M, N lần lượt là trung điểm AC, BC . Chứng minh $MN = a$. (b) Kết quả (a) còn đúng không nếu điểm C thuộc đường thẳng AB ?
- 52 ([Bin23], 28., p. 72). Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB có $CA = a, CB = b$. I là trung điểm AB . Tính IC .
- 53 ([Bin23], 29., p. 72). Cho điểm C thuộc đường thẳng AB nhưng không thuộc đoạn thẳng AB . Biết $CA = a, CB = b$. I là trung điểm AB . Tính IC .
- 54 ([Bin23], 30., p. 72). Trên tia Ox có 2 điểm A, B , $OA = a, OB = b$. I là trung điểm AB . Tính OI .
- 55 ([Bin23], 31., p. 72). Cho điểm O nằm trong đoạn thẳng AB có $OA = a, OB = b$. M, N, I lần lượt là trung điểm OA, OB, AB . Tính IM, IN .

4 Ray – Tia

- 56 ([Bin23], VD3, p. 66). Cho 3 điểm A, B, C trong đó 2 tia BA, BC đối nhau. Trong 3 điểm A, B, C điểm nào nằm giữa 2 điểm còn lại?
- 57 ([Bin23], VD4, p. 66). Điểm B nằm giữa 2 điểm A, C . Tìm các tia đối nhau, trùng nhau.
- 58 ([Bin23], VD5, p. 66). Cho 2 đoạn thẳng AB, CD cắt nhau tại điểm O nằm giữa 2 đầu của mỗi đoạn thẳng. (a) Kể tên các đoạn thẳng. (b) Điểm O là điểm chung của 2 đoạn thẳng nào?
- [Bin23, VD6, p. 66, 14., p. 68].
- 59 ([Bin23], 7., p. 67). O là 1 điểm của đường thẳng xy . Vẽ điểm A thuộc tia Ox , vẽ 2 điểm B, C thuộc tia Oy sao cho C nằm giữa B, O . (a) Đếm số tia, số đoạn thẳng. (b) Kể tên các cặp tia đối nhau.
- 60 ([Bin23], 8., p. 67). Cho 5 điểm A, B, C, M, N thỏa điểm C nằm giữa A, B , điểm M nằm giữa A, C , điểm N nằm giữa B, C . (a) Tia CM, CN trùng với tia nào? (b) Vì sao điểm C nằm giữa M, N ?
- 61 ([Bin23], 9., p. 67). Cho điểm B nằm giữa 2 điểm A, C , điểm C nằm giữa 2 điểm B, D . Vì sao điểm B nằm giữa A, D ?
- 62 ([Bin23], 10., p. 67). Cho điểm B nằm giữa 2 điểm A, C , điểm D nằm giữa 2 điểm B, C . Điểm D có nằm giữa A, B không?
- 63 ([Bin23], 11., p. 67). Cho điểm B nằm giữa 2 điểm A, C , điểm D thuộc tia BC & không trùng B . Điểm B có nằm giữa A, D không?
- 64 ([Bin23], 12., p. 67). Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng. Vẽ đường thẳng a không đi qua A, B, C sao cho đường thẳng a : (a) Cắt 2 đoạn thẳng AB, AC . (b) Không cắt mỗi đoạn thẳng AB, BC, CA .
- 65 ([Bin23], 13., p. 67). (a) Vẽ 6 đoạn thẳng sao cho mỗi đoạn thẳng cắt đúng 3 đoạn thẳng khác. (b) Vẽ 8 đoạn thẳng sao cho mỗi đoạn thẳng cắt đúng 3 đoạn thẳng khác.

5 Angle – Góc

- 66 ([Bin23], VD12, p. 72). Cho đường thẳng a & 3 điểm A, B, C sao cho a không cắt 2 đoạn thẳng AB, AC . a có cắt đoạn thẳng BC không?
- 67 ([Bin23], VD1, p. 73). Cho 5 tia chung gốc OA, OB, OC, OD, OE . Kể tên các góc.
- 68 ([Bin23], 32., p. 73). Cho 3 điểm A, B, C không nằm trên đường thẳng a , trong đó a cắt 2 đoạn thẳng AB, AC . a có cắt đoạn thẳng BC không?
- 69 ([Bin23], 33., p. 73). Cho 3 điểm A, B, C không nằm trên đường thẳng a sao cho a cắt đoạn thẳng AB , không cắt đoạn thẳng BC . a có cắt đoạn thẳng AC không?
- 70 ([Bin23], 34., p. 73). 3 điểm A, B, C không nằm trên đường thẳng a . Chứng minh hoặc đường thẳng a không cắt đoạn thẳng nào trong 3 đoạn thẳng AB, BC, CA , hoặc đường thẳng a chỉ cắt 2 trong 3 đoạn thẳng đó.
- 71 ([Bin23], 35., p. 73). 4 điểm A, B, C, D không nằm trên đường thẳng a . Chứng minh a hoặc không cắt, hoặc cắt 3, hoặc cắt 4 đoạn thẳng trong 6 đoạn thẳng AB, AC, AD, BC, BD, CD .
- 72 ([Bin23], 36., p. 73). Cho góc bẹt xOy , vẽ 3 tia Oa, Ob, Oc thuộc cùng 1 nửa mặt phẳng có bờ xy . Đếm số góc & kể tên chúng.

5.1 Số đo góc

73 ([Bin23], VD14, p. 74). Cho tia Oc nằm giữa 2 tia Oa, Ob không đối nhau, tia Om nằm giữa tia Oa, Oc , tia On nằm giữa 2 tia Ob, Oc . Tia Oc có nằm giữa 2 tia Om, On không?

74 ([Bin23], VD15, p. 74). Chứng minh nếu 1 đường thẳng không đi qua các đỉnh của 1 tam giác \mathcal{E} cắt 1 cạnh của tam giác ấy thì nó cắt 1 \mathcal{E} chỉ 1 trong 2 cạnh còn lại.

75 ([Bin23], VD16, p. 74). Cho góc tù AOB . Vẽ 2 tia OC, OD nằm trong góc AOB sao cho AOC, BOD là 2 góc vuông. Chứng minh: (a) $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$. (b) $\widehat{AOB}, \widehat{COD}$ bù nhau.

76 ([Bin23], 37., p. 75). Cho điểm B nằm giữa 2 điểm A, C , điểm D thuộc tia BC \mathcal{E} không trùng B , điểm O nằm ngoài đường thẳng AC . Trong 3 tia OA, OB, OD , tia nào nằm giữa 2 tia còn lại?

77 ([Bin23], 38., p. 75). Cho 2 tia Oa, Ob không đối nhau. Trên tia Oa lấy điểm $A \neq O$, trên tia Ob lấy điểm $B \neq O$. 1 điểm C bất kỳ nằm giữa A, B . Vẽ điểm M sao cho điểm O nằm giữa C, M . (a) Chứng minh tia OC nằm giữa 2 tia OA, OB . (b) Trong 3 tia OA, OB, OM , có tia nào nằm giữa 2 tia còn lại không? Phát biểu thành 1 tính chất.

78 ([Bin23], 39., p. 75). Có thể khẳng định trong 3 tia chung gốc, bao giờ cũng có 1 tia nằm giữa 2 tia còn lại không?

79 ([Bin23], 40., p. 75). 2 đường thẳng AB, CD cắt nhau ở O . Biết $\widehat{AOC} - \widehat{BOC} = 5^\circ$. Tính $\widehat{AOC}, \widehat{BOC}, \widehat{BOD}, \widehat{AOD}$.

80 ([Bin23], 41., p. 75). Cho điểm B nằm giữa 2 điểm A, D , điểm O nằm ngoài đường thẳng AD . Biết $\widehat{AOD} = 80^\circ, \widehat{AOB} = 50^\circ$. Tính \widehat{BOD} .

81 ([Bin23], 42., p. 75). Cho $\widehat{xOy} = 90^\circ$, vẽ tia Oz thỏa $\widehat{yOz} = 30^\circ$. (a) Tia Oz có xác định duy nhất không? (b) Tính \widehat{xOz} trong từng trường hợp.

82 ([Bin23], 43., p. 75). 2 đường thẳng AB, CD cắt nhau ở O . Biết $\widehat{AOC} = 70^\circ$. Tính $\widehat{AOD}, \widehat{BOC}, \widehat{BOD}$.

83 ([Bin23], 44., p. 75). Tính góc tạo bởi kim giờ \mathcal{E} kim phút của đồng hồ lúc: (a) 2:10. (b) 10:42.

84 ([Bin23], 45., p. 76). Cho $\triangle ABC$, D nằm giữa A, C , E nằm giữa A, B . Chứng minh đường thẳng BD cắt đoạn thẳng CE , đường thẳng CE cắt đoạn thẳng BD .

85 ([Bin23], 46., p. 76). Cho $\triangle ABC$. Chứng minh bao giờ cũng vẽ được 1 đường thẳng không đi qua 3 đỉnh của $\triangle ABC$ \mathcal{E} cắt cả 3 tia AB, BC, CA .

86 ([Bin23], 47., p. 76). Cho điểm O nằm trong $\triangle ABC$. Chứng minh: (a) Tia BO cắt đoạn thẳng AC tại 1 điểm D nằm giữa A, C . (b) Điểm O nằm giữa B, D . (c) Trong 3 tia OA, OB, OC , không có tia nào nằm giữa 2 tia còn lại.

5.2 2 góc kề nhau

87 ([Bin23], VD17, p. 76). Chứng minh: (a) Nếu 2 góc kề nhau có 2 cạnh ngoài là 2 tia đối nhau thì 2 góc đó bù nhau. (b) Nếu 2 góc kề nhau mà bù nhau thì 2 cạnh ngoài của chúng là 2 tia đối nhau.

88 ([Bin23], VD18, p. 77). Cho 3 tia chung gốc OA, OB, OC . Tính \widehat{BOC} biết: (a) $\widehat{AOB} = 130^\circ, \widehat{AOC} = 30^\circ$. (b) $\widehat{AOB} = 130^\circ, \widehat{AOC} = 80^\circ$. (c) $\widehat{AOB} = \alpha, \widehat{AOC} = \beta$ với $\alpha, \beta \in (0^\circ, 180^\circ)$.

89 ([Bin23], 48., p. 78). Cho 3 đường thẳng AD, BE, CF đồng quy ở O , trong đó tia OB nằm giữa 2 tia OA, OC . Kể tên các góc kề với \widehat{AOB} .

90 ([Bin23], 49., p. 78). Cho 2 tia Ox, Oy đối nhau. Trên 2 nửa mặt phẳng đối nhau có bờ chứa tia Ox , vẽ 2 tia Om, On sao cho $\widehat{xOm} = 70^\circ, \widehat{yOn} = 70^\circ$. Chứng minh 2 tia Om, On đối nhau.

91 ([Bin23], 50., p. 78). Cho $\widehat{xOy}, \widehat{xOz}$ kề nhau. Tính \widehat{yOz} biết: (a) $\widehat{xOy} = 40^\circ, \widehat{xOz} = 140^\circ$. (b) $\widehat{xOy} = 50^\circ, \widehat{xOz} = 70^\circ$. (c) $\widehat{xOy} = 120^\circ, \widehat{xOz} = 130^\circ$. (d) $\widehat{xOy} = \alpha, \widehat{xOz} = \beta$ với $\alpha, \beta \in (0^\circ, 180^\circ)$.

92 ([Bin23], 51., p. 78). Cho 3 tia Ox, Oy, Oz . Tính \widehat{yOz} biết: (a) $\widehat{xOy} = 60^\circ, \widehat{xOz} = 40^\circ$. (b) $\widehat{xOy} = 120^\circ, \widehat{xOz} = 100^\circ$. (c) $\widehat{xOy} = \alpha, \widehat{xOz} = \beta$ với $\alpha, \beta \in (0^\circ, 180^\circ)$.

93 ([Bin23], 52., p. 78). Cho 4 tia OA, OB, OC, OD tạo thành 4 góc AOB, BOC, COD, DOA không có điểm trong chung. Tính số đo mỗi góc ấy biết: (a) $\widehat{BOC} = 3\widehat{AOB}, \widehat{COD} = 5\widehat{AOB}, \widehat{DOA} = 6\widehat{AOB}$. (b) $\widehat{BOC} = a\widehat{AOB}, \widehat{COD} = b\widehat{AOB}, \widehat{DOA} = c\widehat{AOB}$ với $a, b, c > 0$.

94 ([Bin23], 52., p. 78). Cho 3 góc AOB, BOC, COD không có điểm trong chung \mathcal{E} đều có số đo bằng α . Tính \widehat{AOD} .

6 Tính Số Điểm, Số Đường Thẳng, Số Đoạn Thẳng, Số Tam Giác, Số Góc

- 95 ([Bin23], VD19, p. 78). (a) Cho 100 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm vẽ 1 đường thẳng. Đếm số đoạn thẳng, đường thẳng.
- 96 ([Bin23], VD20, p. 79). Trên mặt phẳng có 4 đường thẳng. Số giao điểm của các đường thẳng có thể bằng bao nhiêu?
- 97 ([Bin23], VD21, p. 80). Cho $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Nối từng cặp 2 điểm trong n điểm đó thành các đoạn thẳng. (a) Đếm số đoạn thẳng nếu trong n điểm đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. (b) Đếm số đoạn thẳng nếu trong n điểm đó có đúng 3 điểm thẳng hàng. (c) Tính n biết có tất cả 1770 đoạn thẳng.
- 98 ([Bin23], VD22, p. 80). Cho $\triangle ABC$, D, E lần lượt nằm trong cạnh AC, AB , K là giao điểm của BD, CE . Kẻ đoạn thẳng DE . Đếm số tam giác.
- 99 ([Bin23], VD23, p. 81). Cho $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Vẽ n tia chung gốc. Đếm số góc.
- 100 ([Bin23], 54., p. 81). Cho n điểm A_1, A_2, \dots, A_n trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm, kẻ 1 đường thẳng. (a) Kể tên các đường thẳng nếu $n = 4$. (b) Tính số đường thẳng nếu $n = 20$. (c) Tính số đường thẳng theo n . (d) Tính n biết số đường thẳng kẻ được là 1128. (e) Số đường thẳng có thể bằng 2004 không?
- 101 ([Bin23], 55., p. 81). Cho 100 điểm trong đó có đúng 4 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm, vẽ 1 đường thẳng. Đếm số đường thẳng.
- 102 ([Bin23], 56., p. 81). Cho n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm, vẽ 1 đường thẳng. Biết có tất cả 105 đường thẳng. Tính n .
- 103 ([Bin23], 57., p. 81). Cho 4 điểm, bất cứ 2 điểm nào cũng có ít nhất 1 đường thẳng đi qua. Có thể có bao nhiêu đường thẳng?
- 104 ([Bin23], 58., p. 81). (a) Cho 3 đường thẳng cắt nhau đôi một. Có thể có bao nhiêu giao điểm? (b) Vẽ 3 đường thẳng sao cho số giao điểm (của 2 hoặc 3 đường thẳng) lần lượt là 0, 1, 2, 3.
- 105 ([Bin23], 59., p. 81). Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.
- 106 ([Bin23], 60., p. 81). Cho n đường thẳng trong đó bất cứ 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Biết số giao điểm của đường thẳng đó là 780. Tính n .
- 107 ([Bin23], 61., p. 81). Cho 10 điểm. Nối từng cặp điểm trong 10 điểm đó thành các đoạn thẳng. Tính số đoạn thẳng mà 2 mút thuộc tập 10 điểm đã cho, nếu trong các điểm đã cho: (a) Không có 3 điểm nào thẳng hàng. (b) Có đúng 3 điểm thẳng hàng.
- 108 ([Bin23], 62., p. 82). Cho n điểm. Nối từng cặp điểm trong n điểm đó thành các đoạn thẳng. Tính n biết có tất cả 435 đoạn thẳng.
- 109 ([Bin23], 63., p. 82). 1 đường thẳng chia mặt phẳng thành 2 miền. (a) 2 đường thẳng có thể chia mặt phẳng thành mấy miền? (b) 3 đường thẳng có thể chia mặt phẳng thành mấy miền? (c) 4 đường thẳng chia mặt phẳng nhiều nhất thành mấy miền? (d) $n \in \mathbb{N}^*$ đường thẳng chia mặt phẳng nhiều nhất thành mấy miền?
- 110 ([Bin23], 64., p. 82). Cho 10 điểm thuộc đường thẳng a & 1 điểm nằm ngoài a . Đếm số tam giác có 3 đỉnh trong 11 điểm đó.
- 111 ([Bin23], 65., p. 82). Cho $\widehat{xOy} \neq 180^\circ$. Trên tia Ox lấy 3 điểm không trùng O là A, B, C . Trên tia Oy lấy 4 điểm không trùng O là D, E, F, G . Đếm số tam giác mà 3 đỉnh nằm trong 8 điểm O, A, B, C, D, E, F, G .
- 112 ([Bin23], 66., p. 82). (a) Cho n tia chung gốc tạo thành tất cả 190 góc. Tính n . (b) Cho n tia chung gốc tạo thành tất cả m góc. Tính n theo m .
- 113 (Đếm số đoạn thẳng, đường thẳng tổng quát). Cho $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. (a) Cho n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, đếm số đoạn thẳng, đường thẳng đi qua 2 điểm trong chúng. (b) Cho n điểm trong đó có đúng 1 bộ m điểm thẳng hàng với nhau, đếm số đoạn thẳng, đường thẳng đi qua 2 điểm trong chúng. (c) Cho n điểm trong đó có đúng m bộ điểm thẳng hàng với nhau lần lượt nằm trên các đường thẳng a_1, a_2, \dots, a_m . Biết đường thẳng a_i có đúng a_i điểm trong n điểm đã cho thẳng hàng. Đếm số đoạn thẳng, đường thẳng đi qua 2 điểm trong chúng.

7 Đếm Số. Đếm Hình

- 114 ([Bin23], VD24, p. 82). Đếm số số tự nhiên có 3 chữ số, các chữ số khác nhau, lập từ 3 trong 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 5.
- 115 ([Bin23], VD25, p. 83). Đếm số cách sắp xếp nhất, nhì, ba trong: (a) 6 đội bóng thi đấu. (b) $n \in \mathbb{N}$ đội bóng thi đấu.
- 116 ([Bin23], VD26, p. 83). Đếm số cách gọi tên tam giác có 3 đỉnh là A, B, C .
- 117 ([Bin23], VD27, p. 83). Đếm số cách giao hoán các thừa số của tích $abcd$.

- 118 ([Bin23], VD28, p. 84). Đếm số cách sắp xếp 5 người ngồi: (a) Trên 1 ghế dài. (b) Xung quanh 1 bàn tròn.
- 119 ([Bin23], VD29, p. 84). Đếm số đoạn thẳng mà 2 đầu mút là 2 trong 5 điểm đã cho.
- 120 ([Bin23], VD30, p. 84). Cho 9 điểm trên mặt phẳng, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Đếm số tam giác tạo thành.
- 121 ([Bin23], VD31, p. 85). Trong số 4 học sinh giỏi Văn & 9 học sinh giỏi Toán, lập ra 1 nhóm gồm 7 học sinh, trong đó có ít nhất 2 học sinh giỏi Văn. Đếm số cách lập nhóm.
- 122 ([Bin23], VD32, p. 85). (a) Đếm số cách xếp 2 bi đen, 4 bi trắng thành 1 dãy. (b) Đếm số cách xếp 2 bi đen, 9 bi trắng thành 1 dãy. (c) Đếm số cách xếp m bi đen, n bi trắng thành 1 dãy với $m, n \in \mathbb{N}$.
- 123 ([Bin23], VD33, p. 85). (a) Đếm số cách xếp 3 bi đen, 4 bi trắng thành 1 dãy. (b) Đếm số cách xếp 3 bi đen, 9 bi trắng thành 1 dãy.
- 124 ([Bin23], VD34, p. 86). Đếm số số tự nhiên không quá 3 chữ số mà tổng các chữ số bằng 4.
- 125 ([Bin23], VD35, p. 87). Đếm số số tự nhiên không quá 4 chữ số mà tổng các chữ số bằng 4.
- 126 ([Bin23], VD36, p. 87). Đếm số số tự nhiên không quá 4 chữ số mà tổng các chữ số bằng 9.
- 127 ([Bin23], 67., p. 87). Dùng 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 5 để: (a) Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số, trong đó các chữ số khác nhau? Tính tổng các số được lập. (b) Lập được bao nhiêu số chẵn, số lẻ có 5 chữ số khác nhau? (c) Lập được bao nhiêu số có 5 chữ số, trong đó 2 chữ số kề nhau phải khác nhau? (d) Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số, các chữ số khác nhau, trong đó có 2 chữ số lẻ, 2 chữ số chẵn?
- 128 ([Bin23], 68., p. 87). Từ 5 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên: (a) Gồm 5 chữ số khác nhau? (b) Gồm 4 chữ số khác nhau. (c) Gồm 3 chữ số khác nhau. (d) Gồm 3 chữ số có thể giống nhau.
- 129 ([Bin23], 69., pp. 87–88). Từ 5 chữ số 0, 1, 3, 5, 6, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau thỏa 1 trong các điều kiện: (a) $\nmid 2$. (b) $: 2$. (c) $: 5$.
- 130 ([Bin23], 70., p. 88). (a) Dùng 3 chữ số 1, 2, 7 có thể viết được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số sao cho 2 chữ số 2, 7 có mặt 1 lần, còn chữ số 1 có mặt 3 lần? (b) Như (a) nếu thêm điều kiện các số phải đếm lớn hơn 20000.
- 131 ([Bin23], 71., p. 88). Đếm số số tự nhiên có 4 chữ số lập bởi các số 1, 2, 3 & $: 9$?
- 132 ([Bin23], 72., p. 88). Đếm số tự nhiên có 11 chữ số, gồm 5 chữ số 1 & 6 chữ số 2 sao cho đọc xuôi & đọc ngược đều giống nhau.
- 133 ([Bin23], 73., p. 88). Đếm số số tự nhiên có không quá 3 chữ số mà tổng các chữ số bằng 9.
- 134 ([Bin23], 74., p. 88). Đếm số số tự nhiên có 4 chữ số mà tích các chữ số bằng 24.
- 135 ([Bin23], 75., p. 88). Đếm số số nguyên dương có 5 chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng tích các chữ số đó.
- 136 ([Bin23], 76., p. 88). Cho 10 điểm trên mặt phẳng, không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm, kẻ 1 đường thẳng. Đếm số đường thẳng.
- 137 ([Bin23], 77., p. 88). Có n điểm trên mặt phẳng. Có tất cả 91 đoạn thẳng nối 2 trong n điểm đó. Tính n .
- 138 ([Bin23], 78., p. 88). Cho n tia chung gốc tạo thành tất cả 153 góc. Tính n .
- 139 ([Bin23], 79., p. 88). Đếm số cách gọi tên: (a) Hình vuông ABCD. (b) Đa giác lồi $A_1A_2 \dots A_n$ với $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$.
- 140 ([Bin23], 80., p. 88). Cho hình vuông 4×4 . Đếm số hình chữ nhật, số hình vuông.
- 141 ([Bin23], 81., p. 88). Có 12 điểm trên mặt phẳng trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Đếm số tam giác tạo thành.
- 142 ([Bin23], 82., p. 88). Cho $\widehat{xAy} \neq 180^\circ$. Trên tia Ax lấy 6 điểm khác A, trên tia Ay lấy 5 điểm khác A. Trong 12 điểm này, kể cả điểm A, 2 điểm nào cũng được nối với nhau bởi 1 đoạn thẳng. Đếm số tam giác mà các đỉnh là 3 trong 12 điểm đó.
- 143 ([Bin23], 83., p. 89). Có 9 đội bóng tham dự 1 giải bóng đá, mỗi đội phải đấu 2 trận với mỗi đội khác, ở sân nhà & ở sân khách. Đếm số trận đấu.
- 144 ([Bin23], 84., p. 89). Có 2 viên bi đỏ giống nhau, 8 viên bi xanh giống nhau. Đếm số cách xếp thành 1 hàng gồm cả 10 viên bi.
- 145 ([Bin23], 85., p. 89). 1 ô tô có 8 chỗ, kể cả chỗ của người lái xe. Đếm số cách xếp chỗ 8 người trên xe, biết trong đó có 2 người biết lái xe.
- 146 ([Bin23], 86., p. 89). Có 2 cặp bạn ngồi trên 1 ghế băng có 4 chỗ để chụp ảnh. Đếm số cách sắp xếp sao cho 2 người cùng cặp phải ngồi cạnh nhau.
- 147 ([Bin23], 87., p. 89). Đếm số cách sắp xếp 5 bạn A, B, C, D, E ngồi trên 1 ghế dài sao cho A, B ngồi cạnh nhau.

- 148** ([Bin23], 88., p. 89). *Đếm số cách sắp xếp 5 bạn A, B, C, D, E ngồi xung quanh 1 bàn tròn sao cho A, B ngồi cạnh nhau.*
- 149** ([Bin23], 89., p. 89). *1 nhóm 5 bạn gồm 3 nam, 2 nữ xếp thành 1 hàng ngang để chụp ảnh, sao cho 2 bạn nữ không đứng cạnh nhau. Đếm số cách sắp xếp.*
- 150** ([Bin23], 90., p. 89). *Đếm số cách chọn 3 tấm ảnh từ 6 tấm ảnh khác nhau.*
- 151** ([Bin23], 91., p. 89). *Đếm số cách lập nhóm 3 người từ 1 tổ 10 người để làm nhiệm vụ trực nhật.*
- 152** ([Bin23], 92., p. 89). *1 tổ học sinh có 5 nam, 3 nữ. Đếm số cách lập nhóm 5 người gồm 3 nam, 2 nữ.*
- 153** ([Bin23], 93., p. 89). *Đếm số cách chia 8 chiếc kẹo cho 3 người để ai cũng được nhận kẹo.*

Tài liệu

- [Bin23] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6 Tập 2*. Tái bản lần thứ 2. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 152.
- [Thá+23] Đỗ Đức Thái, Đỗ Tiến Đạt, Nguyễn Sơn Hà, Nguyễn Thị Phương Loan, Phạm Sỹ Nam, and Phạm Đức Quang. *Toán 6 Tập 1*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, 2023, p. 128.
- [Thá23] Đỗ Đức Thái. *Bài Tập Toán 6 Tập 2*. Cánh Diều. Nhà Xuất Bản Đại Học Sư Phạm, 2023, p. 111.
- [Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần thứ 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 184.