北京工业大学 2020 —— 2021 学年第 2 学期

《代数与逻辑》期末考试试卷 A 卷

考试说明：考试时间：95 分钟　考试形式（开卷/闭卷/其它）：闭卷

适用专业：计算机科学与技术专业

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：__________　学号：__________　班号：__________

注：本试卷共 五 大题，共 8 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸，并将答案写在题目下方，如因答案写在其他位置而造成的成绩缺失由考生自己负责。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	四	五	总成绩
满分	20	20	20	20	20	
得分						

得 分

一、判断和填空（20 分）

1、判断（正确的画“√”，错误的画“×”）（每小题 1 分，共 10 分）

（1）“此话是谎话。”是命题。　（　　）

（2）可满足式 A 当且仅当 $\neg A$ 是非永真式。　（　　）

（3）每个极小项有唯一成真指派。　（　　）

（4）重言式的代换实例都是永真式。　（　　）

（5）考虑谓词公式：$\exists x P(x^2+1,0)$，假设个体域为实数域，$P(x,y)$ 表示 $x=y$，那么 $\exists x P(x^2+1,0)$ 的真值为假。　（　　）

（6）$\neg((\forall x)(\exists y)P(a,x,y)\to(\exists x)(\neg(\forall y)Q(y,b)\to R(x)))$ 的前束范式是

$(\forall x)(\exists y)(\exists z)(P(a,x,y)\wedge\neg Q(z,b)\wedge\neg R(x))$ （ ）

(7) 永真式是$(\{P|P$ 是命题公式$\},\wedge)$上的零元。 （ ）

(8) $(\{0,2,4,6,8\},\otimes_{10})$ 不是$(N_{10},\otimes_{10})$的子独异点。 （ ）

(9) 群中等幂元不唯一。 （ ）

(10) 代数系统$(A,+,\times)$不是域，其中$A=\{x\,|\,x=a+\sqrt{5}b,a,b$均为有理数$\}$，+和× 为普通加法和乘法。 （ ）

2、填空（每小题 1 分，共 10 分）

(1) $P\wedge(P\to Q)$ ______________ $P\wedge Q$。

(2) 每个极大项有______________成假指派。

(3) 公式$Q\to(P\vee(P\wedge Q))$可化简为______________________。

(4) 令$R(x)$：x是实数，$Q(x)$：x是有理数。则命题“并非每个实数都是有理数”的符号化表示为______________________。

(5) 谓词公式$\forall x\big(P(x)\vee\exists yR(y)\big)\to Q(x)$中量词$\forall x$的辖域是______________________________________。

(6) 定义集合$S=\{\alpha,\beta,\gamma,\delta\}$上的二元运算$*$为

$*$	α	β	γ	δ
α	δ	α	β	γ
β	α	β	γ	δ
γ	β	γ	γ	γ
δ	α	δ	γ	δ

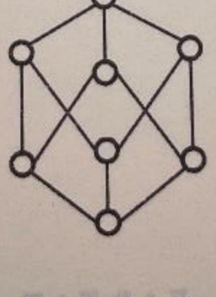
则，代数系统$(S,*)$中α的逆元是______________________。

(7) 设$(A,*)$是 5 阶群，则$(A,*)$中具有______________个生成元。

(8) 半群和独异点的关系是______________________________。

(9) 设$(A,\circ,*)$是环，则$(A,\circ)$是______________群。

(10) 下图所示的哈斯图所对应的偏序集能否构成格______________。



得 分

二、命题演算（20 分）

1、求$(\neg P \to Q) \wedge (R \vee P)$的主合取范式和主析取范式。（10 分）

2、用常用公式证明蕴涵式：$(P \vee Q) \wedge (P \to R) \wedge (Q \to S) \Rightarrow R \vee S$（10 分）

得 分

三、推理证明（20 分）

1、构造下面的推理证明。（10 分）

$$A \to (C \vee B),\ B \to \neg A,\ D \to \neg C \Rightarrow A \to \neg D$$

2、用谓词逻辑的推理理论证明下列蕴含式。（10 分）

$$\forall x(Q(x) \to R(x)),\ \exists x(Q(x) \wedge I(x)) \Rightarrow \exists x(R(x) \wedge I(x))$$

得 分

四、计算（20 分）

1、写出群$(N_{17}-\{0\},\otimes_{17})$中各元素的阶数。（10 分）

2、写出群$(N_{11}-\{0\},\otimes_{11})$中各元素关于子群$(\{1,10\},\otimes_{11})$的陪集。（10 分）

得 分

五、证明（20 分）

1、证明代数系统 $(Z,\oplus,\otimes)$ 是环，其中 Z 是整数集，运算 $\oplus$ 和 $\otimes$ 的定义为：$a\oplus b=a+b-1$，$a\otimes b=a+b-ab$。（10 分）

2、设$(L,\leq)$是格，其哈斯图如下图所示：（10 分）

（1）找出格中每个元素的补元；

（2）此格是有补格吗？为什么？

（3）此格是分配格吗？为什么？