

# Problem: Prime, Composite, GCD, & LCM

## Bài Tập: Số Nguyên Tố, Hợp Số, ƯCLN, & BCNN

Nguyễn Quân Bá Hồng\*

Ngày 20 tháng 10 năm 2023

### Tóm tắt nội dung

Last updated version: [GitHub/NQBH/hobby/elementary\\_mathematics/grade\\_6/natural/prime\\_gcd\\_lcm/problem\[pdf\].1](https://github.com/NQBH/hobby/elementary_mathematics/grade_6/natural/prime_gcd_lcm/problem[pdf].1)  
[TeX]<sup>2</sup>.

## Mục lục

1 Prime. Composite – Số Nguyên Tố. Hợp Số	1
2 Greatest Common Divisor. Least Common Multiple – Ước Chung Lớn Nhất. Bội Chung Nhỏ Nhất	3
3 Nguyên Lý Dirichlet & Bài Toán Chia Hết	5
4 Miscellaneous	6
Tài liệu	6

## 1 Prime. Composite – Số Nguyên Tố. Hợp Số

- 1 ([BQT23], H1, p. 36). Egg có 54 viên bi & muốn chia đều số bi đó vào các hộp. Tìm tất cả các cách chia thỏa mãn.
  - 2 ([BQT23], H2, p. 36). (a) Số nào có phân tích ra thừa số nguyên tố là  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$ . (b) Phân tích 2160 ra thừa số nguyên tố.
  - 3 ([BQT23], H3, p. 36). Tìm chữ số  $a$  để  $\overline{17a}$  là số nguyên tố.
  - 4 ([BQT23], H4, p. 36). Đ/S? Ký hiệu  $P$  là tập hợp các số nguyên tố. (a)  $19 \in P$ . (b)  $\{3, 5, 7\} \in P$ . (c)  $\{71, 73\} \in P$ . (d)  $6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 - 5 \cdot 7 \cdot 11 \in P$ . (e) Mọi số nguyên tố đều có tận cùng là số lẻ.
  - 5 ([BQT23], Ví dụ 1, p. 37). Cho 1 phép chia có số bị chia bằng 236 & số dư bằng 15. Tìm số chia & thương.
  - 6 ([BQT23], Ví dụ 2, p. 37). Có bao nhiêu số là bội của 6 trong khoảng từ 72 đến 2016?
  - 7 ([BQT23], Ví dụ 3, p. 37). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  sao cho  $42 : (2x + 5)$ .
  - 8 ([BQT23], Ví dụ 4, p. 38). Tìm số nguyên tố  $p$  sao cho  $p + 2$  &  $p + 4$  cũng là 2 số nguyên tố.
  - 9 ([BQT23], Ví dụ 5, p. 38). Cho  $p > 3$  &  $2p + 1$  là 2 số nguyên tố. Hỏi  $4p + 1$  là số nguyên tố hay hợp số.
  - 10 ([BQT23], Ví dụ 6, p. 39). Tìm số nguyên tố bằng tổng của 2 số nguyên tố & cũng bằng hiệu của 2 số nguyên tố khác.
- Lưu ý 1.** 2 là số nguyên tố chẵn duy nhất.
- 11 ([BQT23], Ví dụ 7, p. 39). Phân tích ra thừa số nguyên tố: (a)  $2016^7$ . (b)  $30 \cdot 4 \cdot 1975$ .
  - 12 ([BQT23], Ví dụ 8, p. 39). Tìm  $n \in \mathbb{N}^*$  thỏa  $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = 870$ .
  - 13 ([BQT23], Ví dụ 9, p. 40). Tìm  $n \in \mathbb{N}^*$  sao cho  $p = (n - 2)(n^2 + n - 5)$  là số nguyên tố.
  - 14 ([BQT23], 5.1., p. 40). Tìm tập hợp các số tự nhiên vừa là bội của 9, vừa là ước của 72.
  - 15 ([BQT23], 5.2., p. 40). Tìm  $x \in \mathbb{N}^*$  thỏa: (a)  $x - 1$  là ước của 24. (b) 36 là bội của  $2x + 1$ .

\*Independent Researcher, Ben Tre City, Vietnam  
e-mail: [nguyenquanbahong@gmail.com](mailto:nguyenquanbahong@gmail.com); website: <https://nqbh.github.io>.

<sup>1</sup>URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_6/natural/prime\\_gcd\\_lcm/problem/NQBH\\_prime\\_gcd\\_lcm\\_problem.pdf](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/natural/prime_gcd_lcm/problem/NQBH_prime_gcd_lcm_problem.pdf).

<sup>2</sup>URL: [https://github.com/NQBH/elementary\\_STEM\\_beyond/blob/main/elementary\\_mathematics/grade\\_6/natural/prime\\_gcd\\_lcm/problem/NQBH\\_prime\\_gcd\\_lcm\\_problem.tex](https://github.com/NQBH/elementary_STEM_beyond/blob/main/elementary_mathematics/grade_6/natural/prime_gcd_lcm/problem/NQBH_prime_gcd_lcm_problem.tex).

- 16 ([BQT23], 5.3., p. 40). Tìm  $x, y \in \mathbb{N}^*$  thỏa  $(2x + 1)(y - 3) = 15$ .
- 17 ([BQT23], 5.4., p. 40). Phân tích ra thừa số nguyên tố: (a)  $1 \cdot 12 \cdot 78$ . (b)  $1930^8$ .
- 18 ([BQT23], 5.5., p. 40). Chứng minh nếu  $p$  là 1 số nguyên tố lớn hơn 3 thì  $(p - 1)(p + 1)$  chia hết cho 3 & cho 8.
- 19 ([BQT23], 5.6., p. 40). Tìm chữ số  $a$  để  $\overline{23a}$  là số nguyên tố.
- 20 ([BQT23], 5.7., p. 40). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có đúng 18 ước số.
- 21 ([BQT23], 5.8., p. 40). Chứng minh: Nếu 1 số tự nhiên có 3 chữ số tận cùng là 104 thì số đó có ít nhất 4 ước số.
- 22 ([BQT23], 5.9., p. 40). Tìm 2 số nguyên tố có tổng bằng 309.
- 23 ([BQT23], 5.10., p. 40). Tìm số nguyên tố  $p$  sao cho  $p + 4, p + 8$  cũng là 2 số nguyên tố.
- 24 ([BQT23], 5.11., p. 40). Tìm số nguyên tố  $p$  sao cho  $p + 6, p + 8, p + 12, p + 14$  cũng là 4 số nguyên tố.
- 25 ([BQT23], 5.12., p. 40). Cho  $p > 3$  &  $p + 4$  là 2 số nguyên tố. Chứng minh  $p + 8$  là hợp số.
- 26 ([BQT23], 5.13., p. 40). Số  $3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2012}$  là số nguyên tố hay hợp số?
- 27 ([BQT23], 5.14., p. 40). 2 số nguyên tố được gọi là sinh đôi nếu chúng là 2 số nguyên tố & là 2 số lẻ liên tiếp, e.g., 3 & 5, 11 & 13, ... Chứng minh số tự nhiên lớn hơn 4 & nằm giữa 2 số nguyên tố sinh đôi thì chia hết cho 6.
- 28 ([BQT23], 5.15., p. 41). Tìm 3 số tự nhiên lẻ liên tiếp đều là số nguyên tố.
- 29 ([BQT23], 5.16., p. 41). Tìm  $n \in \mathbb{N}^*$  thỏa  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = 169$ .
- 30 ([BQT23], 5.17., p. 41). Biết số  $\overline{abc}$  khi phân tích ra thừa số nguyên tố có thừa số 3 & thừa số 7. Chứng minh số  $a + 19b + 4c$  cũng có tính chất đó.
- 31 ([BQT23], 5.18., p. 41). Tìm chữ số  $a$  sao cho số  $\overline{aaa}$  là tổng của các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến số  $n$  nào đó.
32. Chứng minh tập hợp các số nguyên tố có vô hạn phần tử & không có số nguyên tố lớn nhất.
- Hint.* Giả sử phản chứng: chỉ có hữu hạn số nguyên tố  $p_1 < p_2 < \dots < p_n$ . Chứng minh  $p := \prod_{i=1}^n p_i + 1 = p_1 p_2 \dots p_n + 1$  là 1 số nguyên tố lớn hơn mỗi số nguyên tố  $p_i, \forall i \in \mathbb{N}$ .
- 33 ([Tuy23], VD26, p. 25). Tìm số nguyên tố  $a$  để  $4a + 11$  là số nguyên tố nhỏ hơn 30.
- 34 ([Tuy23], VD27, p. 25). Cho  $A = \sum_{i=1}^{100} 5^i = 5 + 5^2 + \dots + 5^{100}$ . (a) Hỏi  $A$  là số nguyên tố hay hợp số? (b) Số  $A$  có phải là số chính phương không?
- 35 ([Tuy23], VD28, p. 2). Tính cạnh của 1 hình vuông có diện tích  $5929 \text{ m}^2$ .
- 36 ([Tuy23], 116., p. 26). Phân loại số nguyên tố, hợp số: (a)  $A = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 13 + 20$ . (b)  $B = 147 \cdot 247 \cdot 347 - 13$ .
- 37 ([Tuy23], 117., p. 26). Tìm số bị chia & thương trong phép chia:  $9 \star \star : 17 = \star \star$ . Biết thương là 1 số nguyên tố.
- 38 ([Tuy23], 118., p. 26). Cho  $a, n \in \mathbb{N}^*$ . Biết  $a^n : 5$ . Chứng minh  $a^2 + 150 : 25$ .
- 39 ([Tuy23], 119., p. 26). (a) Cho  $n \in \mathbb{N}, n \not\equiv 3$ . Chứng minh  $n^2$  chia cho 3 dư 1. (b) Cho  $p$  là 1 số nguyên tố lớn hơn 3. Hỏi  $p^2 + 2021$  là số nguyên tố hay hợp số?
- 40 ([Tuy23], 120., p. 26). Cho  $n \in \mathbb{N}, n > 2, n \not\equiv 3$ . Chứng minh 2 số  $n^2 \pm 1$  không thể đồng thời là 2 số nguyên tố.
- 41 ([Tuy23], 121., p. 26). Cho  $p > 3, p + 8$  đều là số nguyên tố. Hỏi  $p + 100$  là số nguyên tố hay hợp số?
- 42 ([Tuy23], 122., p. 26). Phân tích ra thừa số nguyên tố bằng cách hợp lý nhất: (a) 700, 9000, 210000. (b) 500, 1600, 18000.
- 43 ([Tuy23], 123., p. 26). Đếm số ước số của: 90, 540, 3675.
- 44 ([Tuy23], 124., p. 26). Tìm: (a) 2 số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 1260. (b) 3 số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 3360.
- 45 ([Tuy23], 125., p. 26). Tìm: (a) 3 số chẵn liên tiếp có tích bằng 5760. (b) 3 số lẻ liên tiếp có tích bằng 19575.
- 46 ([Tuy23], 126., p. 26). Tính cạnh của 1 hình lập phương biết thể tích của nó là  $1728 \text{ cm}^3$ .
- 47 ([Tuy23], 127., p. 27). Chứng minh 1 số tự nhiên  $\neq 0$  có số lượng các ước là 1 số lẻ  $\Leftrightarrow$  số tự nhiên đó là số chính phương.
- 48 ([Tuy23], 128., p. 27). Tìm  $n \in \mathbb{N}^*$  thỏa: (a)  $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = 210$ . (b)  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = 225$ .
- 49 ([Bin22], VD32, p. 30). Điền các chữ số thích hợp trong phép phân tích ra thừa số nguyên tố:  $\overline{abcd} = \overline{efcga} = \overline{enabc} = \overline{encncf} = \dots$
- 50 ([Bin22], VD33, p. 30). Tìm số nguyên tố  $p$  sao cho  $p + 2, p + 4$  cũng là 2 số nguyên tố.

- 51 ([Bin22], VD34, p. 31). 1 số nguyên tố  $p$  chia cho 42 có số dư  $r$  là hợp số. Tìm số dư  $r$ .
- 52 ([Bin22], VD35, p. 31). Tìm  $n \in \mathbb{N}^*$  nhỏ nhất sao cho  $n! + 1$  là hợp số.
- 53 ([Bin22], 180., p. 31). (a) Đếm số số nguyên tố nhỏ hơn 100. (b) Tính tổng tất cả các số nguyên tố nhỏ hơn 100.
- 54 ([Bin22], 181., p. 31). Tổng của 3 số nguyên tố bằng 1012. Tìm số nhỏ nhất trong 3 số nguyên tố đó.
- 55 ([Bin22], 182., p. 31). Tìm 4 số nguyên tố liên tiếp, sao cho tổng của chúng là số nguyên tố.
- 56 ([Bin22], 183., p. 31). Tổng của 2 số nguyên tố có thể bằng 2003 không?
- 57 ([Bin22], 184., p. 31). Tìm 2 số tự nhiên sao cho tổng & tích của chúng đều là số nguyên tố.
- 58 ([Bin22], 185., p. 31). Trong 1 cuộc phỏng vấn tuyển nhân viên làm việc ở Tập đoàn Microsoft của Mỹ, 1 ứng viên nhận được câu hỏi: Tìm số tiếp theo trong dãy 4, 6, 12, 18, 30, 42, 60, ... Nhờ có kiến thức về số nguyên tố, ứng viên đã trả lời đúng. Số tiếp theo của dãy là số nào?
- 59 ([Bin22], 186., p. 31). Phân loại số nguyên tố & hợp số: (a)  $a = \underbrace{1 \dots 1}_{2001}, b = \underbrace{1 \dots 1}_{2000}, c = 1010101, d = 1112111, e = \sum_{i=1}^{100} i! = 1! + 2! + \dots + 100!, f = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 - 28, g = 311141111$ .
- 60 ([Bin22], 187., p. 31). Tìm số nguyên tố có 3 chữ số biết nếu viết số đó theo thứ tự ngược lại thì ta được 1 số là lập phương của 1 số tự nhiên.
- 61 ([Bin22], 188., p. 31). Tìm số tự nhiên có 4 chữ số, chữ số hàng nghìn bằng chữ số hàng đơn vị, chữ số hàng trăm bằng chữ số hàng chục, & số đó viết được dưới dạng tích của 3 số nguyên tố liên tiếp.
- 62 ([Bin22], 189., p. 32). Tìm số nguyên tố  $p$  sao cho các số sau cũng là số nguyên tố: (a)  $p + 2, p + 10$ . (b)  $p + 10, p + 20$ . (c)  $p + 2, p + 6, p + 8, p + 12, p + 14$ .
- 63 ([Bin22], 190., p. 32). Tìm số nguyên tố biết số đó bằng tổng của 2 số nguyên tố & bằng hiệu của 2 số nguyên tố.
- 64 ([Bin22], 191., p. 32). Cho 3 số nguyên tố lớn hơn 3, trong đó số sau lớn hơn số trước là  $d$  đơn vị. Chứng minh  $d \vdots 6$ .
- 65 ([Bin22], 192., p. 32). 2 số nguyên tố gọi là sinh đôi nếu chúng là 2 số nguyên tố lẻ liên tiếp. Chứng minh 1 số tự nhiên lớn hơn 3 nằm giữa 2 số nguyên tố sinh đôi thì chia hết cho 6.
- 66 ([Bin22], 193., p. 32). Cho  $p > 3$  là số nguyên tố. Biết  $p + 2$  cũng là số nguyên tố. Chứng minh  $p + 1 \vdots 6$ .
- 67 ([Bin22], 194., p. 32). Cho  $p > 3, p + 4$  là 2 số nguyên tố. Chứng minh  $p + 8$  là hợp số.
- 68 ([Bin22], 195., p. 32). Cho  $p, 8p - 1$  là 2 số nguyên tố. Chứng minh  $8p + 1$  là hợp số.
- 69 ([Bin22], 196., p. 32). 1 ngày đầu năm 2002, Huy viết thư hỏi ngày sinh của Long & nhận được thư trả lời: Mình sinh ngày  $a$ , tháng  $b$ , năm  $1900 + c$ , & đến nay  $d$  tuổi. Biết  $abcd = 59007$ . Huy đã tính được ngày sinh của anh Long & kịp viết thư mừng sinh nhật bạn. Tìm ngày sinh của Long.
- 70 ([Bin22], 197., p. 32). 1 số nguyên tố chia cho 30 có số dư là  $r$ . Tìm  $r$  biết  $r$  không là số nguyên tố.
- 71 ([Bin22], 198., p. 32). Chứng minh: (a) Số 17 không viết được dưới dạng tổng của 3 hợp số khác nhau. (b) Mọi số lẻ lớn hơn 17 đều viết được dưới dạng tổng của 3 hợp số khác nhau.
- 72 ([Bin22], 199., p. 32). Tuổi trung bình của 8 người là 15, trong đó tuổi mỗi người đều là số nguyên tố. Trong 4 người nhiều tuổi nhất, có 3 người 19 tuổi. Tuổi trung bình của người nhiều tuổi thứ 4 & thứ 5 là 11. Tính tuổi của người nhiều tuổi nhất.

## 2 Greatest Common Divisor. Least Common Multiple – Ước Chung Lớn Nhất. Bội Chung Nhỏ Nhất

- 73 ([BQT23], H1, p. 43). 1 thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài 72 m, chiều rộng 40 m. Chicken muốn chia thửa ruộng thành các mảnh đất hình vuông bằng nhau để trồng các loại ngũ cốc. Tính độ dài lớn nhất của hình vuông mà Chicken có thể chia.
- 74 ([BQT23], H2, p. 43). Có 4 thuyền A, B, C, D. Thuyền A cứ 5 ngày cập bến 1 lần, thuyền B cứ 6 ngày cập bến 1 lần, thuyền C cứ 8 ngày cập bến 1 lần & thuyền D cứ 10 ngày cập bến 1 lần. Egg nhắm tính: Nếu ngày hôm nay cả 4 thuyền cùng cập bến thì: (a) Sau ít nhất  $a$  ngày nữa, thuyền A cùng cập bến với thuyền D. (b) Sau ít nhất  $b$  ngày nữa, thuyền B cùng cập bến với thuyền C. (c) Sau ít nhất  $c$  ngày nữa, thuyền B cùng cập bến với thuyền D. (d) Sau ít nhất  $d$  ngày nữa, cả 4 thuyền sẽ cùng cập bến lần thứ 2. Tìm  $a, b, c, d$ .
- 75 ([BQT23], Ví dụ 1, p. 43). Tìm ƯC(48, 60), BC(4, 14).
- 76 ([BQT23], Ví dụ 2, p. 44). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  biết chia 264 cho  $a$  thì dư 24, còn khi chia 363 cho  $a$  thì được dư là 43.

- 77 ([BQT23], Ví dụ 3, p. 44). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có 4 chữ số biết khi chia số đó cho 18, 24, 30 thì có số dư lần lượt là 13, 19, 25.
- 78 ([BQT23], Ví dụ 4, p. 44). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  thỏa  $a + b = 336$  &  $\text{ƯCLN}(a, b) = 24$ .
- 79 ([BQT23], Ví dụ 5, p. 45). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  thỏa  $\text{ƯCLN}(a, b) = 24$  &  $\text{BCNN}(a, b) = 36$ .
- 80 ([BQT23], Ví dụ 6, p. 45). Cho  $n \in \mathbb{N}^*$ . Chứng minh:  $\text{ƯCLN}(2n + 5, 3n + 7) = 1$ .
- 81 ([BQT23], Ví dụ 7, p. 46). Học sinh khối 6 của 1 trường khi xếp hàng 12, hàng 15 hay hàng 18 thì đều vừa đủ hàng. Tính số học sinh khối 6 của trường đó biết số học sinh này nằm trong khoảng từ 500 đến 600 học sinh.
- 82 ([BQT23], Ví dụ 8, p. 46). 1 lớp học có 28 học sinh nam & 24 học sinh nữ. Khi tham gia lao động, GVCN muốn chia lớp thành các nhóm sao cho số học sinh nam & số học sinh nữ được chia đều vào các nhóm. Hỏi GVCN có bao nhiêu cách chia nhóm? Cách chia nào có số học sinh trong mỗi nhóm ít nhất?
- 83 ([BQT23], 6.1., p. 47). Tìm  $\text{ƯC}(54, 120, 180)$ ,  $\text{BC}(21, 84)$ .
- 84 ([BQT23], 6.2., p. 47). 1 số chia cho 21 dư 2 & chia cho 12 dư 5. Hỏi số đó chia cho 84 thì dư bao nhiêu?
- 85 ([BQT23], 6.3., p. 47). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  thỏa mãn:  $a : 7$  &  $a$  chia cho 4 hoặc 6 đều dư 3 biết  $a < 350$ .
- 86 ([BQT23], 6.4., p. 47). Tìm số tự nhiên lớn nhất có 3 chữ số sao cho chia nó cho 3, cho 4, cho 5 ta được 3 số dư theo thứ tự là 2, 3, 4.
- 87 ([BQT23], 6.5., p. 47). Cho  $\text{ƯCLN}(a, b) = 1$ . Chứng minh: (a)  $\text{ƯCLN}(a, a - b) = 1$  với  $a > b$ . (b)  $\text{ƯCLN}(ab, a + b) = 1$ .
- 88 ([BQT23], 6.6., p. 47). Cho  $n \in \mathbb{N}$ . Chứng minh: (a)  $\text{ƯCLN}(3n + 13, 3n + 14) = 1$ . (b)  $\text{ƯCLN}(3n + 5, 6n + 9) = 1$ .
- 89 ([BQT23], 6.7., p. 47). 1 lớp học có 27 học sinh nam & 18 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chia lớp đó thành các tổ sao cho số học sinh nam & số học sinh nữ được chia đều vào các tổ? Biết số tổ lớn hơn 1.
- 90 ([BQT23], 6.8., p. 47). 1 đơn vị bộ đội khi xếp hàng, mỗi hàng có 20 người, hoặc 25 người, hoặc 30 người đều thừa 15 người. Nếu xếp mỗi hàng 41 người thì vừa đủ (không có hàng nào thiếu, không có ai ở ngoài hàng). Hỏi đơn vị có bao nhiêu người biết số người của đơn vị chưa đến 1000?
- 91 ([BQT23], 6.9., p. 47). Tổng số học sinh khối 6 của 1 trường có khoảng từ 235 đến 250 em, khi chia cho 3 thì dư 2, chia cho 4 thì dư 3, chia cho 5 thì dư 4, chia cho 6 thì dư 5, chia cho 10 thì dư 9. Tìm số học sinh của khối 6.
- 92 ([BQT23], 6.10., p. 47). 1 trường tổ chức cho học sinh đi tham quan bằng ô tô. Nếu xếp 27 hay 36 học sinh lên 1 ô tô thì đều thấy thừa ra 11 học sinh. Tính số học sinh đi tham quan biết số học sinh đó có khoảng từ 400 đến 450 em.
- 93 ([BQT23], 6.11., p. 47). Cho 2 số nguyên tố cùng nhau  $a, b$ . Chứng minh 2 số  $13a + 4b$  &  $15a + 7b$  hoặc nguyên tố cùng nhau hoặc có 1 ước chung là 31.
- 94 ([BQT23], 6.12., p. 47). Cho  $a, b \in \mathbb{N}$  không nguyên tố cùng nhau thỏa  $a = 2n + 3$ ,  $b = 3n + 1$  với  $n \in \mathbb{N}$ . Tìm  $\text{ƯCLN}(a, b)$ .
- 95 ([BQT23], 6.13., p. 47). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  biết: (a)  $5a = 13b$  &  $\text{ƯCLN}(a, b) = 48$ . (b)  $\text{BCNN}(a, b) = 360$  &  $ab = 6480$ . (c)  $a + b = 40$  &  $\text{BCNN}(a, b) = 7\text{ƯCLN}(a, b)$ .
- 96 ([BQT23], 6.14., p. 47). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  biết  $a + 2b = 48$  &  $\text{ƯCLN}(a, b) + 3\text{BCNN}(a, b) = 114$ .
- 97 ([BQT23], 6.15., p. 47). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  biết  $\text{ƯCLN}(a, b) + \text{BCNN}(a, b) = 21$ .
- 98 ([BQT23], 6.16., p. 47). Cho  $a = 123456789$  &  $b = 987654321$ . Tìm  $\text{ƯCLN}(a, b)$ .
- 99 ([BQT23], 6.17., p. 47, Thừa Thiên – Huế 2007). Tìm 4 chữ số  $a, b, c, d$  sao cho 4 số  $a, \overline{ad}, \overline{cd}, \overline{abcd}$  là 4 số chính phương.
- 100 ([BQT23], p. 48, 1 số tính chất mở rộng về  $\text{ƯCLN}$  &  $\text{BCNN}$ ). Chứng minh: (a)  $\text{ƯCLN}(a, b, c) = \text{ƯCLN}(\text{ƯCLN}(a, b), c)$ . (b)  $\text{BCNN}(a, b, c) = \text{BCNN}(\text{BCNN}(a, b), c)$ . (c)  $\text{ƯCLN}(ma, mb) = m\text{ƯCLN}(a, b)$ . (d)  $\text{BCNN}(ma, mb) = m\text{BCNN}(a, b)$ . (e)  $\text{ƯCLN}(a + kb, b) = \text{ƯCLN}(a, b)$ . (f) Nếu  $ab : m$  &  $\text{ƯCLN}(b, m) = 1$  thì  $a : m$ . (g) Nếu  $a : m$  &  $a : n$  thì  $a : \text{BCNN}(m, n)$ . (h) Nếu  $a : m$ ,  $a : n$ , &  $\text{ƯCLN}(m, n) = 1$  thì  $a : mn$ .
- 101 ([Tuy23], VD29, p. 27). Tìm  $b \in \mathbb{N}$  biết khi chia 326 cho  $b$  thì dư 11 còn chia 533 cho  $b$  thì dư 13.
- 102 ([Tuy23], VD30, p. 28). Chứng minh 2 số tự nhiên liên tiếp là 2 số nguyên tố cùng nhau.
- 103 ([Tuy23], 129., p. 28). Tìm  $\text{ƯCLN}$ ,  $\text{ƯC}$  của 3 số 432, 504, 720.
- 104 ([Tuy23], 130., p. 28). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  lớn nhất sao cho  $x + 495, 195 - x$  đều chia hết cho  $x$ .
- 105 ([Tuy23], 131., p. 28). 1 căn phòng hình chữ nhật có kích thước  $630 \times 480$  cm được lát loại gạch hình vuông. Muốn cho 2 hàng gạch cuối cùng sát với 2 bức tường liên tiếp không bị cắt xén thì kích thước lớn nhất của viên gạch là bao nhiêu? Với loại gạch này thì cần bao nhiêu viên gạch để lát cả căn phòng?

- 106** ([Tuy23], 132., p. 28). 2 lớp 6A, 6B cùng tham gia góp sách truyện để xây dựng thư viện. Mỗi học sinh góp số quyển sách như nhau. Tổng kết lại, lớp 6A góp được 36 quyển, lớp 6B góp được 39 quyển. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu bạn góp sách xây dựng thư viện?
- 107** ([Tuy23], 133., p. 28). Chứng minh các số sau nguyên tố cùng nhau: (a) 2 số lẻ liên tiếp. (b)  $2n + 5, 3n + 7$ , với  $n \in \mathbb{N}$ .
- 108** ([Tuy23], 134., p. 28). Cho  $(a, b) = 1$ . Chứng minh  $(a, a - b) = 1$ . (b)  $(ab, a + b) = 1$ .
- 109** ([Tuy23], 135., p. 28). Cho  $a, b$  là 2 số tự nhiên không nguyên tố cùng nhau,  $a = 4n + 3, b = 5n + 1, n \in \mathbb{N}$ . Tìm  $(a, b)$ .
- 110** ([Tuy23], 136., p. 28). ƯCLN của 2 số là 45. Số lớn là 270. Tìm số nhỏ.
- 111** ([Tuy23], 137., p. 28). Tìm 2 số biết tổng của chúng là 162 & ƯCLN của chúng là 18.
- 112** ([Tuy23], 138., p. 28). Tìm 2 số tự nhiên nhỏ hơn 200 biết hiệu của chúng là 90 & ƯCLN của chúng là 15.
- 113** ([Tuy23], 139., p. 28). Tìm 2 số biết tích của chúng là 8748 & ƯCLN của chúng là 27.
- 114** ([Tuy23], 140., p. 28).  $a \in \mathbb{N}$  & 5 lần số  $a$  có tổng các chữ số như nhau. Chứng minh  $a : 9$ .
- 115** ([Tuy23], 141., p. 28). Có 64 người đi tham quan bằng 2 loại xe: loại 12 chỗ ngồi & loại 7 chỗ ngồi (không kể lái xe). Biết số người đi vừa đủ số ghế ngồi, tính số xe mỗi loại.
- 116** ([Tuy23], VD31, p. 29). Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có 3 chữ số chia cho 18, 30, 45 có số dư lần lượt là 8, 20, 35.
- 117** ([Tuy23], VD32, p. 30). Trong tiết học thể dục hôm nay, thầy giáo cho các bạn trong lớp xếp hàng 4, hàng 6, hàng 9, mỗi lần đều thấy thừa 2 học sinh. Thầy không cần biết mỗi lần có bao nhiêu hàng, thầy nói ngay số học sinh có mặt là 38. Giải thích cách tính nhầm của thầy.
- 118** ([Tuy23], 142., p. 30). 1 xe lăn dành cho người khuyết tật có chu vi bánh trước là 63 cm, chu vi bánh sau là 186 cm. Người ta đánh dấu 2 điểm tiếp đất của 2 bánh xe này. Hỏi mỗi bánh xe phải lăn ít nhất bao nhiêu vòng thì 2 điểm đã đánh dấu lại cùng tiếp đất 1 lúc?
- 119** ([Tuy23], 143., p. 30). 3 học sinh mỗi người mua 1 loại bút. Giá tiền 3 loại lần lượt là 4800 đồng, 6000 đồng, 8000 đồng. Biết số tiền phải trả như nhau, hỏi mỗi học sinh mua ít nhất bao nhiêu bút?
- 120** ([Tuy23], 144., p. 30). Tìm các bội chung lớn hơn 5000 nhưng nhỏ hơn 10000 của 3 số 126, 140, 180.
- 121** ([Tuy23], 145., p. 30). 1 số tự nhiên chia cho 12, 18, 21 đều dư 5. Tìm số đó biết nó xấp xỉ 1000.
- 122** ([Tuy23], 146., p. 30). Khối 6 của 1 trường có chưa tới 400 học sinh. Khi xếp hàng 10, 12, 15 đều dư 3 nhưng nếu xếp hàng 11 thì không dư. Tính số học sinh khối 6.
- 123** ([Tuy23], 147., p. 30). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  biết  $\text{BCNN}(a, b) = 300, \text{ƯCLN}(a, b) = 15$ .
- 124** ([Tuy23], 148., p. 30). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  biết tích của chúng là 2940 & BCNN của chúng là 210.
- 125** ([Tuy23], 149., p. 30). Tìm  $a, b \in \mathbb{N}$  biết tổng của BCNN với ƯCLN của chúng là 15.
- 126** ([Tuy23], 150., p. 30). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất có 3 chữ số sao cho chia cho 11 thì dư 5, chia cho 13 thì dư 8.
- 127** ([Tuy23], 151., p. 30). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất sao cho  $x$  chia cho 3 dư 2,  $x$  chia cho 5 dư 3,  $x$  chia cho 7 dư 4.
- 128** ([Tuy23], 152., p. 30). Chứng minh nếu  $a$  là 1 số lẻ không chia hết cho 3 thì  $a^2 - 1 : 6$ .
- 129** ([Tuy23], 153., p. 30). Chứng minh tích của 5 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 120.

### 3 Nguyên Lý Dirichlet & Bài Toán Chia Hết

- 130** ([Tuy23], VD33, p. 31). Cho 7 số tự nhiên bất kỳ. Chứng minh bao giờ cũng có thể chọn ra 2 số mà hiệu của chúng chia hết cho 6.
- 131** ([Tuy23], VD34, p. 32). Cho 3 số lẻ. Chứng minh tồn tại 2 số có tổng hay hiệu chia hết cho 8.
- 132** ([Tuy23], VD35, p. 32). Chứng minh có 1 số tự nhiên gồm toàn chữ số 3 chia hết cho 41.
- 133** ([Tuy23], 154., p. 33). Chứng minh trong 11 số tự nhiên bất kỳ bao giờ cũng có ít nhất 2 số có chữ số tận cùng giống nhau.
- 134** ([Tuy23], 155., p. 33). Chứng minh tồn tại 1 bội của 13 gồm toàn chữ số 2.
- 135** ([Tuy23], 156., p. 33). Chứng minh có thể tìm được 1 số có dạng  $987987 \dots 987$  chia hết cho 2021.
- 136** ([Tuy23], 157., p. 33). Cho dãy số  $10, 10^2, 10^3, \dots, 10^{20}$ . Chứng minh tồn tại 1 số chia cho 19 dư 1.
- 137** ([Tuy23], 158., p. 33). Chứng minh tồn tại 1 bội số là bội của 19 có tổng các chữ số bằng 19.



- 138 ([Tuy23], 159., p. 33). Cho 3 số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh tồn tại 2 số có tổng hoặc hiệu chia hết cho 12.
- 139 ([Tuy23], 160., p. 33). Chứng minh trong 3 số tự nhiên bất kỳ luôn chọn được 2 số có tổng chia hết cho 2.
- 140 ([Tuy23], 161., p. 33). Chứng minh trong 7 số tự nhiên bất kỳ ta luôn chọn được 4 số có tổng chia hết cho 4.
- 141 ([Tuy23], 162., p. 33). Cho 5 số tự nhiên bất kỳ, chứng minh luôn chọn được 3 số có tổng chia hết cho 3.
- 142 ([Tuy23], 163., p. 33). Cho 5 số tự nhiên lẻ bất kỳ, chứng minh luôn chọn được 4 số có tổng chia hết cho 4.
- 143 ([Tuy23], 164., p. 33). Viết 6 số tự nhiên vào 6 mặt của 1 con xúc xắc. Chứng minh khi ta gieo mặt xúc xắc xuống mặt bàn thì trong 5 mặt có thể nhìn thấy bao giờ cũng tìm được 1 hay nhiều mặt để tổng các số trên mặt đó chia hết cho 5.

## 4 Miscellaneous

- 144 ([Tuy23], VD36, p. 33). Chứng minh tích các ước của 50 là  $50^3$ .
- 145 ([Tuy23], VD3, p. 33). 1 bệnh nhân được bác sĩ chỉ định nhỏ thuốc đau mắt, 4 giờ 1 lần 3 lần nhỏ tại 6 giờ 1 lần. Nếu bệnh nhân này vừa nhỏ thuốc đau mắt vừa nhỏ tai vào lúc 6:00 hằng ngày thì ít nhất đến mấy giờ bệnh nhân này lại vừa nhỏ mắt vừa nhỏ tai?
- 146 ([Tuy23], 165., p. 34). Tính hợp lý: (a)  $\underbrace{19 + 19 + \dots + 19}_{23} + \underbrace{77 + 77 + \dots + 77}_{19}$ . (b)  $1000!(456 \cdot 789789 - 789 \cdot 456456)$ .
- 147 ([Tuy23], 166., p. 34). Tìm  $x \in \mathbb{N}$  thỏa: (a)  $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 30) = 1240$ . (b)  $1 + 2 + \dots + x = 210$ .
- 148 ([Tuy23], 167., p. 34). Chứng minh: (a)  $10^n + 5^3 : 9$ . (b)  $43^{43} - 17^{17} : 10$ . (c)  $A = \underbrace{5 \dots 5}_{2n}$ ,  $A : 11$  nhưng  $A \not\vdots 125$ .
- 149 ([Tuy23], 168., p. 34). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  nhỏ nhất sao cho  $a$  chia cho 17 dư 5,  $a$  chia cho 19 dư 12.
- 150 ([Tuy23], 169., p. 34). Tìm  $a \in \mathbb{N}$  biết 355 chia cho  $a$  dư 13 & số 836 chia cho  $a$  dư 8.
- 151 ([Tuy23], 170., p. 34).  $a \in \mathbb{N}$  chia cho 7 dư 5, chia cho 13 dư 4. Tìm số dư khi  $a$  chia cho 91.
- 152 ([Tuy23], 171., p. 34). Biết ngày 1.2.2023 là thứ 4. (a) Hỏi ngày 1.3.2023, 1.4.2023 là thứ mấy? (b) Ngày 1.2.2024 là thứ mấy?
- 153 ([Tuy23], 172., p. 34). Tính tổng: (a)  $A = \sum_{i=0}^{20} 2^i = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{20}$ . (b)  $B = 4 + 4^3 + 4^5 + \dots + 4^{49}$ .
- 154 ([Tuy23], 173., p. 34). Cho  $A = \sum_{i=1}^{24} 4^i = 4 + 4^2 + \dots + 4^{24}$ . Chứng minh  $A : 20, A : 21, A : 420$ .
- 155 ([Tuy23], 174., p. 34). Cho  $n = 29k$  với  $k \in \mathbb{N}$ . Với giá trị nào của  $k$  thì  $n$  là: (a) Số nguyên tố. (b) Hợp số. (c) Không phải là số nguyên tố cũng không phải là hợp số?
- 156 ([Tuy23], 175., p. 34). Cho  $a$  là 1 hợp số, khi phân tích ra thừa số nguyên tố chỉ chứa 2 thừa số nguyên tố khác nhau là  $p_1, p_2$ . Biết  $a^3$  có tất cả 40 ước, tính số ước của  $a^2$ .
- 157 ([Tuy23], 176., p. 34). Cho 3 số 12, 18, 27. (a) Tìm số lớn nhất có 3 chữ số chia hết cho 3 số đó. (b) Tìm số nhỏ nhất có 4 chữ số chia cho mỗi số đó đều dư 1. (c) Tìm số nhỏ nhất có 4 chữ số chia cho 12 dư 10, chia cho 18 dư 16, chia cho 27 dư 25.

## Tài liệu

- [Bìn22] Vũ Hữu Bình. *Nâng Cao & Phát Triển Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2022, p. 200.
- [BQT23] Vũ Hữu Bình, Đặng Văn Quân, and Bùi Văn Tuyên. *Bồi Dưỡng Toán 6 Tập 1*. Tái bản lần thứ 1. Kết nối tri thức với cuộc sống. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 104.
- [Tuy23] Bùi Văn Tuyên. *Bài Tập Nâng Cao & Một Số Chuyên Đề Toán 6*. Tái bản lần thứ 1. Nhà Xuất Bản Giáo Dục Việt Nam, 2023, p. 184.