

北京工业大学 2015 ——2016 学年第一学期

《复变函数与积分变换》 考试试卷

考试说明: 本次考试为闭卷考试, 考试时间为 95 分钟

承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》, 承诺在考试过程中自觉遵守有关规定, 服从监考教师管理, 诚信考试, 做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反, 愿接受相应的处分。

承诺人: _____ 学号: _____ 班号: _____

注: 本试卷共 _____ 大题, 共 _____ 页, 满分 100 分, 考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表 (阅卷教师填写)

题号	一	二	三	四	五	总成绩
满分	20	20	40	15	5	
得分						

得分

一、填空题 (每题 2 分, 共 20 分)

1、设复数 $z = \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(3-i)}$, 则 $|z| =$ _____。

2、 $\operatorname{Ln}(-5+7i) =$ _____。

3、计算积分 $\int_{|z|=1} \frac{e^z}{z^{100}} dz =$ _____。

4、解析函数 $f(z) = x^3 + 3ix^2y - 3xy^2 - iy^3$, 则 $f'(z) =$ _____。

5、函数 $f(z) = e^{\frac{z}{5}}$ 的周期为 _____。

6、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (1+i)^n z^n$ 的收敛半径为 $R =$ _____。

7、设 z_0 是 $f(z)$ 的极点, 则 $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) =$ _____。

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

8、计算留数 $\text{Res}\left(\frac{z}{\cos z}, \frac{\pi}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9、 $F^{-1}[\delta(w+5) + \delta(w+3)] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10、 $F[e^{2jt} \sin t] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

得分

二、计算题 (每题 5 分, 共 20 分)

1、计算 $(-27)^{\frac{1}{3}}$

2、计算 $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{40}$

3、计算 $(-3)^{\sqrt{5}}$

4、讨论函数 $f(z) = xy^2 + ix^2y$ 的解析性。
(若存在, 求出解析点或可导点)

得 分

三、计算留数与积分。(共 40 分)

1、计算留数 $\text{Res}\left[\frac{e^z}{(z^2+1)}, i\right]$ 。(5 分)

2、计算积分 $\int_{|z|=1} \frac{z}{(2z+1)^2} dz$ 。(5 分)

3、计算积分 $\int_C (x-y+ix^2) dz$ ，其中 C 是从 0 到 $1+i$ 的直线段。(10 分)

4、计算积分 $\int_{|z|=3} \frac{z^{15}}{(z^2+1)^2(z^4+2)^3} dz$ 。(10 分)

5、利用留数计算积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin 7x}{x^2+16} dx$ 。(10 分)

得 分

四、求已知函数的展开式。(共 15 分)

1、把函数 $f(z) = \frac{1}{z^2}$ 在 $z_0 = 1+i$ 展开成泰勒级数。(7 分)

2、将函数 $f(z) = \frac{1}{(z+i)^2(z+2)}$ 在 $0 < |z+i| < \sqrt{5}$ 内展成洛朗级数。(8 分)

得 分

五、证明：(5 分)

若 $F(w) = \mathcal{F}[f(t)]$, $a > 0$ 为常数。证明 $\mathcal{F}[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{w}{a}\right)$ 。

