

Problem: Multivariate Polynomial – Bài Tập: Đa Thức Nhiều Biến

Nguyễn Quân Bá Hồng*

Ngày 26 tháng 9 năm 2023

Mục lục

1 Multivariate Monomial Polynomial – Đơn Thức & Đa Thức Nhiều Biến	1
2 Operators \pm Multivariate Polynomials – Phép \pm Đa Thức Nhiều Biến	1
3 Operators $\cdot, :$ Multivariate Polynomial – Phép $\cdot, :$ Đa Thức Nhiều Biến	2
4 Miscellaneous	2
Tài liệu	2

1 Multivariate Monomial Polynomial – Đơn Thức & Đa Thức Nhiều Biến

Bài toán 1 ([Tuy23], Ví dụ 1, p. 4). Cho 3 biểu thức $A = \frac{4xy}{x^2 - 2xy + y^2}$, $B = x^2 - 2xy + y^2$, $C = -4xy$. (a) Cho biết biểu thức nào là đơn thức nhiều biến, là đa thức nhiều biến? (b) Với $x = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$, chứng minh 2 biểu thức B, C có cùng 1 giá trị.

Bài toán 2 ([Tuy23], 1., p. 5). Cho đơn thức $A = -2mx^3y^4$, m là hằng. Cho biết: (a) Hệ số & phần biến của đơn thức A . (b) Bậc của đơn thức A đối với từng biến & đối với tập hợp các biến.

Bài toán 3 ([Tuy23], 2., p. 5). Cho $x^2 = 3$, $y^2 = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của đa thức $A = x^4 - x^2y^2 + y^4$.

Bài toán 4 ([Tuy23], 3., p. 5). Tìm các đơn thức đồng dạng trong 5 đơn thức sau ($a \neq 0$ là hằng): $P = \frac{4}{5}x^4y^3xy$, $Q = \frac{2}{3}a^3x^3y^2x^2y$, $R = 6a^2x^2y^4ax^3$, $M = -10$, $N = \frac{7}{6}$.

Bài toán 5 ([Tuy23], 4., p. 5). Cho 3 đơn thức nhiều biến: $A = ab^2x^4y^3$, $B = ax^4y^3$, $C = b^2x^4y^3$. Các đơn thức nào đồng dạng với nhau nếu: (a) a, b là hằng $\neq 0$ còn x, y là biến. (b) $a \neq 0$ là hằng còn b, x, y là biến. (c) $b \neq 0$ là hằng còn a, x, y là biến.

Bài toán 6 ([Tuy23], 5., p. 5). Cho biểu thức $A = \frac{-4ax^2y^5}{(b+1)^3}$. Trong 3 trường hợp sau đây, trường hợp nào A là đơn thức? (a) a, b là hằng. (b) a là hằng. (c) b là hằng. Trong trường hợp đó, cho biết hệ số & bậc của đơn thức đối với mỗi biến & đối với tập hợp của biến.

2 Operators \pm Multivariate Polynomials – Phép \pm Đa Thức Nhiều Biến

Bài toán 7 ([Tuy23], Ví dụ 2, p. 6). Cho 2 đơn thức $A = 3m^2x^2y^3z$, $B = 12x^2y^3z$ ($m \neq 0$ là hằng). (a) Tính hiệu $A - B$. (b) Xác định m để giá trị của 2 đơn thức A, B luôn bằng nhau với mọi $x, y, z \in \mathbb{R}$.

Bài toán 8 ([Tuy23], Ví dụ 3, p. 6). Cho 3 đa thức $A = 8a - 9b$, $B = 5b - c$, $C = 3c - 2a$ trong đó $a, b, c \in \mathbb{N}$. Không thực hiện phép tính, cho biết tích ABC có giá trị là số chẵn hay lẻ?

Bài toán 9 ([Tuy23], 6., p. 7). Cho 2 đa thức $A = 3x^4 - 2x^3y + 5xy^3 - y^4$, $B = -8x^4 + 2x^3y - 9x^2y^2 - xy^3 + 4y^4$. Tính tổng $A + B$ & hiệu $A - B$ bằng 2 cách: Cộng trừ theo hàng ngang. Cộng trừ theo cột dọc.

Bài toán 10 ([Tuy23], 7., p. 7). Chứng minh $\forall n \in \mathbb{N}^*$: (a) $8 \cdot 2^n + 2^{n+1}$ có tận cùng bằng chữ số 0. (b) $3^{n+3} - 2 \cdot 3^n + 2^{n+5} - 7 \cdot 2^n : 25$. (c) $4^{n+3} + 4^{n+2} - 4^{n+1} - 4^n : 300$.

Bài toán 11 ([Tuy23], 8., p. 7). Viết tích $31 \cdot 5^2$ thành tổng của 3 lũy thừa cơ số 5 với số mũ là 3 số tự nhiên liên tiếp.

Bài toán 12 ([Tuy23], 9., p. 7). Viết 2 số tự nhiên sau dưới dạng 1 đa thức có 2 biến x, y : (a) \overline{xyz} . (b) $\overline{yxy5}$.

*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam
e-mail: nguyenquanbahong@gmail.com; website: <https://nqbh.github.io>.

Bài toán 13 ([Tuy23], 10., p. 7). Cho đa thức $P = ax^4y^3 + 10xy^2 + 4y^3 - 2x^4y^3 - 3xy^2 + bx^3y^4$. biết a, b là hằng & đa thức P có bậc 3, tìm a, b .

Bài toán 14 ([Tuy23], 11., p. 7). Tính tổng $S = \overline{ab} + \overline{abc} + \overline{ba} - \overline{bac}$.

Bài toán 15 ([Tuy23], 12., p. 7). Chứng minh tổng của 4 số lẻ liên tiếp thì chia hết cho 8.

Bài toán 16 ([Tuy23], 13., p. 7). Cho 3 đa thức $A = 16x^4 - 8x^3y + 7x^2y^2 - 9y^4$, $B = -15x^4 + 3x^3y - 5x^2y^2 - 6y^4$, $C = 5x^3y + 3x^2y^2 + 17y^4 + 1$. Chứng minh ít nhất 1 trong 3 đa thức này có giá trị dương $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

Bài toán 17 ([Tuy23], 14., p. 7). Cho đa thức $A = 2x^2 + |7x - 1| - (5 - x + 2x^2)$. (a) Thu gọn A . (b) Tìm x để $A = 2$.

Bài toán 18 ([Tuy23], 15., p. 7). Tính giá trị của 2 đa thức sau biết $x - y = 0$. (a) $A = 7x - 7y + 4ax - 4ay - 5$. (b) $B = x(x^2 + y^2) - y(x^2 + y^2) + 3$.

Bài toán 19 ([Tuy23], 16., p. 7). Cho 2 đa thức $A = xyz - xy^2 - xz^2$, $B = y^3 + z^3$. Chứng minh nếu $x - y - z = 0$ thì A, B là 2 đa thức đối nhau.

Bài toán 20 ([Tuy23], 17., p. 7). Tính giá trị của đa thức $A = 4x^4 + 7x^2y^2 + 3y^4 + 5y^2$ với $x^2 + y^2 = 5$.

3 Operators $\cdot, :$ Multivariate Polynomial – Phép $\cdot, :$ Đa Thức Nhiều Biến

4 Miscellaneous

Tài liệu

[Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 8*. Tái bản lần thứ 18. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 188.