北京,⁄ 大学 2020-2021学年第二学期

工科数学分析期末试题（A 卷）

班级_______________ 学号_________________ 姓名__________________

(本试卷共 6 页, 十一个大题. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸, 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题（每小题 4 分, 共 20 分）

1. 过点 $(1,1,1)$ 且与直线 $L:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ 垂直的平面 π 的方程为__________________；
   直线 L 与平面 π 的交点坐标为____________________________。

2. 设 $z=\ln(\sqrt{x}+\sqrt{y})$，则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$_______________________。

3. 设曲面 $\Sigma: z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$，则曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} z^2 dS=$__________________________。

4. 向量场 $\vec{F}(x,y,z)=(x+y+z)i+xyj+zk$ 的旋度 $rot\vec{F}=$__________________________。

5. 函数 $f(x)=\ln x$ 在 $x=1$ 处的泰勒级数为______________________________________，
   其收敛域为___________________________。

二.（8 分）将积分 $I=\int_{-a}^{a}dy\int_{0}^{\sqrt{a^2-y^2}} y^2\sqrt{x^2+y^2}dx$ 化成极坐标系下的累次积分，并计算此积分的值。

三. (8 分) 求 $f(x,y)=x^3+y^3-3(x^2+y^2)$ 的极值。

四.（8 分）（1）求抛物面 $z=1+x^2+y^2$ 在点 $(1,0,2)$ 处的切平面；

（2）设此切平面与该抛物面及圆柱面 $(x-1)^2+y^2=1$ 所围成的立体 Ω 的体密度为 $\rho(x,y,z)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$，求 Ω 的质量 M 。

五.（8 分）设$u=f(x,y,z)$有一阶连续偏导数，$y=y(x)$和$z=z(x)$分别由方程$e^{xy}-y=0$和$e^{z}-xz=0$所确定，求$\dfrac{du}{dx}$。

六.（8 分）利用高斯公式计算曲面积分$I=\iint\limits_{\Sigma}\dfrac{xdydz+(z+1)^2dxdy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$，其中$\Sigma$是下半球面$z=-\sqrt{1-x^2-y^2}$的上侧。

七.（8分）设L是柱面$x^2+y^2=1$与平面$z=x+y$的交线，从z轴正向往z轴负向看去为逆时针方向，计算曲线积分$I=\oint_L xzdx+xdy+y^2dz$。

八.（8 分）求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4n^2+4n+3}{2n+1}x^{2n}$的收敛域及和函数。

九.（8 分）将函数 $f(x)=x-1\,(0\le x\le \pi)$ 展开成余弦级数，并求 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$ 的和。

十.（8 分）设函数 $f(x,y)$ 满足 $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}=(2x+1)e^{2x-y}$，且 $f(0,y)=y$，计算曲线积分

$$I=\int_L \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}dx+\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}dy$$，其中 L 是抛物线 $y=x^2$ 从 $(0,0)$ 到 $(1,1)$ 的一段弧。

十一.（8 分）讨论级数$\sum_{n=1}^{\infty}[f(a+\frac{1}{n^p})-f(a)]$（$a, p$是实数，$p>0$）的收敛性，其中$f(x)$单增，二阶可导且$f''(a)\neq 0$。