

## 北京工业大学 2020—2021 学年第二学期

## 《数学分析-2》期末考试试卷 A 卷

考试说明：考试时长 95 分钟；闭卷；解题必须给出必要的步骤，否则无分

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班号：\_\_\_\_\_

.....  
注：本试卷共八大题，共六页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸或草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总成绩
满分	14	20	20	10	10	10	10	6	
得分									

得分	一、计算下列定积分：	14 分
	1、 $\int x^3 \sqrt{1-x^2} dx$	2、 $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

得 分

二、1、求曲线  $y = x^2, y = \frac{x^2}{4}, y = 1$  围成区域的面积

2、计算  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_x^{x^2} (e^{t^2} - 1) dt}{x \sin x}$

3、证明：  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx = 0$

20 分

得 分

三、 1、判断级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$  的敛散性

1、判断级数  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^s}$  的敛散性（说明是条件收敛还是绝对收敛）

2、求级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$  的收敛区间及和函数 20 分

得 分

四、设连续函数列  $\{f_n(x)\}$  在  $[0, 1]$  一致收敛于极限函数  $f(x)$ ，且

$\forall n \in \mathbf{N}$ ，函数  $f_n(x)$  在  $[0, 1]$  可积。证明  $f(x)$  在  $[0, 1]$  可积。 10 分

得 分

五、利用偏导数求函数  $z = x^2 y^3 (6 - x - y)$ ,  $x > 0$ ,  $y > 0$  的极值

10 分

得 分

六、求曲面  $z = \frac{x^2}{2} - y^2 + 1$  在点  $(2, -1, 1)$  切平面方程与法线方程

10 分

得 分

七、设  $z = f(u, v)$  有二阶连续偏导数， $u = x + y + z$ ,  $v = xyz$ ，求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

10 分

得 分

八、设  $D_1, D_2$  是  $\mathbf{R}^2$  中两闭集，其中  $D_1$  有界。用致密性定理（有界点列必有收敛子列）证明： $\exists x_0 \in D_1, y_0 \in D_2$  满足  $\|x_0 - y_0\| = \inf_{\substack{x \in D_1 \\ y \in D_2}} \|x - y\|$

6 分