得 分

一、填空题（本大题共10道小题，每题3分，共30分）

1. 微分方程$(x+1)\mathrm{d}y+(1-2e^{-y})\mathrm{d}x=0$ 的通解为 ________________ .

2. 函数$u=xy^2z$在点$P(1,-1,2)$处的梯度为________________ .

3. 数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\dfrac{n+1}{n}$是条件收敛、绝对收敛、还是发散？________________ .

4. 设曲线L为从$(0,0)$到$(1,0)$再到$(1,1)$的折线段，则$\int_L 3xy^2\mathrm{d}s=$____________.

5. 交换积分次序：$\int_0^{\frac{1}{4}}\mathrm{d}y\int_y^{\sqrt{y}}f(x,y)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}y\int_y^{\frac{1}{2}}f(x,y)\mathrm{d}x=$______________.

6. 向量场$\boldsymbol{A}=(x^3+yz)i+(y^3+xz)j+(z^3+xy)k$ 的散度为 ________________.

7. 旋转抛物面$z=x^2+y^2$在点$(1,2,5)$处的切平面为 ________________.

8. 设函数$z=e^{2x-3y}+2y$，则$\mathrm{d}z\big|_{(1,0)}=$____________.

9. 函数 $f(x)=\begin{cases}x, & -\pi<x\le 0,\\ 1+x, & 0<x\le\pi,\end{cases}$ 展开为以2π为周期的傅立叶级数，其和函数记为

$S(x)$，则$S(\pi)=$______________.

10. 设Σ是$z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被柱面 $x^2+y^2=2ax$所截部分，则该曲面的面积元素$\mathrm{d}S$

______________.

二、计算题（本大题共6道小题，每题10分，共60分）

得 分

11. 求函数 $f(x,y)=(x-4y+2y^2)\mathrm{e}^x$ 的极值.

得 分

12. 计算二重积分 $I=\iint\limits_{D}\left(\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中区域 D 为 $x^2+y^2\le R^2$.

得 分

13. 求微分方程 $y''+y'=(x^2+2)e^{-x}$ 的通解.

得 分

14. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+2}{3^n}x^{2n+1}$ 的收敛域，并求其和函数.

得 分

15. 求$\int_L (1+xe^{2y})\mathrm{d}x+(x^2e^{2y}-y^2)\mathrm{d}y$，其中 L 是从点$O(0,0)$经圆周$(x-2)^2+y^2=4$的上半部分到点$A(2,2)$的弧段.

得 分

16. 计 算 曲 面 积 分 $\iint\limits_{\Sigma}(2x+z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其 中 Σ 是 有 向 曲 面 $z=x^2+y^2,(0\le z\le 1)$ 的上侧.

三、证明题（本大题共 2 道小题，每题 5 分，共 10 分）

得 分

17. 设函数 $z(x,y)$ 由方程 $F\left(x+\frac{z}{y}, y+\frac{z}{x}\right)=0$ 给出，F,z 都是可微函数，

证明：$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z-xy$.

得 分

18. 已知 $a_n=\int_0^1 x^2(1-x)^n \mathrm{d}x, (n=1,2,...)$，证明 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为1.