

北京工业大学 2008~2009 年度第 1 学期

070700~070706,070721,070722 【离散数学】考试题(A)

考试形式： 闭卷（共 4 页）

学号 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

一. (10 分) 判断（正确的画 “√”， 错误的画 “×”）

(1) 若集合 $A = \{\emptyset\}$, $B = P(P(A))$ 则 $\emptyset \subseteq B$ 。 (对)

(2) 若集合 $A = \{\emptyset\}$, $B = P(P(A))$ 则 $\emptyset \in B$ (对)

(3) 设 A, B, C 是任意集合, 则 $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$ (对)

(4) 设 A, B, C 是任意集合, 则 $A - (B \cup C) = (A - B) \cup C$ (错)

(5) 设 A, B 是任意集合, 则 $\overline{(A - B)} = \overline{(B - A)}$ (错)

二. (10 分) 设 A, B, C 为任意集合, 证明: $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$

三. (10 分) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, R 是 A 上的整除关系,

1. 画出 R 的哈斯图;

2. 求 $B = \{1, 2, 5, 10, 11\}$ 的极大元, 极小元, 最大元, 最小元。

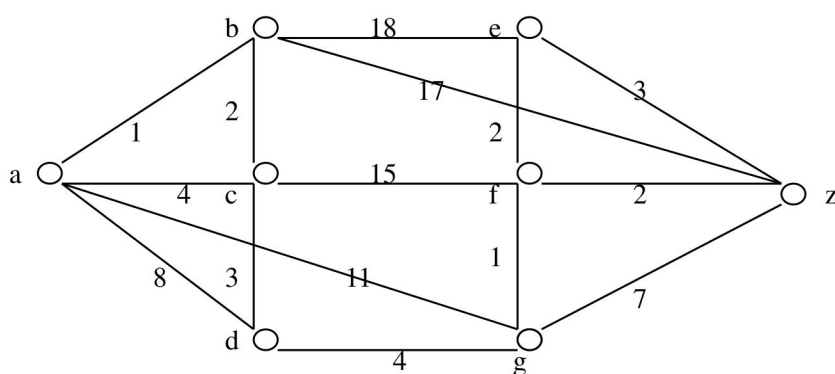
四. (10 分) 设 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, R 是 $A \times A$ 上的二元关系,
 $\forall \langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \in A \times A, \langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle \Leftrightarrow a+b=c+d$
 证明: R 是等价关系。

五. 设 $f: R \times R \rightarrow R \times R, f(\langle x, y \rangle) = \langle \frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2} \rangle$, 证明 f 是双射函数。

六. (10 分) 填空

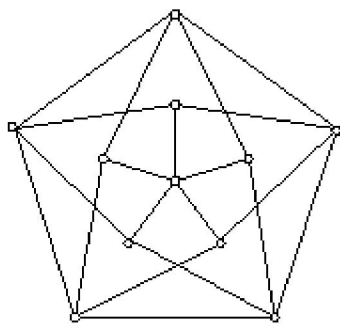
- (1) 竞赛 图的底图是无向完全图。
- (2) 有过所有点的回路的有向图必是 强连通 图。
- (3) 哈密顿回是图中最长的 基本 回路。
- (4) n 阶简单图的边数小于 , 则必不连通,
 大于 , 则必连通。

七. (10 分) 在下图中, 求最短的 $a-z$ 通路及其长度。



八. (10 分) 设 T 为无向树, 它有 100 片树叶, 60 个二度点, 50 个 3 度点, 22 个 4 度点, 且没有大于 7 度的顶点. 试求 T 有多少个顶点。

九. (10 分) 判断下图是否为欧拉图, 二部图, 并说明理由。它是半哈密尔顿图吗?



十. (10 分) 设 G 是一个有 11 个顶点的无向简单平面图, 试证明

1. G 中至少存在一点 v_i , $\deg(v_i) \leq 4$ 。
2. G 的补图是非平面图。