一、填空题

1. $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$=____________________

2. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - A - 11E = 0$，则 $A - 2E$ 可逆，且 $(A-2E)^{-1} =$___________________

3. 设 A 为 2 阶可逆方阵，A^* 为 A 的伴随矩阵，若 $|A| = 2$，则 $|A^* - 3A^{-1}| =$_______________________

4. 设 A、B 均为 n 阶方阵，若 $AB = E$，则 $2E - BA =$________________ E

5. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 和 β_1, β_2 满足 $\begin{cases} \alpha_1 = \beta_1 + 4\beta_2 \\ \alpha_2 = -7\beta_1 + 5\beta_2 \\ \alpha_3 = 7\beta_1 - 3\beta_2 \end{cases}$，则向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 必线性_____关

6. 设 A 为 6 阶方阵，A^* 为 A 的伴随矩阵，若秩 $r(A) = 5$，则齐次线性方程组 $A^* X = 0$ 的基础解系中含有解向量的个数为_________________________

7. 设矩阵 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ a+2 & a-3 & a \\ 8 & 1 & 5 \end{pmatrix}$，B 为 3 阶非零矩阵，且 $AB = 0$，则 a=________________

8. 设 $\lambda_1 = 3$，$\lambda_2 = 2$ 是实对称矩阵 A 的特征值，$\alpha = (1, t+2, 1)^T$，$\beta = (-3+t, 1, 1)^T$ 是分别属于 3，2 的特征向量，

则 t=_________________

9. 矩阵 $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵是____________________________

10. 二次型 $(x_1, x_2, x_3)\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 5 \\ -3 & -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ 的正惯性指数与负惯性指数之和是________________

二、单项选择题

1. 矩阵 $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 的关系是 【 】

A. 既合同又相似　　B. 合同但不相似

C. 不合同但相似　　D. 既不合同又不相似

2. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关，$\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ 线性无关，则 【 】

A. $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_5$ 线性相关　　B. $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_5$ 线性无关

C. α_1 能由 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$ 线性表出　　D. α_5 能由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性表出

3. 设AX=0是与AX=b相应的齐次线性方程组（其中A是方阵），则下列结论中不正确的是　【　】
   A. 若AX=0只有零解，则AX=b有唯一解
   B. 若AX=b有唯一解，则AX=0只有零解
   C. 若AX=0有非零解，则AX=b有无穷多解
   D. 若AX=b无解，则AX=0有非零解

4. 设3阶矩阵满足 $(A^2+3A-4E)(A-8E)=0$，则　【　】

   A. A=E　　B. A=-4E

   C. A=8E　　D. A可相似对角化

5. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&8\\0&0&a&0\\0&8&0&a-1\end{pmatrix}$ 正定，则

   A. $a>65$　　B. $a<65$　　C. $a=65$　　D. a的取值不确定

三、若齐次线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=0\\-x_1+3x_2+px_3=0\\x_1+9x_2+p^2x_3=0\end{cases}$ 有非零解，且 $p>0$。则 $\begin{vmatrix}1&p\\p&1\end{vmatrix}$=? 要求写出数字结果（结果中不出现字母p）

四、已知 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&0\\1&0&1\end{pmatrix}$，求矩阵B，使 $9AB=2A+9B$

五、参数b取何值时，线性方程组 $\begin{cases}x_1+3x_2-x_3+5x_4=3\\x_2-x_3+2x_4=1\\2x_1+4x_3-2x_4=b\end{cases}$ 有解？有解时，求出此方程组的通解（向量形式）。

六、在三维空间 R^3 中，已知 $\alpha=(1,-1,1)$，$\beta=(1,1,0)$。（1）求向量 γ，使得 α,β,γ 成为 R^3 的一个基；（2）将 α,β,γ 正交化，给出 R^3 的一个正交基。

七、设向量组 $\alpha_1=(-1,-1,0,1)^T$，$\alpha_2=(2,0,0,-1)^T$，$\alpha_3=(1,-1,2,0)^T$，$\alpha_4=(-1,1,-4,0)^T$

（1）求该向量组的一个极大线性无关组

（2）把其余向量用该极大无关组线性表出

八、设B是3阶非零矩阵，它的每个行向量都是 $\begin{cases}3x_1+2x_2+(k+1)x_3=0\\2x_1-x_2+8x_3=0\\x_1+3x_2-5x_3=0\end{cases}$ 的解，证明：$|B|=0$