北京工业大学 2017 —2018 学年第Ⅰ学期初

《概率论与数理统计》（工、经）补考试卷

考试说明：考试方式：闭卷

承诺：本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：__________ 学号：__________ 班号：__________

注：本试卷共 二 大题，共 6 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸或草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三(1)	三(2)	三(3)	三(4)	三(5)	总成绩
得分								

一、选择题（在各小题的四个备选答案中选出一个正确答案，填在题末的括号中，本题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

$\frac{-3.5}{2}$ 2.5 $-1.75<x<1.25$ $\frac{-2-1.5}{2}$ $\frac{4-1.5}{2}$

1. 设随机变量 $X \sim N(1.5,4)$，且 $\Phi(1.25)=0.8944$，$\Phi(1.75)=0.9599$，其中 $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的分布函数，则 $P\{-2<X<4\}$ 等于（ A ）。

   A. 0.8543； B. 0.1457； C. 0.3541； D. 0.2543.

$Var(X\pm Y)=Var(X)+Var(Y)\pm 2Cov(X,Y)$

2. 对任意随机变量 X 和 Y，若 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则（ ~~C~~ B ）.

   A. $\mathrm{Var}(XY)=\mathrm{Var}(X)\mathrm{Var}(Y)$； B. $\mathrm{Var}(X+Y)=\mathrm{Var}(X)+\mathrm{Var}(Y)$；

   C. X,Y 一定独立； D. X,Y 不独立.

$Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)$

$E(X\cdot Y)=E(X)E(Y)$. ↑ ~~↓~~ $X\cdot Y$ 相互独立

3. 设随机变量的概率密度 $f(x)=\begin{cases} qx^{-2} & x>1 \\ 0 & x\le 1 \end{cases}$，则 $q=$（ B ）✓

   $F(x)=-qx^{-1}\Big|_1^{\infty}$ q

   A. 1/2； B. 1； C. −1； D. 3/2.

4. 设随机变量 $X\sim P(\lambda)$（泊松分布），且 $E\left[(X-1)(X-2)\right]=1$，则 $\lambda=$ __A__

   A. 1； $E(X^2)=\lambda+\lambda^2$ B. 2； C. 3； D. 0.

   $E(X^2)-[E(X)]^2=Var(X)$

   $E(X^2-3X+2)=E(X^2)-3E(X)+2=1$

   $=\lambda+\lambda^2-3\lambda+1=0$

5. 掷一枚匀质的骰子，则在出现奇数点的条件下出现 3 点的概率为（ A ） $\lambda^2-2\lambda+1=0$

   A. 1/3； B. 2/3； C. 1/6； D. 3/6.

   A

   $\frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.4$

二. 填空题（本题共 5 小题，10 个空，每空 2 分，共 20 分）

1. 设 A,B 为随机事件，且 $P(A)+P(B)=0.7$，$P(AB)=0.3$，则 $P(A\bar{B})+P(\bar{A}B)$ = 0.4 ?? 0.1 ✓

$X\sim(40, 0.25)$

2. 若每次试验时，事件 A 发生的概率均为 0.25，用 X 表示 40 次独立试验中事件 A 发生的次数，则 $E(X)=$ 10，$Var(X)=$ 7.5.

X^2	4	0	1
P	0.25	0.4	0.35

1+0.35 = 1.35

3. 若随机变量 X 只能取 -2, 0 和 1 三个值，且 $P(X=-2)=0.25$，$P(X=1)=0.35$，则 $E(X)=$ -0.15，$Var(X)=$ 1.3275.

$1.35-(0.15)^2$

X	-2	0	1
P	0.25	0.4	0.35

$-0.5+0.35$

4. 已知 $X\sim N(-2,0.4^2)$，则 $E(X+3)^2=$ ~~4~~ 1.16.

$[E(X)+3]^2 = E(X)+6E(X)+9 = 4-12+9$

5. 若 $X_1, X_2, \cdots, X_9$ 为抽自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，μ,σ^2 未知，记 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$n=9$.

$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$，则 $\bar{X}\sim$ $(\mu, \frac{\sigma^2}{9})$；$(n-1)S^2/\sigma^2\sim$ χ^2_{8}；

背！ μ 的置信度为 95% 的双侧置信区间为 $\left[\bar{x}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{n-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right), \bar{x}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{8}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]$ $\alpha=0.05$?? 0.025

σ^2 的置信度为 95% 的双侧置信区间为 $\left[\frac{(8)S^2}{\chi^2_{8}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}, \frac{(8)S^2}{\chi^2_{n-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right]$. 0.025, 0.975

$1-\alpha=95\%$, $\alpha=0.05$

三. 解答题（本题共 5 小题，每小题 14 分，共 70 分；请写出详细解答过程，没过程的不能得分）

1. 某保险公司把被保险人分成三类："保守的"(B_1)、"一般的"(B_2) 和 "冒进的"(B_3)，他们在被保险人中依次占 20%、50%、和 30%. 一年内他们出事故的概率分别为 0.05 ($P(A|B_1)$)，0.15 ($P(A|B_2)$) 和 0.25 ($P(A|B_3)$).

(1). 求任意一个投保人出事故的概率；

(2). 现有一投保人出了事故，求其是"保守的"客户的概率.

$A=\{出事\}$. $B_1=$

$P(A)=0.2\times0.05+0.5\times0.15+0.3\times0.25=0.16$ ✓

$P(B_1|A)=\frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)}=\frac{0.2\times0.05}{0.16}=0.0625$.

随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\sqrt{x}} & 0<x<1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，求：

X 的分布函数 $F(x)$；(2)．$P\left\{-2<X<\frac{1}{3}\right\}$；(3)．$Y=2X^2+1$ 的概率密度 $f_Y(y)$．

$F(x)=\int_{0}^{x}\frac{1}{2\sqrt{x}}dx=\frac{1}{2}\int_0^x x^{-\frac{1}{2}}dx=\frac{1}{2}\left[2x^{\frac{1}{2}}\Big|_0^x\right]=\sqrt{x}\quad 0<x<1$

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \sqrt{x} & 0<x<1\\ 1 & x\ge 1\end{cases}$$

(2). $P(-2<X<\frac{1}{3})=F(\frac{1}{3})-F(-2)=F(\frac{1}{3})-0=\frac{\sqrt{3}}{3}$

(3) $Y=2X^2+1$. $Y'=4X$ $y\in(0,3)$ $y'>0$. 单个.

$f_Y(y)=f_X(\sqrt{\frac{Y-1}{2}})\left|\frac{\sqrt{2}}{4}(y-1)^{-\frac{1}{2}}\right|$ $\sqrt{2}(y-1)^{-\frac{1}{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{4}(y-1)^{-\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2}(\frac{y-1}{2})^{-\frac{1}{2}}$

$=\cancel{(\frac{y-1}{2})^{\frac{1}{4}}}\times\frac{\sqrt{2}}{4}(y-1)^{-\frac{1}{2}}=\cancel{\frac{\sqrt{2}}{16\times4}(y-1)^{-\frac{1}{4}}}=\frac{\sqrt{2}}{64}(y-1)$

$=\frac{1}{2y-2}$

---

(3). $Y=2X^2+1$

$F_Y(y)=P(Y\le y)=P(2X^2+1\le y)=P(-\sqrt{\frac{y-1}{2}}<X<\sqrt{\frac{y-1}{2}})$

$=\sqrt[4]{\frac{y-1}{2}}+\sqrt[4]{\frac{y-1}{2}}=2\sqrt[4]{\frac{y-1}{2}}$

$f_Y(y)=\cancel{\frac{2}{4\sqrt{2}}\sqrt{y-1}}\left[2\sqrt{2}(y-1)^{\frac{1}{4}}\right]'=\frac{2\sqrt{2}}{4}(y-1)^{\frac{3}{4}}$.

$\frac{1}{8}(\frac{y-1}{2})^{-\frac{3}{4}}$

$\frac{1}{8}\sqrt[4]{2^3}$

3. 设随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} be^{-(x+y)}, & 0<x<1,\quad 0<y<+\infty \\ 0 & ，其它 \end{cases}$$

(1). 求常数b；　(2). 求X,Y的边缘概率密度$f_X(x)$，　$f_Y(y)$；

(3). 判断X与Y是否独立？

4. 设总体X的概率密度为　$f(x;\beta)=\begin{cases} \dfrac{\beta}{x^{\beta+1}}, & x>1 \\ 0, & x\le 1 \end{cases}$

其中未知参数$\beta>1$，　$X_1,X_2,\cdots,X_n$为取自总体X的随机样本，求：

(1). β 的矩估计量$\hat{\beta}$；(2). β 的极大似然估计量β^*.