

五、计算题 (20分)

15. 图示平面机构中, 半径 $r=1\text{m}$ 的轮子, 沿水平固定轨道滚动而不滑动, 轮心具有匀加速度 $a_0=0.5\text{m/s}^2$, 借助于铰接在轮缘 A 点上的滑块, 带动杆 O₁B 绕垂直于图面的轴 O₁ 转动, 求在图示位置时, 杆 O₁B 绕 O₁ 转动 45° 时, O₁B 的角速度和角加速度。

解: 设角速度为 ω , 角加速度为 α 。

设点 A 的速度为 V_A , 加速度为 a_A 。

由运动学关系: $V_A = V_C + V_{A/C}$

其中 $V_C = a_0 t$, $V_{A/C} = \omega r$

在图示位置, V_A 的水平分量为 $V_{Ax} = V_C + \omega r \cos 45^\circ$

又 $V_{Ax} = \omega_{O_1B} \cdot O_1B \sin 45^\circ$

联立解得: $\omega_{O_1B} = \frac{V_C + \omega r \cos 45^\circ}{O_1B \sin 45^\circ}$

同理可得角加速度的表达式。

六、计算题 (25分)

16. 在图示机构中, 质量为 m 的重物 A 系在绳子 ADB 上, 绳子跨过质量为 M , 半径为 r 的定滑轮 D 绕在鼓轮 B 上, 绳子的 AD 段水平, 重物下落带动鼓轮和沿水平轨道 EF 只滚不滑。鼓轮 B 半径为 R , 内半径为 r , $R=2r$, 重量 $M=16m$ 。对水平轴 O 的转动半径 $p=2r$ 。试求:

- (1) 系统由静止开始运动, 重物 A 下落 h 时的速度;
- (2) 重物 A 的加速度;
- (3) 绳子 AD 段的拉力;
- (4) 鼓轮 B 所受的轨道摩擦力。

解: (1) 由能量守恒: $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

其中 $I = \frac{1}{2}MR^2$, $\omega = \frac{v}{R}$

解得: $v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{1}{2}M}}$

(2) 由牛顿第二定律: $mg - T = ma$

对鼓轮 B: $T \cdot r - F \cdot p = I\alpha$

且 $a = R\alpha$

联立解得: $a = \frac{mg}{m + \frac{1}{2}M + \frac{p^2}{R^2}}$

(3) 绳子 AD 段的拉力 $T = m(g - a)$

(4) 鼓轮 B 所受的轨道摩擦力 $F_f = \frac{p}{R}T$