

## 北京工业大学 2021—2022 学年第一学期

## 《解析几何 II》期末考试试卷 A 卷

考试说明：考试时长 95 分钟；闭卷；解答题必须给出必要的步骤，否则无分。

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班号：\_\_\_\_\_

.....  
注：本试卷共 七 大题，共 六 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	四	五	六	七	总成绩
满分	30	10	20	10	10	15	5	
得分								

得分

一、填空题（每空 2 分 共计 30 分）

1、已知向量  $\alpha = \{0, -2, 4\}$ ， $\beta = \{1, 2, 1\}$ ，则  $\frac{1}{2}\alpha - \beta =$ \_\_\_\_\_，

$\alpha \cdot \beta =$ \_\_\_\_\_， $\alpha$  与  $\beta$  的夹角为 \_\_\_\_\_， $\alpha \times \beta =$ \_\_\_\_\_；若

还有  $\gamma = \{1, 0, x\}$ ，且  $\alpha, \beta, \gamma$  线性相关，则  $x =$ \_\_\_\_\_，此时  $(\alpha, \beta, \gamma) =$ \_\_\_\_\_；

2、平面  $x - y + 4z + 3 = 0$  的法向量为\_\_\_\_\_，以  $(0, 0, 0)$  为心且与此平面相切的球面的直径为\_\_\_\_\_；

3、直线  $\begin{cases} x + 2y - z = 15 \\ x - 2z = 2021 \end{cases}$  的方向向量为\_\_\_\_\_，过点  $(1, 2, 0)$  且与此线平行的直线的标准方程为\_\_\_\_\_；

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

4、曲线  $\begin{cases} y^2 - 3x^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$  绕  $y$  轴旋转得到的旋转曲面方程为\_\_\_\_\_，这是一个\_\_\_\_\_（填曲面类型）；

5、曲线  $\begin{cases} z = xy \\ x + y + z = 1 \end{cases}$  在  $xoy$  坐标面上的投影曲线方程为\_\_\_\_\_；

6、二次曲线  $x^2 + 2xy + y^2 + 2020x - 2021y = 0$  有\_\_\_\_\_个渐近方向，有\_\_\_\_\_个中心。

得 分

二、平面上以  $O$  为心、 $R$  为半径的圆内有一定点  $P$ ， $A$ 、 $B$  为圆上两动点，且  $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ 。利用向量的运算证明：满足  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}$  的动点  $Q$  的轨迹是以  $O$  为心的圆周。（10 分）

得 分

三、 已知直线  $l: \begin{cases} 2x + y - 2z + 3 = 0 \\ x - y - 4z + 12 = 0 \end{cases}$  (20 分)

- 1、求过点  $P(3, -1, 4)$  且与  $l$  垂直的平面方程;
- 2、求过  $P$  且与  $l$  垂直相交的直线方程; 3、求点  $P$  关于直线  $l$  对称的点的坐标。

得 分

四、 已知柱面准线为  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$  , 母线方向为  $\{1, 1, 1\}$  。

求此柱面的方程。(10 分)

得 分

五、求顶点为原点，准线为  $\begin{cases} y = x^2 \\ z = 1 \end{cases}$  的锥面方程。 (10 分)

得 分

六、给定两异面直线  $l_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{0}$  与  $l_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{0}$ ,

1、求这两条直线的公垂线方程； 2、求这两线直线间的距离。(15 分)

得 分

七、证明：椭圆抛物面  $x^2 + y^2 = 2z$  上没有直母线。 (5 分)