

Problem: Set \mathbb{Z} of Integers – Bài Tập: Tập Hợp Số Nguyên \mathbb{Z}

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 30 tháng 11 năm 2023

Tóm tắt nội dung

Last updated version: [GitHub/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/natural/divisibility/problem](https://github.com/NQBH/hobby/elementary-mathematics/grade-6/natural/divisibility/problem)[pdf].¹ [TeX]².

Mục lục

1 \pm on \mathbb{R}. Bracket Rule – Phép \pm Các Số Nguyên. Quy Tắc Dấu Ngoặc	1
2 Operator \cdot on \mathbb{Z} – Phép \cdot Số Nguyên	3
Tài liệu	4

1 \pm on \mathbb{R} . Bracket Rule – Phép \pm Các Số Nguyên. Quy Tắc Dấu Ngoặc

- ([Trq+21], 9., p. 59). *Tính hợp lý: (a) $152 + (-73) - (-18) - 127$; (b) $7 + 8 + (-9) + (-10)$.*
- ([Trq+21], 10., p. 59). *Tính giá trị của biểu thức $(-156) - x$ khi: (a) $x = -26$; (b) $x = 76$; (c) $x = (-28) - (-143)$.*
- ([Trq+21], 11., p. 59). *Thay mỗi dấu \star bằng 1 chữ số thích hợp: (a) $(-\overline{6\star}) + (-34) = -100$; (b) $(-789) + \overline{2\star\star} = -515$.*
- ([Trq+21], 12., p. 59). *Liệt kê các phần tử của tập hợp sau rồi tính tổng của chúng: (a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x < 5\}$; (b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -7 \leq x < 1\}$.*
- (Mở rộng [Trq+21], 12., p. 59). *Cho trước $a, b \in \mathbb{Z}$. Liệt kê các phần tử của tập hợp sau rồi tính tổng của chúng: (a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid a < x < b\}$; (b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid a \leq x < b\}$; (c) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid a < x \leq b\}$; (d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid a \leq x \leq b\}$; trong các trường hợp: (1) $a \geq b$; (2) $0 < a < b$; (3) $a < 0 < b$; (4) $a < b < 0$.*
- ([BQT23], H1, p. 54). Đ/S? (a) Tổng của 1 số nguyên dương với 1 số nguyên âm là 1 số nguyên âm. (b) Tổng của 1 số nguyên dương với 1 số nguyên âm là 1 số nguyên dương. (c) Tổng của 1 số nguyên dương với 1 số nguyên âm là số 0.
- ([BQT23], H2, p. 54). Archimedes là nhà bác học vĩ đại người Hy Lạp, ông sinh năm 287 TCN & mất năm 212 TCN. Hỏi Archimedes sống thọ bao nhiêu tuổi?
- ([BQT23], H3, p. 55). Cho 12 quả bóng có ghi số & chia thành 4 rổ: Rổ 1: $-3, -2, 19$. Rổ 2: $9, 6, -2$. Rổ 3: $-5, 25, -7$. Rổ 4: $-1, 22, -9$.
- ([BQT23], VD1, p. 55). Chứng minh $a - b$ & $b - a$ là 2 số đối nhau.
- ([BQT23], VD2, p. 55). 1 tòa nhà ở Thành phố Hồ Chí Minh có 25 tầng được đánh số các tầng theo thứ tự cao dần là 0 (tầng trệt), 1, 2, 3, ..., 24 & 3 tầng hầm được đánh số là B1, B2, B3. 1 thang máy đang ở tầng 14, nó đi lên 3 tầng rồi đi xuống 19 tầng. Hỏi thang máy dừng lại ở tầng mấy?
- ([BQT23], VD3, p. 56). *Tính hợp lý: (a) $A = 49 + (-27 + 10 - 49 + 87)$. (b) $B = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 99 - 100 + 101$.*
- ([BQT23], VD4, p. 56). *Tính hợp lý: (a) $A = 78 - [29 + (78 - 129)]$.*
- ([BQT23], VD5, p. 56). *Chứng minh: $(a - b) - (b + c) + (c - a) - (a - b - c) = -(a + b - c)$.*
- ([BQT23], VD6, p. 56). *Tìm chữ số a biết $-\overline{a5} + (-92) = -157$.*
- ([BQT23], VD7, p. 57). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $(-x + 42) - 38 = -68 + 12$. (b) $-129 - (35 - x) = 55$.*

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

¹URL: https://github.com/NQBH/elementary-STEM_beyond/blob/main/elementary-mathematics/grade-6/natural/divisibility/problem/NQBH_divisibility_problem.pdf.

²URL: https://github.com/NQBH/elementary-STEM_beyond/blob/main/elementary-mathematics/grade-6/natural/divisibility/problem/NQBH_divisibility_problem.tex.

16 ([BQT23], 8.1., p. 57). *Tính hợp lý: (a) $(367 - 24) + (133 - 76)$. (b) $(338 - 635) - (165 - 162)$. (c) $-418 - \{-346 - 218 - [-146 - (-285) + 2015]\}$.*

17 ([BQT23], 8.2., p. 57). *Tính hợp lý: (a) $(-3) + 8 + (-13) + 18 + \dots + (-53) + 58$. (b) $(-40) + (-39) + \dots + 33 + 34 + 35$.*

18 ([BQT23], 8.3., p. 57). *Tìm giá trị của biểu thức: (a) $x + (-53)$ biết $x = -27$. (b) $-x + (-182)$ biết $x = -237$.*

19 ([BQT23], 8.4., p. 57). *Rút gọn biểu thức: (a) $A = -(45 + x) - (-24 - x) + (-55 - x)$. (b) $B = x - 42 - [(13 + x) - (17 - x)]$. (c) $C = -(20 + x) - [17 + (-x)]$.*

20 ([BQT23], 8.5., p. 57). *Tính $x - y$ biết điểm x ở điểm y đều cách điểm 0 là 5 đơn vị.*

21 ([BQT23], 8.6., p. 57). *Tính tổng tất cả các số nguyên x thỏa mãn: (a) $-11 \leq x < 15$.*

22 ([BQT23], 8.7., p. 57). *Tìm chữ số $a, b \in \mathbb{N}$ biết: (a) $56 + (-\overline{a8}) = -32$. (b) $-\overline{ab7} - 45 = -172$.*

23 ([BQT23], 8.8., p. 57). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $x + (-42) = 92 + (-52)$. (b) $x - 27 = -48 - (-72)$.*

24 ([BQT23], 8.9., p. 57). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $57 + (7 - 32) = 319 - (x + 319)$. (b) $(76 - x) - (67 - x) = 9 - (-2 + x)$. (c) $x - \{34 - [26 + (-66 - x)]\} = 27 - \{43 + [25 - (20 - x)]\}$.*

25 ([BQT23], 8.10., p. 58). *Chứng minh đẳng thức: (a) $(a + b) - (c - d) - (a + d) = b - c$. (b) $(a - b) - (d - b) - (c - d) = a - c$.*

26 ([BQT23], 8.11., p. 58). *Cho $A = -a + b - c$, $B = a - b + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Chứng minh A, B là 2 số đối nhau.*

27 ([BQT23], 8.12., p. 58). *Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $(-2) + 4 + (-6) + 8 + \dots + x = 2014$. (b) $1 + (-4) + 7 + (-10) + \dots + (-x) = -3000$.*

28 ([BQT23], 8.13., p. 58). *Cho $a + b = 1$. Tính $S = -(-a + b - c) + (-c - b - a) - (a - b)$.*

29 ([BQT23], 8.14., p. 58). *Viết tất cả các số nguyên lớn hơn -51 nhưng nhỏ hơn 51 theo 1 thứ tự bất kỳ. Sau đó cứ mỗi số cộng với thứ tự của nó sẽ được 1 tổng. Tính tổng tất cả các số nhận được.*

Conjecture 1 (Goldbach conjecture – Giả thuyết Goldbach). *Mọi số nguyên dương chẵn lớn hơn 2 đều có thể viết dưới dưới dạng tổng của 2 số nguyên tố.*

30 ([BQT23], p. 58). *(a) Cho 30 số nguyên thỏa mãn: Tổng của 6 số bất kỳ trong các số đó đều là 1 số âm. Chứng minh tổng của 30 số nguyên đã cho cũng là 1 số âm. (b) Kết quả còn đúng không nếu thay 30 số bởi 31 số? (c*) Kết quả còn đúng không nếu thay 30 số bởi $a \in \mathbb{N}^*$ số & thay 6 số bởi $b \in \mathbb{N}^*$ số?*

31 ([Tuy23], 187., p. 38). *Tính tổng các số nguyên x biết: $-17 \leq x \leq 18$.*

32 ([Tuy23], 188., p. 38). *Cho $S_1 = 1 + (-3) + 5 + (-7) + \dots + 17$, $S_2 = -2 + 4 + (-6) + 8 + \dots + (-18)$. Tính $S_1 + S_2$.*

33 ([Tuy23], 189., p. 38). *Cho $x \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 10\}$, $y \in \{-1, 0, 1, 2, \dots, 5\}$. Biết $x + y = 3$, tìm x, y .*

34 ([Tuy23], 190., p. 38). *1 thủ quỹ ghi số tiền thu chi trong ngày (đơn vị là nghìn đồng) như sau: $+7250, +13485, -10964, +5000, -1380, +24750, -9771$. Đầu ngày trong két có 500 (nghìn đồng). Hỏi cuối ngày trong két có bao nhiêu?*

35 ([Tuy23], 191., p. 38). *Chứng minh số đối của tổng 2 số bằng tổng 2 số đối của chúng.*

36 (Mở rộng [Tuy23], 191., p. 38). *Chứng minh số đối của tổng n số bằng tổng n số đối của chúng với $n \in \mathbb{N}^*$ cho trước.*

37 ([Tuy23], 192., p. 38). *Cho 18 số nguyên sao cho tổng của 6 số bất kỳ trong các số đó đều là 1 số âm. Giải thích vì sao tổng của 18 số đó cũng là 1 số âm. Bài toán còn đúng không nếu thay 18 số bởi 19 số?*

38 ([Tuy23], 192., p. 38). *Cho trước $m, n \in \mathbb{N}^*$. Cho m số nguyên sao cho tổng của n số bất kỳ trong các số đó đều là 1 số âm. Tổng của m số đó có là 1 số âm hay không? Biện luận theo m, n .*

39 ([Tuy23], 193., p. 38). *Cho $x = \pm 5, y = \pm 11$. Tính $x + y$.*

40 ([Tuy23], 194., p. 38). *Cho $x = \pm 7, y = \pm 20$. Tính $x - y$.*

41 ([Tuy23], 195., p. 38). *Cho $x, y \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 3, -5 \leq y \leq 5$. Biết $x - y = 2$, tìm x, y .*

42 ([Tuy23], 196., p. 38). *Cho $x \in \{-2, -1, 0, 1, \dots, 11\}$, $y \in \{-89, -88, -87, \dots, -1, 0, 1\}$. Tìm giá trị lớn nhất (GTLN hoặc max) & giá trị nhỏ nhất (GTNN hoặc min) của hiệu $x - y$.*

43 ([Tuy23], 197., p. 38). *Quan sát các số sau & các số còn thiếu (?) để tìm giá trị của x :*

$$\begin{array}{ccccccc} & & 40 & & 32 & & 21 & & 15 \\ & & & 8 & & ? & & 6 & \\ & & & & ? & & ? & & \\ & & & & & x & & & \\ & & & & & 2 & & & \end{array}$$

44 ([Bin23], VD49, p. 42). Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $10 = 10 + 9 + 8 + \dots + x$, trong đó vế phải là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự giảm dần.

45 ([Bin23], 251., p. 42). Tìm tổng của số nguyên âm nhỏ nhất có 1 chữ số 8 số nguyên dương lớn nhất có 1 chữ số.

46 ([Bin23], 252., p. 42). Điền vào chỗ trống cho đúng: (a) Số đối của 1 số nguyên âm là 1 số ... (b) 2 số nguyên đối nhau thì có giá trị tuyệt đối ... (c) 2 số nguyên có giá trị tuyệt đối bằng nhau thì ... (d) Số ... thì nhỏ hơn số đối của nó. (e) Nếu $a \dots$ thì $-a > 0$. (f) Nếu $a < 0$ thì $|a| = \dots$ (g) Nếu $a < 0$ thì $a + |a| = \dots$

47 ([Bin23], 253., p. 43). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết: (a) $x + 13 = 5$. (b) $x - 1 = -9$. (c) $25 - |x| = 10$. (d) $|x - 2| + 7 = 12$. (e) $x + 4$ là số nguyên dương nhỏ nhất. (f) $10 - x$ là số nguyên âm lớn nhất.

48 ([Bin23], 254., p. 43). (a) Cho bảng vuông 3×3 ô:

-8	7	
5		9
	5	-6

Điền số vào các ô trống sao cho tổng các số ở 3 dòng 1,2,3 lần lượt bằng $-5, 11, 1$. Tính tổng các số ở mỗi cột. (b) Cho bảng vuông 3×3 ô. Có thể điền được hay không 9 số nguyên vào 9 ô của bảng sao cho tổng các số ở 3 dòng lần lượt bằng 5, $-3, 2$ tổng các số ở 3 cột lần lượt bằng $-1, 2, 2$?

49 ([Bin23], 255., p. 43). (a) Có 10 ô liên tiếp trong đó ô đầu tiên ghi số 6, ô thứ 8 ghi số -4 . Điền số vào các ô trống để tổng 3 số ở 3 ô liên nhau bằng 0. (b) 1 bảng vuông 4×4 ô có 2 ô ở góc trên ghi số -3 8 2. Điền số vào các ô còn lại, sao cho tổng 2 số ở 2 ô liên nhau thì bằng nhau (2 ô liên nhau là 2 ô có 1 cạnh chung).

50 ([Bin23], 256., p. 43). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + 19 + 20 = 20$, trong đó vế trái là tổng các số nguyên liên tiếp viết theo thứ tự tăng dần.

51 ([Bin23], 257., p. 43). Tìm $a \in \mathbb{Z}$ sao cho: (a) $a > -a$. (b) $a = -a$. (c) $a < -a$.

52 ([Bin23], 258., p. 43). Tìm $a, b, c \in \mathbb{Z}$ biết: $a + b = 11$, $b + c = 3$, $c + a = 2$.

53 ([Bin23], 259., p. 43). Tìm $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ biết $a + b + c + d = 1$, $a + c + d = 2$, $a + b + d = 3$, $a + b + c = 4$.

54 ([Bin23], 260., p. 43). Cho $\sum_{i=1}^{51} x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_{50} + x_{51} = 0$ 8 $x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = \dots = x_{47} + x_{48} = x_{49} + x_{50} = x_{50} + x_{51} = 1$. Tính x_{50} .

55 ([Tuy23], VD42, p. 39). Cho a là 1 số nguyên âm, còn $b, c \in \mathbb{Z}$. Chứng minh số $M = (-a + b) - (b + c - a) + (c - a)$ là 1 số nguyên dương.

56 ([Tuy23], 198., p. 39). Tính hợp lý: (a) $-2021 + (-22 + 87 + 2021)$; (b) $1152 - (374 + 1152) + (-65 + 374)$.

57 ([Tuy23], 199., p. 39). Đặt dấu ngoặc 1 cách thích hợp để tính các tổng đại số sau: (a) $942 - 2567 + 2563 - 1942$; (b) $13 - 12 + 11 + 10 - 9 + 8 - 7 - 6 + 5 - 4 + 3 + 2 - 1$.

58 ([Tuy23], 200., p. 39). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $461 + (x - 45) = 387$; (b) $11 - (-53 + x) = 97$; (c) $-(x + 84) + 213 = -16$.

59 ([Tuy23], 201., p. 39). Chứng minh: $-(-a + b + c) + (b + c - 1) = (b - c + 6) - (7 - a + b) + c$, $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}$.

60 ([Tuy23], 202., p. 40). Cho $a, b, c \in \mathbb{Z}$ 8 $A = a + b - 5$, $B = -b - c + 1$, $C = b - c - 4$, $D = b - a$. Chứng minh $A + B = C - D$.

61 ([Tuy23], 203., p. 40). Cho $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $a > b$, $S = -(a - b - c) + (-c + b + a) - (a + b)$. Chứng minh S là 1 số nguyên âm.

62 ([Tuy23], 204., p. 40). Viết 5 số nguyên vào 5 đỉnh của 1 ngôi sao 5 cánh sao cho tổng của 2 số tại 2 đỉnh liên nhau luôn bằng -6 . Tìm 5 số nguyên đó.

63 ([Tuy23], 205., p. 40). Cho 1001 số tự nhiên từ 1 đến 1001 sắp xếp theo thứ tự tùy ý. Lấy số thứ nhất trừ đi 1, lấy số thứ 2 trừ đi 2, lấy số thứ 3 trừ đi 3, ..., lấy số thứ 1001 trừ đi 1001. Tính tổng của 1001 số mới.

2 Operator · on \mathbb{Z} – Phép · Số Nguyên

64 ([Tuy23], VD40, p. 37). Tính tổng $S = (-351) + (-74) + 51 + (-126) + 149$.

65 ([Tuy23], VD41, p. 38). Với $a, b \in \mathbb{Z}$, chứng minh $a - b$ 8 $b - a$ là 2 số đối nhau.

66 ([Tuy23], 186., p. 38). Tính nhanh: (a) $-37 + 54 + (-70) + (-163) + 246$; (b) $-359 + 181 + (-123) + 350 + (-172)$; (c) $-69 + 53 + 46 + (-94) + (-14) + 78$.

67 ([BQT23], H1, p. 59). 3 bạn Egg, Chicken, Bee cùng tham gia 1 trò chơi, mỗi người được tặng trước 100 điểm. Với mỗi câu trả lời đúng, người chơi được 200 điểm, mỗi câu trả lời sai được -100 điểm (bị trừ đi 100 điểm). Sau 10 câu hỏi, Egg trả lời đúng 5 câu, sai 5 câu; Chicken trả lời đúng 6 câu, sai 4 câu; Bee trả lời đúng 4 câu, sai 6 câu. Hỏi số điểm của mỗi bạn đạt được là bao nhiêu? Ai là người có số điểm cao nhất?

68 ([BQT23], H2, p. 60). Đ/S? (a) $a^2 \Rightarrow a > 0$. (b) $a^2 = 0 \Rightarrow a = 0$. (c) $a^2 > a \Rightarrow a < 0$. (d) $a^2 > a \Rightarrow a > 1$. (e) $a < 0 \Rightarrow a^2 > a$.

69 ([BQT23], VD1, p. 60). 1 xí nghiệp sản xuất giày có chế độ thưởng-phạt hàng tháng như sau: Làm ra 1 sản phẩm đạt chất lượng được thưởng 50000 đồng. Làm ra 1 sản phẩm không đạt chất lượng bị phạt 40000 đồng. Tháng này, chị Lan làm được 45 sản phẩm đạt chất lượng & 5 sản phẩm không đạt chất lượng. Hỏi chị Lan nhận được bao nhiêu tiền thưởng-phạt?

70 ([BQT23], VD2, p. 60). Tính hợp lý: (a) $A = (162 - 62) \cdot (-27) + 73 \cdot (-36 - 64)$. (b) $B = 39 \cdot 46 - 39 \cdot 76 + 30 \cdot (-61)$. (c) $C = 25 \cdot (75 - 49) + 75 \cdot (49 - 25)$.

71 ([BQT23], VD3, p. 61). Bỏ dấu ngoặc rồi rút gọn biểu thức $A = (a + 1)(b - 2) - (ab - 2)$.

72 ([BQT23], VD4, p. 61). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $(x + 3)(2 - x) = 0$. (b) $(2x - 7)^2 = 25$. (c) $(1 - 3x)^3 = -8$.

73 ([BQT23], VD5, p. 62). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: $(x + 2)(x - 3) < 0$.

74 ([BQT23], VD6, p. 62). Tìm $a, b \in \mathbb{Z}$ thỏa: $ab = 18$ & $a + b = -11$.

75 ([BQT23], 9.1., p. 62). Tính hợp lý: (a) $(-4) \cdot 125 \cdot (-2) \cdot 8 \cdot (-5) \cdot 25$. (b) $(-154) \cdot 67 + 154 \cdot (-33) - 46$.

76 ([BQT23], 9.2., p. 62). Tính giá trị của biểu thức: (a) $A = 7a^2b^3$ với $a = 1, b = -1$. (b) $B = -9a^2b^4$ với $a = -2, b = -1$.

77 ([BQT23], 9.3., p. 62). Tính giá trị của biểu thức: (a) $ax + ay + bx + by$ biết $a + b = -5, x + y = 13$. (b) $ax + ay - bx - by$ biết $a - b = 6, x + y = -16$.

78 ([BQT23], 9.4., p. 62). Cho $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Chứng minh: $a(b - c) - b(c + a) = -c(a + b)$

79 ([BQT23], 9.5., p. 62). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $5(3 - x) + 2(x - 7) = -14$. (b) $(x + 17)(25 - x) = 0$.

80 ([BQT23], 9.6., p. 62). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $(3x^2 + 2)(25 - x^2) = 0$. (b) $(x^2 - 1)(9 + 2x^2) = 0$.

81 ([BQT23], 9.7., p. 63). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $(x - 5)(8 - x) > 0$. (b) $(x^2 - 15)(x^2 - 21) < 0$.

82 ([BQT23], 9.8., p. 63). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $xy = -20$. (b) $(2x - 1)(4y + 2) = -30$.

83 ([BQT23], 9.9., p. 63). Cho 106 số nguyên trong đó tích của 7 số bất kỳ là 1 số âm. Chứng minh tích của tất cả 106 số đó là 1 số dương.

84 ([BQT23], 9.10., p. 63). Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa: (a) $x + xy + y = 9$. (b) $xy + 3x - 2y = 17$.

85 ([BQT23], 9.11., p. 63). Chicken lấy tuổi của mình viết sau tuổi của bố thì được 1 số gồm 4 chữ số. Chicken lấy số này trừ đi hiệu số tuổi của bố & con thì được kết quả là 4289. Tìm số tuổi của 2 bố con Chicken.

86 ([BQT23], p. 63, Lũy thừa của số nguyên âm). Với $a \in \mathbb{Z}, a > 0, n \in \mathbb{N}$, chứng minh: (a) Lũy thừa bậc chẵn của 1 số nguyên âm là 1 số nguyên dương: $(-a)^{2n} = a^{2n}$. (b) Lũy thừa bậc lẻ của 1 số nguyên âm là 1 số nguyên âm: $(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$.

Tài liệu

- [Bìn23] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần thứ 2. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 200.
- [BQT23] Vũ Hữu Bình, Đặng Văn Quân, and Bùi Văn Tuyên. *Bồi Dưỡng Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 104.
- [Trơ+21] Đặng Đức Trọng, Nguyễn Đức Tấn, Phạm Lê Quốc Thắng, Nguyễn Phúc Trường, and Cao Hoàng Lợi. *Bồi Dưỡng Năng Lực Tự Học Toán 6*. Nhà Xuất Bản Đại Học Quốc Gia Hà Nội, 2021, p. 195.
- [Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần thứ 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 184.