北京工业大学 2022—2023 学年第二学期

《高等数学(工)—2》期末考试试卷 A 卷

考试说明：考试日期:2023 年 6 月 13 日、考试时间:95 分钟、考试方式：闭卷

承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考，若有违反，愿接受相应处分。

承诺人：__________　　学号：__________　　班号：

注：本试卷共 三 大题，共 6 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	总成绩
满分	30	60	10	
得分				

得分

一、填空题：（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．已知函数 $f(x,y,z)=z\sqrt{\dfrac{x}{y}}$，则 $\mathrm{d}f(1,1,1)=$___

2. 设 L 是椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$,其周长为 a ,则 $\oint_L(2xy+3x^2+4y^2)\mathrm{d}s=$_

3．设 $f(x,y,z)=\sqrt{3+x^2+y^2+z^2}$，则 $\mathbf{grad}f(1,\ 1,2)=$_ _____.

4．级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left[\dfrac{\cos(an)}{n^2}+(-1)^n\dfrac{2}{\sqrt{n}}\right]$是条件收敛、绝对收敛,还是发散？_____.

5． $f(x)=\dfrac{x}{3(1-x)}$ 展开成 x 的幂级数为___ _____.

6. 设Σ为上半球面$z=\sqrt{4-x^2-y^2}$，则$\iint\limits_{\Sigma}\frac{\mathrm{d}S}{2+\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=$___　　____.

7. 微分方程$xy'+y=\mathrm{e}^{2x}$满足$y\left(\frac{1}{2}\right)=2\mathrm{e}$的特解为____　　　　_____.

8. 曲线$\begin{cases}x=\sin^2 t\\ y=5\sin 2t\\ z=3\cos^2 t\end{cases}$在$t=\frac{\pi}{4}$处的一个单位切向量为_

9. 交换积分次序$\int_0^{2\sqrt{\ln 3}}\mathrm{d}y\int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{\ln 3}}f(x,y)\mathrm{d}x=$_　　　　_______.

10. 设$f(x)=\begin{cases}1, & -\pi\le x<0\\ 1+x^2, & 0\le x<\pi\end{cases}$是以$2\pi$为周期的函数, 其傅立叶级数的和函数记为$S(x)$，则$S(2023\pi)=$____　　________.

二、计算题:（本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

得分

11. 求函数$f(x,y)=xy+\frac{50}{x}+\frac{20}{y}$的极值，并指出是极大值还是极小值.

得分

12. 求由曲面 $z=6-2x^2-y^2$ 与曲面 $z=x^2+2y^2$ 所围立体的体积.

得分

13. 求微分方程 $y''-6y'+5y=xe^x$ 的通解.

得分

14. $I=\int_L(3xy+x\sin x)\mathrm{d}x+(x^2-ye^y)\mathrm{d}y$，其中 L 是曲线 $y=x^2-1$ 上由点 $A(1,0)$ 到点 $B(-1,0)$ 沿顺时针方向的一段弧.

得分

15. 计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma}(x^2-y^2z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(y^2-xz+1)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(3z+1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 Σ 为曲面 $z=2-\sqrt{x^2+y^2}$ $(0\le z\le 2)$ 的上侧.

得 分

16. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n-1}}{n5^{n}}$ 的收敛域及和函数.

三、证明题:（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

得 分

17. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(u_n - u_{n-1}\right)$ 收敛，且正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛，

证明：级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n v_n^2$ 收敛.

得 分

18. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $\frac{x}{z} = \varphi\left(\frac{y}{z}\right)$ 所确定，其中 $z = z(x, y)$，

$\varphi\left(u\right)$ 都具有连续导数. 证明: $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = z$.