## 一、填空题:

1．已知函数 $z=\dfrac{x}{1+y^2}$，则 $\mathrm{d}z\big|_{(1,1)}=$______________.

2. 微分方程 $(y+1)^2\mathrm{d}y+x^3\mathrm{d}x=0$ 满足 $y(0)=1$ 的特解为______________.

3．函数 $u=xyz-2yz-3$ 在点 $(1,1,1)$ 沿 $(2,2,1)$ 的方向导数等于______________.

4．级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n(1-\cos\dfrac{a}{n})$ 是条件收敛、绝对收敛,还是发散？______________.

5． $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 展开成 $(x-3)$ 的幂级数为______________.

6. 设 $L$ 是 $xOy$ 面的圆周 $x^2+y^2=2$ 的顺时针方向，则 $\oint_L x^5\mathrm{d}s=$______________.

7.螺旋线 $x=\cos\theta, y=\sin\theta, z=2\theta$ 在点 $(1,0,0)$ 的切线方程为______________.

8.曲面 $e^z+z+xy=3$ 在点 $(2,1,0)$ 处的一个法向量为______________.

9. 设 $\Sigma$ 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2\ (a>0)$，则 $\oiint\limits_{\Sigma}\dfrac{1}{x^2+y^2+z^2}\mathrm{d}S=$______________.

10. 设 $f(x)=\begin{cases} e^x, & -\pi\le x<0 \\ 1, & 0\le x<\pi \end{cases}$ 是以 $2\pi$ 为周期的函数, 其傅立叶级数的和函数记为 $S(x)$，则 $S(99\pi)=$______________.

## 二、计算题:

11. 求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{2n-1}}{2n-1}$ 的收敛域及和函数，并求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{(2n-1)2^n}$ .

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

12. 计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma} 2x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+2y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+3(z^2-1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ ，其中 $\Sigma$ 为曲面 $z=1-x^2-y^2\ (z\geq 0)$ 的上侧.

13. 求由曲面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 与曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围立体的体积.

14. 求微分方程 $y''-5y'+6y=x\mathrm{e}^{2x}$ 的通解.

15. 求函数 $f(x,y)=2x^2-3xy+2y^2+4x-3y+1$ 的极值点及极值.

16. 计算 $I=\int_L(12xy+e^y)\mathrm{d}x-(\cos y-xe^y)\mathrm{d}y$, 其中 $L$ 是由点 $A(-1,1)$ 沿曲线 $y=x^2$ 到点 $O(0,0)$ , 再沿 $x$ 轴到点 $B(2,0)$ 的曲线.

三、证明题:

17. 设 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，且满足 $\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}=1$ ,

又 $g(x,y)=f\left[xy,\frac{1}{2}(x^2-y^2)\right]$，证明：$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}=x^2+y^2$.

18. 若 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}c_n$ 都收敛，且 $a_n\leq b_n\leq c_n\ (n=1,2,3,\cdots)$，试证 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 收敛.

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享