

北京工业大学 2017—2018 学年第 II 学期

“概率论与数理统计”课程(工)考试试卷 (答案)

考试说明： 考试闭卷；可使用文曲星除外的计算器。

承诺： 本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人： _____ **学号：** _____ **班号：** _____

注： 本试卷共 6 页，满分 100 分；考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二(1)	二(2)	二(3)	二(4)	二(5)	总成绩
满分	30	14	14	14	14	14	
得分							

一、 填空题（每空 2 分，共 28 分）

1. 设 A 与 B 为事件，且 $P(A) = 0.2, P(A \cup B) = 0.6$ 。则当 A 与 B 互斥时， $P(B) =$ _____； A 与 B 相互独立时， $P(B) =$ _____。 **答案：0.4；0.5**
2. 若离散型随机变量 X 的概率分布为 $P(X = k) = \frac{k}{6}, k = 1, 2, 3$ 。令 $Y = (X - 2)^2$ 。则 $P(Y = 1) =$ _____, $E(Y) =$ _____, $Var(Y) =$ _____ **答案：2/3；2/3；2/9**
3. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，且 $P(X \leq 2) = 1 - e^{-1}$ ，则 $\lambda =$ _____, $E(X) =$ _____, $Var(X) =$ _____。 **答案：0.5；2；4**
4. 设随机变量 X, Y 相互独立，且 $X \sim N(2, 2^2), Y \sim N(0, 3^2)$ 。令 $Z = 2X + Y$ 则 $E(Z) =$ _____, $Var(Z) =$ _____。进一步，记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，且 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772$ ，则 $P(-1 < Z \leq 14) =$ _____。 **答案：4；25；0.8185**
5. 若 X_1, X_2, \dots, X_{10} 为取自正态总体 $N(1, 10)$ 的随机样本，分别记 \bar{X} 与 S^2 为样本均值与样本方差(无偏方差)。则 $\bar{X} \sim$ _____, $(n-1)S^2 / \sigma^2 \sim$ _____。 **答案： $N(1, 1)$ ； χ_{n-1}^2**
6. 设 X_1, X_2, \dots, X_{25} 是取自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本，经计算得

$\bar{x} = 4, s^2 = 0.16$ 。根据本试卷第 6 页上的 t 分布表与 χ^2 分布表, 得未知参数 μ 的置信系数为 0.95 的置信区间为 [_____, _____], σ^2 的置信系数为 0.95 的置信区间为 [_____, _____]。答案: [3.8349, 4.1651]; [0.0976, 0.3097]

二、解答题 (共 72 分)

注: 每题要有解题过程, 无解题过程不能得分!

1. (本小题 14 分) 有型号相同的产品两箱, 第一箱装 12 件产品, 其中两件为次品; 第二箱装 8 件产品, 其中一件为次品。先从第一箱中随机抽取两件产品放入第二箱, 再从第二箱中随机抽取一件产品。

- (1). 求从第二箱中取出次品的概率;
- (2). 若从第二箱中取出了次品, 求从第一箱中未取到次品的概率。

2.(本小题 15 分) 设随机变量 X 与 Y 独立同分布, 且都服从参数为 1 的指数分布, 令 $U = \min\{X, Y\}$, $V = \max\{X, Y\}$, 求:

(1). U 的概率密度函数 $f_U(x)$;

(2). $U+V$ 的概率密度函数 $f_{U+V}(x)$ 。

3. (本小题 15 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} c e^{-x}, & 0 \leq y \leq x, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- (1). 求常数 c ; (2). 求 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$;
 (3). 问 X 和 Y 是否独立? 为什么? (4). 求 $E(Y)$ 。

4. (本小题 14 分) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 2)$ 为抽自正态总体 $N(\mu_0, \sigma^2)$ 的随机样本, 其中 μ_0 已知, $\sigma^2 > 0$ 未知, 求:

- (1). σ^2 的矩估计 $\hat{\sigma}^2$;
- (2). σ^2 的极大似然估计估计 $\hat{\sigma}^2$;
- (3). $E(\hat{\sigma}^2)$ 和 $\text{Var}(\hat{\sigma}^2)$ 。

5. (本小题 14 分) 设学生某次考试成绩服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 现从该总体中随机抽取 25 位的考试成绩, 算得样本均值为 76.5, 标准差为 4.05。问在显著性水平 0.05 下, 从样本看,

(1). 是否接受 “ $\mu = 75$ ” 的假设?

(2). 是否接受 “ $\sigma \leq 4.0$ ” 的假设?

附 t 分布与 χ^2 分布表

$t_{24}(0.025) = 2.0639$	$t_{24}(0.05) = 1.7109$	$t_{25}(0.025) = 2.0595$	$t_{25}(0.05) = 1.7081$
$\chi_{24}^2(0.025) = 39.364$	$\chi_{24}^2(0.05) = 36.415$	$\chi_{25}^2(0.025) = 40.646$	$\chi_{25}^2(0.05) = 37.652$
$\chi_{24}^2(0.975) = 12.401$	$\chi_{24}^2(0.95) = 13.848$	$\chi_{25}^2(0.975) = 13.120$	$\chi_{25}^2(0.95) = 14.611$

草 稿 纸

姓名： _____ **学号：** _____