

一、单选题

1. 设事件 A 与 B 互斥, 则下列()是正确的.
A. $P(\overline{AB}) = 0$; B. $P(AB) = P(A)P(B)$;
C. $P(A) = 1 - P(B)$; D. $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1$.
2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且均服从区间 $(0,1)$ 上的均匀分布, 则
 $P\{X^2 + Y^2 \leq 1\} = ()$.
A. 0.25; B. 0.5; C. $\pi/2$; D. $\pi/4$.
3. 设随机变量 X 与 Y 满足 $P\{X \leq 1, Y \leq 1\} = \frac{4}{9}$, $P\{X \leq 1\} = P\{Y \leq 1\} = \frac{5}{9}$, 则
 $P\{\min(X, Y) \leq 1\} = ()$.
A. $1/3$; B. $2/3$; C. $4/9$; D. $20/81$.
4. 设随机变量的概率密度 $f(x) = \begin{cases} qx^{-2} & x > 1 \\ 0 & x \leq 1 \end{cases}$, 则 q 为().
A. -1; B. $1/2$; C. 1; D. $3/2$.
5. 设 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $P(X=1) = P(X=2)$, 则 $E(X^2) = ()$.
A. 2; B. 4; C. 6; D. 8.
6. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(0, 1)$, Y 服从正态分布 $N(1, 4)$, 且 X 与 Y 的相关系数等于 1, 则下列()是正确的.
A. $P\{Y = 2X - 1\} = 1$; B. $P\{Y = -2X - 1\} = 1$;
C. $P\{Y = 2X + 1\} = 1$; D. $P\{Y = -2X + 1\} = 1$.
7. 在正态总体方差的假设检验中, 采用的检验方法是().
A. χ^2 检验法; B. U 检验法; C. t 检验法; D. t 或 U 检验法.
8. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(2, 4)$, $Y \sim N(3, 1)$, 则随机变量
 $Z = 2X - 3Y + 2$ 服从[]
A. $N(-3, 5)$ B. $N(-3, 7)$ C. $N(3, 25)$ D. $N(-3, 25)$

二、多选题

1. 设 X 与 Y 是相互独立的随机变量, 且二者期望存在。令 $M = \max\{X, Y\}$, $N = \min\{X, Y\}$, 则下列()是正确的.
A. $E(XY) = E(MN)$; B. $E(XY) = E(X)E(Y)$;
C. $E(MN) = E(M)E(N)$; D. M 与 N 不相关(线性无关).
2. 若随机变量 X 与 Y 不无关, 则下列()是正确的.
A. $\text{Cov}(X, Y) = 0$; B. $E(XY) = E(X)E(Y)$;
C. $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$; D. $\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) - \text{Var}(Y)$.

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

3. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n \geq 2)$ 为正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 为样本

均值, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 为样本方差, $S = \sqrt{S^2}$, 则下列()的是正确的.

- A. $(\bar{X} - \mu) / \sigma \sim N(0, 1)$; B. $(n-1)S^2 / \sigma^2 \sim \chi_n^2$;
C. $\frac{X_1 - \mu}{S} \sim t_{n-1}$; D. $\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{S} \sim t_{n-1}$.

4. (接上小题) 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ 和 σ^2 未知, 下列()是正确的.

- A. μ 的置信系数 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $[\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha/2), \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha/2)]$;
B. μ 的置信系数 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $[\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha/2), \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1}(\alpha/2)]$;
C. σ^2 的置信系数 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $[\frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1}^2(1-\alpha/2)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1}^2(\alpha/2)}]$;
D. σ^2 的置信系数 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $[\frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1}^2(\alpha/2)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1}^2(1-\alpha/2)}]$.

三、填空题

1. 设 A 和 B 为事件, $P(A) = 0.6$, $P(A \cup B) = 0.8$. 当 A 与 B 互不相容时, $P(B) =$; A 与 B 相互独立时, $P(B) =$.

2. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} a + be^{-0.5x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$ 其中 a 与 b 为常数, 则 $a =$, $b =$.

3. 设随机变量 $X \sim B(n, p)$, $E(X) = 2.4$, $Var(X) = 1.44$, 则 $p =$.

4. 设随机变量 X 可能取三个值: $-2, 0$ 和 1 , 且 $P(X = -2) = 0.25$, $P(X = 1) = 0.3$, 则 $E(X) =$, $Var(X) =$.

5. 设随机变量 X_1, X_2 相互独立, 且 $X_1 \sim N(-1, 5)$, $X_2 \sim N(4, 5)$. 令 $X = X_1 - 2X_2$, 则 $X \sim$. 进一步, 若记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数, 且已知 $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$, 则 $P\{-4 < X < 1\} =$.

6. 若每次试验时, 事件 A 发生的概率均为 0.2 , 用 X 表示 50 次独立试验中事件 A 发生的次数, 则 $E(X) =$, $Var(X) =$.

7. 设件 A 、 B 、 C 为 3 个随机事件, 则事件 A 、 B 、 C 至少两个发生, 可表示为

8. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $p\{X = 4\} = 2p\{X = 5\}$, 则 $\lambda =$

四、计算题

1. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 在 $(0, 0.2)$ 上服从均匀分布, Y 的概率密度为

$$f_Y(y) = \begin{cases} 5e^{-5y}, & y > 0 \\ 0, & \text{其它}, \end{cases}$$

①求 X 和 Y 的联合概率密度. ②求 $p\{X \geq Y\}$.

2. 设随机变量 X 有概率密度函数 $f(x) = \begin{cases} 1-|x|, & x \in (-1, 1) \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$ 令 $Y = X^2$, 求:

(1). Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$; (2). $P\{0.25 < Y < 1.96\}$; (3). $E(Y)$ 和 $Var(Y)$ 。

3. 已知某种零件的强度 (单位: g/mm^2) 服从正态分布。现随机抽取该种零件 9 个, 经测量其强度值, 经计算得样本均值为 50.60, 样本标准差为 0.9. 显著性水平 $\alpha = 0.05$, 从这些样本看:

(1) 能否接受零件强度的均值为 51.20 的假设?

(2) 能否接受零件强度的方差不超过 0.72 的假设?

4. 设总体 X 有概率密度函数

$$f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$$

其中 $\lambda > 0$ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 为从总体 X 中抽出的随机样本。求:

(1). λ 的矩估计; (2). λ 的极大似然估计。