

北京工业大学 2021—2022 学年第一学期

《高等数学(工)—1》期中考试试卷

考试说明：考试日期：21 年 11 月 14 日，考试时间：95 分钟，考试方式：闭卷

本人承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考，若有违反，愿接受相应处分。

承诺人：_____ 学号：_____ 班号：_____

.....

注：本试卷共三 大题，共 6 页，满分 100 分，考试时须使用附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	总成绩
满分	30	60	10	
得分				

- | |
|----|
| 得分 |
| |
- 一、填空题：（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{\ln(1+x)} =$ _____
 - 曲线 $\begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = t - t^3 \end{cases}$ 在 $t = 1$ 处的切线方程为 _____
 - 设 $y = f(x)$ 由方程 $2y^3 - 2y^2 + 2xy - x^2 = 1$ 确定，则 $\frac{dy}{dx} =$ _____
 - 设函数 $y = \left(\frac{x}{1+x} \right)^x$ ，则 $dy|_{x=1} =$ _____
 - 曲线 $y = \frac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$ 的水平渐近线为 _____
 - 曲线 $y = x \sin x + 2 \cos x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \right)$ 的拐点为 _____

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

7. 若 $f(u)$ 可导, 则 $y = f(\sin \sqrt{x})$ 的导数为_____

8. 函数 $f(x) = \arctan \frac{1-x}{1+x}$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值为_____

9. 设 $f(x) = x^2 \sin x$, 则 $f^{(2021)}(0) =$ _____

10. 抛物线 $y = \sqrt{8x}$ 上曲率等于 $\frac{16}{125}$ 的点为_____

二、计算题: (本大题共 6 小题, 每小题 10 分, 共 60 分)

得 分	
	11. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ \frac{1 - \cos x^2}{x}, & x < 0, \end{cases}$ 求 $f'(x)$; 并讨论 $f'(x)$ 的连续性,

如果有间断点请指出其类型.

得分

12. 设 $y = \frac{x}{x^2 + 3x + 2}$, 求 y' , y'' 及 $y^{(n)}$.

得分

13. 已知点 $(1, 3)$ 为曲线 $f(x) = ax^3 + bx^2$ 的拐点. (1) 求常数 a, b ;

(2) 对确定常数 a, b 的曲线, 求它的极值点和极值.

得 分

14. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - (\sin x) \cdot \sin(\sin x)}{x^4}$.

得 分

15. 设 $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = t \sin t + \cos t, \end{cases}$ 求 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t = \frac{\pi}{4}}$.

得 分

16. 设 $f(x)$ 可导且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$, $f''(0) = 4$, 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \left[1 + \frac{f(x)}{x} \right]^{\frac{1}{x}}$.

三、证明题：(本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分)

得 分

17. 当 $0 < x < 2$ 时, 证明 $4x \ln x \geq x^2 + 2x - 3$.



得 分

18. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上二阶可导且 $f(0)=f(1)$, 证明: 至少存在一点

$\xi \in (0,1)$, 使得 $f''(\xi) = \frac{2f'(\xi)}{1-\xi}$.

