一、填空题(本大题共12道小题,每题3分,共36分)
1. 设 $f(x,y) = 2(x-y) - x^2 + y^2$ , 则 $f(x,y)$ 的驻点为
2. 微分方程 <i>ydy</i> + <i>xdx</i> = 0 的通解为
3. 函数 $z = xy^2$ 在(2,2) 点的全微分 $dz = $
4. 数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{1+n}$ 是条件收敛、绝对收敛、还是发散?
5. 设 $L: y = 2x, 0 \le x \le 1$ , 则 $\int_{L} (x+2y)ds = $
6. 曲线积分 $I = \int_{(0,0)}^{(1,1)} y dx + x dy$ 的值为
7. 设∑为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ , 则 $\iint_{\Sigma} \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} dS =$
8. 函数 $f(x) = \frac{1}{2-x}$ 的麦克劳林级数为
9. 试写出求解下列条件极值问题的拉格朗日函数: 求函数 $f(x,y) = x + y$ 在
条件 $x^2 + y^2 = 1$ 下的极值
10. 曲面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ 的在点 (4,1,1) 处的切平面方程为
·
11. 设 $f(x)$ 是以 $2\pi$ 为周期的函数,且 $f(x) = \begin{cases} x & 0 < x < \pi \\ 0 & -\pi \le x \le 0 \end{cases}$ , $S(x)$ 是
$f(x)$ 的傅立叶级数的和函数,则 $S(36\pi)=$
12. 设空间区域 $\Omega$ 由锥面 $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ 与平面 $z = 3$ 围成,其体积
为

二、计算题(本大题共5道小题,每题10分,共50分)

得 分	评阅人

- 13. 已知区域D求由y=x与 $y=x^2$ 所围成的图形,求
- (1) 区域D的面积S. (2) 二重积分 $\iint_{\Omega} xy^3 dx dy$ .

评阅人

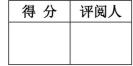
14. 计算曲线积分

$$I = \int_{L} (x^{2}y + e^{x} \sin y) dx + (-xy^{2} + e^{x} \cos y) dy$$

其中 L 为沿着  $x^2 + y^2 = 1$  上从点 A(1,0) 到点 B(-1,0) 的半圆弧.

得 分	评阅人

15. 求微分方程  $y'' + 2y' - 3y = (x^2 + 2x - 3)e^x$  的通解.



16. 求: (1) 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n} x^n$  的收敛域及和函数.

(2) 级数 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 2^n}$$
的和.

得 分	评阅人

17. 计算曲面积分  $I = \iint_{\Sigma} y^2 dy dz + x^2 dz dx + z^2 dx dy$ , 其中  $\Sigma$  是曲面  $z = x^2 + y^2$  被平面 z = 2 所截部分的下侧.

三、证明题(本大题共2道小题,每题7分,共14分)

得 分	评阅人

18. 设 $z = xy + xF(\frac{y}{x})$ , 其中F为可微函数,试证明: 资料由公众号 [工大喵] 收集整理并免费分享

$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = z + xy$$

得 分	评阅人

19. 已知函数  $f(x) \ge 0$ 且  $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ , 证明: 当常数  $\alpha > 0$  时,

级数 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}} f(\frac{1}{n})$$
 收敛.