

Problem: Set \mathbb{Q} of Rationals – Bài Tập: Tập Hợp \mathbb{Q} Các Số Hữu Tỷ

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 1 tháng 10 năm 2023

Tóm tắt nội dung

Last updated version: [GitHub/NQBH/elementary STEM & beyond/elementary mathematics/grade 7/rational/problem: set \$\mathbb{Q}\$ of rationals \[pdf\]](https://github.com/NQBH/elementary-STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_7/rational/problem/set_Q_of_rationals.pdf).¹ [\[TeX\]](https://github.com/NQBH/elementary-STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_7/rational/problem/set_Q_of_rationals.tex).²

Mục lục

1 Set \mathbb{Q} of Rationals – Tập Hợp \mathbb{Q} Các Số Hữu Tỷ	1
2 Comparison of Rationals – So Sánh Các Số Hữu Tỷ	2
3 Basic Calculus on \mathbb{Q} – Phép $\pm, \cdot, :$ Số Hữu Tỷ	4
4 Exponentiation on \mathbb{Q} – Phép Tính Lũy Thừa với Số Mũ Tự Nhiên của 1 Số Hữu Tỷ	6
4.1 Order of Operations. Change Side Rule – Thứ Tự Thực Hiện Các Phép Tính. Quy Tắc Chuyển Vế	10
5 Miscellaneous	10
Tài liệu	10

1 Set \mathbb{Q} of Rationals – Tập Hợp \mathbb{Q} Các Số Hữu Tỷ

1 ([Bin+23], VD1, p. 7). Cho $a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{-1}{2}, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*,$ i.e., mỗi số hạng bằng tổng của 2 số hạng liền trước nó. Tính a_3, a_4, \dots, a_{10} . Tìm công thức tổng quát của $a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*.$

2 ([Bin+23], VD2, p. 7). Tính: (a) $A = \frac{-90}{189} + \frac{45}{84} - \frac{75}{126}$. (b) $B = 11\frac{7}{21} + 8\frac{16}{24} - 10\frac{21}{35}$. (c) $C = \frac{37}{43} \cdot \frac{17}{29} - \frac{21}{41} \cdot \frac{1}{2} + \frac{9}{58} : 1\frac{6}{37} - \frac{6}{29} : 1\frac{20}{21}$. (d) $D = 1 : \left[\left(1 : \frac{2}{3} - 1 : 2\frac{3}{5} \right) : 2\frac{3}{13} \right]$.

3 ([Bin+23], VD3, p. 7). Tìm $x \in \mathbb{Q}$ thỏa: (a) $\left(\frac{2}{5} - x \right) : 1\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = -4$. (b) $\left(-3 + \frac{3}{x} - \frac{1}{3} \right) : \left(1 + \frac{2}{5} + \frac{2}{3} \right) = -\frac{5}{4}$. (c) $\frac{-3x}{4} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{7} \right) = 0$.

4 ([Bin+23], VD4, p. 8). Tính: (a) $A = \frac{1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$. (b) $B = \frac{\frac{5}{7} - \frac{5}{17} + \frac{5}{37}}{\frac{7}{2} - \frac{7}{3} + \frac{7}{4} - \frac{7}{5}} : \frac{\frac{7}{5} - \frac{7}{4} + \frac{7}{3} - \frac{7}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}}$. (c) $C = \frac{15}{11 \cdot 14} + \frac{15}{14 \cdot 17} + \frac{15}{17 \cdot 20} + \dots + \frac{15}{68 \cdot 71}$.

5 ([Bin+23], VD5, p. 8). Cho $x = a + b - c, y = a - b + c, z = -a + b + c$. Tính $A = x + y + z$ biết $a = 0.1, b = -0.01, c = -0.001$.

6 ([Bin+23], VD6, p. 9). Biết $3x + 2 = 2021\frac{1}{2}$. Có tính được $6x + 5$ không?

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam

e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/elementary-STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_7/rational/problem/NQBH_rational_problem.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/elementary-STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_7/rational/problem/NQBH_rational_problem.tex.

7 ([Bin+23], VD7, p. 9). Viết 60 số hữu tỷ -1 hoặc $+1$ thành 1 vòng tròn theo chiều kim đồng hồ sao cho tích của 3 số bất kỳ cạnh nhau bằng -1 . Tìm tổng của 60 số đó.

8 ([Bin+23], 1.1., p. 9). Cho $a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{-1}{2}, a_{n+2} = a_{n+1} - a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*,$ i.e., mỗi số hạng bằng hiệu của 2 số hạng liền trước nó. Tính a_3, a_4, \dots, a_{10} . Tìm công thức tổng quát của $a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*.$

9 ([Bin+23], 1.2., p. 9). Tính: (a) $A = \left(1 + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) - \left(1 + \frac{5}{4}\right) + \left(\frac{2}{5} - 2\right).$ (b) $B = -\frac{1}{10} - \frac{1}{100} - \frac{1}{1000} - \frac{1}{10000} - \frac{1}{100000} - \frac{1}{1000000}.$ (c) $C = \left(5 - \frac{3}{2} - \frac{1}{8}\right) : \left(2 - \frac{5}{2} - \frac{3}{4}\right).$ (d) $D = 3 - \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2}}.$

10 ([Bin+23], 1.3., p. 10). Tính: (a) $A = \left(\frac{\frac{3}{2} - \frac{5}{4}}{\frac{3}{3} - \frac{5}{5}} - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{8} - 1}\right) \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{16} - 2}.$ (b) $B = 1 - \frac{1}{1 - \frac{2}{1 - \frac{3}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{4}}}}}.$

11 ([Bin+23], 1.4., p. 10). Tìm x thỏa: (a) $-\frac{2}{3} \cdot x + 4 = -12.$ (b) $-\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : x = -3.$

12 ([Bin+23], 1.5., p. 10). Tính: (a) $A = -\frac{3}{11 \cdot 14} - \frac{3}{14 \cdot 17} - \frac{3}{17 \cdot 20} - \dots - \frac{3}{98 \cdot 101}.$ (b) $B = -1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{10} - \frac{1}{15} - \dots - \frac{1}{1225}.$ (c) $C = \frac{2 \cdot 2021}{1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+2021}}.$

13 ([Bin+23], 1.6., p. 10). Tìm x thỏa: (a) $\frac{x-100}{24} + \frac{x-98}{26} + \frac{x-96}{28} = 3.$

14 ([Bin+23], 1.7., p. 10). Tìm x thỏa: (a) $\frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{3} + \frac{x+1}{4} = \frac{x+1}{5} + \frac{x+1}{6}.$ (b) $\frac{x+1}{2021} + \frac{x+2}{2020} + \frac{x+3}{2019} = \frac{x+10}{2012} + \frac{x+11}{2011} + \frac{x+12}{2010}.$

15 ([Bin+23], 1.8., p. 10). Tích 2 số hữu tỷ bằng hiệu của chúng. Tìm hiệu 2 số nghịch đảo của 2 số hữu tỷ đã cho.

16 ([Bin+23], 1.9., p. 10). Cho dãy số viết theo quy luật: $-1, -2, -\frac{1}{2}, -3, -1, -\frac{1}{3}, -4, -1\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{4}, -5, \dots$ (a) Tìm quy luật của dãy số. (b) Số hạng thứ 124 của dãy số là số nào? (c) Tìm công thức tổng quát của số hạng của dãy số.

2 Comparison of Rationals – So Sánh Các Số Hữu Tỷ

17 ([Bin+23], H1, p. 12). Đ/S? Nếu sai, sửa cho đúng. (a) $x < 0 \Rightarrow |x| < x.$ (b) $-x$ là số âm. (c) $x - |x| = 0.$ (d) $x < 0 \Rightarrow |x| = -x.$

18 ([Bin+23], VD1, p. 13). Cho $A = |x| + x.$ (a) Rút gọn $A.$ (b) Tính A khi $x \in \left\{\frac{-1}{2}, \frac{-1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right\}.$ (c) Tìm GTNN của $A.$

19 ([Bin+23], VD2, p. 13). So sánh: $x = -\frac{13}{15}, y = \frac{11}{-13}.$

20 ([Bin+23], VD3, p. 14). So sánh: $x = \frac{-17}{27}, y = \frac{19}{-29}, z = -\frac{13}{23}.$

21 ([Bin+23], VD4, p. 15). Sắp xếp theo thứ tự tăng dần: $\frac{82}{91}, -\frac{226}{339}, \frac{124}{23}, \frac{28}{19}, \frac{-145}{174}, 0, \frac{132}{21}.$

22 ([Bin+23], VD5, p. 15). Tìm GTLN của $A = 0.5 - |x - 4.5|.$

23 ([Bin+23], VD6, p. 15). Tìm x thỏa: (a) $|2x + 1| + |x + 8| = 4x.$ (b) $|x^2 - 2x| = x.$ (c) $|x| = -x - 5.$

24 ([Bin+23], VD7, p. 16). Sắp xếp 3 biểu thức theo thứ tự tăng dần: $A = \frac{2021}{2020} - \frac{2020}{2019} + \frac{2019}{2018} - \frac{2018}{2017}, B = \frac{1}{2021} - \frac{1}{2020} + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2018}, C = \frac{1}{2019} - \frac{1}{2018} + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2016}.$

25 ([Bin+23], VD8, p. 16). So sánh $A = -\frac{1}{2021} - \frac{3}{11^2} - \frac{5}{11^3} - \frac{7}{11^4}, B = -\frac{1}{2021} - \frac{7}{11^2} - \frac{5}{11^3} - \frac{3}{11^4}.$

26 ([Bin+23], 2.1., p. 17). Tính giá trị biểu thức: (a) $A = |x + y + z|$ với $x = -1, y = 2, z = -4$. (b) $B = |x| + |x - 1| + |2 - x|$ với $x = -\frac{1}{3}$. (c) $C = 4x^2 - 3x - 2$ với $|x| = 1$.

27 ([Bin+23], 2.2., p. 17). Đ/S? (a) $\frac{-22}{9} > \frac{33}{-7}$. (b) $\left| \frac{2021}{-124} \right| > \frac{-124}{2021}$. (c) $\frac{-8}{24} < \frac{4}{-28} < \frac{-6}{30}$. (d) $\frac{-20}{35} < \frac{36}{-63}$.

28 ([Bin+23], 2.3., p. 17). Mẹ mua bánh nướng nhân dịp tết Trung thu. Bố cắt 1 chiếc thành 4 phần bằng nhau & ăn 3 phần. Mẹ cắt 1 chiếc làm 8 phần bằng nhau & ăn 7 phần. Hỏi nếu con cắt 1 chiếc làm 6 phần bằng nhau thì con cần ăn mấy phần để phần còn lại của con nằm trong khoảng 2 phần còn lại của bố & mẹ?

29 ([Bin+23], 2.4., p. 17). Nếu có 2 con cá đang bơi, con thứ nhất bơi ở độ cao $-\frac{3}{4}$ dm, con thứ 2 bơi ở độ cao $-\frac{5}{7}$ dm so với mặt nước. Hỏi con cá nào cách xa mặt nước hơn?

30 ([Bin+23], 2.5., p. 17). Tìm số nguyên tố a biết $-\frac{8}{11} < \frac{-8}{a} < \frac{-8}{25}$.

31 ([Bin+23], 2.6., p. 17). Cho $A = |x| - x$. (a) Rút gọn A . (b) Tính giá trị của A khi $x \in \left\{ -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right\}$. (c) Tìm min A .

32 ([Bin+23], 2.7., p. 17). Cho $x, y \in \mathbb{Q}$. Chứng minh $\max\{x, y\} = \frac{x + y + |x - y|}{2}$ & $\min\{x, y\} = \frac{x + y - |x - y|}{2}$.

33 ([Bin+23], 2.8., p. 17). Điền 4 số hữu tỷ thích hợp vào $\dots: -\frac{1}{5} < \dots < \dots < \dots < \dots < -\frac{1}{8}$.

34 ([Bin+23], 2.9., p. 17). Tìm số nguyên tố a biết $-\frac{8}{11} < \frac{-10}{a} < \frac{-8}{17}$.

35 ([Bin+23], 2.10., p. 17). (a) Tìm các số hữu tỷ có dạng $\frac{7}{a}$ biết giá trị của số đó lớn hơn $-\frac{8}{11}$ & nhỏ hơn $-\frac{8}{13}$. (b) Có bao nhiêu số hữu tỷ viết dưới dạng 1 phân số có tử bằng 9 mà giá trị của số hữu tỷ đó lớn hơn $-\frac{3}{5}$ & nhỏ hơn $-\frac{4}{9}$?

36 ([Bin+23], 2.11., p. 18). So sánh: $a = -2\frac{1}{4}, b = \frac{-5}{9}, c = \frac{-3}{4}$.

37 ([Tuy23], Ví dụ 1, p. 5). Cho $x = \frac{12}{b-15}$ với $b \in \mathbb{Z}$. Xác định b để: (a) $x \in \mathbb{Q}$. (b) x là 1 số hữu tỷ dương. (c) x là 1 số hữu tỷ âm. (d) $0 < x < 1$.
Ans: (a) $b \neq 15$. (b) $b > 15$. (c) $b < 15$. (d) $b > 27$.

38 ([Tuy23], Ví dụ 2, p. 5). So sánh: $\frac{-16}{27}, \frac{-16}{29}, \frac{-19}{27}$.
Ans: $\frac{-19}{27} < \frac{-16}{27} < \frac{-16}{29}$.

39 ([Tuy23], 1., p. 5). Cho 2 số hữu tỷ $x = \frac{-5}{7}, y = \frac{-2}{3}$. 2 số hữu tỷ này còn được biểu diễn bởi phân số nào trong các phân số sau: $\frac{9}{11}, \frac{4}{-6}, \frac{15}{-21}, \frac{-35}{49}, \frac{-10}{15}, \frac{-6}{-9}$.
Ans: $x = \frac{15}{-21} = \frac{-35}{49}, y = \frac{4}{-6} = \frac{-10}{15}$.

40 ([Tuy23], 2., p. 6). Sắp xếp các số hữu tỷ sau theo thứ tự tăng dần: (a) $\frac{19}{33}, \frac{6}{11}, \frac{13}{22}$. (b) $\frac{-18}{12}, \frac{-10}{7}, \frac{-8}{5}$.
Ans: (a) $\frac{6}{11} < \frac{19}{33} < \frac{13}{22}$. (b) $\frac{-8}{5} < \frac{-18}{12} < \frac{-10}{7}$.

41 ([Tuy23], 3., p. 6). So sánh các số hữu tỷ sau bằng cách nhanh nhất: (a) -5 & $\frac{1}{63}$. (b) $\frac{-18}{17}$ & $\frac{-999}{1000}$. (c) $\frac{-17}{35}$ & $\frac{-43}{85}$. (d) -0.76 & $\frac{-19}{28}$.
Ans: (a) $-5 < \frac{1}{63}$. (b) $\frac{-18}{17} < \frac{-999}{1000}$. (c) $\frac{-17}{35} > \frac{-43}{85}$. (d) $-0.76 < \frac{-19}{28}$.

42 ([Tuy23], 4., p. 6). Tìm các số hữu tỷ biểu diễn dưới dạng phân số có mẫu số bằng 10, lớn hơn $\frac{-7}{13}$ nhưng nhỏ hơn $\frac{-4}{13}$.

43 ([Tuy23], 5., p. 6). Dùng 4 chữ số 1 & dấu $-$ (nếu cần thiết) để biểu diễn (không dùng phép tính lũy thừa): (a) Các số nguyên $-1, -111$. (b) Số hữu tỷ âm lớn nhất.

44 ([Tuy23], 6., p. 6). Cho các số nguyên dương $a < b < c < d < m < n$. Chứng minh: $\frac{a + c + m}{a + b + c + d + m + n} < \frac{1}{2}$.

45 ([Tuy23], 7., p. 6). Với cùng 1 khối lượng thành phẩm, vàng 4 số 9 & vàng 3 số 9, loại nào có hàm lượng vàng nhiều hơn?

3 Basic Calculus on \mathbb{Q} – Phép $\pm, \cdot, :$ Số Hữu Tỷ

46 ([Tuy23], Ví dụ 3, p. 7). *Tính bằng cách hợp lý (nếu có thể):* (a) $-\frac{5}{18} + \frac{32}{45} - \frac{9}{10}$. (b) $\left(-\frac{1}{4} + \frac{7}{33} - \frac{5}{3}\right) - \left(-\frac{15}{12} + \frac{6}{11} - \frac{48}{49}\right)$.
Ans: (a) $-\frac{7}{15}$. (b) $-\frac{1}{49}$.

47 ([Tuy23], Ví dụ 4, p. 7). *So sánh các tích sau bằng cách hợp lý nhất:* $P_1 = \left(-\frac{43}{51}\right) \cdot \left(-\frac{19}{80}\right)$, $P_2 = \left(-\frac{7}{13}\right) \cdot \left(-\frac{4}{65}\right) \cdot \left(-\frac{8}{31}\right)$,
 $P_3 = \frac{-5}{10} \cdot \frac{-4}{10} \cdot \frac{-3}{10} \cdots \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{10}$.
Ans: $P_2 < P_3 < P_1$.

48 ([Tuy23], Ví dụ 5, p. 7). *Tìm giá trị của $x \in \mathbb{Q}$ để biểu thức sau có giá trị dương $P = (x+5)(x+9)$.*
Ans: $x > -5 \vee x < -9$.

49 ([Tuy23], 8., p. 7). *Tìm x biết:* $\frac{11}{13} - \left(\frac{5}{42} - x\right) = -\left(\frac{15}{28} - \frac{11}{13}\right)$.
Ans: $-\frac{5}{12}$.

50 ([Tuy23], 9., p. 7). *Cho $S = (a+b+c) - (a-b+c) + (a-b-c) + c$ với $a = 0.1$, $b = 0.01$, $c = 0.001$. Tính S .* Ans: $S = 0.11$.

51 ([Tuy23], 10., p. 7). *Tính hợp lý:* (a) $\frac{11}{125} - \frac{17}{18} - \frac{5}{7} + \frac{4}{9} + \frac{17}{14}$. (b) $1 - \frac{1}{2} + 2 - \frac{2}{3} + 3 - \frac{3}{4} + 4 - \frac{1}{4} - 3 - \frac{1}{3} - 2 - \frac{1}{2} - 1$.
Ans: (a) $\frac{11}{125}$. (b) 1.

52 ([Tuy23], 11., p. 7). *Cho các số hữu tỷ $x = \frac{a}{9}$ & $y = \frac{b}{9}$ trong đó a là các số nguyên âm liên tiếp từ -5 đến -1 ; b là các số nguyên dương liên tiếp từ 1 đến 8. Tính tổng $x + y$.*
Ans: $\frac{7}{3}$.

53 ([Tuy23], 12., p. 8). *Cho $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$; $B = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{9}{8} + \frac{17}{16} + \frac{33}{32} - 6$. Tính A & B .* Ans: $A = \frac{31}{32}$, $B = -\frac{1}{32}$.

54 ([Tuy23], 13., p. 8). *Cho 31 số hữu tỷ sao cho bất kỳ 3 số nào trong chúng cũng có tổng là 1 số âm. Chứng minh tổng của 31 số đó là 1 số âm.*

55 ([Tuy23], 14., p. 8). *Tìm x biết:* (a) $\left(\frac{1}{7}x - \frac{2}{7}\right) \left(-\frac{1}{5}x + \frac{3}{5}\right) \left(\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}\right) = 0$. (b) $\frac{1}{6}x + \frac{1}{10}x - \frac{4}{15}x + 1 = 0$.
Ans: (a) $x \in \{2, 3, -4\}$. (b) $\bar{\exists}$.

56 ([Tuy23], 15., p. 8). *Tính sau bằng cách hợp lý nhất:* (a) $\left(-\frac{40}{51} \cdot 0.32 \cdot \frac{17}{20}\right) : \frac{64}{75}$. (b) $-\frac{10}{11} \cdot \frac{8}{9} + \frac{7}{18} \cdot \frac{10}{11}$. (c) $\frac{3}{14} : \frac{1}{28} - \frac{13}{21} : \frac{1}{28} + \frac{29}{42} : \frac{1}{28} - 8$. (d) $-1\frac{5}{7} \cdot 15 + \frac{2}{7}(-15) + (-105) \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5} + \frac{1}{7}\right)$.
Ans: (a) $-\frac{1}{4}$. (b) $-\frac{5}{11}$. (c) 0. (d) -31 .

57 ([Tuy23], 16., p. 8). *Tính giá trị các biểu thức sau:* (a) $A = 7x - 2x - \frac{2}{3}y + \frac{7}{9}y$ với $x = -\frac{1}{10}$, $y = 4.8$. (b) $B = x + \frac{0.2 - 0.375 + \frac{5}{11}}{-0.3 + \frac{9}{16} - \frac{15}{22}}$ với $x = -\frac{1}{3}$.
Ans: (a) $\frac{1}{30}$. (b) -1 .

58 ([Tuy23], 17., p. 8). *Tìm giá trị của x để các biểu thức sau có giá trị dương:* (a) $A = x^2 + 4x$. (b) $B = (x-3)(x+7)$. (c) $C = \left(\frac{1}{2} - x\right) \left(\frac{1}{3} - x\right)$.
Ans: (a) $x > 0 \vee x < -4$. (b) $x > 3 \vee x < -7$. (c) $x < \frac{1}{3} \vee x > \frac{1}{2}$.

59 ([Tuy23], 18., p. 8). *Tìm các giá trị của x để các biểu thức sau có giá trị âm:* (a) $D = x^2 - \frac{2}{5}x$. (b) $E = \frac{x-2}{x-6}$.
Ans: (a) $0 < x < \frac{2}{5}$. (b) $2 < x < 6$.

60 ([Tuy23], 19., p. 8). *Tìm $x, y \in \mathbb{Q}$, $y \neq 0$ thỏa $x - y = xy = x : y$.*
Ans: $x = -\frac{1}{2}$, $y = -1$.

61 ([Tuy23], 20., p. 8). *Cho 100 số hữu tỷ trong đó tích của bất kỳ 3 số nào cũng là 1 số âm. Chứng minh:* (a) Tích của 100 số đó là 1 số dương. (b) Tất cả 100 số đó đều là số âm.

62 ([Bin22], Ví dụ 1, p. 3). *Tính $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \cdots$ (A có 300 số hạng).* Ans: -99 .

63 ([Bin22], Ví dụ 2, p. 4). *Cho phân số $\frac{a}{b} \neq 1$. (a) Tìm phân số x sao cho nhân x với $\frac{a}{b}$ cũng bằng cộng x với $\frac{a}{b}$. (b) Tìm giá trị của x trong câu (a) nếu $\frac{a}{b} = \frac{7}{5}$, nếu $\frac{a}{b} = \frac{8}{11}$.*
Ans: (a) $x = \frac{a}{a-b}$. (b) $x = -\frac{8}{3}$.

64 ([Bin22], Ví dụ 3, p. 4). Tìm $x \in \mathbb{Q}$, $x < 0$ để $\frac{4}{x-1} \in \mathbb{Z}$. Ans: $-1, -3, -\frac{1}{3}$.

65 ([Bin22], Ví dụ 4, p. 5). Tân đạp xe từ trường về nhà với thời gian dự kiến. Nhưng Tân đã dùng $\frac{2}{3}$ thời gian dự kiến để đi $\frac{3}{4}$ quãng đường với vận tốc v_1 , rồi đi quãng đường còn lại với vận tốc v_2 & đã về nhà đúng thời điểm dự kiến. Tính $\frac{v_1}{v_2}$. Ans: $\frac{3}{2}$.

66 ([Bin22], Mở rộng Ví dụ 4, p. 5). Tân đạp xe từ trường về nhà với thời gian dự kiến. Nhưng Tân đã dùng a thời gian dự kiến để đi b quãng đường với vận tốc v_1 , $a, b > 0$, $a + b < 1$, rồi đi quãng đường còn lại với vận tốc v_2 & đã về nhà đúng thời điểm dự kiến. Tính tỷ số $v_1 : v_2$ theo a, b .

67 ([Bin22], 1., p. 5). So sánh các số hữu tỷ: (a) $-\frac{18}{91}$ & $-\frac{23}{114}$. (b) $-\frac{22}{35}$ & $-\frac{103}{177}$. Ans: (a) $-\frac{18}{91} > -\frac{23}{114}$. (b) $-\frac{22}{35} < -\frac{103}{177}$.

68 ([Bin22], 2., p. 5). Tìm 2 phân số có tử bằng 9, biết giá trị của mỗi phân số đó lớn hơn $-\frac{11}{13}$ & nhỏ hơn $-\frac{11}{15}$.

69 ([Bin22], 3., p. 5). Cho các số hữu tỷ $\frac{a}{b}$ & $\frac{c}{d}$ với mẫu dương, trong đó $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$. Chứng minh: (a) $ab < bc$. (b) $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

Hint: (b) Xét 2 hiệu $\frac{a+c}{b+d} - \frac{a}{b}$, $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$.

70 ([Bin22], 4., p. 5). Tính: (a) $\frac{-2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{-1}{6} + \frac{-2}{5}$. (b) $\frac{-2}{3} + \frac{-1}{5} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} - \frac{-7}{10}$. (c) $\frac{1}{2} - \frac{-2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{5}{7} - \frac{-1}{6} + \frac{-4}{35} + \frac{1}{41}$. (d) $\frac{1}{100 \cdot 99} - \frac{1}{99 \cdot 98} - \frac{1}{98 \cdot 97} - \dots - \frac{1}{3 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 1}$. Ans: (a) $-\frac{3}{20}$. (b) $-\frac{1}{4}$. (c) $2\frac{1}{41}$. (d) $-\frac{9799}{9900}$.

71 ([Bin22], 5., pp. 5-6). Ký hiệu $\lfloor x \rfloor$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá x , được gọi là phần nguyên của x , e.g., $\lfloor 1.5 \rfloor = 1$, $\lfloor 5 \rfloor = 5$, $\lfloor -2.5 \rfloor = -3$. (a) Tính $\lfloor -\frac{1}{7} \rfloor$, $\lfloor 3.7 \rfloor$, $\lfloor -4 \rfloor$, $\lfloor -\frac{43}{10} \rfloor$. (b) Cho $x = 3.7$. So sánh: $A = \lfloor x \rfloor + \lfloor x + \frac{1}{5} \rfloor + \lfloor x + \frac{2}{5} \rfloor + \lfloor x + \frac{3}{5} \rfloor + \lfloor x + \frac{4}{5} \rfloor$ & $B = \lfloor 5x \rfloor$. (c) Tính $\lfloor \frac{100}{3} \rfloor + \lfloor \frac{100}{3^2} \rfloor + \lfloor \frac{100}{3^3} \rfloor + \lfloor \frac{100}{3^4} \rfloor$. (d) Tính $\lfloor \frac{50}{2} \rfloor + \lfloor \frac{50}{2^2} \rfloor + \lfloor \frac{50}{2^3} \rfloor + \lfloor \frac{50}{2^4} \rfloor + \lfloor \frac{50}{2^5} \rfloor$. (e) Cho $x \in \mathbb{Q}$. So sánh $\lfloor x \rfloor$ với x , so sánh $\lfloor x \rfloor$ với y trong đó $y \in \mathbb{Z}$, $y < x$. Ans: (a) $-1, 3, -4, -5$. (b) '='. (c) 48. (d) 47. (e) $y \leq \lfloor x \rfloor \leq x$.

72 ([Bin22], 6., p. 6). Cho các số hữu tỷ x bằng 1.4089, 0.1398, -0.4771, -1.2592. (a) Viết các số đó dưới dạng tổng của 1 số nguyên a & 1 số thập phân b không âm nhỏ hơn 1. (b) Tính tổng các số hữu tỷ trên bằng 2 cách: tính theo cách thông thường, tính tổng các số được viết dưới dạng ở (a). (c) So sánh a & $\lfloor x \rfloor$ trong trường hợp ở câu (a). Lưu ý: Trong cách viết này, a là phần nguyên của x , còn b là phần lẻ của x . Ký hiệu phần lẻ của x là $\{x\}$ thì $x = \lfloor x \rfloor + \{x\}$. Ans: (a) $1 + 0.1089, 0 + 0.1398, -1 + 0.5229, -2 + 0.7408$. (b) $-0.1876, -0.1876$. (c) '='.

73 ([Bin22], 7., p. 6). Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để phân số sau có giá trị là 1 số nguyên & tính giá trị đó: (a) $A = \frac{3n+9}{n-4}$. (b) $B = \frac{6n+5}{2n-1}$. Ans: (a) $n \in \{-17, -3, 1, 3, 5, 7, 11, 25\}$. (b) $n \in \{0, 1\}$.

74 ([Bin22], 8., p. 6). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$, biết: $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}$. Ans: $(x, y) \in \{(40, 0), (-40, 1), (8, -2), (-8, 3)\}$.

75 ([Bin22], 9., p. 6). Viết tất cả các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 20 theo thứ tự tùy ý. Lấy mỗi số trừ đi số thứ tự của nó ta được 1 hiệu. Tổng của tất cả các hiệu đó bằng bao nhiêu? Ans: -780.

76 ([Bin22], 10., p. 6). Tính: (a) $\frac{\left(\frac{3}{10} - \frac{4}{15} - \frac{7}{20}\right) \cdot \frac{5}{19}}{\left(\frac{1}{14} + \frac{1}{7} - \frac{-3}{35}\right) \cdot \frac{-4}{3}}$. (b) $\frac{(1+2+\dots+100)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right) \cdot (6 \cdot 3 \cdot 12 - 21 \cdot 3 \cdot 6)}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100}}$. (c) $\frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{3}{5} - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{9}{9} - \frac{7}{7} - \frac{11}{11} + \frac{5}{5} - \frac{25}{25} - \frac{125}{125} - \frac{625}{625}}$. Ans: (a) $\frac{5}{24}$. (b) 0. (c) 1.

77 ([Bin22], 11., p. 7). Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết: (a) $\frac{2}{3}x - 4 = -12$. (b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : x = -3$. (c) $|3x - 5| = 4$. (d) $\frac{x+1}{10} + \frac{x+1}{11} + \frac{x+1}{12} = \frac{x+1}{13} + \frac{x+1}{14}$. (e) $\frac{x+4}{2000} + \frac{x+3}{2001} = \frac{x+2}{2002} + \frac{x+1}{2003}$. Ans: (a) -12. (b) $-\frac{1}{15}$. (c) 3, $\frac{1}{3}$. (d) -1. (e) -2004.

78 ([Bin22], 12., p. 7). Cho phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tìm phân số x sao cho $\frac{a}{b} - x = \frac{a}{b} \cdot x$. Ans: $\frac{a}{a+b}$.

79 ([Bin22], 13., p. 7). Trung bình cộng của 2 số lớn hơn số thứ nhất 75% thì nhỏ hơn số thứ 2 bao nhiêu %? Ans: 30%.

80 ([Bin22], 14., p. 7). Chứng minh: (a) $\sum_{i=1}^{99} \frac{i}{(i+1)!} = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{99}{100!} < 1$. (b) $\sum_{i=1}^{99} \frac{i(i+1)-1}{(i+1)!} = \frac{1 \cdot 2 - 1}{2!} + \frac{2 \cdot 3 - 1}{3!} + \frac{3 \cdot 4 - 1}{4!} + \dots + \frac{99 \cdot 100 - 1}{100!} < 2$.

81 ([Bin22], 15., p. 7). (a) Người ta viết 7 số hữu tỷ trên 1 vòng tròn. Tìm các số đó, biết tích của 2 số bất kỳ cạnh nhau bằng 16. (b) Cũng hỏi như trên đối với n số.

Ans: (a) 7 số 4 hoặc 7 số -4 . (b) n lẻ: n số 4 hoặc n số -4 . n chẵn:

$$a_1 = a_3 = \dots = a_{n-1} = m \in \mathbb{Q}, m \neq 0 \text{ tùy ý}, a_2 = a_4 = \dots = a_n = \frac{16}{m}.$$

82 ([Bin22], 16., p. 7). Có tồn tại hay không 2 số dương a, b khác nhau sao cho $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a-b}$? Ans: \exists .

83 (Mở rộng [Bin22], 16., p. 7). Có tồn tại hay không 2 số a, b khác nhau sao cho $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a-b}$? Ans: \exists .

84 ([Bin22], 17., p. 7). (a) Chứng minh: $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50} = \frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \frac{1}{28} + \dots + \frac{1}{50}$. (b) Cho $B = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$. Chứng minh $\frac{7}{12} < B < \frac{5}{6}$.

85 ([Bin22], 18., p. 7). Tìm $a, b \in \mathbb{Q}$ sao cho: (a) $a - b = 2(a + b) = a : b$. (b) $a + b = ab = a : b$.
Ans: (a) $a = -2.25, b = 0.75$. (b) $a = \frac{1}{2}, b = -1$.

86 ([Bin22], 19., p. 7). Tìm $x \in \mathbb{Q}$, sao cho tổng của số đó với số nghịch đảo của nó là 1 số nguyên. Ans: ± 1 .

87 ([Bin22], 20., p. 8). Viết tất cả các số hữu tỷ dương thành dãy gồm các nhóm phân số có tổng của tử & mẫu lần lượt bằng 2, 3, 4, 5, ..., các phân số trong cùng 1 nhóm được đặt trong dấu ngoặc: $\left(\frac{1}{1}\right), \left(\frac{2}{1}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right), \dots$. Tìm phân số thứ 200 của dãy.
Ans: $\frac{11}{10}$.

4 Exponentiation on \mathbb{Q} – Phép Tính Lũy Thừa với Số Mũ Tự Nhiên của 1 Số Hữu Tỷ

88 ([Bin+23], H1, p. 20). Đ/S? (a) $x \cdot (-x) < 0$. (b) 1 nửa của 2^{98} là 2^{49} . (c) $4^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2 = 4^8$. (d) $(-1)^{2n-1} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

89 ([Bin+23], VD1, p. 20). Cho $a \in \{-2, -0.5, -\frac{1}{3}, 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$. Tính $a^{-3}, a^{-2}, a^{-1}, a^0, a^1, a^2, a^3$.

90 ([Bin+23], VD2, p. 21). Tính: (a) $\frac{2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^7}{2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^5}$. (b) $B = \frac{2^3 \cdot (-5)^3 \cdot (-7)^2}{(-14)^2 \cdot 10^2}$.

91 ([Bin+23], VD3, p. 21). Tìm x : (a) $(0.2 - x)^2 = 0$. (b) $(1 - 2x)^3 = -125$. (c) $(0.7)^3 x = (0.49)^2$. (d) $x : (-0.3)^3 = (0.3)^2$.

92 ([Bin+23], VD4, p. 21). So sánh: (a) 2^8 & 4^4 . (b) 3^{20} & 2^{30} , (c) 9^5 & 27^3 . (d) $(-77)^{77}$ & $(-88)^{66}$.

93 ([Bin+23], VD5, p. 21). Tìm $n \in \mathbb{N}$ thỏa $a^{3n} = a^9$ với a là 1 số hữu tỷ nào đó.

94 ([Bin+23], VD6, p. 22). Cho dãy số $-\frac{1}{a^2}, \frac{2}{a^3}, -\frac{6}{a^4}, \frac{24}{a^5}, \dots$. T(a) Tìm 3 số hạng tiếp theo. (b) Tìm công thức tổng quát của mỗi số hạng của dãy số.

95 ([Bin+23], VD7, p. 22). Cho số $A = -9 - 99 - 999 - \dots - \underbrace{9 \dots 9}_{2021}$. Hỏi sau khi thực hiện phép tính thì chữ số 1 xuất hiện bao nhiêu lần?

96 ([Bin+23], 3.1., p. 22). Cho dãy số $a_1 = 2^0, a_2 = 2^1, a_{n+2} = a_{n+1}a_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$, i.e., mỗi hạng của dãy số là tích của 2 số hạng liền trước nó. (a) Tìm 8 chữ số tiếp theo. (b) Tìm công thức tổng quát của số hạng của dãy.

97 ([Bin+23], 3.2., p. 22). Tìm số khác biệt: $2^{12}, 8^4, 4^6, 16^3, 6^5, 64^2$.

98 ([Bin+23], 3.3., p. 22). Tính: $\left(\frac{1}{2}\right)^3, \left(-\frac{5}{3}\right)^2, \left(-\frac{3}{5}\right)^3, \left(\frac{2}{5}\right)^4, \left(-\frac{6}{11}\right)^3$.

99 ([Bin+23], 3.4., p. 22). Viết thành lũy thừa của 10: $\frac{10^5}{10^4}, \frac{10^4}{10^5}, \frac{10^{-1}}{10^2}, \frac{10^2}{10^{-1}}, \frac{10^3}{10^{-3}}, \frac{10^{-3}}{10^3}, \frac{10^{-2}}{10^{-4}}, \frac{10^{-4}}{10^{-2}}$.

100 ([Bin+23], 3.5., p. 22). Không sử dụng máy tính, tính: (a) 2^{12} biết $2^{10} = 1024$. (b) $(-5)^5$ biết $5^4 = 625$. (c) $\frac{1}{3^6}$ biết $3^{-4} = \frac{1}{81}$.

101 ([Bin+23], 3.6., p. 23). Âm hay dương? $A = \frac{-13}{(-3)^4 \cdot (-2)^7}, B = \frac{-(1.24)^2}{(-22.6)^2 \cdot (-1)^{19}}, C = \frac{(-1)^3 \cdot (-2)^4 \cdot (-3)^5}{(-4)^6 \cdot (-5)^7}, D = \frac{1}{(-1)^2 \cdot (-1)^3 \dots (-1)^n \cdot (1024 - 2^{10})^2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

- 102** ([Bin+23], 3.7., p. 23). Rút gọn biểu thức: $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$, $B = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4}$, $C = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot (-1)^5}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3}$.
- 103** ([Bin+23], 3.8., p. 23). Tìm x thỏa: (a) $\left(\frac{1}{3} - x\right)^2 = 0$. (b) $(1 - 3x)^3 = -8$. (c) $x^5 : (-9) = 27$. (d) $4x^8 = 1024$. (e) $x \cdot 0.9^3 = 0.81^2$. (f) $0.03^3 : x = -0.03^2$.
- 104** ([Bin+23], 3.9., p. 23). So sánh: (a) 243^3 & 125^5 . (b) $(-2)^1$ & $(-1)^2$. (c) $(-3)^2$ & $(-2)^3$. (d) $((-0.1)^2)^3$ & $((-0.1)^3)^2$.
- 105** ([Bin+23], 3.10., p. 23). Rút gọn & đưa về thành 1 lũy thừa của 10: (a) 0.001^3 . (b) $\left(\frac{1}{0.0001}\right)^2$. (c) $\left(\frac{1}{0.1}\right)^4 : 100^2$.
- 106** ([Bin+23], 3.11., p. 23). Tìm số khác loại: $\frac{1}{10^n}, 10^{-n}, \left(\frac{1}{10^{-1}}\right)^n, \frac{1^n}{10^n}, (10^n)^{-1}, (10^{-1})^n$.
- 107** ([Bin+23], 3.12., p. 23). Tìm $x \in \mathbb{N}^*$ thỏa $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \dots 2^x = 1024$.
- 108** ([Bin+23], 3.13., p. 23). Tìm $x \in \mathbb{Q}$ thỏa: (a) $x : 0.03^3 = 0.03^2$. (b) $0.000027^5 : x = (-0.03)^{12}$.
- 109** ([Bin+23], 3.14., p. 23). Sắp xếp theo thứ tự tăng dần: $2^{-22}, -222, -22^2, 22^2, -2^{-22}$.
- 110** ([Bin+23], p. 23, Speed of light – Vận tốc ánh sáng). Tính & xấp xỉ quãng đường ánh sáng đi trong 1 giờ, 1 ngày, 1 năm, & 1000 năm, biết vận tốc ánh sáng bằng $299792458 \text{ m/s} \approx 300000 \text{ km/s}$.
- 111** ([Bin+23], p. 24, Thể tích tế bào hồng cầu). 1 tế bào máu (hồng cầu, hay hồng huyết cầu) có chức năng hô hấp chuyên chở Oxygen từ phổi đến các mô. Dưới kính hiển vi điện tử, hồng cầu được thấy như là 1 hình đĩa lõm 2 mặt. Nếu coi 1 hồng cầu như 1 hình trụ dẹt thì đáy sẽ là 1 hình tròn có bán kính 0.000007 m & chiều cao vào khoảng 0.000003 m . Xấp xỉ thể tích của 1 hồng cầu máu.
- 112** ([Bin+23], 1, p. 24). (a) Chứng minh $69^2 + 72^2 = 96^2 + 27^2$. (b) Tìm tất cả cặp số $\overline{ab}, \overline{cd}$ thỏa $\overline{ab}^2 + \overline{cd}^2 = \overline{ba}^2 + \overline{dc}^2$.
- 113** ([Bin+23], 2, p. 24). Với 8 chiếc đĩa bằng nhau nếu không bẻ gãy ta xếp được nhiều nhất bao nhiêu hình vuông?
- 114** ([Bin+23], 3, p. 24). Có thể đổi vị trí chỉ 1 chữ số để phép tính $62 - 63 = 1$ thành đúng được không?
- 115** ([Tuy23], Ví dụ 6, p. 9). Chứng minh: Không tồn tại 3 số hữu tỷ x, y, z sao cho $xy = \frac{13}{15}$, $yz = \frac{11}{3}$, $zx = -\frac{3}{13}$.
- 116** ([Tuy23], Ví dụ 7, p. 9). Tìm x biết $(3^x)^2 : 3^3 = \frac{1}{243}$. Ans: -1 .
- 117** ([Tuy23], Ví dụ 8, p. 9). Tìm x biết: $(3x^2 - 51)^{2n} = (-24)^{2n}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Ans: $\pm 3, \pm 5$.
- 118** ([Tuy23], 21., p. 10). Viết dưới dạng 1 lũy thừa với số mũ tự nhiên lớn hơn 1: (a) 64, 81, -216 . (b) $-\frac{1}{27}, \frac{8}{729}, \frac{16}{625}$.
- 119** ([Tuy23], 22., p. 10). Dùng lũy thừa với số mũ nguyên âm để viết gọn: (a) Đường kính của nguyên tử cỡ $0.000\ 000\ 001 \text{ m}$. (b) Đường kính của hạt nhân nguyên tử cỡ $0.000\ 000\ 000\ 000\ 001 \text{ m}$. (c) Khối lượng hạt nhân nguyên tử cỡ $0.\underbrace{000\dots 001}_{23} \text{ g}$.
- 120** ([Tuy23], 23., p. 10). Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của 1 số nguyên: (a) $12^3 : (3^{-4} \cdot 64)$. (b) $\left(\frac{3}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^6$: $\left(\frac{343}{625}\right)^{-2}$. (c) $5^4 \cdot 125 \cdot (2.5)^{-5} \cdot 0.04$. Ans: (a) 3^7 . (b) 5^{-2} . (c) 2^5 .
- 121** ([Tuy23], 24., p. 10). Cho $A = (ax + by)^2$, $B = (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$. So sánh giá trị của 2 biểu thức A & B biết: $a = 2$, $b = -1$, $x = \frac{8}{11}$, $y = \frac{-5}{11}$. Ans: $A = \frac{441}{121} < \frac{445}{121} = B$.
- 122** ([Tuy23], 25., p. 10). So sánh $\left(\frac{1}{8}\right)^6$ với $\left(\frac{1}{32}\right)^4$. Ans: $\left(\frac{1}{8}\right)^6 > \left(\frac{1}{32}\right)^4$.
- 123** ([Tuy23], 26., p. 10). So sánh 4^{30} với $1000 \cdot 32^{10}$. Ans: $4^{30} > 1000 \cdot 32^{10}$.
- 124** ([Tuy23], 27., p. 10). Tìm x biết: (a) $5^x \cdot (5^3)^2 = 625$. (b) $\left(\frac{12}{25}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(-\frac{3}{5}\right)^4$. (c) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{3x-1} = \frac{256}{81}$. Ans: (a) -2 . (b) 2 . (c) -1 .

125 ([Tuy23], 28., p. 10). Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết: (a) $8 < 2^x \leq 2^9 : 2^5$. (b) $27 < 81^3 : 3^x < 243$. (c) $\left(\frac{2}{5}\right)^x > \left(\frac{5}{2}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2$.
Ans: (a) 4. (b) 8. (c) $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

126 ([Tuy23], 29., p. 10). Tìm x biết: (a) $(5x+1)^2 = \frac{36}{49}$. (b) $\left(x - \frac{2}{9}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^6$. (c) $(8x-1)^{2n+1} = 5^{2n+1}$, với $n \in \mathbb{N}$ nào đó.
Ans: (a) $-\frac{1}{35}$, $-\frac{13}{35}$. (b) $\frac{2}{3}$. (c) $\frac{3}{4}$.

127 ([Tuy23], 30., p. 10). Tìm x, y biết: (a) $x^2 + \left(y - \frac{1}{10}\right)^4 = 0$. (b) $\left(\frac{1}{2}x - 5\right)^{20} + \left(y^2 - \frac{1}{4}\right)^{10} \leq 0$.
Ans: (a) $x = 0, y = \frac{1}{10}$. (b) $x = 10, y = \pm \frac{1}{2}$.

128 ([Tuy23], 31., p. 10). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: $(x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+11} = 0$.
Ans: 6, 7, 8.

129 ([Tuy23], 32., p. 10). Tìm x, y biết: $x(x-y) = \frac{3}{10}$, $y(x-y) = -\frac{3}{50}$.
Ans: $(x, y) \in \left\{ \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{10}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{10}\right) \right\}$.

130 ([Tuy23], 33., p. 11). Tìm: (a) Giá trị nhỏ nhất GTNN của biểu thức $A = \left(2x + \frac{1}{3}\right)^2 - 1$. (b) Giá trị lớn nhất GTLN của biểu thức $B = -\left(\frac{4}{9}x - \frac{2}{15}\right)^6 + 3$.
Ans: (a) $\min A = -1, x = -\frac{1}{6}$. (b) $\max B = 3, x = \frac{3}{10}$.

131 ([Bin22], Ví dụ 5, p. 8). (a) Chứng minh: $2^{10} \approx 10^3$ & $9^{10} \approx 80^5$. (b) Dùng nhận xét ở (a) để chứng minh $9^{10} \approx 3.2 \cdot 10^9$.

132 ([Bin22], Ví dụ 6, p. 8). Tính: $A = \sum_{i=1}^{10} \frac{i}{2^i} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{10}{2^{10}}$.
Ans: $\frac{509}{256}$.

133 ([Bin22], Ví dụ 7, p. 9). (a) Có thể khẳng định x^2 luôn luôn lớn hơn x hay không? (b) Khi nào thì $x^2 < x$?
Ans: (a) Không. (b) $0 < x < 1$.

134 ([Bin22], Ví dụ 8, p. 9). Tìm $a, b, c \in \mathbb{Q}$, biết: $ab = 2, bc = 3, ca = 54$.
Ans: $(a, b, c) \in \left\{ \left(6, \frac{1}{3}, 9\right), \left(-6, -\frac{1}{3}, -9\right) \right\}$.

135 ([Bin22], Ví dụ 9, p. 9). Rút gọn: $A = \sum_{i=0}^{50} 5^i = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{49} + 5^{50}$.
Ans: $\frac{5^{51} - 1}{4}$.

136 ([Bin22], Ví dụ 10, p. 9). Cho $B = \sum_{i=1}^{99} \left(\frac{1}{2}\right)^i = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{98} + \left(\frac{1}{2}\right)^{99}$. Chứng minh $B < 1$.

137 ([Bin22], 21., p. 10). Chứng minh: (a) $7^6 + 7^5 - 7^4 : 55$. (b) $16^5 + 2^{15} : 33$. (c) $81^7 - 27^9 - 9^{13} : 405$.
Ans: (a) $7^4 \cdot 55$. (b) $2^{15} \cdot 33$. (c) $3^{26} \cdot 5$.

138 ([Bin22], 22., p. 10). Điền vào chỗ chấm (...) các từ “bằng nhau” hoặc “đổi nhau” cho đúng: (a) Nếu 2 số đổi nhau thì bình phương của chúng (b) Nếu 2 số đổi nhau thì lập phương của chúng (c) Lũy thừa chẵn cùng bậc của 2 số đổi nhau thì (d) Lũy thừa lẻ cùng bậc của 2 số đổi nhau thì

139 ([Bin22], 23., p. 10 & mở rộng). Các đẳng thức sau có đúng với mọi $a, b \in \mathbb{Q}$ hay không? (a) $-a^3 = (-a)^3$. (b) $-a^5 = (-a)^5$. (c) $-a^2 = (-a)^2$. (d) $-a^4 = (-a)^4$. (e) $-a^{2n+1} = (-a)^{2n+1}, \forall n \in \mathbb{N}$. (f) $a^{2n} = (-a)^{2n}, \forall n \in \mathbb{N}$. (g) $(a-b)^2 = (b-a)^2$. (h) $(a-b)^3 = -(b-a)^3$. (i) $(a-b)^{2n} = (b-a)^{2n}, \forall n \in \mathbb{N}$. (j) $(a-b)^{2n+1} = -(b-a)^{2n+1}, \forall n \in \mathbb{N}$.

140 ([Bin22], 24., p. 10). Tính: (a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{15} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$. (b) $\left(\frac{1}{9}\right)^{25} : \left(\frac{1}{3}\right)^{30}$. (c) $\left(\frac{1}{16}\right)^3 : \left(\frac{1}{8}\right)^2$. (d) $(x^3)^2 : (x^2)^3$ với $x \neq 0$.
Ans: (a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{55}$. (b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{30}$. (c) $\left(\frac{1}{2}\right)^6$. (d) 1.

141 ([Bin22], 25., p. 10). Viết số 64 dưới dạng a^n với $a \in \mathbb{Z}$. Có bao nhiêu cách viết?

142 ([Bin22], 26., p. 10). Rút gọn biểu thức: $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$.
Ans: $-\frac{1}{3}$.

143 ([Bin22], 27., p. 10). (a) Chứng minh: $2^{10} \approx 10^3$ & $3^{16} \approx 80^4$. (b) Dùng nhận xét ở (a) để chứng minh $3^{16} \approx 40000000$.

144 ([Bin22], 28., p. 10). Cho $S_n = \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^{i-1} i = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n-1} n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính $S_{35} + S_{60}$.
Ans: -12.

145 ([Bin22], 29., p. 10). Cho $A = 1 - 5 + 9 - 13 + 17 - 21 + 25 - \dots$ (n số hạng, giá trị tuyệt đối của số sau lớn hơn giá trị tuyệt đối của số hạng trước 4 đơn vị, các dấu + & - xen kẽ). (a) Tính A theo n . (b) Viết số hạng thứ n của biểu thức A theo n (chú ý dùng lũy thừa để biểu thị dấu của số hạng đó).

Ans: (a) $A = -2n$ với n chẵn, $A = 2n - 1$ với n lẻ. (b) $(-1)^{n-1}(4n - 3) = (-1)^{n+1}(4n - 3)$.

- 146** ([Bin22], 30., p. 11). Với giá trị nào của các chữ thì các biểu thức sau có giá trị là số 0, số dương, số âm? (a) $P = \frac{a^2b}{c}$. (b) $Q = \frac{x^3}{yz}$. Ans: (a) $P = 0 \Leftrightarrow a = 0, c \neq 0$ hoặc $b = 0, c \neq 0$. $P > 0 \Leftrightarrow a \neq 0, b \text{ \& } c$ cùng dấu. $P < 0 \Leftrightarrow a \neq 0, b \text{ \& } c$ trái dấu. (b) $Q = 0 \Leftrightarrow x = 0, y \neq 0, z \neq 0$. $Q > 0 \Leftrightarrow$ trong x, y, z hoặc cả 3 số cùng dương hoặc có 2 số âm & 1 số dương. $Q < 0 \Leftrightarrow$ trong x, y, z hoặc cả 3 số cùng âm hoặc có 1 số âm & 2 số dương.
- 147** ([Bin22], 31., p. 11). Cho 2 số hữu tỷ a & b trái dấu trong đó $|a| = b^5$. Xác định dấu của mỗi số. Ans: $a < 0, b > 0$.
- 148** ([Bin22], 32., p. 11). Viết các số sau dưới dạng lũy thừa của 2: 16, 64, 1, $\frac{1}{32}, \frac{1}{8}, 0.5, 0.25$.
- 149** ([Bin22], 33., p. 11). (a) Viết các số sau thành lũy thừa với số mũ âm: $\frac{1}{1000000}, 0.00000002$. (b) Viết các số sau dưới dạng số thập phân: $10^{-7}, 2.5 \cdot 10^{-6}$.
- 150** ([Bin22], 34., p. 11). Tính xem A gấp mấy lần B : (a) $A = 3.4 \cdot 10^{-8}, B = 34 \cdot 10^{-9}$. (b) $A = 10^{-4} + 10^{-3} + 10^{-2}, B = 10^{-9}$. Ans: (a) $A = B$. (b) $A = 0.0111 = 11100000B$.
- 151** ([Bin22], 35., p. 11). So sánh: (a) $\left(-\frac{1}{16}\right)^{100}$ & $\left(-\frac{1}{2}\right)^{500}$. (b) $(-32)^9$ & $(-18)^{13}$. (c) $a = 2^{100}, b = 3^{75}, c = 5^{50}$. Ans: (a) $\left(-\frac{1}{16}\right)^{100} > \left(-\frac{1}{2}\right)^{500}$. (b) $(-32)^9 > (-18)^{13}$. (c) $a = 16^{25} < c = 25^{25} < b = 27^{25}$.
- 152** ([Bin22], 36., p. 11). Trong các câu sau, câu nào đúng với mọi $a \in \mathbb{Q}$? (a) Nếu $a < 0$ thì $a^2 > 0$. (b) Nếu $a^2 > 0$ thì $a > 0$. (c) Nếu $a < 0$ thì $a^2 > a$. (d) Nếu $a^2 > a$ thì $a > 0$. (e) Nếu $a^2 > a$ thì $a < 0$. Ans: (a) Đ. (b) S. (c) Đ. (d) S. (e) S.
- 153** ([Bin22], 37., p. 11). (a) Cho $a^m = a^n$ ($a \in \mathbb{Q}, m, n \in \mathbb{N}$). Tìm m, n . (b) Cho $a^m > a^n$ ($a \in \mathbb{Q}, a > 0, m, n \in \mathbb{N}$). So sánh m & n . Ans: (a) Nếu $a = 0: \forall m, n \in \mathbb{N}^*$. Nếu $a = 1: \forall m, n \in \mathbb{N}$. Nếu $a = -1$, thì m & n là các số chẵn tùy ý hoặc các số lẻ tùy ý. Nếu $a \neq 0, a \neq \pm 1$ thì $m = n$. (b) Nếu $a > 1$ thì $m > n$. Nếu $0 < a < 1$ thì $m < n$.
- 154** ([Bin22], 38., p. 11). Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết: (a) $(2x - 1)^4 = 81$. (b) $(x - 1)^5 = -32$. (c) $(2x - 1)^6 = (2x - 1)^8$. Ans: (a) $-1, 2$. (b) -1 . (c) $0, \frac{1}{2}, 1$.
- 155** ([Bin22], 39., p. 11). Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết: (a) $5^x + 5^{x+2} = 650$. (b) $3^{x-1} + 5 \cdot 3^{x-1} = 162$. Ans: (a) 2. (b) 4.
- 156** ([Bin22], 40., p. 11). Tìm $x, y \in \mathbb{N}$, biết: (a) $2^{x+1} \cdot 3^y = 12^x$. (b) $10^x : 5^y = 20^y$. (c) $2^x = 4^{y-1}$ & $27^y = 3^{x+8}$. Ans: (a) $x = y = 1$. (b) $x = 2y$. (c) $x = 10, y = 6$.
- 157** ([Bin22], 41., p. 11). Tìm $a, b, c \in \mathbb{Q}$, biết: (a) $ab = \frac{3}{5}, bc = \frac{4}{5}, ca = \frac{3}{4}$. (b) $a(a + b + c) = -12, b(a + b + c) = 18, c(a + b + c) = 30$. (c) $ab = c, bc = 4a, ac = 9b$. Ans: (a) $(a, b, c) \in \left\{ \left(\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, 1 \right), \left(-\frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, -1 \right) \right\}$. (b) $(a, b, c) \in \{(-2, 3, 5), (2, -3, -5)\}$. (c) $(a, b, c) \in \{(0, 0, 0), (3, 2, 6), (-3, -2, 6), (3, -2, -6), (-3, 2, -6)\}$.
- 158** ([Bin22], 42., p. 12). Cho $a, b, c, d, e \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $a^b = b^c = c^d = d^e = e^a$. Chứng minh $a = b = c = d = e$.
- 159** ([Bin22], 43., p. 12). Cho $A = \prod_{i=2}^{100} \left(\frac{1}{i^2} - 1 \right) = \left(\frac{1}{2^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{4^2} - 1 \right) \cdots \left(\frac{1}{100^2} - 1 \right)$. So sánh A với $-\frac{1}{2}$.
- 160** ([Bin22], 44., p. 12). Rút gọn $A = \sum_{i=1}^{100} (-1)^i 2^i = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} - 2^{97} + \cdots + 2^2 - 2$. Ans: $\frac{2^{101} - 2}{3}$.
- 161** ([Bin22], 45., p. 12). Rút gọn $B = \sum_{i=0}^{100} (-1)^i 3^i = 3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \cdots + 3^2 - 3 + 1$. Ans: $\frac{1 + 3^{101}}{4}$.
- 162** ([Bin22], 46., p. 12). Cho $C = \sum_{i=1}^{99} \frac{1}{3^i} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^{99}}$. Chứng minh $C < \frac{1}{2}$.
- 163** ([Bin22], 47., p. 12). Chứng minh $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \cdots + \frac{19}{9^2 \cdot 10^2} < 1$.
- 164** ([Bin22], 48., p. 12). Chứng minh $\sum_{i=1}^{100} \frac{i}{3^i} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \cdots + \frac{100}{3^{100}} < \frac{3}{4}$.
- 165** ([Bin22], 49., p. 12). Ta không có $2^m + 2^n = 2^{m+n}, \forall m, n \in \mathbb{N}^*$. Nhưng có những số nguyên dương m, n có tính chất trên. Tìm các số đó. Ans: $m = n = 1$.
- 166** ([Bin22], 50., p. 12). Tìm $m, n \in \mathbb{N}^*$ sao cho $2^m - 2^n = 256$. Ans: $m = 9, n = 8$.
- 167** ([Bin22], 51., p. 12). Cho 1 bảng vuông 3×3 ô. Trong mỗi ô của bảng viết số 1 hoặc số -1 . Gọi d_i là tích các số trên dòng i ($i = 1, 2, 3$), c_k là tích các số trên cột k ($k = 1, 2, 3$). (a) Chứng minh không thể xảy ra $d_1 + d_2 + d_3 + c_1 + c_2 + c_3 = 0$. (b) Xét bài toán trên đối với bảng vuông $n \times n$.
- 168** ([Bin22], 52., p. 12). Cho n số x_1, \dots, x_n , mỗi số bằng 1 hoặc -1 . Biết tổng của n tích $x_1x_2, x_2x_3, x_3x_4, \dots, x_nx_1$ bằng 0. Chứng minh $n : 4$.

4.1 Order of Operations. Change Side Rule – Thứ Tự Thực Hiện Các Phép Tính. Quy Tắc Chuyển Vế

169 ([Tuy23], Ví dụ 9, p. 11). *Tính:* $A = \frac{2}{5} - \left(\frac{7}{10}\right)^2 : \frac{28}{25} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (-3)$. Ans: $-\frac{33}{80}$.

170 ([Tuy23], Ví dụ 10, p. 11). *Tính:* $B = \frac{3 + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}}{5 - \frac{1}{6} + \frac{7}{10}} - \frac{3}{2}$. Ans: -1 .

171 ([Tuy23], Ví dụ 11, p. 12). *Tìm x biết:* $\frac{3}{7} \left(x - \frac{14}{9}\right) = -\frac{11}{7} \left(x + \frac{14}{11}\right)$. Ans: $-\frac{2}{3}$.

172 ([Tuy23], 34., p. 12). *Tính:* $2\frac{1}{8} : 1\frac{11}{40} - \left(2^4 - 7\frac{13}{18}\right) : 11\frac{1}{27}$. Ans: $\frac{11}{12}$.

173 ([Tuy23], 35., p. 12). *Tính:* $1\frac{13}{15} \cdot \frac{3}{4} - \left[\frac{2^3}{4^2 - 1} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] \cdot \frac{24}{47}$. Ans: 1 .

174 ([Tuy23], 36., p. 12). *Tính giá trị của biểu thức:* $A = \frac{2 - \frac{1}{3} + 2^{-2}}{2 + \frac{1}{6} - 2^{-2}} - 2^0$. Ans: 0 .

175 ([Tuy23], 37., p. 12). *Tìm x biết:* $2\frac{1}{4} \cdot \left(x - 7\frac{1}{3}\right) = 1.5$. Ans: 8 .

176 ([Tuy23], 38., p. 12). *Tìm x biết:* $\left(12\frac{7}{18} - 10\frac{13}{18}\right) : x - 1\frac{7}{33} : \frac{8}{11} = 1\frac{2}{3}$. Ans: $\frac{1}{2}$.

177 ([Tuy23], 39., p. 12). *Cho biểu thức* $A = \frac{12}{17} : \frac{5}{51} - \frac{8}{35} \cdot 7$. (a) *Tính giá trị của biểu thức A.* (b) *Đặt thêm dấu ngoặc để biểu thức A có giá trị là 48.8.* Ans: (a) $\frac{28}{5}$. (b) 48.8.

178 ([Tuy23], 40., p. 12). *Ông Phú gửi tiết kiệm 100 triệu đồng tại 1 ngân hàng với kỳ hạn 1 năm, lãi suất 5%/năm. Hết thời hạn 1 năm, tiền lãi gộp vào số tiền gửi ban đầu & lại gửi theo thể thức cũ. Cứ như thế sau 3 năm thì số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu?* Ans: 115.7625 triệu.

5 Miscellaneous

179 ($\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$). *Viết tập hợp theo nhiều cách nhất có thể:* (a) Tập hợp các số tự nhiên. (b) Tập hợp các số tự nhiên khác 0. (c) Tập hợp các số nguyên/nguyên dương/nguyên âm/nguyên không âm/nguyên không dương. (d) Tập hợp các phân số/phân số dương/phân số âm/phân số không âm/phân số không dương. (e) Tập hợp các số thập phân/số thập phân dương/số thập phân âm/số thập phân không âm/số thập phân không dương. (f) Tập hợp các phân số thập phân/phân số thập phân dương/phân số thập phân âm/phân số thập phân không âm/phân số thập phân không dương. (g) Tập hợp các số hữu tỷ/số hữu tỷ dương/số hữu tỷ âm/số hữu tỷ không âm/số hữu tỷ không dương. (h) Tập hợp các số thập phân hữu hạn/số thập phân hữu hạn dương/số thập phân hữu hạn âm/số thập phân hữu hạn không âm/số thập phân hữu hạn không dương. (i) Tập hợp các số thập phân vô hạn tuần hoàn/số thập phân vô hạn tuần hoàn dương/số thập phân vô hạn tuần hoàn âm/số thập phân vô hạn tuần hoàn không âm/số thập phân vô hạn tuần hoàn không dương. (j) Tập hợp các số thập phân vô hạn không tuần hoàn/số thập phân vô hạn không tuần hoàn âm/số thập phân vô hạn không tuần hoàn không âm/số thập phân vô hạn không tuần hoàn không dương. (k) Tập hợp các số thực/số thực dương/số thực âm/số thực không âm/số thực không dương. (l) Tập hợp các số vô tỷ/số vô tỷ dương/số vô tỷ âm/số vô tỷ không dương/số vô tỷ không âm. (m) Tập hợp các số phức/số thuần thực/số thuần ảo.

Tài liệu

- [Bin+23] Vũ Hữu Bình, Nguyễn Xuân Bình, Đàm Hiếu Chiến, Phan Thanh Hồng, and Nguyễn Thị Thanh Xuân. *Bồi Dưỡng Toán 7 Tập 1*. Tái bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 140.
- [Bin22] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 7 Tập 1*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2022, p. 152.
- [Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 7*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 168.