

Problem: Real \mathbb{R} – Bài Tập: Số Thực \mathbb{R}

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 28 tháng 11 năm 2023

Mục lục

1 Finite Decimal. Periodically Infinite Decimal – Số Thập Phân Hữu Hạn. Số Thập Phân Vô Hạn Tuần Hoàn	1
2 Irrational. Real – Số Vô Tỷ. Số Thực	2
3 Absolute Value of Real $ x $ & Expression $ A $ – Giá Trị Tuyệt Đối của Số Thực $ x $ & Biểu Thức $ A $	4
4 Làm Tròn Số & Ước Lượng Kết Quả	5
5 Tỷ Lệ Thức	6
6 Chứng Minh Tỷ Lệ Thức	8
7 Tính Chất Dây Tỷ Số Bằng Nhau	9
8 Đại Lượng Tỷ Lệ Thuận	9
9 Đại Lượng Tỷ Lệ Nghịch	11
10 Chia Tỷ Lệ	14
11 Miscellaneous	15
Tài liệu	15

1 Finite Decimal. Periodically Infinite Decimal – Số Thập Phân Hữu Hạn. Số Thập Phân Vô Hạn Tuần Hoàn

- 1 ([Bin23], VD11, p. 13). *Viết phân số dưới dạng số thập phân: (a) $\frac{7}{25}, \frac{3}{40}$. (b) $\frac{7}{33}, \frac{1}{7}, \frac{7}{22}$.*
- 2 ([Bin23], VD12, p. 14). *Tìm số thập phân vô hạn tuần hoàn $a = \overline{0.(xy)}$ với $x \neq y$ sao cho khi viết a dưới dạng phân số tối giản thì tổng của tử & mẫu có giá trị: (a) Lớn nhất. (b) Nhỏ nhất.*
- 3 ([Bin23], VD13, p. 16). *$\forall n \in \mathbb{N}^*$, khi viết các phân số sau dưới dạng số thập phân, ta được số thập phân hữu hạn hay vô hạn? Nếu là số thập phân vô hạn thì số đó là số thập phân vô hạn tuần hoàn đơn hay tạp?*
- 4 ([Bin23], 53., p. 16). *Viết phân số dưới dạng số thập phân: $\frac{35}{56}, \frac{10}{15}, \frac{5}{11}, \frac{2}{13}, \frac{15}{82}, \frac{13}{22}, \frac{1}{60}, \frac{5}{24}$.*
- 5 ([Bin23], 54., p. 16). *Viết số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số: $0.(27), 0.(703), 0.(571428), 2.01(6), 0.1(63), 2.41(3), 0.88(63)$.*
- 6 ([Bin23], 55., p. 16). *Tìm các phân số tối giản có mẫu khác 1 biết tích của tử & mẫu bằng 1260 & phân số này có thể viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.*
- 7 ([Bin23], 56., p. 16). *Cho số $x = 0.12345 \dots 998999$ trong đó ở phần thập phân ta viết các số từ 1 đến 999 liên tiếp nhau. Tìm chữ số thứ 2003 của phần thập phân.*
- 8 ([Bin23], 57., p. 17). *Thay các chữ cái bởi các chữ số thích hợp: (a) $1 : \overline{0.abc} = a + b + c$. (b) $1 : \overline{0.0abc} = a + b + c + d$. (c) $0.x(y) - 0.y(x) = 8 \cdot 0.0(1)$ biết $x + y = 9$.*

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

[Bin23], 58., p. 17.

9 ([Bin23], 59., p. 17). Khi viết các phân số sau dưới dạng số thập phân, ta được số thập phân hữu hạn, hay vô hạn tuần hoàn đơn, hay vô hạn tuần hoàn tạp: (a) $\frac{35n+3}{70}$, $n \in \mathbb{N}$. (b) $\frac{10987654321}{(n+1)(n+2)(n+3)}$, $n \in \mathbb{N}$.

10 ([Bin23], 60., p. 17). Cho $a = \frac{1}{1.00\dots 1}$, số chia có 99 chữ số 0 sau dấu phẩy. Tính a với 300 chữ số thập phân.

11 ([Bin23], 61., p. 17). Cho a là số lẻ không tận cùng bằng 5. Chứng minh tồn tại 1 bội của a gồm toàn chữ số 9.

2 Irrational. Real – Số Vô Tỷ. Số Thực

12 ([Bin23], H1, p. 26). Hoàn thành: (a) $-\frac{1}{30}$ là số thập phân ... (b) $0.222\dots$ là số thập phân vô hạn ... (c) $\frac{72}{75} = \dots$ (d) $\sqrt{2}$ là số ... (e) $\frac{4}{9} = \dots$ (f) $0.(142857) = \dots$

13 ([Bin23], H2, p. 26). Đ/S? (a) $\sqrt{a} > 0$ với $a \geq 0$. (b) $-\sqrt{a} \leq 0$ với $a \geq 0$. (c) Các điểm biểu diễn số hữu tỷ không lấp đầy trục số. (d) Các điểm biểu diễn số vô tỷ lấp đầy trục số. (e) Nếu a là số thực thì a là số vô tỷ.

14 ([Bin23], VD1, p. 27). Viết 4 phân số $-\frac{9}{40}$, $\frac{5}{11}$, $-\frac{28}{175}$, $\frac{11}{24}$ dưới dạng 1 số thập phân hữu hạn hoặc 1 số thập phân vô hạn tuần hoàn & giải thích vì sao viết được như vậy.

15 ([Bin23], VD2, p. 27). Tính diện tích của các hình chữ nhật có số đo 2 cạnh lần lượt là a, b cm, biết a là tử & b là mẫu của phân số tối giản viết từ 3 số thập phân $0.26, 0.454545\dots, 0.13777\dots$

16 ([Bin23], VD3, p. 27). Làm tròn mỗi số $12.064, 9.272727\dots, 3.14159$ đến hàng đơn vị & đến chữ số thập phân thứ 1, 2, 3.

17 ([Bin23], VD4, p. 28). Tại SEA Games 27, vận động viên Nguyễn Thị Ánh Viên đã về Nhất nội dung 200 m bơi ngửa với thời gian 2 phút 14 giây 80, giành Huy chương Vàng & trở thành vận động viên đầu tiên phá kỷ lục của SEA Games 27. Về thứ Nhì là Yosaputra Venesia (Indonesia) với thời gian 2 phút 20 giây 35 & về thứ 3 là Lim Shen Meagan (Singapore) với thời gian 2 phút 21 giây 19. Hỏi thời gian gần đúng đến hàng đơn vị giây của mỗi vận động viên là bao nhiêu?

18 ([Bin23], VD5, p. 28). Cho 6 phân số $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$. (a) Các phân số trên đều đổi được ra số thập phân vô hạn tuần hoàn. Tìm chu kỳ & nhận xét các chữ số trong chu kỳ của các số thập phân vô hạn tuần hoàn trên. (b) Làm tròn các số thập phân trên đến chữ số thập phân thứ 2, thứ 4, & thứ 6. (c) Tìm chữ số thứ 100 sau dấu phẩy của số thập phân viết từ phân số $\frac{5}{7}$.

19 ([Bin23], VD6, p. 29). 1 vệ tinh bay trên quỹ đạo tròn vòng quanh Trái Đất. Biết quỹ đạo của vệ tinh có độ dài là 66000 km. Hỏi độ dài quỹ đạo của vệ tinh sẽ tăng bao nhiêu km nếu bán kính của quỹ đạo tăng lên 7km?

20 ([Bin23], VD7, p. 29). 1 đơn vị đo chiều dài của Anh là inch, được ký hiệu là in & $1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm}$. (a) Hỏi 1 cm gần bằng bao nhiêu in (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)? (b) Tivi 21 in là màn hình tivi có đường chéo bằng 21 in. Tivi 21 in, 23 in, 27 in, 29 in có đường chéo màn hình bằng bao nhiêu cm (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

21 ([Bin23], 4.1., p. 29). Viết 6 phân số $-\frac{11}{35}, \frac{9}{80}, -\frac{48}{150}, \frac{44}{121}, \frac{55}{75}, \frac{73}{81}$ dưới dạng 1 số thập phân hữu hạn hoặc 1 số thập phân vô hạn tuần hoàn. Giải thích vì sao chúng viết được như vậy.

22 ([Bin23], 4.2., p. 29). Lấy số π gần bằng $\frac{22}{7}$. Tính diện tích hình tròn biết bán kính là $0.(45) \text{ cm}$, $\frac{21}{22} \text{ cm}$.

23 ([Bin23], 4.3., p. 29). 1 vệ tinh bay trên quỹ đạo hình tròn vòng quanh Trái Đất. Biết quỹ đạo của vệ tinh có độ dài là 66000 km. Hỏi độ dài quỹ đạo của vệ tinh giảm bao nhiêu km nếu bán kính của quỹ đạo giảm 70 km?

24 ([Bin23], 4.4., p. 29). Viết 4 số $0.(0001), -0.3(18), -2.37(1), 3.24(81)$ dưới dạng 1 phân số.

25 ([Bin23], 4.5., p. 30). So sánh: (a) $A = \frac{2021}{\sqrt{2022}}$ & $B = \frac{2022}{\sqrt{2021}}$. (b) $A = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{12321}}$ & $B = \frac{\sqrt{12321}}{\sqrt{1234321}}$.

26 ([Bin23], 4.6., p. 30). Viết mỗi phân số sau dưới dạng số thập phân ta được 1 số thập phân hữu hạn hay số thập phân vô hạn tuần hoàn ($n \in \mathbb{N}^*$): (a) $A = \frac{11n^2 + 121n}{55n}$. (b) $B = \frac{79! + 79}{5609}$.

27 ([Bin23], 4.7., p. 30). Tìm 2 số thập phân $\overline{0.abc}$ & $\overline{0.(abc)}$ biết: (a) $\frac{1}{\overline{0.abc}} = n$. (b) $\frac{1}{\overline{0.(abc)}} = n$, trong đó $n \in \mathbb{N}$ & (a) a, b, c là 3 chữ số khác nhau. (b) a, b, c là 3 chữ số không nhất thiết khác nhau.

28 ([Bin+23], 4.8., p. 30). (a) Các bánh xe của 1 chiếc xe tải chạy tới vận tốc 60 km/h, thực hiện 4 vòng quay trong 1 giây. Hỏi đường kính của bánh xe là bao nhiêu? (b) 1 hình tròn nằm “khít” trong 1 hình vuông. Biết cạnh hình vuông bằng 3.72 cm & đường kính hình tròn bằng 2.48 cm. Tính diện tích phần hình vuông còn lại không bị hình tròn che.

29 ([Bin+23], 4.9., p. 30). Tìm số thập phân thứ 2021 của phân số $\frac{15}{19}$ khi viết dưới dạng số thập phân.

30 ([Bin+23], 1, p. 30). So sánh các số thập phân: (a) 0.(26) & 0.261. (b) $0.(a_1a_2), 0.a_1(a_2a_1), 0.(a_1a_2a_1a_2)$. (c) 0.15 & 0.14(9).

31 ([Bin+23], 2, p. 30). Biết $a + b = 9$. Tính $0.a(\overline{b}) + 0.b(\overline{a})$.

32 ([Tuy23], VD20, p. 19). Tính độ dài mỗi cạnh của 1 sân hình vuông có diện tích lần lượt là $16\text{m}^2, 6.25\text{m}^2, 6\text{m}^2$. Trong mỗi trường hợp, cho biết độ dài mỗi cạnh được biểu diễn bằng số hữu tỷ hay vô tỷ?

33 ([Tuy23], VD21, p. 19). Cho $A = \frac{5}{\sqrt{x}-3}$. Tìm số chính phương x để biểu thức A có giá trị nguyên. Ans: 4, 16, 64.

34 ([Tuy23], 69., p. 19). Tính: (a) $\sqrt{(-5)^2} + \sqrt{5^2} - \sqrt{(-3)^2} - \sqrt{3^2}$. (b) $\left[\sqrt{4^2} + \sqrt{(-4)^2}\right] \cdot \sqrt{\frac{1}{4^3}} - \sqrt{\frac{1}{3^4}}$. Ans: (a) 4. (b) $\frac{8}{9}$.

35 ([Tuy23], 70., pp. 19–20). Tìm $x \in \mathbb{R}$ biết: (a) $4x^2 - 1 = 0$. (b) $2x^2 + 0.82 = 1$. Ans: (a) $\pm\frac{1}{2}$. (b) ± 0.3 .

36 ([Tuy23], 71., p. 20). Tìm $x \geq 0$ biết: (a) $7 - \sqrt{x} = 0$. (b) $3\sqrt{x} + 1 = 40$. (c) $\frac{5}{12}\sqrt{x} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$. (d) $\sqrt{x+1} + 2 = 0$.
Ans: (a) 49. (b) 169. (c) 1.44. (d) $\bar{\exists}$.

37 ([Tuy23], 72., p. 20). Cho $A = \sqrt{\sqrt{x}-12}$. Tìm số chính phương $x < 50$ để A có giá trị nguyên. Ans: 1, 9, 25, 49.

38 ([Tuy23], 73., p. 20). Cho $A = \sqrt{9}\sqrt{x} - 5$. Tìm số chính phương x để A có giá trị nguyên. Ans: 4, 16, 36, 64, 196.

39 ([Tuy23], 74., p. 20). Bên trong 1 hình vuông cạnh 5 có 76 điểm. Chứng minh: Tồn tại 4 điểm trong các điểm đó thuộc 1 hình tròn có bán kính là $\frac{3}{4}$.

40 ([Bin23], VD14, p. 17). Chứng minh: (a) $\sqrt{15}$ là số vô tỷ. (b) Nếu $a \in \mathbb{N}$ không phải là số chính phương thì \sqrt{a} là số vô tỷ.

41 ([Bin23], 62., p. 18). Tính: (a) $\sqrt{0.36} + \sqrt{0.49}$. (b) $\sqrt{\frac{4}{9}} - \sqrt{\frac{25}{36}}$.

42 ([Bin23], 63., p. 18). Tìm x biết: (a) $x^2 = 81$. (b) $(x-1)^2 = \frac{9}{16}$. (c) $x - 2\sqrt{x} = 0$. (d) $x = \sqrt{x}$.

43 ([Bin23], 64., p. 18). Cho $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$. (a) Chứng minh với $x = \frac{16}{9}$ & $x = \frac{25}{9}$ thì A có giá trị là số nguyên. (b) Tìm $x \in \mathbb{Q}$ để $A \in \mathbb{Z}, A \in \mathbb{Q}$.

44 ([Bin23], 65., p. 18). Cho $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$.

45 ([Bin23], 66., p. 18). Chứng minh: (a) $\sqrt{2}$ là số vô tỷ. (b) $5 - \sqrt{2}$ là số vô tỷ.

46 ([Bin23], 67., p. 19). (a) Có 2 số vô tỷ nào mà tích là 1 số hữu tỷ hay không? (b) Có 2 số vô tỷ dương nào mà tổng là 1 số hữu tỷ hay không?

47 ([Bin23], 68., p. 19). Ký hiệu $\lfloor x \rfloor$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá x . (a) Tính $\sum_{i=1}^{35} \lfloor \sqrt{i} \rfloor = \lfloor \sqrt{1} \rfloor + \lfloor \sqrt{2} \rfloor + \dots + \lfloor \sqrt{35} \rfloor$. (b) Tính $S_n = \sum_{i=1}^n \lfloor \sqrt{i} \rfloor = \lfloor \sqrt{1} \rfloor + \lfloor \sqrt{2} \rfloor + \dots + \lfloor \sqrt{n} \rfloor, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

48 ([Bin23], 75.). Cho $a, b \in \mathbb{R}$ sao cho các tập hợp $\{a^2 + a, b\}$ & $\{b^2 + b, a\}$ bằng nhau. Chứng minh $a = b$.

49 ([Tuy23], VD22, p. 20). Không dùng bảng số hoặc máy tính, so sánh $\sqrt{50+2}$ & $\sqrt{50} + \sqrt{2}$.

50 (Mở rộng [Tuy23], VD22, p. 20). So sánh $\sqrt{a+b}$ & $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, với $a, b \geq 0$.

51 ([Tuy23], 75., p. 21). Tìm x biết: $6\sqrt{x} + \sqrt{12.25} = 8$. Ans: 0.5625.

52 ([Tuy23], 76., p. 21). So sánh: (a) $4\frac{8}{33}$ & $3\sqrt{2}$. (b) $5\sqrt{(-10)^2}$ & $10\sqrt{(-5)^2}$. Ans: (a) $4\frac{8}{33} < 3\sqrt{2}$. (b) ‘=’.

53 ([Tuy23], 77., p. 21). Không dùng bảng số hoặc máy tính, so sánh: (a) $\sqrt{26} + \sqrt{17}$ & 9. (b) $\sqrt{8} - \sqrt{5}$ & 1. (c) $\sqrt{63-27}$ & $\sqrt{63} - \sqrt{27}$.
Ans: (a) $\sqrt{26} + \sqrt{17} > 9$. (b) $\sqrt{8} - \sqrt{5} > 1$. (c) $\sqrt{63-27} > \sqrt{63} - \sqrt{27}$.

54 (Mở rộng [Tuy23], 77., p. 21). So sánh $\sqrt{a-b}$ & $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ với $a, b \in \mathbb{R}, a \geq b \geq 0$.

55 ([Tuy23], 78., p. 21). So sánh A & B biết: $A = \sqrt{225} - \frac{1}{\sqrt{5}} - 1$, $B = \sqrt{196} - \frac{1}{\sqrt{6}}$. Ans: $A < B$.

56 ([Tuy23], 79., p. 21). Cho $P = \frac{1}{2} + \sqrt{x}$, $Q = 7 - 2\sqrt{x-1}$. Tìm: (a) Giá trị nhỏ nhất của P . (b) Giá trị lớn nhất của Q . Ans: (a) $\min P = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 0$. (b) $\max Q = 7 \Leftrightarrow x = 1$.

57 ([Tuy23], 80., p. 21). Xét xem các số x & y có thể là số vô tỷ không nếu biết: (a) $x + y$ & $x - y$ đều là số hữu tỷ. (b) $x + y$ & $\frac{x}{y}$ đều là số hữu tỷ. Ans: (a) $x, y \in \mathbb{Q}$. (b) Có thể, e.g., $\{x, y\} = \{\pm\sqrt{2}\}$.

3 Absolute Value of Real $|x|$ & Expression $|A|$ – Giá Trị Tuyệt Đối của Số Thực $|x|$ & Biểu Thức $|A|$

58 ([Tuy23], VD24, p. 22). Cho $A = |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - |-\sqrt{7}| + |\sqrt{7} - \sqrt{3}|$, $B = |\sqrt{5} - \sqrt{7}| - |\sqrt{7} - \sqrt{6}|$. So sánh A & B . Ans: $A = -\sqrt{2} < 0 < \sqrt{6} - \sqrt{5} = B$.

59 ([Tuy23], VD25, p. 22). Tìm $x, y \in \mathbb{R}$ biết: $|x + y| + |y - \sqrt{11}| = 0$. Ans: $x = -\sqrt{11}$, $y = \sqrt{11}$.

60 ([Tuy23], VD26, p. 22). Tìm x biết: $|x + \sqrt{2}| = \sqrt{3}$. Ans: $-\sqrt{3} - \sqrt{2}$.

61 ([Tuy23], 81., p. 22). Tính: (a) $|-2.15| - |-3.75| + \left|\frac{4}{3} + \frac{4}{15}\right|$. (b) $|\sqrt{42} - \sqrt{53}| - |\sqrt{53} - \sqrt{61}| + |\sqrt{61} - \sqrt{42}| - |-\sqrt{53}|$. (c) $|-150| - |100| : |-4| + |37| \cdot |-3|$. Ans: (a) 0. (b) $\sqrt{53}$. (c) 236.

62 ([Tuy23], 82., p. 22). Tìm x biết: (a) $\left|5x - \frac{3}{4}\right| + \frac{7}{4} = 3$. (b) $9 - |x - \sqrt{10}| = 10$. Ans: (a) $\frac{2}{5}$, $-\frac{1}{10}$. (b) \exists .

63 ([Tuy23], 83., p. 22). Tìm x, y biết $|x - \sqrt{3}| + |y + \sqrt{5}| = 0$. Ans: $x = \sqrt{3}$, $y = -\sqrt{5}$.

64 (Mở rộng [Tuy23], 83., p. 22). Tìm x, y biết $|x - a| + |y - b| = 0$ với $a, b \in \mathbb{R}$ cho trước. Ans: $x = a$, $y = b$.

65 ([Tuy23], 84., p. 23). Tìm x, y biết $\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + x\right| = -\frac{1}{4} - |y|$. Ans: \exists .

66 ([Tuy23], 85., p. 23). Cho x, y là 2 số thực cùng dấu & $|x| > |y|$. So sánh x & y .

67 ([Tuy23], 86., p. 23). Tìm x thỏa mãn bất đẳng thức: (a) $\left|x - \frac{5}{3}\right| < \frac{1}{3}$. (b) $\left|x + \frac{11}{2}\right| > |-5.5|$. Ans: (a) $\frac{4}{3} < x < 2$. (b) $x > 0 \vee x < -11$.

68 ([Tuy23], 87., p. 23). Tìm GTNN của biểu thức: (a) $M = \left|x + \frac{15}{19}\right|$. (b) $N = \left|x - \frac{4}{7}\right| - \frac{1}{2}$. Ans: (a) $\min M = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{15}{19}$. (b) $\min N = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{4}{7}$.

69 ([Tuy23], 88., p. 23). Tìm GTLN của biểu thức: (a) $P = -\left|\frac{5}{3} - x\right|$. (b) $Q = 9 - \left|x - \frac{1}{10}\right|$. Ans: (a) $\max P = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$. (b) $\max Q = 9 \Leftrightarrow x = \frac{1}{10}$.

70 ([Tuy23], 89., p. 23). Tìm GTNN của biểu thức: $A = |x - 1| + |9 - x|$. Ans: $\min A = 8 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 9$.

71 ([Tuy23], 90., p. 23). Tìm GTLN của biểu thức: $B = |x - 4| + |x - 7|$. Ans: $\min B = 3 \Leftrightarrow 4 \leq x \leq 7$.

72 ([Bin23], VD15, p. 19). Tính giá trị của biểu thức $A = 3x^2 - 2x + 1$ với $|x| = \frac{1}{2}$.

73 ([Bin23], VD16, p. 20). Rút gọn biểu thức $|a| + a$.

74 ([Bin23], VD17, p. 20). Tìm x thỏa $2|3x - 1| + 1 = 5$.

75 ([Bin23], VD18, p. 20). Tìm x thỏa $|x - 5| - x = 3$.

76 ([Bin23], VD19, p. 20). Tìm x thỏa $|x - 2| = 2x - 3$.

77 ([Bin23], VD20, p. 20). Với giá trị nào của a, b thì đẳng thức $|a(b - 2)| = a(2 - b)$ đúng?

78 ([Bin23], VD21, p. 21). Tìm các số $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa $a + b = |a| - |b|$.

79 ([Bin23], VD22, p. 21). Tìm GTNN của biểu thức $A = 2|3x - 1| - 4$.

- 80 ([Bin23], VD23, p. 21). Tìm GTLN của biểu thức $B = 10 - 4|x - 2|$.
- 81 ([Bin23], VD24, p. 21). Tìm GTNN của biểu thức $C = \frac{6}{|x| - 3}$ với $x \in \mathbb{Z}$.
- 82 ([Bin23], VD25, p. 21). Tìm GTLN của biểu thức $A = x - |x|$.
- 83 ([Bin23], 70., p. 22). Tìm tất cả các số a thỏa mãn 1 trong các điều kiện: (a) $a = |a|$. (b) $a < |a|$. (c) $a > |a|$. (d) $|a| = -a$. (e) $a \leq |a|$.
- 84 ([Bin23], 71., p. 22). Bổ sung các điều kiện để các khẳng định sau là đúng: (a) $|a| = |b| \Rightarrow a = b$. (b) $a > b \Rightarrow |a| > |b|$.
- 85 ([Bin23], 72., p. 22). Cho $|x| = |y|$, $x < 0$, $y > 0$. Đ/S? Nếu sai, sửa cho đúng. (a) $x^2y > 0$. (b) $x + y = 0$. (c) $xy < 0$. (d) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0$. (e) $\frac{x}{y} + 1 = 0$.
- 86 ([Bin23], 73., p. 22). Tìm giá trị biểu thức: (a) $A = 6x^3 - 3x^2 + 2|x| + 4$ với $x = -\frac{2}{3}$. (b) $B = 2|x| - 3|y|$ với $x = \frac{1}{2}$, $y = -3$. (c) $C = 2|x - 2| - 3|1 - x|$ với $x = 4$. (d) $D = \frac{5x^2 - 7x + 1}{3x - 1}$ với $|x| = \frac{1}{2}$.
- 87 ([Bin23], 74., p. 22). Rút gọn biểu thức: (a) $|a| - a$. (b) $|a|a$. (c) $|a| : a$.
- 88 ([Bin23], 75., p. 22). Tìm x trong các đẳng thức: (a) $|2x - 3| = 5$. (b) $|2x - 1| = |2x + 3|$. (c) $|x - 1| + 3x = 1$. (d) $|5x - 3| - x = 7$.
- 89 ([Bin23], 76., p. 23). Tìm các số a & b thỏa mãn 1 trong các điều kiện: (a) $a + b = |a| + |b|$. (b) $a + b = |b| - |a|$.
- 90 ([Bin23], 77., p. 23). Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn 1 trong các điều kiện: (a) $|x| + |y| = 20$. (b) $|x| + |y| < 20$.
- 91 ([Bin23], 78., p. 23). Điền vào chỗ chấm các dấu $\geq, \leq, =$ để các khẳng định sau đúng với mọi a, b . Phát biểu mỗi khẳng định đó thành 1 tính chất & chỉ rõ khi nào xảy ra dấu đẳng thức? (a) $|a + b| \dots |a| + |b|$. (b) $|a - b| \dots |a| - |b|$ với $|a| \geq |b|$. (c) $|ab| \dots |a||b|$. (d) $\left| \frac{a}{b} \right| \dots \frac{|a|}{|b|}$.
- 92 ([Bin23], 79., p. 23). Tìm GTNN của biểu thức: (a) $A = 2|3x - 2| - 1$. (b) $B = 5|1 - 4x| - 1$. (c) $C = x^2 + 3|y - 2| - 1$. (d) $D = x + |x|$.
- 93 ([Bin23], 80., p. 23). Tìm GTLN của biểu thức: (a) $A = 5 - |2x - 1|$. (b) $B = \frac{1}{|x - 2| + 3}$.
- 94 ([Bin23], 81., p. 23). Tìm GTLN của biểu thức: $C = \frac{x + 2}{|x|}$ với $x \in \mathbb{Z}$.

4 Làm Tròn Số & Ước Lượng Kết Quả

- 95 ([Tuy23], VD27, p. 24). Làm tròn: (a) Số 348.62 đến hàng chục; (b) Số $-67.(506)$ đến hàng phần mười & hàng phần trăm.
- 96 ([Tuy23], VD28, p. 24). Làm tròn: (a) Số 924578 với độ chính xác 500. (b) Số 56.9827 với độ chính xác 0.5 & độ chính xác 0.005.
- 97 ([Tuy23], VD29, p. 24). 1 khu đất hình chữ nhật có kích thước 7.56 m & 5.173 m. Tính diện tích khu đất đó bằng 2 cách. Cách 1: Làm tròn số trước rồi mới thực hiện các phép tính sau (làm tròn đến hàng đơn vị). Cách 2: Thực hiện các phép tính trước rồi làm tròn kết quả sau (làm tròn đến hàng đơn vị).
- 98 ([Tuy23], 91., p. 24). Đầu năm 2021 dân số nước ta nếu làm tròn đến hàng triệu thì được 98000000 người. Hỏi dân số lúc đó: (a) Nhiều nhất là tới bao nhiêu người? (b) Ít nhất là có bao nhiêu người?
- 99 ([Tuy23], 92., p. 24). 1 trận đấu bóng đá có 198792 khán giả. Để dễ nhớ người ta nói trên trận đấu này có khoảng 200000 khán giả. Hỏi số liệu đó đã được làm tròn đến hàng nào?
- 100 ([Tuy23], 93., p. 24). Cho số $\pi = 3.141592\dots$ Làm tròn số đó với độ chính xác lần lượt là 0.5, 0.005, 0.00005.
- 101 ([Tuy23], 94., p. 24). Thực hiện phép chia $19 : 24$ rồi làm tròn kết quả với độ chính xác 0.05.
- 102 ([Tuy23], 95., p. 24). Dùng máy tính để tính $\sqrt{148} + \sqrt{65}$ rồi làm tròn kết quả với độ chính xác 0.5.
- 103 ([Tuy23], 96., p. 25). Áp dụng quy tắc làm tròn số để ước lượng giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{53.7 \cdot 12.8}{24.56}$. Ans: $A \approx 28$.
- 104 ([Tuy23], 97., p. 25). Trong học kỳ vừa qua điểm kiểm tra môn Toán của Bình như sau: Điểm kiểm tra thường xuyên (hệ số 1): 8, 9, 8, 9. Điểm kiểm tra giữa kỳ (hệ số 2): 9. Điểm kiểm tra cuối kỳ (hệ số 3): 8. Tính điểm trung bình môn Toán của Bình (làm tròn kết quả đến hàng phần mười). Ans: $8.(4) \approx 8.4$.
- 105 ([Tuy23], 98., p. 25). Để tính số năm tăng gấp đôi tổng sản phẩm quốc nội (GDP) của 1 quốc gia ta có thể dùng công thức $n = \frac{72}{g}$, trong đó: $g\%$ là tốc độ tăng trưởng GDP trong giai đoạn đang xét; n là số năm để tăng gấp đôi GDP. Hỏi: (a) Nếu tốc độ tăng trưởng GDP trong giai đoạn hiện nay của Việt Nam khoảng 7.1% thì sau bao nhiêu năm nữa GDP của nước ta tăng gấp đôi (làm tròn đến hàng đơn vị)? (b) Nếu muốn sau 7 năm, GDP tăng gấp đôi thì tốc độ tăng trưởng hằng năm là bao nhiêu % (làm tròn đến hàng phần mười)? Ans: (a) 10. (b) 10.3%.

5 Tỷ Lệ Thức

- 106** ([Bin+23], H1, p. 32). Đ/S? Nếu sai, sửa cho đúng. (a) $\frac{0.3}{1.5} = \frac{1}{5}$ là 1 đẳng thức giữa 2 phân số. (b) $0.3 : 1.5 = 1 : 5$ là 1 tỷ lệ thức. (c) $\frac{5}{0.3} = \frac{1}{1.5}$ là 1 tỷ lệ thức. (d) $\frac{0.3}{1.5} = \frac{1}{5} = \frac{1}{7\frac{1}{2}}$ là 1 dãy tỷ số bằng nhau.
- 107** ([Bin+23], H2, p. 32). Điền số: (a) $\frac{\dots}{3} = \frac{4}{12} = \frac{5}{\dots}$. (b) $\frac{0.1}{\dots} = \frac{\dots}{14} = \frac{0.3}{6}$.
- 108** ([Bin+23], H3, p. 32). Số nào không thể thêm vào tập hợp $A = \{3, 6, 9\}$ để tạo ra 1 tỷ lệ thức?
- 109** ([Bin+23], VD1, p. 32). Thay tỷ số giữa 2 số 2.25 & $2\frac{5}{8}$ bằng tỷ số giữa các số nguyên.
- 110** ([Bin+23], VD2, p. 32). Đ/S? Nếu sai, sửa cho đúng. Để kiểm tra 4 số $-0.2, 0.1, 0.2, -0.1$ có tạo thành 1 tỷ lệ thức không, A thực hiện 3 bước: Bước 1. Xếp 4 số đã cho theo thứ tự tăng dần: $-0.2 < -0.1 < 0.1 < 0.2$. Bước 2. So sánh tích của số nhỏ nhất & lớn nhất với tích 2 số ở giữa. $-0.2 \cdot 0.2 \neq -0.1 \cdot 0.1$ (vì $-0.04 \neq -0.01$). Bước 3. Vậy 4 số trên không lập thành 1 tỷ lệ thức.
- 111** ([Bin+23], VD3, p. 33). Tìm $x \in \mathbb{R}$ thỏa: (a) $7.5 : x = 2.25 : 4\frac{1}{6}$. (b) $49x : 10.5 = 3\frac{3}{4} : 3\frac{1}{8}$. (c) $0.06 : x = x : 24$. (d) $(x - 1)^3 : 25 = -5 : 8$.
- 112** ([Bin+23], VD4, p. 33). Tìm $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa: (a) $x : y = 20 : 9, x - y = -22$. (b) $3x = 4y, x + 2y = 35$. (c) $\frac{x}{2} = \frac{2y}{3}, xy = 27$.
- 113** ([Bin+23], VD5, p. 33). Tìm số hạng thứ 4 để lập thành 1 tỷ lệ thức với 3 số: (a) 4, 8, 16. (b) $-3, -6, 9$. (c) $2^2, 2^4, 2^6$.
- 114** ([Bin+23], VD6, p. 34). Tính giá trị của k biết $k = \frac{\overline{ab}}{\overline{abc}} = \frac{\overline{bc}}{\overline{abc}} = \frac{\overline{ca}}{\overline{abc}}$.
- 115** ([Bin+23], VD7, p. 34). Tìm số hữu tỷ để khi thêm số hữu tỷ đó vào cả tử & mẫu của phân số $\frac{13}{29}$ sẽ được 1 phân số mới bằng $\frac{1}{3}$.
- 116** ([Bin+23], VD8, p. 34). Tìm số \overline{ab} biết $\frac{\overline{ab}}{31} = \frac{a+b}{4}, \overline{ab} - \overline{ba} = 36$.
- 117** ([Bin+23], 5.1., p. 34). Thay tỷ số bằng tỷ số giữa 2 số nguyên: (a) $3.5 : 5.04$. (b) $1\frac{19}{21} : 4\frac{2}{7}$. (c) $1\frac{21}{25} : 0.23$.
- 118** ([Bin+23], 5.2., p. 34). Lập được tỷ lệ thức từ từng nhóm 4 số: (a) $-1, -3, -9, 27$. (b) $0.4, 0.04, 0.004, 0.0004$. (c) $-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}$. (d) $3^{-3}, 3^{-5}, 3^{-7}, 3^{-11}$.
- 119** ([Bin+23], 5.3., p. 35). Tìm x trong tỷ lệ thức: (a) $6 : x = 6.5 : (-29.25)$. (b) $14\frac{2}{3} : \left(-80\frac{2}{3}\right) = 0.5x : 35\frac{3}{4}$. (c) $4 : x = x : 0.16$. (d) $(1 - x)^3 : (-0.5625) = 0.525 : 0.7$.
- 120** ([Bin+23], 5.4., p. 35). Tìm $a, b, c \in \mathbb{Q}$: (a) $5a - 3b - 3c = -536, \frac{a}{4} = \frac{b}{6}, \frac{b}{5} = \frac{c}{8}$. (b) $3a - 5b + 7c = 86, \frac{a+3}{5} = \frac{b-2}{3} = \frac{c-1}{7}$. (c) $5a = 8b = 3c, a - 2b + c = 34$. (d) $3a = 7b, a^2 - b^2 = 160$.
- 121** ([Bin+23], 5.5., p. 35). Tìm $a, b, c \in \mathbb{Q}$: (a) $15a = 10b = 6c, abc = -1920$. (b) $a^2 + 3b^2 - 2c^2 = -16, \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$. (c) $a^3 + b^2 + c^3 = 792, \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$.
- 122** ([Bin+23], 5.6., p. 35). Cho tỷ lệ thức $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{a}{c}, c \neq 0$. Chứng minh $\frac{\overbrace{ab \dots b}^{n-1}}{\underbrace{b \dots b}_c^{n-1}} = \frac{a}{c}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- 123** ([Bin+23], 5.7., p. 35). Cho $abcd \neq 0, b^2 = ca, c^2 = bd$. Chứng minh tỷ lệ thức $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{a}{d}$.
- 124** ([Bin+23], 5.8., p. 35). Tìm $x, y \in \mathbb{Q}$ thỏa $\frac{2x+1}{5} = \frac{3y-2}{7} = \frac{2x+3y-1}{6x}$.
- 125** ([Bin+23], 5.9., p. 35). Chứng minh 4 số $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ lập thành 1 tỷ lệ thức nếu $(a + b + c + d)(a - b - c - d) = (a - b + c - d)(a + b - c - d)$.

- 126 ([Bin+23], 5.10., p. 35). Tìm $x, y \in \mathbb{Q}$ thỏa $(x - 20) : (x - 10) = (x + 40) : (x + 70)$.
- 127 ([Bin+23], 5.11., p. 35). Chứng minh nếu $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = m$ thì $\frac{ak^2 + bk + c}{xk^2 + yk + z} = m, \forall k \in \mathbb{N}$.
- 128 ([Bin+23], p. 35). Cho tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh tỷ lệ thức $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$. Tìm các tỷ lệ thức tương tự.
- 129 ([Tuy23], VD30, p. 26). Tìm $x \in \mathbb{R}$ biết: $\frac{x+6}{32} = \frac{8}{x+6}$. Ans: -22, 10.
- 130 ([Tuy23], VD31, p. 26). Tìm $x, y, z \in \mathbb{R}$ biết $\frac{x}{y} = \frac{10}{9}, \frac{y}{z} = \frac{3}{4}$ & $x - y + z = 78$. Ans: $(x, y, z) = (60, 54, 72)$.
- 131 ([Tuy23], VD32, p. 26). Cho 3 số a, b, c sao cho $a + b + c \neq 0$. Biết $\frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = \frac{a+b}{c} = k$. Tính giá trị của k . Ans: 2.
- 132 ([Tuy23], 99., p. 27). Lập các tỷ lệ thức có thể được từ 4 số sau: 3, -2, -9, 6.
- 133 ([Tuy23], 100., p. 27). Tìm x trong mỗi tỷ lệ thức: (a) $\frac{x-3}{x+5} = \frac{5}{7}$. (b) $\frac{x+4}{20} = \frac{5}{x+4}$. (c) $\frac{x+1}{x^2} = \frac{1}{x}$. Ans: (a) 23. (b) 6, -14. (c) $\bar{\exists}$.
- 134 ([Tuy23], 101., p. 27). Chứng minh nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2} = \frac{ab}{cd}$.
- 135 ([Tuy23], 102., p. 27). Cho $A = \frac{x+2y-3z}{x-2y+3z}$. Tính giá trị của A biết các số x, y, z tỷ lệ với các số 5, 4, 3. Ans: $\frac{2}{3}$.
- 136 ([Tuy23], 103., p. 27). Cho 3 số A, B, C tỷ lệ với các số a, b, c . Chứng minh giá trị của biểu thức $A = \frac{Ax + By + C}{ax + by + c}$ không phụ thuộc vào giá trị của x, y .
- 137 ([Tuy23], 104., p. 27). Tìm $x, y, z \in \mathbb{R}$ biết: (a) $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{9}, x - 3y + 4z = 62$. (b) $\frac{x}{y} = \frac{9}{7}, \frac{y}{z} = \frac{7}{3}, x - y + z = -15$. (c) $\frac{x}{y} = \frac{7}{20}, \frac{y}{z} = \frac{5}{8}, 2x + 5y - 2z = 100$. Ans: (a) $(x, y, z) = (8, 6, 18)$. (b) $(x, y, z) = (-27, -21, -9)$. (c) $(x, y, z) = (14, 40, 64)$.
- 138 ([Tuy23], 105., p. 27). Tìm $x, y, z \in \mathbb{R}$ biết: (a) $5x = 8y = 20z, x - y - z = 3$. (b) $\frac{6}{11}x = \frac{9}{2}y = \frac{18}{5}z, -x + y + z = -120$.
- 139 ([Tuy23], 106., p. 27). 1 hộp đựng 70 quả bóng. Tỷ số giữa số bóng đỏ & số bóng trắng là 2 : 3. Tỷ số giữa số bóng trắng & số bóng xanh là 3 : 5. Tính số bóng đỏ & số bóng xanh. Ans: 14, 35.
- 140 ([Tuy23], 107., p. 27). 3 kho có tất cả 710 tấn thóc. Sau khi chuyển $\frac{1}{5}$ số thóc ở kho I, $\frac{1}{6}$ số thóc ở kho II & $\frac{1}{11}$ số thóc ở kho III thì số thóc còn lại ở 3 kho bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn thóc? Ans: 250, 240, 220.
- 141 ([Tuy23], 108., p. 28). Chia số x thành 3 phần theo thứ tự tỷ lệ với 2, 3, 4 rồi lại chia x theo thứ tự tỷ lệ với 3, 5, 7 thì có 1 phần giảm đi 1. Tìm x . Ans: 45.
- 142 ([Tuy23], 109., p. 28). 1 khu vườn hình chữ nhật có diện tích 300m², 2 cạnh tỷ lệ với 4 & 3. Tính chiều dài, chiều rộng của khu vườn. Ans: 20 m, 15 m.
- 143 ([Tuy23], 110., p. 28). Tìm x, y, z biết: $\frac{x}{12} = \frac{y}{9} = \frac{z}{5}$ & $xyz = 20$. Ans: $(x, y, z) = \left(4, 3, \frac{5}{3}\right)$.
- 144 ([Tuy23], 111., p. 28). Tìm x, y, z biết: $\frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{3}$ & $x^2 + y^2 + z^2 = 385$. Ans: $\{(15, 21, 9), (-15, -21, -9)\}$.
- 145 ([Tuy23], 112., p. 28). Tìm 2 phân số tối giản biết hiệu của chúng là $\frac{3}{196}$, các tử số tỷ lệ với 3 & 5; các mẫu số tỷ lệ với 4 & 7. Ans: $(x, y) = \left(\frac{9}{28}, \frac{15}{49}\right)$.
- 146 ([Tuy23], 113., p. 28). Tìm x, y, z biết: $\frac{12x-15y}{7} = \frac{20z-12x}{9} = \frac{15y-20z}{11}$ & $x + y + z = 48$. Ans: (20, 16, 12).
- 147 ([Tuy23], 114., p. 28). Cho dãy tỷ số bằng nhau: $\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$. Ans: -4.
- 148 ([Bin23], VD26, p.24). Cho 3 số 6, 8, 24. (a) Tìm số x , sao cho x cùng với 3 số trên lập thành 1 tỷ lệ thức. (b) Có thể lập được tất cả bao nhiêu tỷ lệ thức?

149 ([Bin23], §4, VD7). Cho $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*, a \neq b, c \neq d$ thỏa tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh: $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$.

150 ([Bin23], VD8, §4). Cho tỷ lệ thức $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$. Biết $xy = 90$. Tính x, y .

151 ([Bin23], VD29, p. 25). Cho dãy số $10, 11, \dots, n$. Tìm số n nhỏ nhất để trong dãy đó để chọn được 4 số khác nhau lập thành 1 tỷ lệ thức.

152 ([Bin23], §4, 53.). Tìm $x \in \mathbb{Q}$ trong tỷ lệ thức: (a) $0.4 : x = x : 0.9$. (b) $13\frac{1}{3} : 1\frac{1}{3} = 26 : (2x - 1)$. (c) $0.2 : 1\frac{1}{5} = \frac{2}{3} : (6x + 7)$.
(d) $\frac{37-x}{x+13} = \frac{3}{7}$.

153 ([Bin23], §4, 54.). Cho tỷ lệ thức $\frac{3x-y}{x+y} = \frac{3}{4}$. Tìm giá trị của tỷ số $\frac{x}{y}$.

154 ([Bin23], §4, 55.). Cho tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh các tỷ lệ thức sau (giả thiết các tỷ lệ thức đều có nghĩa): (a) $\frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$. (b) $\frac{ab}{cd} = \frac{a^2-b^2}{c^2-d^2}$. (c) $\left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$.

155 ([Bin23], §4, 56.). Chứng minh: ta có tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ nếu có 1 trong các đẳng thức sau (giả thiết các tỷ lệ thức đều có nghĩa): (a) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$. (b) $(a+b+c+d)(a-b-c+d) = (a-b+c-d)(a+b-c-d)$.

156 ([Bin23], §4, 57.). Cho tỷ lệ thức $\frac{a+b+c}{a+b-c} = \frac{a-b+c}{a-b-c}$ trong đó $b \neq 0$. Chứng minh $c = 0$.

157 ([Bin23], §4, 58.). Cho tỷ lệ thức $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$. Chứng minh: $a = c$ hoặc $a+b+c+d = 0$.

158 ([Bin23], §4, 59.). Có thể lập được 1 tỷ lệ thức từ 4 trong các số sau không (mỗi số chỉ chọn 1 lần)? Nếu có thì lập được bao nhiêu tỷ lệ thức? (a) 3, 4, 5, 6, 7. (b) 1, 2, 4, 8, 16. (c) 1, 3, 9, 27, 81, 243.

159 ([Bin23], §4, 60.). Cho 4 số 2, 4, 8, 16. Tìm $x \in \mathbb{Q}$ cùng với 3 trong 4 số trên lập được thành 1 tỷ lệ thức.

6 Chứng Minh Tỷ Lệ Thức

160 ([Tuy23], VD33, p. 28). Cho $a, b, c, d \in \mathbb{R}^*$ thỏa tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \neq 1$. Chứng minh $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$.

161 ([Tuy23], VD34, p. 29). Cho $a = b + c$ & $c = \frac{bd}{b-d}$, $bd \neq 0$. Chứng minh $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

162 ([Tuy23], 115., p. 29). Cho $\frac{a}{k} = \frac{x}{a}$, $\frac{b}{k} = \frac{y}{b}$ với $y \neq 0$. Chứng minh $\frac{a^2}{b^2} = \frac{x}{y}$.

163 ([Tuy23], 116., p. 29). Cho tỷ lệ thức $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ & $c = x + y$. Chứng minh $\frac{1}{x} = \frac{a+b}{ac}$ (giả thiết các tỷ số đều có nghĩa).

164 ([Tuy23], 117., p. 30). Cho tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \neq \pm 1$ & $c \neq 0$. Chứng minh: (a) $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^2 = \frac{ab}{cd}$; (b) $\left(\frac{a+b}{c+d}\right)^3 = \frac{a^3-b^3}{c^3-d^3}$.

165 ([Tuy23], 118., p. 30). Cho tỷ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $c \neq \pm \frac{3}{5}d$. Chứng minh $\frac{5a+3b}{5c+3d} = \frac{5a-3b}{5c-3d}$.

166 ([Tuy23], 119., p. 30). Cho $a, b, c, d \in \mathbb{R}, b^2 = ac, c^2 = bd$ với $bcd \neq 0, b+c \neq d, b^3+c^3 \neq d^3$. Chứng minh $\frac{a^3+b^3-c^3}{b^3+c^3-d^3} = \left(\frac{a+b-c}{b+c-d}\right)^3$.

167 ([Tuy23], 120., p. 30). Chứng minh nếu $2(x+y) = 5(y+z) = 3(z+x)$ thì $\frac{x-y}{4} = \frac{y-z}{5}$.

168 ([Tuy23], 121., p. 30). Cho $b^2 = ac$, $a, b, c \neq 0$. Chứng minh $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a}{c}$.

169 ([Tuy23], 122., p. 30). Cho $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+a}{c-a}$. Chứng minh nếu 3 số a, b, c đều khác 0 thì từ 3 số này (có 1 số được dùng 2 lần) có thể lập thành 1 tỷ lệ thức.

170 ([Tuy23], 123., p. 30). Chứng minh nếu $a^2 = bc$, $a \neq b$, $a \neq c$ thì $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+a}{c-a}$.

171 ([Tuy23], 124., p. 30). Cho biểu thức $M = \frac{ax+by}{cx+dy}$, $c, d \neq 0$. Chứng minh nếu giá trị của biểu thức M không phụ thuộc vào giá trị của x và y thì 4 số a, b, c, d lập thành 1 tỷ lệ thức.

172 ([Tuy23], 125., p. 30). Cho $\frac{a}{x+2y+z} = \frac{b}{2x+y-z} = \frac{c}{4x-4y+z}$. Chứng minh $\frac{x}{a+2b+c} = \frac{y}{2a+b-c} = \frac{z}{4a-4b+c}$ với $xyz \neq 0$ và các mẫu số đều khác 0.

7 Tính Chất Dây Tỷ Số Bằng Nhau

173 ([Bin23], §5, VD9). Tìm các số x, y, z biết $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$, $\frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ và $2x+3y-z = 186$.

174 ([Bin23], §5, VD10). Tìm các số x, y, z biết $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$.

175 ([Bin23], §5, 61.). Tìm các số x, y, z biết: (a) $\frac{x}{10} = \frac{y}{10} = \frac{z}{21}$ và $5x+y-2z = 28$. (b) $3x = 2y$, $7y = 5z$, $x-y+z = 32$. (c) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$, $\frac{y}{3} = \frac{z}{5}$, $2x-3y+z = 6$. (d) $\frac{2x}{3} = \frac{3y}{4} = \frac{4z}{5}$ và $x+y+z = 49$. (e) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $2x+3y-z = 50$. (f) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ và $xyz = 810$.

176 ([Bin23], §5, 62.). Tìm x biết $\frac{1+2y}{18} = \frac{1+4y}{24} = \frac{1+6y}{6x}$.

177 ([Bin23], §5, 63.). Tìm phân số $\frac{a}{b}$ biết nếu cộng thêm cùng 1 số khác 0 vào tử và mẫu thì giá trị của phân số đó không đổi.

178 ([Bin23], §5, 64.). Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$. Chứng minh $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3 = \frac{a}{d}$.

179 ([Bin23], §5, 65.). Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$. Chứng minh $a = b = c$.

180 ([Bin23], §5, 66.). Vì sao tỷ số của 2 hỗn số dạng $a\frac{1}{b}$ và $b\frac{1}{a}$ luôn luôn bằng phân số $\frac{a}{b}$?

181 ([Bin23], §5, 67.). Cho 3 tỷ số bằng nhau là $\frac{a}{b+c}$, $\frac{b}{c+a}$, $\frac{c}{a+b}$. Tìm giá trị của mỗi tỷ số đó.

8 Đại Lượng Tỷ Lệ Thuận

182 ([Bin+23], H1, p. 37). Điền số thích hợp: (a) Chu vi 1 hình vuông tỷ lệ thuận với cạnh hình vuông, hệ số tỷ lệ là ... (b) Số hàng mua được tỷ lệ thuận với ... nếu giá hàng không đổi. (c) Chu vi 1 hình tròn tỷ lệ thuận với ... có hệ số tỷ lệ là π . (d) Diện tích 1 tam giác có đáy là hằng số $a > 0$ tỷ lệ thuận với đường cao tương ứng theo hệ số tỷ lệ ...

183 ([Bin+23], H2, p. 37). Đ/S? Nếu sai, sửa cho đúng. (a) Quãng đường tỷ lệ thuận với vận tốc nếu thời gian không đổi. (b) Nếu vận tốc không đổi thì quãng đường và thời gian là 2 đại lượng tỷ lệ thuận. (c) Trên cùng quãng đường, vận tốc và thời gian là 2 đại lượng tỷ lệ thuận. (d) Trên cùng quãng đường, vận tốc và thời gian là 2 đại lượng không tỷ lệ thuận.

184 ([Bin+23], H3, pp. 37–38). Đ/S? Nếu sai, sửa cho đúng. (a) 1 số hữu tỷ khác 0 và số đối của nó là 2 đại lượng tỷ lệ thuận. (b) 2 đại lượng x và \sqrt{x} là 2 đại lượng tỷ lệ thuận. (c) Số vòng quay của kim giờ và kim phút trong cùng 1 thời gian là 2 đại lượng tỷ lệ thuận. (d) Nếu ta cùng thêm 1 số vào tất cả các giá trị của 2 đại lượng tỷ lệ thuận, ta sẽ được các số mới cũng là các giá trị của 2 đại lượng tỷ lệ thuận.

185 ([Bin+23], VD1, p. 38). Cho các giá trị tương ứng của x, y trong 2 bảng:

x	0.65	2.75	0.6	1.34	37
y	5.2	22	4.8	10.72	296

x	-2^5	-2^3	-2	-2^2	-2^4
y	128	32	4	-16	-64

(a) Trong mỗi bảng, 2 đại lượng x, y có tỷ lệ thuận với nhau không? (b) Nếu 2 đại lượng x, y tỷ lệ thuận với nhau, chỉ ra hệ số tỷ lệ và viết công thức biểu thị sự tương quan đó.

186 ([Bin+23], VD2, p. 38). Biết x, y trong bảng là 2 đại lượng tỷ lệ thuận, điền số thích hợp:

x	1	2			5
y	$-\frac{2}{3}$		-2	$-2\frac{2}{3}$	

187 ([Bin+23], VD3, p. 39). Cho x, y là 2 đại lượng tỷ lệ thuận. Ký hiệu x_1, x_2 là 2 giá trị của x mà $x_1 = -1, x_2 = -3$. Gọi y_1, y_2 là 2 giá trị tương ứng của đại lượng y mà $y_1 - y_2 = -2$. (a) Tìm y_1, y_2 . (b) Tìm công thức mà 2 đại lượng x, y liên hệ với nhau.

188 ([Bin+23], VD4, p. 39). Từ 100 kg thóc cho ta 65 kg gạo. Biết chất bột chiếm trong gạo là 80%. (a) Tính kg chất bột có trong 30 kg thóc. (b) Từ 1 kg gạo làm ra 2.2 kg bún tươi. Tính số kg thóc để làm ra 14.3 kg bún tươi.

189 ([Bin+23], VD5, p. 40). Chia số 38 thành 3 số sao cho số thứ nhất & số thứ 2 tỷ lệ theo 0.8, 0.375, còn số thứ 2 & số thứ 3 tỷ lệ theo 0.25, 1.75.

190 ([Bin+23], VD6, p. 40). 1 xe đạp & 1 xe máy khởi hành cùng lúc từ thành phố A đến thành phố B. Vì vận tốc của xe đạp nhỏ hơn vận tốc của xe máy là 18 km/h nên khi xe máy tới B thì xe đạp mới tới C (C nằm giữa A, B), cách B 1 quãng đường bằng 0.6 lần quãng đường AB. Tính vận tốc mỗi xe.

191 ([Bin+23], VD7, p. 40). 1 nông trường trồng rừng phòng hộ trên 3 khu đất. Biết diện tích khu thứ nhất bằng 40% diện tích tổng cộng của cả 3 khu đất. Còn diện tích khu đất thứ 2 & thứ 3 tỷ lệ theo 1.5, 1.(3). Biết diện tích khu đất thứ nhất lớn hơn diện tích khu đất thứ 3 là 12 ha, tính diện tích tổng cộng của cả 3 khu đất.

192 ([Bin+23], VD8, p. 41). Anh hơn em 3 tuổi. Tìm tuổi anh & tuổi em, biết tuổi anh hiện nay bằng 2 lần tuổi em khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay.

193 ([Bin+23], VD9, p. 41). Tìm tổng của 5 số, biết số thứ nhất & thứ 3 tỷ lệ với 5, 9, số thứ 2 & thứ 4 tỷ lệ với 0.2, 0.(3), số thứ 2 & thứ 3 tỷ lệ với 3, 4.5, số thứ 5 & thứ 4 tỷ lệ với 1, 2.5, còn tổng của số thứ 3 & thứ 4 là 3.8.

194 ([Bin+23], 6.1., p. 41). 1 con ruồi có 6 chân. Điền số thích hợp:

Số con ruồi	1	4		17	42	
Số chân ruồi			42			438

195 ([Bin+23], 6.2., p. 42). 1 cửa hàng áo thời trang đã tăng giá các loại áo thêm 7%. Điền số thích hợp:

Giá gốc (đồng)	234000		4270000	
Tăng thêm (đồng)		28000		61600
Giá sau khi tăng (đồng)				

196 ([Bin+23], 6.3., p. 42). Biết thời gian di chuyển là 20 phút. Điền số thích hợp:

Vận tốc (km/h)	60	30	24	15	12	6
Quãng đường (km)						

197 ([Bin+23], 6.4., p. 42). Trong rừng Amazon, 1 con thú ăn kiến có thể ăn được 1000 con kiến trong 40 phút. Hỏi con thú đó ăn được bao nhiêu con kiến trong 30 phút, 1 giờ 30 phút, 2 giờ 10 phút, 3 giờ 50 phút? (Giả sử có đủ số kiến & con thú ăn với tốc độ không đổi).

198 ([Bin+23], 6.5., p. 42). Biết từ 12 kg lúa mì cho ra 11 kg bột mì, còn từ 10 kg bột mì sẽ làm ra 13 kg bánh mì. (a) Từ 1440 kg lúa mì sẽ làm ra bao nhiêu kg bánh mì? (b) Cần bao nhiêu kg bột mì để làm ra 260 kg bánh mì?

199 ([Bin+23], 6.6., p. 42). 1 quả trứng đà điểu làm món trứng trắng tương đương với 24 quả trứng gà. Với 6 quả trứng gà đủ làm món trứng trắng cho 5 người ăn. Tính số quả trứng đà điểu làm món trứng trắng cho 100 người ăn.

200 ([Bin+23], 6.7., p. 42). Để làm ra 10 bát chè nhãn lồng hạt sen, nguyên liệu chính cần có 80 quả nhãn lồng & 300 g đường. 1 cửa hàng chè ngày thứ 2 bán được 240 bát chè, ngày thứ 3 bán được 150 bát chè & ngày thứ 4 bán được 180 bát chè. (a) Tính số đường cần dùng cho 3 ngày thứ 2, thứ 3, & thứ 4. (b) Nếu cửa hàng đã mua sẵn 21 kg đường thì sau 3 ngày thứ 2, thứ 3, & thứ 4 với số đường còn lại sẽ làm được bao nhiêu bát chè & cần sử dụng bao nhiêu quả nhãn lồng?

201 ([Bin+23], 6.8., p. 42). Nem rán là 1 món đặc sắc mang đậm hương vị dân tộc. Trong mâm cỗ dịp lễ, Tết cổ truyền của người Việt Nam không thể thiếu được món nem. Để chuẩn bị món nem rán cho 6 mâm cỗ, bên cạnh các loại rau & gia vị, thì nguyên liệu chính là 2 kg thịt nạc vai & 3 quả trứng gà. (a) Hỏi cần bao nhiêu kg thịt nạc vai & bao nhiêu quả trứng gà để chuẩn bị món nem rán cho 102 mâm cỗ? (b) Nếu mua 12 hộp trứng gà (10 quả/hộp) thì phải mua bao nhiêu kg thịt nạc vai & sẽ làm được bao nhiêu mâm cỗ khi sử dụng hết số trứng gà đó để làm món nem rán?

202 ([Bin+23], 6.9., p. 43). 1 chiếc cân lò xo có 1 đầu gắn vào 1 thanh ngang cố định, còn đầu kia có móc vật cần cân. Thực hiện cân 1 số đồ vật & cho kết quả ở bảng:

Khối lượng cân (g)	0	250	500	1000
Chiều dài lò xo (mm)	33	43	53	73

Qua bảng ta thấy khối lượng tăng lên thì chiều dài lò xo cũng tăng lên. Khối lượng đồ vật & chiều dài lò xo có là 2 đại lượng tỷ thuận không?

- 203** ([Bin+23], 6.10., p. 43). Bầu trời đêm đông lóe sáng 1 tia chớp. 1 người nghe thấy tiếng sấm sau đó 21 s. Tính khoảng cách từ chỗ xuất hiện tia chớp đến chỗ người đó đứng biết vận tốc của âm thanh là 343 m/s.
- 204** ([Bin+23], 6.11., p. 43). Giáp Tết cổ truyền, 1 cửa hàng mua 128 kg gồm các nguyên liệu: gạo, thịt, đỗ theo tỷ lệ 5,2,1 để làm bánh chưng. Biết với 5 kg gạo, 2 kg thịt, 1 kg đỗ làm được 10 chiếc bánh chưng loại to. Tính số chiếc bánh chưng loại to sẽ làm ra được với 128 kg các nguyên liệu.
- 205** ([Bin+23], 6.12., p. 43). Lãi suất ngân hàng của năm 2021 là khoảng 7%/năm. Tính số tiền lãi hàng tháng nếu số tiền gửi là 200 triệu đồng Việt Nam.
- 206** ([Bin+23], 6.13., p. 43). Cho x, y là 2 đại lượng tỷ lệ thuận. Biết tổng 2 giá trị nào đó của x bằng 1 & tổng 2 giá trị tương ứng của y bằng -2 . Viết công thức liên hệ giữa y, x .
- 207** ([Bin+23], 6.14., p. 43). 2 người cùng làm xong 1 công việc trong 3 giờ. Nếu người A làm sớm hơn 1 giờ & người B làm chậm đi nửa giờ thì họ hoàn thành công việc sớm 18 phút. Ngược lại, nếu người B làm sớm hơn 1 giờ & người A làm chậm đi nửa giờ thì người A nhận tiền công ít hơn so với thực tế là 56000 đồng. Tính số tiền công người A nhận được.
- 208** ([Tuy23], VD35, p. 31). Cho y tỷ lệ thuận với x với hệ số tỷ lệ là 1 số âm. Biết tổng các bình phương 2 giá trị của y là 18, tổng các bình phương 2 giá trị tương ứng của x là 2. Viết công thức liên hệ giữa y & x .
- 209** (Mở rộng [Tuy23], VD35, p. 31). Cho y tỷ lệ thuận với x . Biết tổng các bình phương 2 giá trị của y là $a > 0$, tổng các bình phương 2 giá trị tương ứng của x là $b > 0$. Viết công thức liên hệ giữa y & x theo a, b .
- 210** ([Tuy23], VD36, p. 31). 1 xe tải chạy từ A đến B mất 6 h, trong khi đó 1 xe con chạy từ B đến A chỉ mất 3 h. Nếu 2 xe khởi hành cùng 1 lúc thì sau bao lâu sẽ gặp nhau?
- 211** ([Tuy23], VD37, p. 32). Mức nước sinh hoạt của nhà Thủy được thống kê trong bảng sau:

Thời điểm	Cuối tháng 6	Cuối tháng 7	Cuối tháng 8	Cuối tháng 9
Chỉ số đồng hồ đo nước m^3	204	220	237	250

Biết tổng số tiền nước nhà Thủy phải trả trong quý III là 184000 đồng. Tính tiền nước phải trả trong mỗi tháng 7, 8, 9.

- 212** ([Tuy23], 126., p. 32). 1 số M được chia làm 3 phần sao cho phần thứ nhất & phần thứ 2 tỷ lệ với 5 & 6, phần thứ 2 & phần thứ 3 tỷ lệ với 8 & 9. Biết phần thứ 3 hơn phần thứ 2 là 150. Tìm số M .
- 213** ([Tuy23], 127., p. 32). 1 đội thủy lợi có 10 người làm trong 8 ngày đào đắp được 200m^3 đất. 1 đội khác có 12 người làm trong 7 ngày đào đắp được bao nhiêu mét khối đất? (giả thiết năng suất của mỗi người đều như nhau).
- 214** ([Tuy23], 128., p. 32). 2 bể nước hình hộp chữ nhật có diện tích đáy bằng nhau. Biết hiệu thể tích nước trong 2 bể là 1.8m^3 , hiệu chiều cao nước trong 2 bể là 0.6m . Tính diện tích đáy của mỗi bể?
- 215** ([Tuy23], 129., p. 32). Đoạn đường AB dài 275km . Cùng 1 lúc, 1 ô tô chạy từ A & 1 xe máy chạy từ B đi ngược chiều để gặp nhau. Vận tốc của ô tô là 60 km/h , vận tốc của xe máy là 50 km/h . Tính xem đến khi gặp nhau thì mỗi xe đã đi được quãng đường bao nhiêu.
- 216** ([Tuy23], 130., p. 32). Vận tốc riêng của 1 canô là 21 km/h , vận tốc dòng nước là 3 km/h . Hỏi với thời gian để canô chạy ngược dòng được 30 km thì canô chạy xuôi dòng được bao nhiêu km?
- 217** ([Tuy23], 131., p. 32). 1 ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 65 km/h , cùng lúc đó 1 xe máy chạy từ B đến A với vận tốc 40 km/h . Biết khoảng cách AB là 540 km & M là trung điểm của AB . Hỏi sau khi khởi hành bao lâu thì ô tô cách M 1 khoảng cách bằng $\frac{1}{2}$ khoảng cách từ xe máy đến M ?
- 218** ([Tuy23], 132., p. 32). Người ta trồng cây ở 1 bên của đoạn đường dài 30 m với khoảng cách giữa 2 cây liên tiếp là 5 m . Nếu cả 2 đầu đường đều trồng cây thì số cây được trồng là $\frac{30}{5} + 1 = 7$ (cây). Nếu đoạn đường dài 300 m , gấp 10 lần đoạn đường 30 m thì số cây trồng phải gấp 10 lần, tức là phải trồng $7 \cdot 10 = 70$ (cây). Lập luận đó đúng hay sai?

9 Đại Lượng Tỷ Lệ Nghịch

- 219** ([Bin+23], H1, p. 44). Điền thích hợp L: (a) Trên cùng quãng đường, vận tốc & thời gian là 2 đại lượng ... (b) Với 1 số tiền cho trước thì số hàng mua được & ... là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch. (c) 1 số hữu tỷ $x \neq 0$ & số nghịch đảo của x là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch, có hệ số tỷ lệ là ... (d) Trong các tam giác có cùng diện tích, số đo cạnh đáy & số đo ... là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch.
- 220** ([Bin+23], H2, p. 44). Đ/S? Nếu sai, sửa cho đúng. (a) Nếu vận tốc không đổi thì quãng đường & thời gian là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch. (b) Nếu thời gian không đổi thì quãng đường & vận tốc là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch. (c) Nếu quãng đường không đổi thì vận tốc & thời gian là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch. (d) Trên cùng quãng đường, vận tốc & thời gian là 2 đại lượng tỷ lệ thuận.

221 ([Bin+23], H3, p. 44). Đ/S? Nếu sai, sửa cho đúng. (a) Chu vi hình vuông & cạnh là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch với hệ số tỷ lệ là 4. (b) 2 đại lượng x, \sqrt{x} là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch. (c) Chu vi 1 đường tròn tỷ lệ nghịch với bán kính đường tròn theo hệ số tỷ lệ 2π . (d) Nếu ta cùng nhân 1 số khác 0 vào tất cả các giá trị của 2 đại lượng tỷ lệ nghịch, ta sẽ được các số mới cũng là các giá trị của 2 đại lượng tỷ lệ nghịch.

222 ([Bin+23], VD1, p. 45). Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng biết x, y là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch:

x	1	-0.25		-4	
y		8	2.5		-12

223 ([Bin+23], VD2, p. 45). Chia số 330 thành 3 phần tỷ lệ nghịch với 0.4, 0.6, 1.2.

224 ([Bin+23], VD3, p. 45). Cho x, y là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch với hệ số tỷ lệ là $a \neq 0$. Biết y, z cũng là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch với hệ số tỷ lệ là $b \neq 0$. Theo A quan hệ giữa 2 đại lượng x, z là tương quan tỷ lệ nghịch. Lời giải của A Đ/S? Nếu sai, sửa cho đúng: x, y tỷ lệ nghịch với hệ số tỷ lệ $a \neq 0 \Rightarrow x = \frac{y}{a} = y : a$. y, z tỷ lệ nghịch với hệ số tỷ lệ $b \neq 0 \Rightarrow y = \frac{z}{b} = z : b$. Suy ra $x = y : a = \frac{z}{b} : a = \frac{z}{ab}$ ($ab \neq 0$). Vậy x, z tỷ lệ nghịch với nhau với hệ số tỷ lệ là ab .

225 ([Bin+23], VD4, p. 45). Chia số 4500 thành 3 số sao cho 80% số thứ nhất bằng $53\frac{1}{3}\%$ số thứ 2 & bằng 40% số thứ 3.

226 ([Bin+23], VD5, p. 46). 1 người vào siêu thị mua hoa quả & nhằm tính thấy với số tiền mình mang đi có thể mua được hoặc 3 kg nho, hoặc 5 kg mận, hoặc 4 kg táo. Tính giá tiền mỗi loại quả, biết số tiền mua 3 kg táo nhiều hơn số tiền mua 2 kg mận là 210000 đ.

227 ([Bin+23], VD6, p. 46). Cho x, y là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch. Khi x nhận 2 giá trị $x_1 = -3, x_2 = 2$ thì 2 giá trị tương ứng y_1, y_2 có hiệu bằng 13. Viết công thức liên hệ giữa x, y .

228 ([Bin+23], VD7, p. 46). Cho x, y là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch với hệ số tỷ lệ dương. Biết đại lượng x có 2 giá trị mà tích bằng 2 & hiệu bình phương 2 giá trị đó là 3, còn hiệu bình phương tương ứng của y là -12. Viết công thức liên hệ giữa x, y .

229 ([Bin+23], VD8, p. 47). Cho $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, c$ là cá đại lượng nào đó. Có 2 tập hợp $A = \{c_1, c_2, \dots, c_n | n \in \mathbb{N}\}, B = \{c\}$. Biết tương quan giữa đại lượng c của tập hợp B với lần lượt các phần tử của tập hợp A là tương quan tỷ lệ nghịch. Tìm tương quan đôi một giữa các phần tử của tập hợp A với nhau.

230 ([Bin+23], VD9, p. 47). Các giá trị tương ứng của x, y được cho trong bảng:

x	-2^1	2^2	-2^3	-2^4	2^5
y	4	-16	32	64	-128

Tìm tương quan giữa 2 đại lượng x, y .

231 ([Bin+23], 7.1., p. 47). Chia số 1208 thành 3 số tỷ lệ nghịch với 0.(6), 0.7, 1.5. Tìm 3 số đó.

232 ([Bin+23], 7.2., p. 47). 1 cửa hàng có 3 tấm vải tổng cộng dài 86.1 m. Sau khi bán 28% tấm vải thứ nhất, 40% tấm vải thứ 2 & 64% tấm vải thứ 3 thì chiều dài còn lại của 3 tấm vải bằng nhau. Tính chiều dài mỗi tấm vải khi chưa bán.

233 ([Bin+23], 7.3., p. 47). Với số tiền trước đây mua được 32.9 kg bột mì thì nay mua được 40 kg bột mì. Hỏi bột mì đã hạ giá bao nhiêu %?

234 ([Bin+23], 7.4., p. 48). Biết 78 người hoàn thành 1 công việc trong 65 ngày. (a) Nếu năng suất lao động của mỗi người như nhau thì cần thêm bao nhiêu người nữa để hoàn thành công việc đó trong 39 ngày? (b) Nếu cải tiến công cụ để năng suất lao động tăng thêm 20% thì cần giảm bao nhiêu người mà vẫn hoàn thành công việc đó trong 65 ngày?

235 ([Bin+23], 7.5., p. 48). Cà phê hạ giá $23\frac{1}{7}\%$. Với số tiền trước đây mua được 5.38 kg cà phê thì nay sẽ mua được bao nhiêu kg cà phê hạ giá?

236 ([Bin+23], 7.6., p. 48). Có 2 đội công nhân làm đường. Đội I có 35 người làm trong 16 ngày thì đào được 864 m³ đất. Hỏi đội II với 20 người làm trong 14 ngày sẽ đào được bao nhiêu m³ đất? Giả thiết năng suất lao động của mỗi người như nhau.

237 ([Bin+23], 7.7., p. 48). 1 học sinh đi bộ từ nhà đến trường cần 50 phút, còn đi xe đạp chỉ cần 0.3 h. Tính quãng đường từ nhà đến trường biết vận tốc xe đạp lớn hơn vận tốc đi bộ là 8 km/h.

238 ([Bin+23], 7.8., p. 48). Cho x, y là 2 đại lượng tỷ lệ nghịch. Gọi x_1, x_2 là 2 giá trị nào đó của x , còn y_1, y_2 là 2 giá trị tương ứng của y . Biết $x_1 = -3, y_2 = 5, 5x_2 - 3y_1 = -60$. (a) Tìm x_2, y_1 . (b) Viết công thức liên hệ giữa x, y .

239 ([Bin+23], 7.9., p. 48). Gọi x, y, z lần lượt là số vòng quay của kim giờ, kim phút, & kim giây trong cùng 1 đơn vị thời gian. (a) Điền số thích hợp:

x	1				
y		1			
z			1	0.5	5

(b) Viết công thức biểu diễn x, y, z đôi một với nhau.

240 ([Bin+23], 7.10., p. 48). Để thanh lý cửa hàng, ông chủ cửa hàng ô tô quyết định giảm giá mỗi chiếc xe xuống 10%. Nhưng sau đó, ông nhận thấy mình sẽ lỗ nếu bán với giá này, nên quyết định tăng giá đã giảm lên 5%. Tính % mức giảm giá thực của ông chủ cửa hàng.

241 ([Bin+23], 7.11., p. 48). 1 xe tải chạy từ thành phố A đến hải cảng B gồm 3 chặng đường có độ dài bằng nhau, nhưng chất lượng mặt đường xấu tốt khác nhau nên vận tốc mỗi chặng đường lần lượt bằng 40, 24, 60 km/h. Tính độ dài quãng đường AB biết tổng thời gian đi từ A đến B là 5 giờ.

242 ([Bin+23], 7.12., p. 48). Để truyền 1 chuyển động, có thể dùng dây xích nối 2 bánh xe có răng, hoặc các bánh xe có răng khớp với nhau, hoặc dùng dây curoa. Xét 1 bộ máy truyền chuyển động có 2 bánh xe khớp răng với nhau. (a) Nếu bánh xe thứ nhất có 65 răng & quay 36 vòng/phút thì bánh xe thứ 2 có 45 răng sẽ quay được bao nhiêu vòng/phút? (b) Để bánh xe thứ 2 quay được 78 vòng/phút thì cần thiết kế bánh xe thứ 2 có bao nhiêu răng?

243 ([Bin+23], 7.13., pp. 48–49). Khoảng cách giữa 2 ga tàu A, B bằng 28 km. Cùng lúc đó có 2 đoàn tàu, 1 khởi hành từ A, 1 từ B. Nếu chuyển động cùng chiều thì sau 1 thời gian tàu thứ nhất đi từ A sẽ đuổi kịp tàu thứ 2 đi từ B. Nếu chuyển động ngược chiều thì thời gian 2 tàu gặp nhau chỉ bằng thời gian tàu thứ nhất đuổi kịp tàu thứ 2. Hỏi 2 tàu gặp nhau ở vị trí nào giữa 2 ga A, B? Giả sử giữa 2 ga tàu có 2 tuyến đường sắt song song với nhau, mỗi tàu chuyển động riêng trên 1 tuyến đường.

244 ([Bin+23], 7.14., p. 49). Trước đây 25 năm tuổi cha & con tỷ lệ nghịch với 5, 41. (a) Hiện nay tuổi cha bằng 2.2 lần tuổi con. Tính tuổi mỗi người. (b) Khi tuổi cha gấp 3 lần tuổi con thì con bao nhiêu tuổi?

245 ([Bin+23], p. 49). 2 bạn A, B mang 1 số tiền vừa đủ để mua 20 quyển vở. Nhân dịp năm học mới cửa hàng bán hạ giá 20%. Tính số quyển vở có thể mua được tối đa.

246 ([Bin+23], p. 49). Nhân dịp Noel, 1 cửa hàng sách giảm giá 10% giá bìa. Tuy vậy, cửa hàng vẫn còn lãi 12.5% so với giá mua. Hỏi ngày thường cửa hàng đó lãi bao nhiêu % so với giá mua?

247 ([Tuy23], VD38, p. 33). 2 ô tô cùng khởi hành từ A đến B. Vận tốc của ô tô I là 50 km/h, vận tốc của ô tô II là 60 km/h. Ô tô I đi đến B sau ô tô II là 36 phút. Tính quãng đường AB.

248 ([Tuy23], VD39, p. 34). 1 số M được chia thành 3 phần tỷ lệ nghịch với 5, 2, 4. Biết tổng các lập phương của 3 phần đó là 9512. Tìm số M.

249 ([Tuy23], 133., p. 34). 2 bác mua gạo hết cùng 1 số tiền. Bác thứ nhất mua loại 24000 đồng/kg, bác thứ 2 mua loại 28800 đồng/kg. Biết bác thứ nhất mua nhiều hơn bác thứ 2 là 2 kg. Hỏi mỗi bác mua bao nhiêu kg gạo?

250 ([Tuy23], 134., p. 34). 2 cạnh của 1 tam giác dài 25 cm & 36 cm. Tổng độ dài 2 đường cao tương ứng là 48.8 cm. Tính độ dài của mỗi đường cao nói trên.

251 ([Tuy23], 135., p. 34). 1 xe ô tô chạy từ A đến B gồm 3 chặng đường dài như nhau nhưng chất lượng mặt đường tốt xấu khác nhau. Vận tốc trên mỗi chặng đường lần lượt là 72 km/h, 60 km/h, 40 km/h. Biết tổng thời gian xe chạy từ A đến B là 4 h. Tính quãng đường AB.

252 ([Tuy23], 136., p. 34). 1 xe ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 50 km/h rồi chạy từ B về A với vận tốc 40 km/h. Cả đi lẫn về mất 4h30m. Tính thời gian đi & về.

253 ([Tuy23], 137., p. 34). 1 ô tô dự định chạy từ A đến B trong thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 54 km/h thì đến nơi sớm hơn 1 h. Nếu xe chạy với vận tốc 63 km/h thì đến nơi sớm hơn 2 h. Tính quãng đường AB & thời gian dự định đi.

254 ([Tuy23], 138., p. 34). Để làm xong 1 công việc thì 21 công nhân cần làm trong 15 ngày. Do cải tiến công cụ lao động nên năng suất lao động của mỗi người tăng thêm 25%. Hỏi 18 công nhân phải làm bao lâu mới xong công việc đó?

255 ([Tuy23], 139., p. 34). Để làm xong 1 công việc, 1 số công nhân cần làm trong 1 số ngày. 1 bạn học sinh lập luận: Nếu số công nhân tăng thêm $\frac{1}{3}$ thì thời gian sẽ giảm đi $\frac{1}{3}$. Đúng hay sai?

10 Chia Tỷ Lệ

- 256** ([Bin23], VD16). 2 xe ô tô cùng khởi hành 1 lúc từ 2 địa điểm A & B. Xe thứ nhất đi quãng đường AB hết 4h15ph, xe thứ 2 đi quãng đường BA hết 3h45ph. Đến chỗ gặp nhau, xe thứ 2 đi được quãng đường dài hơn quãng đường xe thứ nhất đã đi là 20 km. Tính quãng đường AB.
- 257** ([Bin23], VD17). Để đi từ A đến B có thể dùng các phương tiện: máy bay, ô tô, xe lửa. Vận tốc của máy bay, ô tô, xe lửa có tỷ lệ với 6; 2; 1. Biết thời gian đi từ A đến B bằng máy bay ít hơn so với đi bằng ô tô là 6 giờ. Hỏi thời gian xe lửa đi quãng đường AB là bao lâu?
- 258** ([Bin23], VD18). 3 kho A, B, C chứa 1 số gạo. Người ta nhập vào kho A thêm $\frac{1}{7}$ số gạo của kho đó, xuất ở kho B đi $\frac{1}{9}$ số gạo của kho đó, xuất ở kho C đi $\frac{2}{7}$ số gạo của kho đó. Khi đó số gạo của 3 kho bằng nhau. Tính số gạo ở mỗi kho lúc đầu, biết kho B chứa nhiều hơn kho A là 20 tạ gạo.
- 259** ([Bin23], VD19). 3 đội công nhân I, II, III phải vận chuyển tổng cộng 1530 kg hàng từ kho theo thứ tự đến 3 địa điểm cách kho 1500 m, 2000 m, 3000 m. Phân chia số hàng cho mỗi đội sao cho khối lượng hàng tỷ lệ nghịch với khoảng cách cần chuyển.
- 260** ([Bin23], VD20). 3 xí nghiệp cùng xây dựng chung 1 cái cầu hết 38 triệu đồng. Xí nghiệp I có 40 xe ở cách cầu 1.5 km, xí nghiệp II có 20 xe ở cách cầu 3 km, xí nghiệp III có 30 xe ở cách cầu 1 km. Hỏi mỗi xí nghiệp phải trả cho việc xây dựng cầu bao nhiêu tiền, biết số tiền phải trả tỷ lệ thuận với số xe & tỷ lệ nghịch với khoảng cách từ xí nghiệp đến cầu?
- 261** ([Bin23], 106.). (a) Tính thời gian từ lúc 2 kim đồng hồ gặp nhau lần trước đến lúc chúng gặp nhau lần tiếp theo. (b) Trong 1 ngày, 2 kim đồng hồ tạo với nhau góc vuông bao nhiêu lần?
- 262** ([Bin23], 107.). 1 ống dài được kéo bởi 1 máy kéo trên đường. Tuấn chạy dọc từ đầu ống đến cuối ống theo hướng chuyển động của máy kéo thì đếm được 140 bước. Sau đó Tuấn quay lại chạy dọc ống theo chiều ngược lại thì đếm được 20 bước. Biết mỗi bước chạy của Tuấn dài 1 m. Tính độ dài của ống.
- 263** ([Bin23], 108.). 5 lớp 7A, 7B, 7C, 7D, 7E nhận chăm sóc vườn trường có diện tích 300 m². Lớp 7A nhận 15% diện tích vườn, lớp 7B nhận $\frac{1}{5}$ diện tích còn lại. Diện tích còn lại của vườn sau khi 2 lớp trên nhận được đem chia cho 3 lớp 7C, 7D, 7E tỷ lệ với $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{5}{16}$. Tính diện tích vườn giao cho mỗi lớp.
- 264** ([Bin23], 109.). 3 công nhân được thưởng 100000 đồng, số tiền thưởng được phân chia tỷ lệ với mức sản xuất của mỗi người. Biết mức sản xuất của người thứ nhất so với mức sản xuất của người thứ 2 bằng 5 : 3, mức sản xuất của người thứ 3 bằng 25% tổng số mức sản xuất của 2 người kia. Tính số tiền mỗi người được thưởng.
- 265** ([Bin23], 110.). 1 công trường dự định phân chia số đất cho 3 đội I, II, III tỷ lệ với 7, 6, 5. Nhưng sau đó vì số người của các đội thay đổi nên đã chia lại tỷ lệ với 6, 5, 4. Như vậy có 1 đội làm nhiều hơn so với dự định là 6m³ đất. Tính số đất đã phân chia cho mỗi đội.
- 266** ([Bin23], 111.). Trong 1 đợt lao động, 3 khối 7, 8, 9 chuyển được 912m³ đất. Trung bình mỗi học sinh khối 7, 8, 9 theo thứ tự làm được 1.2m³, 1.4m³, 1.6m³. Số học sinh khối 7 & khối 8 tỷ lệ với 1 & 3, số học sinh khối 8 & khối 9 tỷ lệ với 4 & 5. Tính số học sinh của mỗi khối.
- 267** ([Bin23], 112.). 3 tổ công nhân có mức sản xuất tỷ lệ với 5, 4, 3. Tổ I tăng năng suất 10%, tổ II tăng năng suất 20%, tổ III tăng năng suất 10%. Do đó trong cùng 1 thời gian, tổ I làm được nhiều hơn tổ II là 7 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ đã làm được trong thời gian đó.
- 268** ([Bin23], 113.). Tìm 3 số tự nhiên, biết BCNN của chúng bằng 3150, tỷ số của số thứ nhất & số thứ 2 là 5 : 9, tỷ số của số thứ nhất & số thứ 3 là 10 : 7.
- 269** ([Bin23], 114.). 3 tấm vải theo thứ tự giá 120000 đồng, 192000 đồng, & 144000 đồng. Tấm thứ nhất & tấm thứ 2 có cùng chiều dài, tấm thứ 2, & tấm thứ 3 có cùng chiều rộng. Tổng của 3 chiều dài là 110 m, tổng của 3 chiều rộng là 2.1 m. Tính kích thước của mỗi tấm vải, biết giá 1 m² của 3 tấm vải bằng nhau.
- 270** ([Bin23], 115.). Có 3 gói tiền: gói thứ nhất gồm toàn tờ 500 đồng, gói thứ 2 gồm toàn tờ 2000 đồng, gói thứ 3 gồm toàn tờ 5000 đồng. Biết tổng số tờ giấy bạc của 3 gói là 540 tờ & số tiền ở các gói bằng nhau. Tính số tờ giấy bạc mỗi loại.
- 271** ([Bin23], 116.). 3 công nhân tiện được tất cả 860 dụng cụ trong cùng 1 thời gian. Để tiện 1 dụng cụ, người thứ nhất cần 5 ph, người thứ 2 cần 6 ph, người thứ 3 cần 9 ph. Tính số dụng cụ mỗi người tiện được.
- 272** ([Bin23], 117.). 3 em bé: Ánh 5 tuổi, Bích 6 tuổi, Châu 10 tuổi được bà chia cho 42 chiếc kẹo. Số kẹo được chia tỷ lệ nghịch với số tuổi của mỗi em. Hỏi mỗi em được chia bao nhiêu chiếc kẹo?
- 273** ([Bin23], 118.). Tìm 3 phân số, biết tổng của chúng bằng $3\frac{3}{70}$, các tử của chúng tỷ lệ với 3, 4, 5, các mẫu của chúng tỷ lệ với 5, 1, 2.

- 274** ([Bin23], 119.). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết số đó là bội của 72 & các chữ số của nó nếu xếp từ nhỏ đến lớn thì tỷ lệ với 1, 2, 3.
- 275** ([Bin23], 120.). Độ dài 3 cạnh của 1 tam giác tỷ lệ với 2, 3, 4. 3 chiều cao tương ứng với 3 cạnh đó tỷ lệ với 3 số nào?
- 276** ([Bin23], 121.). 3 đường cao của $\triangle ABC$ có độ dài bằng 4, 12, x . Biết $x \in \mathbb{N}^*$. Tìm x (cho biết bất đẳng thức tam giác: mỗi cạnh của tam giác nhỏ hơn tổng 2 cạnh kia & lớn hơn hiệu của chúng).
- 277** ([Bin23], 122.). Cho $\triangle ABC$. Có góc ngoài của tam giác tại A, B, C tỷ lệ với 4, 5, 6. Các góc trong tương ứng tỷ lệ với các số nào?
- 278** ([Bin23], 123.). Tìm 2 số khác 0 biết tổng, hiệu, tích của chúng tỷ lệ với 5, 1, 12.

11 Miscellaneous

- 279** ([Tuy23], VD40, p. 35). So sánh $\sqrt{24} + \sqrt{14}$ & $\sqrt{84}$.
- 280** ([Tuy23], VD41, p. 35). 3 công nhân được lĩnh tổng cộng 18500000 đồng tiền thưởng. Số tiền thưởng của mỗi người tỷ lệ nghịch với số ngày nghỉ của họ. Biết số ngày nghỉ lần lượt là 5, 4, 6 ngày. Tính số tiền thưởng của mỗi người.
- 281** ([Tuy23], 140., p. 35). Trong các số sau, những số nào là số hữu tỷ, những số nào là số vô tỷ? $0.4343\dots$, -13.9 , π , 59.8637 , $3.464101615\dots$, $\sqrt{10}$, $6 + \sqrt{2}$, $\frac{61}{172}$, số $x > 0$ mà $x^2 = 7$, số $y > 0$ mà $y^2 = 121$.
- 282** ([Tuy23], 141., p. 36). So sánh: (a) $5 + \sqrt{99}$ & $\sqrt{21} + \sqrt{93}$. (b) $\sqrt{54} + \sqrt{230}$ & 22.
- 283** ([Tuy23], 142., p. 36). Viết các số sau dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn (làm tròn đến hàng phần trăm). Sắp xếp kết quả theo thứ tự tăng dần: $\frac{37}{7}$, $\frac{43}{8}$, $\sqrt{29}$.
- 284** ([Tuy23], 143., p. 36). Tìm x biết: $\left|x + \frac{1}{101}\right| + \left|x + \frac{2}{101}\right| = \left|x + \frac{3}{101}\right| + \dots + \left|x + \frac{100}{101}\right| = 101x$.
- 285** ([Tuy23], 144., p. 36). Cho 2026 số thực $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2026}$ sao cho bất kỳ 5 số nào trong chúng cũng có tổng bằng 0. Tìm a_{2026} .
- 286** ([Tuy23], 145., p. 36). Tìm 3 phân số tối giản biết tổng của chúng bằng $5\frac{25}{63}$, tử số của chúng tỷ lệ nghịch với 20, 4, 5 & mẫu số của chúng tỷ lệ thuận với 1, 3, 7.
- 287** ([Tuy23], 146., p. 36). Chu vi 1 tam giác là 60 cm. Các đường cao có độ dài là 12 cm, 15 cm, 20 cm. Tính độ dài mỗi cạnh của tam giác đó.
- 288** ([Tuy23], 147., p. 36). Nếu ta cộng từng 2 cạnh của 1 tam giác thì 3 tổng tỷ lệ với 5, 6, 7. Chứng minh tam giác này có 1 đường cao dài gấp 2 lần 1 đường cao khác.
- 289** ([Tuy23], 148., p. 36). 1 xe ô tô khởi hành từ A, dự định chạy với vận tốc 60 km/h thì sẽ tới B lúc 11:00. Sau khi chạy được nửa quãng đường vì đường hẹp & xấu nên vận tốc ô tô giảm xuống còn 40 km/h do đó đến 11:00 xe vẫn còn cách B là 40 km. (a) Tính khoảng cách AB. (b) Xe khởi hành lúc mấy giờ?
- 290** ([Tuy23], 149., p. 36). 1 đơn vị làm đường lúc đầu đặt kế hoạch giao cho 3 đội I, II, III, mỗi đội làm 1 đoạn đường có chiều dài tỷ lệ với 7, 8, 9. Về sau do thiết bị máy móc & nhân lực của các đội thay đổi nên kế hoạch đã được điều chỉnh, mỗi đội làm 1 đoạn đường có chiều dài tỷ lệ với 6, 7, 8. Như vậy đội III phải làm nhiều hơn so với kế hoạch ban đầu là 0.5 km đường. Tính chiều dài đoạn đường mà mỗi đội phải làm theo kế hoạch mới.

Tài liệu

- [Bin+23] Vũ Hữu Bình, Nguyễn Xuân Bình, Đàm Hiếu Chiến, Phan Thanh Hồng, and Nguyễn Thị Thanh Xuân. *Bồi Dưỡng Toán 7 Tập 1*. Tái bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 140.
- [Bin23] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 7 Tập 1*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 152.
- [Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 7*. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 168.