

北京工业大学 2006-2007 第一学期

《集合与图论》期末试题（2005 级）

学号：

姓名：

题数	一题	二题	三题	四题	五题	六题	七题	八题	九题	十题	总分
分数											

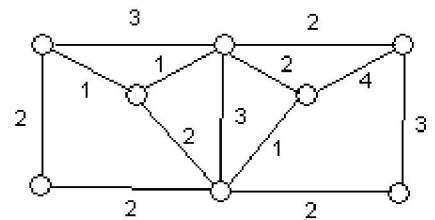
一. (10 分) 判断（正确的画 “√”， 错误的画 “×”）

- (1) 如果 $A \times B = A \times C$, 则 $B = C$. ()
- (2) 如果 $f \circ g$ 是满射的, 那么 g 是满射的. ()
- (3) 有过所有点的回路的有向图必强连通. ()
- (4) 欧拉路是图中最长的简单通路. ()
- (5) $K_{m,n}$ 是半哈密顿图. ()

二. (10 分) 填空

A、B 是集合, $|A|=4$, $|B|=5$

- (1) A 到 B 可以定义_____种不同的函数,
- (2) A 到 B 可以定义_____种不同的满射函数,
- (3) A 到 B 可以定义_____种不同的单射函数,
- (4) 竞赛图的底图是无向_____图。
- (5) 右图中, 最小生成树的权为_____。



三. (10 分) 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$, R 是 A 上的整除关系。

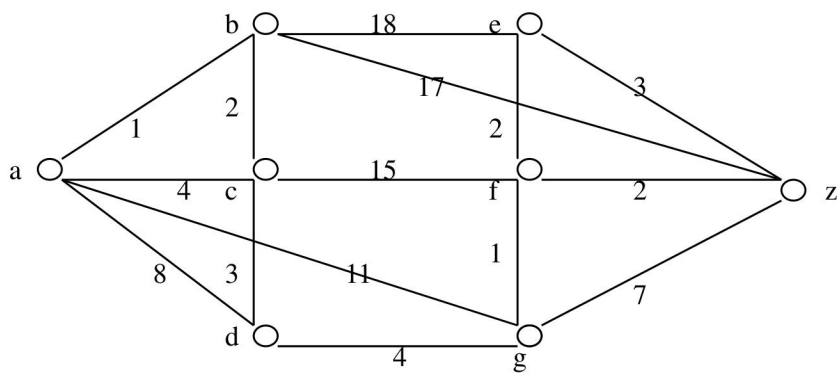
1. 画出偏序关系 R 的哈斯图。
2. 指出 A 有无最小元、最大元、极大元和极小元; 若有, 请写出它们。
3. 设 $B = \{4, 6\}$, 指出 B 有无上界、下界、最小上界和最大下界; 若有, 请写出它们。

四.(10 分) 证明: $(A-B)-C = (A-C)-(B-C)$ 。

五. (10 分) R 是 A 上的二元关系, 证明: R 是传递的当且仅当 $R^2 \subseteq R$ 。

六. (10 分) $|A|=5$, A 上可以定义多少个不同的二元关系? 多少个不同的自反关系? 多少个不同的反自反关系? 多少个不同的对称关系? 多少个不同的反对称关系?

七. (10 分) 在下图中, 求最短的 a-z 通路及其长度。



八. (10 分) 设 G 是具有 6 个顶点 13 条边的无向简单图, 证明图 G 是哈密尔顿图但不是树。它是二部图吗? 请证明你的结论。

九. (10 分) 证明: 若 G 是每一个面至少由 $k(k \geq 3)$ 条边围成的连通平面图, 则
$$e \leq \frac{k(v-2)}{k-2},$$
 这里 e 和 v 分别是图 G 的边数和顶点数。

十. (10 分) 若约定各点到自身可达, 试证明: 无向图中, 顶点间的可达关系是定义在顶点集合上的等价关系。有向图中, 顶点间的可达关系是定义在顶点集合上的等价关系吗?