北京工业大学 2011-2012 学年第一学期

普通物理 I-1　课程试卷答案及评分标准

考试方式：闭卷　　　　考试时间：2012 年 1 月 11 日 08:00-09:35

1. [10 分]距河岸 600m 处有一静止的船，船上的探照灯以转速 $n=(1/\pi)$ rev/min 转动，将河岸看成直线，求：
(1) 探照灯转动的角速度 ω；
(2) 当光束与岸边成 30° 角时，光束沿岸边移动的速率 v 为多大？

解：(1) $\omega = n\times\dfrac{2\pi}{60}=\dfrac{1}{30}\,\text{rad/s}$；

(2)取灯光垂直于河岸时为坐标原点，河岸为 X 轴，则 $x=600\times\text{ctan}\theta$，则

$$v=\left|\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|=\left|\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right|=\omega\left|\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\theta}\right|=\frac{1}{30}\times600\times\frac{1}{\sin^2(\pi/6)}=80\text{m/s}$$

2. [10 分] 质量为 M 的船静止. 现以水平速度 v_0 将一质量为 m 的砂袋抛到船上，此后两者一起运动。设阻力大小与速率成正比，比例系数为 k (k>0)，以船开始运动时 t=0，试求：(1) 船开始运动时的速度 v'；(2) t 时刻船的运动速度 $v(t)$。

解：(1)根据动量守恒，　$m\vec{v}_0=(m+M)\vec{v}'\rightarrow\vec{v}'=\dfrac{m\vec{v}_0}{(m+M)}$

(2) 以 $\vec{v}_0$ 方向为 X 方向，根据牛顿第二定律：$\vec{F}=m\vec{a}$

$$\rightarrow -kv=(m+M)a=(m+M)\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$\rightarrow\frac{-k}{m+M}\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}v}{v}\rightarrow\int_0^t\frac{-k}{m+M}\mathrm{d}t=\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}v}\rightarrow\frac{-kt}{m+M}=\ln\frac{v}{v_0}$$

$$\rightarrow\frac{v}{v_0}=e^{\frac{-kt}{m+M}}\rightarrow v=v_0e^{\frac{-kt}{m+M}}\rightarrow\vec{v}=\vec{v}_0e^{\frac{-kt}{m+M}}=\frac{m\vec{v}_0}{m+M}e^{\frac{-kt}{m+M}}$$

[评分标准] 每答对一问给 5 分，过程正确结果不对者酌情扣 1-2 分。

3. [10 分] m=1 kg 的物体，在坐标原点处从静止出发沿 X 轴运动，合力 $\vec{F}=32x^3\vec{i}$(SI)，试求：(1) x=1m 处物体的速率 v；(2) 从 x=0 到 x=1m 的过程中，力 $\vec{F}$ 所产生的冲量大小 I.

解：(1) $A=\int_0^1 32x^3\mathrm{d}x=8J$，根据动能定理，x=1m 处物体的动能为 8J，可知物体的速率为$v=4\mathrm{m/s}$

(2) 力$\bar{F}$所产生的冲量为物体动量的增量，即$I=\Delta P=4\mathrm{kg\cdot m/s}$

[评分标准] 每答对一问给 5 分，过程正确结果不对者扣 1 分。

4. [10 分] 质量为m的行星绕太阳作椭圆运动，太阳到行星轨道近日点 A 与远日点 B 的距离分别为r_1，r_2． 设太阳质量为M，且其半径忽略不计，试求：

(1). 以 r→∞为势能零点，写出近日点与远日点处系统的引力势能E_{pA}、E_{pB}；

(2). 行星在 A、B 两点的速率v_A、v_B；

(3). 行星在轨道上运动的总能量E；

解：(1) 若$E_{p,\infty}=0$，$E_{p,A}=-\dfrac{GMm}{r_1}$，$E_{p,B}=-\dfrac{GMm}{r_2}$

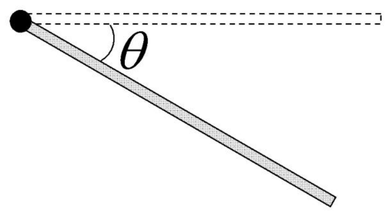
(2) $E_{k,A}-E_{k,B}=\dfrac{1}{2}mv_A^2-\dfrac{1}{2}mv_B^2=\dfrac{GMm}{r_1}-\dfrac{GMm}{r_2}$，

又有角动量守恒，$mr_1v_A=mr_2v_B$，两式联立，可解出：

$$v_A=\sqrt{\frac{2GMr_2}{(r_1+r_2)r_1}}\qquad v_B=\sqrt{\frac{2GMr_1}{(r_1+r_2)r_2}}$$

(3) $E=E_{pA}+E_{kA}=-\dfrac{GMm}{r_1}+\dfrac{1}{2}mv_A^2=-\dfrac{GMm}{r_1+r_2}$ (求 B 点能量可得同结果)

5. [15 分]如图所示，一根长为l，质量为m的均匀细直棒，一端固定在光滑水平轴上，最初棒静止在水平位置，并在重力矩的作用下向下摆动，当摆角为θ时，求：



(1) 写出该细棒对转轴的转动惯量J；

(2) 对转轴的重力矩大小M；

(3) 细棒转动的角加速度α和角速度ω；

(4) 细棒受转轴的力 F 的大小。

解：(1) $J=\dfrac{1}{3}ml^2$；(2) $M=mg\dfrac{l}{2}\cos\theta$

(3) 由刚体定轴转动定律：$M=J\alpha\rightarrow\alpha=\dfrac{M}{J}=\dfrac{mg\frac{l}{2}\cos\theta}{\frac{1}{3}ml^2}=\dfrac{3g\cos\theta}{2l}$

重力所做的功转化为刚体的转动动能，有：$mg\dfrac{l}{2}\sin\theta=\dfrac{1}{2}J\omega^2$

$$\rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mgl\sin\theta}{J}} = \sqrt{\frac{3g\sin\theta}{l}}$$

(4) 选细棒中心(质心)为研究对象，分别在切向与法向应用质心运动定理：

$$F_1 + mg\cos\theta = ma_t = \frac{3mg\cos\theta}{4} \rightarrow F_1 = -\frac{mg\cos\theta}{4}$$

$$F_2 - mg\sin\theta = ma_n = \frac{3mg\sin\theta}{2} \rightarrow F_2 = \frac{5mg\sin\theta}{2}$$

$$\therefore F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \frac{mg}{4}\sqrt{99\sin^2\theta + 1}$$

6. [10 分] 有一在绳上传播的入射波，其方程 $y_1 = A\cos(\omega t + 2\pi x/\lambda)$，入射波在绳端(x=0)反射，反射端为自由端，设反射波不衰减，将 A、ω、λ视为已知，求:

(1) 在 x=0 处，反射波的振动方程;

(2) 反射波的波动方程;

(3) 形成的驻波方程。

解：(1) 反射端自由，无半波损失， $y_2 = A\cos(\omega t)$

(2) $y_2 = A\cos(\omega t - 2\pi x/\lambda)$

(3) $y = y_1 + y_2 = 2A\cos(2\pi x/\lambda)\cos\omega t$

7. [10 分] 细棒静止质量为m_0，长度为L_0.当它沿棒长方向做高速运动时，测得其长度为 L，试求：(1) 细棒的运动速度v；(2) 细棒的总能量E；(3) 细棒的动能E_k.

解：(1) $L = L_0\sqrt{1-(v/c)^2} \rightarrow v = \dfrac{c}{L_0}\sqrt{L_0^2 - L^2}$

(2) $E = mc^2 = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \rightarrow E = \dfrac{L_0}{L}m_0c^2$

(3) $E_k = mc^2 - m_0c^2 = \dfrac{L_0 - L}{L}m_0c^2$

8. [10 分] 有 N 个粒子，其速率分布函数为$\begin{cases} f(v) = av/v_0, & (0 \le v \le v_0) \\ f(v) = 2a - av/v_0, & (v_0 \le v \le 2v_0) \\ f(v) = 0, & (v > 2v_0) \end{cases}$：

(1) 根据速率分布函数归一化条件求常数a；

(2) 求所有粒子的平均速率$\bar{v}$；

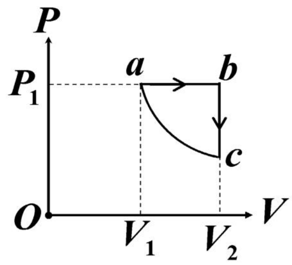
(3) 求速率在 0~v_0间的粒子的平均速率$\bar{v}'$。

解：(1) $\because \int_0^{\infty} f(v)\mathrm{d}v = 1 \rightarrow \int_0^{v_0} \frac{av}{v_0}\mathrm{d}v + \int_{v_0}^{2v_0}(2a - \frac{av}{v_0})\mathrm{d}v = 1 \rightarrow a = \frac{1}{v_0}$

(2) $\bar{v} = \int_0^{\infty} vf(v)\mathrm{d}v = 1 \rightarrow \int_0^{v_0} \frac{v^2}{{v_0}^2}dv + \int_{v_0}^{2v_0}(\frac{2}{v_0} - \frac{v}{{v_0}^2})vdv = v_0$

(3) $\bar{v}' = \frac{\int_0^{v_0} vf(v)\mathrm{d}v}{\int_0^{v_0} f(v)dv} = \frac{\int_0^{v_0} v^2\mathrm{d}v}{\int_0^{v_0} v\mathrm{d}v} = \frac{2}{3}v_0$

9．[15 分] 有 25mol 单原子气体作如图所示循环。其中 ab 为等压过程，bc 为等体过程，ca 为等温过程，且 $P_1 = 4.155\times10^5\,\mathrm{Pa}$，$V_1 = 0.02\mathrm{m}^3$，$V_2 = 0.04\mathrm{m}^3$，已知 $R = 8.31\,\mathrm{J/mol.K}$。取 ln2=0.69. 试求：



(1) 写出该分子气体的自由度i，定体摩尔热容C_V与定压摩尔热容C_P；

(2) 利用理想气体状态方程求状态 a,b,c 的热力学温度T_a，T_b，T_c；

(3) 判断过程 ab，bc，ca 的吸放热情况，并求其具体值；

(4) 求该循环的效率。

解：(1) $i = 3$；$C_V = \frac{3}{2}R$；$C_P = \frac{5}{2}R$

(2) 对 a 点，$T_a = \frac{P_1V_1}{\nu R} = \frac{4.155\times10^5\times0.02}{25\times8.31} = 40K$，同理，$T_b = 80K$

$T_a = T_c = 40K$

(3) ab 为等压过程，吸热，$Q_{ab} = \nu C_P\Delta T = 25\times\frac{5}{2}R\times40 = 2.08\times10^4 J$

bc 为等体过程，放热，$Q_{bc} = \nu C_V\Delta T = 25\times\frac{3}{2}R\times(-40) = -1.25\times10^4 J$

ca 为等温过程，放热，$Q_{ca} = \nu RT\ln\frac{1}{2} = 25\times R\times40\times0.69 = -5.73\times10^3 J$

(4) $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{1.25\times10^4 + 5.73\times10^3}{2.08\times10^4} = 12.36\%$