得 分

一．填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&-2\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&1&2\\2&4&6&8\\1&1&1&1\end{pmatrix}=\underline{\begin{pmatrix}\quad&\quad&\quad&\quad\\ \\ \\ \end{pmatrix}}$

1 2 1 2
0 2 4 6
1 1 1 1

2. 记$\begin{vmatrix}1&2&1&1\\-1&3&-2&3\\1&5&4&9\\-1&7&-8&27\end{vmatrix}$第二列四个位置的代数余子式分别是$A_{12},A_{22},A_{32},A_{42}$. 若$A_{12}+aA_{22}+a^2A_{32}+a^3A_{42}=0$，且$a>0$，则$a=$___3_____

3. 在行列式$\begin{vmatrix}x&x^2&2\\x&3&x\\-1&2x&1\end{vmatrix}$的完全展开式中，合并同类项后，$x^3$的系数是___−4__

4. 3阶实方阵A和非零向量$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$满足：$A\alpha_1=\alpha_1,A\alpha_2=2\alpha_2,A\alpha_3=-\alpha_3$. 若记以$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$为列向量组的矩阵为$P=(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$，则$P^{-1}AP=\underline{\begin{pmatrix}\quad&\quad&\quad\\ \\ \\ \end{pmatrix}}$（写出具体的矩阵）.

1 0 0
0 2 0
0 0 -1

5. 若3×2型、2×3型实矩阵A,B满足$AB=\begin{pmatrix}1&1&2\\2&-1&1\\8&-1&7\end{pmatrix}$，则$A,B$的秩之和$R(A)+R(B)=$____4_____

6. A是2阶实方阵. 若齐次线性方程组$(A-E)X=0$和$(2A-E)X=0$均有非零解，则行列式$\left|A^*+A^{-1}+2E\right|=$____35/2_____

7. 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$是齐次线性方程组$\begin{pmatrix}1&-1&2&3\\-1&0&1&-2\\-1&-2&7&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$的解空间中

的线性无关向量组，则m能取到的最大值是____2____

8. 若3阶实方阵$A=(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$的列向量组$\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$与线性无关向量组$\{\beta_1,\beta_2\}$满足$\begin{cases}\alpha_1=3\beta_1-\beta_2\\ \alpha_2=\beta_1+2\beta_2\\ \alpha_3=5\beta_1-\beta_2\end{cases}$，则$A$的阶梯化矩阵中非零行的行数是____2____

$$A=\begin{matrix}3 & -1\\ 1 & 2\\ 5 & -1\end{matrix}\rightarrow\begin{matrix}3 & -1\\ 7 & 0\\ 2 & 0\end{matrix}\rightarrow\begin{matrix}3 & -1\\ 2 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}$$

所以R(A)=2
所以基础解系向量个数=n-R(A)=3-2=1
所以非零行行数=n-基础解系向量个数=3-1=2

9. 方程$\begin{vmatrix}x+1 & 2 & 3\\ -4 & 2x+6 & 8\\ 1 & -1 & 1-x\end{vmatrix}=0$的根$x_1,x_2,x_3$之和$x_1+x_2+x_3=$____−3____

一元三次方程的韦达定理 设方程为 aX^3+bX^2+cX+d=0， 则有X1·X2·X3=—d/a； X1·X2+X1·X3+X2·X3=c/a； X1+X2+X3=—b/a

10. 若Q是n（$n>1$）阶实方阵，且齐次线性方程组$QX=0$只有零解，

$A=Q^TQ$，则A的特征值____>____0（填“>,<,=”之一）.

二（10分）. 计算行列式$D=\begin{vmatrix}0 & -1 & -5 & -2 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1 & 0\\ 1 & 8 & -3 & -8 & 1\\ 0 & -1 & -1 & -3 & 1\\ 3 & 2 & -5 & 1 & 0\end{vmatrix}$（要求出具体数值）. -261

三（10分）. 用初等变换的方法，解方程$X\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ -1 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

$$\begin{matrix}-1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0\end{matrix}$$

四（10分）. a取何值时，线性方程组$\begin{cases}2x_1-x_2+2x_3+x_4=3\\ x_1+x_2-x_3+2x_4=0\\ x_1-5x_2+7x_3-4x_4=a\end{cases}$有解有解时写通解.

五（12 分）． 已知 $A=\begin{pmatrix} 2 & 8 & 8 \\ 8 & 2 & 8 \\ 8 & 8 & 2 \end{pmatrix}$．求一个可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP$ 是对角矩阵；并求出这一对角矩阵.

六（12 分）． 给定列向量组

$$\alpha_1=(0,-1,2,1,0)^T,\alpha_2=(1,1,-1,0,3)^T,\alpha_3=(1,0,-2,1,2)^T,$$
$$\alpha_4=(5,-2,-3,7,11)^T,\alpha_5=(9,-5,-5,14,19).$$

1 求该向量组的秩； 2 求该向量组的一个极大线性无关组； 3 把其余向量用问题 2 中求出的极大线性无关组线性表出.