

北京工业大学 2014—2015 学年第一学期

《高等数学（工）—1》期末考试试卷 A 卷

一、填空题：（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 - 2n + 1}{8n^2 + n^4} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 函数 $f(x) = \begin{cases} 5^x, & x < 0, \\ 2, & 0 \leq x < 1, \\ -x + 3, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{kx^2} = e^2$, 则常数 $k = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ 确定的隐函数, 则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设 $F(x) = \int_0^{x^2} e^{2t} dt$, 则 $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. 设函数 $y = x \ln(2 + x^2)$, 则 $dy|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. 曲线 $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos 2t \end{cases}$ 在对应于 $t = \frac{\pi}{4}$ 点处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

8. 函数 $y = (x^2 - 3)e^x$ 的驻点是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

9. $\int x \cos x dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^3 x) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、计算题：（本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

11. 设 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = \cos t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ 及 $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{d^2y}{dx^2}.$

12. 设 $y = e^{2x} + (1+x)\ln(1+x)$, 求 $y', y'', y^{(2015)}(0)$.

13. 求函数 $y = x + \sqrt{1-x}$ 在闭区间 $[-5, 1]$ 上的最值.

14. 计算定积分 $\int_1^8 \frac{1}{x + \sqrt[3]{x}} dx$.

15. 设 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\frac{\pi}{2} \\ -\frac{1}{2} \sin x, & -\frac{\pi}{2} \leq x < 0, \\ \frac{A}{1+x^2}, & x > 0 \end{cases}$

(1) 求 $\int_{-\infty}^x f(t)dt$, (2) 求 A 使得 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1$.

16. 设曲线 $y = \frac{2}{x}$ 与两条直线 $y = x+1$ 及 $x=3$ 所围图形为 D .

(1)、求 D 的面积 S ;

(2)、求 D 绕 x 轴旋转一周所得的体积 V .

三、证明题：（本大题共两小题，每小题 5 分，共 10 分）

17. 证明：当 $x > 0$ 时， $\ln(1+x) > \frac{\arctan x}{1+x}$.

18. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上可微，证明：存在 $\xi \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，使得

$$f'(\xi) + 2f(\xi)\cot 2\xi = 0.$$