

- 1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^2)}{\tan^2 x} =$ _____.
- 2、若 $f(x) = \begin{cases} e^{-ax} + b, & x \leq 0 \\ x^2 + x + a, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.
- 3、设 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $e^x - e^{\sin x}$ 与 $\frac{x^k}{6}$ 是等价无穷小, 则 $k =$ _____.
- 4、设 $xy + e^y = x + 1$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\substack{x=0 \\ y=0}} =$ _____.
- 5、设函数 $y = e^{\arcsin x}$, 则 $dy|_{x=0} =$ _____.
- 6、曲线 $y = \frac{\ln(1+x)}{x(x-1)}$ 的垂直渐近线为_____.
- 7、曲线 $y = (1+x)e^x$ 过 $(0,1)$ 点的切线方程为_____.
- 8、函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x} e^{\frac{x}{x-1}}$ 的第一类间断点的个数为_____.
- 9、曲线 $y = \ln(1+x^2) + 2x + 1$ 的拐点为_____.
- 10、若 $f(x)$ 的一个原函数是 $\ln(1+x)$, 则 $\int \frac{1}{f(x)} dx =$ _____.
- 11、设 $f(x) = \ln(1-x^2)$, 求 (1) $f'(x), f''(x)$; (2) 函数 $f(x)$ 带皮亚诺型余项的 4 阶麦克劳林公式; (3) $f^{(2020)}(0)$.
- 12、求函数 $y = \frac{x^3}{x+1} - 1$ 的极值和单调区间.
- 13、计算不定积分 $\int \frac{x^4}{x^2-1} dx$.
- 14、计算不定积分 $\int \sqrt{e^x - 1} dx$.
- 15、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 1 - e^x}{1 - \sqrt{x^2 + 1}}$.
- 16、计算不定积分 $\int \frac{x^2 \arctan x}{1+x^2} dx$.

17、 设 $x > 0$, 证明: $\ln(1+x) > \frac{x}{1+x}$.

18、 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(1) = 0$, 证明: 至少存在一点 $\xi \in (0,1)$, 使得 $(\xi+1)f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$.

1、 若 $f(x) = \begin{cases} e^x + b, & x \leq 0 \\ \ln(1+ax), & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

2、 设 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $e^{\sin x} - 1$ 与 x^k 是等价无穷小, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

3、 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\sin^2 x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4、 函数 $f(x) = \frac{e^{\frac{x}{x-1}}}{x}$ 的间断点为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5、 设函数 $y = \arcsin^2(2x)$, 则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}$.

6、 曲线 $y = \frac{\arctan x}{x}$ 的水平渐近线为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

7、 曲线 $y = x \cos(2x) + 1$ 过 $(0,1)$ 点的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8、 设 $2xy - \ln y = \sin x$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9、 求不定积分 $\int \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

10、 已知 $\arctan x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int \frac{x}{f(x)} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

- 11、 设 $f(x) = x \ln(1+x)$ ，求 (1) $f'(x), f''(x)$; (2) 函数 $f(x)$ 带皮亚诺型余项的 3 阶麦克劳林公式; (3) $f^{(2021)}(0)$.
- 12、 求函数 $y = x^2 - \ln(1+x^2)$ 的极值和单调递增区间.
- 13、 计算不定积分 $\int \frac{x}{x^2 - x - 2} dx$.
- 14、 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{\tan x - \sin x}$.
- 15、 计算不定积分 $\int \frac{1}{x\sqrt{2x-1}} dx$.
- 16、 计算不定积分 $\int \frac{x + \arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.
- 17、 设 $x > 0$, 证明: $\ln(1+x) > \frac{\arctan x}{1+x}$.
- 18、 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $f(a) = f(b) = 0$, 证明: 至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $2\xi f(\xi) + (\xi^2 + 1)f'(\xi) = 0$.