北京工业大学 2010—2011 学年第一学期

概率论与数理统计课程期末考试试卷(工类)

学号______________ 姓名___________ 得分

题号	一	二. 1	二. 2	二. 3	二. 4	二. 5
得分						

一. 填空题(每空 3 分，共 30 分)

1. 设 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.6$, $P(A\cup B)=0.7$，则 $P(A|B)=$__________。

2. 若 X 为 $[0,1]$ 区间上均匀分布，记 $A=\{0.1\le X\le 0.3\}$，Y 表示对 X 进行 25 次独立观测时事件 A 发生的次数。则 $E(Y)=$_________，$Var(Y)=$__________。

3. 若随机变量 X_1,X_2 相互独立，且 $X_1\sim N(3,\ 3^2)$，$X_2\sim N(1,\ 2^2)$，令 $X=X_1-2X_2$，则 $X\sim$____________，$P\{-4<X<6\}=$_____。

   注 1：$\Phi(x)$ 为正态分布 $N(0,1)$ 的分布函数，$\Phi(1)=0.8413$。

4. 设随机变量 X 的数学期望 $E(X)=7$，方差 $Var(X)=5$，用切比雪夫不等式估计得 $P\{2<X<12\}\ge$_____。

5. 若 $X_1,X_2,\Lambda,X_n(n>2)$ 为抽自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，记

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,\quad S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2 .$$

   则 $\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)/\sigma\sim$______，$\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)/\sqrt{S^2}\sim$______，$(n-1)S^2/\sigma^2\sim$______。

6. 设 X_1,X_2,Λ,X_{100} 是抽自正态总体 $N(\mu,1)$ 的简单样本，则 μ 的置信系数为 0.95 的置信区间为[__________，__________]。

   注 2：Z_a 为正态分布 $N(0,1)$ 的右 a 分位点，0 < a < 1，$Z_{0.025}=1.96$，$Z_{0.05}=1.645$。

二．计算题(每题 14 分，共 70 分，做题时须写出解题过程，否则不能得分)

1．有型号相同的产品两箱，第一箱装 12 件产品，其中两件为次品；第二箱装 8 件，其中一件为次品。先从第一箱中随机抽取两件放入第二箱，再从第二箱中随机抽取一件。

(1)．求从第二箱中取出次品的概率；

(2)．若从第二箱中取出了次品，求从第一箱中未取到次品的概率。

2. 设随机变量 X 有概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}1+x, & x\in(-1,0],\\ 1-x, & x\in(0,1],\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ 令 $Y=X^2$。

(1). 求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$ ；

(2). 求 Y 的期望 $E(Y)$ 与方差 $Var(Y)$。

3. 设二维随机向量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}c\cdot e^{-y}, & 0\le x\le y<\infty,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

(1)．求常数 c；

(2)．求 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；

(3)．求 $P(X+Y<1)$。

4．若 $X_1,X_2,\Lambda,X_n(n>2)$ 为抽自总体 X 的随机样本，总体 X 有概率密度函数

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta\, e^{-\theta x}, & x\ge 0,\\ 0, & x<0,\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 常数。求：(1)．θ 的矩估计 $\hat{\theta}$；(2)．θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}$

5. 设一批 1000 克包装袋装食盐的重量服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 和 σ 为未知常数，$\sigma>0$。为检查包装质量，从生产线上随机抽取食盐 10 袋，并称其重量，得样本均值 $\bar{x}=998.4g$，样本方差 $s^2=5.76g^2$。对检验水平 $\alpha=0.05$，做检验：

(1)．$H_0:\mu=1000$，$H_1:\mu\ne 1000$；(2)．$H_0':\sigma^2=4.0$，$H_1':\sigma^2\ne 4.0$·

附 t 分布与 χ^2 分布表

$t_9(0.025)=2.2622$	$t_9(0.05)=1.8331$	$t_{10}(0.025)=2.2281$	$t_{10}(0.05)=1.8125$
$\chi_9^2(0.025)=19.023$	$\chi_9^2(0.05)=16.919$	$\chi_9^2(0.975)=2.700$	$\chi_9^2(0.95)=3.325$
$\chi_{10}^2(0.025)=20.483$	$\chi_{10}^2(0.05)=18.307$	$\chi_{10}^2(0.975)=3.247$	$\chi_{10}^2(0.95)=3.940$