模拟题二　参考答案

一、单选题

1. D　2. D　3.B　4.C　5.C　6. C　7. A　8. D

二、多选题

1. AB　2. ABC　3. D　4. BD

三、填空

(1) 0.2, 0.5　（2）1， -1　（3）0.4

（4）-0.2， 1.26　(5) N(-9, 5^2)， 0.1359　(6) 10, 8

（7）AB+AC+BC　（8）5/2

四、计算题

1. 解: ① 由于 X 在 $(0,\ 0.2)$ 上服从均匀分布，所以 X 的概率密度为

$$f_X(x)=\begin{cases}5,\ 0<x<0.2\\ 0,\quad 其它.\end{cases}$$

由于 X 与 Y 相互独立，所以 X 和 Y 的联合概率密度为

$$f(x,\ y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)=\begin{cases}25e^{-5y},\ 0<x<0.2,\ y>0\\ 0,\qquad\qquad 其它.\end{cases}$$

②令 $D=\{(x,y)\mid x\geq y,\ 0<x<0.2,\ y>0\}$.

$$p\{X\geq Y\}=\iint_D f(x,\ y)d\sigma=\int_0^{0.2}dx\int_0^x 25e^{-5y}dy=\int_0^{0.2}(-5e^{-5x}+5)dx$$

$$=[e^{-5x}+5x]_0^{0.2}\ =\frac{1}{e}.$$

2. 设随机变量 X 有概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}1-|x|, & x\in(-1,\ 1)\\ 0, & 其他.\end{cases}$ 令 $Y=X^2$，求:

(1). Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$；(2). $P\{0.25<Y<1.96\}$；(3). $E(Y)$ 和 $Var(Y)$。

解 (1). 记 $F_Y(y)$ 为随机变量 Y 的分布函数，则 $y\le 0$ 时，$F_Y(y)=0$；$y\in(0,1]$ 时，

$$F_Y(y)=P(Y\le y)=P(X^2\le y)=P(-\sqrt{y}\le X\le\sqrt{y})=\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}}f(x)dx=2\sqrt{y}-y;$$

$y>1$ 时，$F_Y(y)=1$。于是，

$$f_Y(y)=\begin{cases}\sqrt{y^{-1}}-1, & y\in(0,1]\\ 0, & □□;\end{cases}$$

(2). $P\{0.25<Y<1.96\}=F_Y(1.96)-F_Y(0.25)=1-[2\sqrt{0.25}-0.25]=0.25$;

(3). $E(Y)=E(X^2)=\int_{-1}^{1}x^2f(x)dx=\int_{-1}^{0}x^2(1+x)dx+\int_{0}^{1}x^2(1-x)dx=\dfrac{1}{6}$;

由 $E(X^4)=\int_{-1}^{1}x^4f(x)dx=\int_{-1}^{0}x^4(1+x)dx+\int_{0}^{1}x^4(1-x)dx=\dfrac{1}{15}$ 及

$$Var(Y)=E(Y^2)-[E(Y)]^2=E(X^4)-[E(X^2)]^2,$$

得 $Var(Y)=\dfrac{1}{15}-\dfrac{1}{36}=\dfrac{7}{180}$.

3. 解: $n=9,\ \bar{x}=50.60,\ S=0.9,\ \alpha=0.05$

(1) $H_0: \mu=51.20 \leftrightarrow H_1: \mu\ne 51.20$

$T=\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t_{n-1}$

拒绝域为 $|T|\geqslant t_{n-1}(\frac{\alpha}{2})$

查表 $t_8(0.025)=2.3060$

代入样本 $|t|=\left|\dfrac{50.60-51.20}{0.9/\sqrt{9}}\right|=2<2.3060$

∴不拒绝H_0，即认为能接受零件强度均值为51.20的假设。

(2) $H_0: \sigma^2\le 0.72$， $\leftrightarrow H_1: \sigma^2>0.72$

$\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2_{n-1}$

拒绝域为 $\chi^2>\chi^2_{n-1}(\alpha)$

查表得 $\chi_8^2(0.05)=15.507$

代入样本 $\chi^2=\dfrac{8\times0.9^2}{0.72}=9<15.507$ 未落入拒绝域

∴接受H_0，即认为能接受零件强度 [illegible]

3.