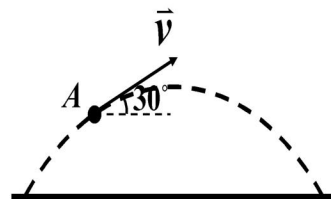


北京工业大学 2012—2013 学年第 1 学期

《普通物理 I-1》期末考试试卷 A 卷答案及评分标准

一、(10 分) 物体作如图所示的斜抛运动, 在 A 点处速度大小为 v , 方向与水平方向夹角成 30° . 已知重力加速度为 g . 求:

- (1) 物体在 A 点处的切向加速度 a_t 及法向加速度 a_n ; (2) 轨道在 A 点处的曲率半径 ρ_A ;
(3) 轨道在最高点处的曲率半径 ρ_h .



第 1 题图

解: (1) $a_t = -g \cos 60^\circ = -\frac{g}{2}$; $a_n = g \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}g$ [4 分]

$$(2) \because a_n = \frac{v^2}{\rho}, \rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{2\sqrt{3}v^2}{3g} \quad [7 \text{ 分}]$$

$$(3) \text{ 轨道最高点 } a_n = g, \rightarrow \rho_h = \frac{(v \cos 30^\circ)^2}{g} = \frac{3v^2}{4g} \quad [10 \text{ 分}]$$

[评分标准] 公式正确结果错误的每一步减 1 分; 公式错误的 不给分;

二、(10 分) 质量为 M 的船静止. 现以水平速度 v_0 将一质量为 m 的砂袋抛到船上, 此后两者一起运动. 设阻力大小与速率成正比, 且 $f = -kv$ ($k > 0$), 以船开始运动时 $t=0$, 试求: (1) 船开始运动时的速度 v' ; (2) t 时刻船的运动速度 $v(t)$.

解: (1) 根据动量守恒, $m\bar{v}_0 = (m+M)\bar{v}' \rightarrow \bar{v}' = \frac{m\bar{v}_0}{(m+M)}$ [5 分]

(2) 以 \bar{v}_0 方向为 x 方向, 根据牛顿第二定律: $\bar{F} = m\bar{a}$

$$\rightarrow -kv = (m+M)a = (m+M)\frac{dv}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{-k}{m+M}dt = \frac{dv}{v} \rightarrow \int_0^t \frac{-k}{m+M}dt = \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} \rightarrow \frac{-kt}{m+M} = \ln \frac{v}{v_0}$$

$$\rightarrow \frac{v}{v_0} = e^{\frac{-kt}{m+M}} \rightarrow v = v_0 e^{\frac{-kt}{m+M}} \rightarrow \bar{v} = \bar{v}_0 e^{\frac{-kt}{m+M}} = \frac{m\bar{v}_0}{m+M} e^{\frac{-kt}{m+M}} \quad [10 \text{ 分}]$$

[评分标准] 公式正确结果错误的每一步减 1 分; 公式错误的 不给分;

三、(10 分) 质量为 1 kg 的静止物体, 从坐标原点出发沿 X 轴运动, 合力 $\vec{F} = (7 + 3x^2)\vec{i}$ (SI), 求: (1) 从开始运动到 $x=1\text{m}$ 处力 \vec{F} 所做的功 A ; (2) 物体在 $x=1\text{m}$ 处的速度 \vec{v}_1 ; (3) 从开始运动到 $x=1\text{m}$ 处力 \vec{F} 产生的冲量 \vec{I} .

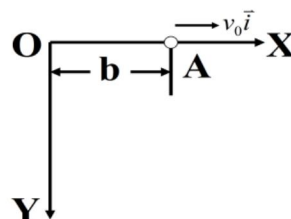
解: (1) $A = \int_L \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^1 (7 + 3x^2) dx = 8 \text{ J}$ [3 分]

(2) 物体初速度为 0, 根据动能定理有 $\frac{1}{2}mv_1^2 = A = 8 \Rightarrow v_1 = 4 \text{ m/s}$ [7 分]

(3) 物体初速度为 0, 根据动量定理, $I = mv_1 = 4 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ [10 分]

[评分标准]公式正确结果错误的每一步减 1 分; 公式错误的给 0 分;

四、(10 分) 如图, 在 $t=0$ 时刻将质量为 m 的质点由 A 处以初速度 $v_0\vec{i}$ 抛出, 求:



第四题图

(1). 写出质点的运动函数 $\vec{r}(t)$.

(2). t 时刻, 质点所受的对原点 O 的力矩 \vec{M} .

(3). t 时刻, 质点对原点 O 的角动量 \vec{L} .

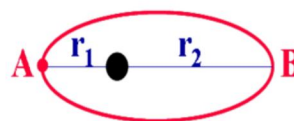
解: (1) $\vec{r}(t) = (b + v_0 t)\vec{i} + \frac{1}{2}gt^2\vec{j}$; [3 分]

(2) $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \left[(b + v_0 t)\vec{i} + \frac{1}{2}gt^2\vec{j} \right] \times mg\vec{j} = mg(b + v_0 t)\vec{k}$; [7 分]

(3) $\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v} = m \left[(b + v_0 t)\vec{i} + \frac{1}{2}gt^2\vec{j} \right] \times [v_0\vec{i} + gt\vec{j}] = mg(bt + \frac{1}{2}v_0 t^2)\vec{k}$ [10 分]

[评分标准]公式正确结果错误的每一步减 1 分; 公式错误的给 0 分;

五、(10 分) 如图, 质量为 m 的卫星绕地球作椭圆运动, A、B 两点距地心分别为 r_1 、 r_2 . 设地球质量为 M , 若地球的半径忽略不计, 则求:



第五题图

(1) 卫星在 A、B 两点的动能之差 $E_{kA} - E_{kB}$.

(2) 卫星在 A、B 点的运动速率 v_A 、 v_B .

(3) 卫星的运动周期 T .

解: (1) 根据机械能守恒,

$$E_{k,A} - E_{k,B} = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = E_{p,B} - E_{p,A} = \frac{GMm}{r_1} - \frac{GMm}{r_2} \quad [3 \text{ 分}]$$

(2) 根据角动量守恒, 有 $r_1 v_A = r_2 v_B$, 与上式联立, 可求出

$$v_A = \sqrt{\frac{2GM r_2}{(r_1 + r_2)r_1}} \quad v_B = \sqrt{\frac{2GM r_1}{(r_1 + r_2)r_2}} \quad [7 \text{ 分}]$$

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

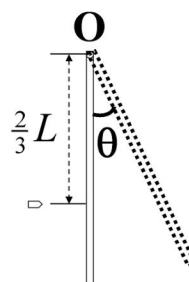
$$(3) \text{ 椭圆轨道的面积 } S = \frac{\pi}{2}(r_1 + r_2)\sqrt{r_1 r_2}$$

$$\text{掠面速度 } \frac{dS}{dt} = \frac{L}{2m} = \frac{mv_A r_1}{2m} = \sqrt{\frac{GM r_1 r_2}{2(r_1 + r_2)}}$$

$$\rightarrow T = \frac{S}{dS/dt} = \frac{\pi(r_1 + r_2)^{3/2}}{\sqrt{2GM}} \quad [10 \text{ 分}]$$

[评分标准]公式正确结果错误的每一步减 1 分；公式错误的给 0 分；

六、(10 分) 质量为 M ，长为 L 的均匀细杆沿光滑轴 O 转动，质量为 $M/4$ 的子弹距 O 轴 $2L/3$ 处以速度 v_0 沿水平方向射入细杆，求：(1) 均匀细杆相对于 O 轴的转动惯量 J ；(2) 子弹嵌入后，细杆转动的角速度 ω ；(3) 细杆的最大摆角 θ ；



第六题图

解：(1) $J = mL^2/3$ [4 分]

(2) 嵌入过程中，子弹—杆系统 $L = \text{const.}$

$$mv_0 \cdot \frac{2}{3}L = [m(\frac{2}{3}L)^2 + \frac{1}{3}ML^2]\omega \rightarrow \omega = \frac{3v_0}{8L} \quad [7 \text{ 分}]$$

(3) 上摆过程中，子弹—杆—地球系统， $E_p + E_k = \text{const.}$

令 O 轴处 $E_p = 0$ ，则有

$$(-mg \cdot \frac{2}{3}L - Mg \cdot \frac{1}{2}L) + \frac{1}{2}[m(\frac{2}{3}L)^2 + \frac{1}{3}ML^2]\omega^2 = -mg \cdot \frac{2}{3}L \cos \theta - Mg \cdot \frac{1}{2}L \cos \theta$$

$$\rightarrow \theta = \arccos(1 - \frac{3v_0^2}{64gL}) \quad [10 \text{ 分}]$$

[评分标准]结果错误但公式正确的每一步减 1 分；公式错误的给 0 分；

七、(10 分) 细棒静止质量为 m_0 ，长度为 L_0 ，当它沿棒长方向做高速运动时，测得其长度为 L ，求：(1) 该棒的相对论总能量 E ；(2) 该棒的相对论动能 E_k ；(3) 棒的线密度 λ 。

$$\text{解：(1) 根据长度收缩， } L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{L}{L_0} \quad [1 \text{ 分}]$$

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 c^2 L_0}{L} \quad [3 \text{ 分}]$$

$$(2) E_k = mc^2 - m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2 (L_0 - L)}{L} \quad [7 \text{ 分}]$$

$$(3) \lambda = \frac{m}{L} = \frac{m_0}{L\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 L_0}{L^2} \quad [10 \text{ 分}]$$

[评分标准]结果错误但公式正确的每一步减 1 分；公式错误的 不给分；

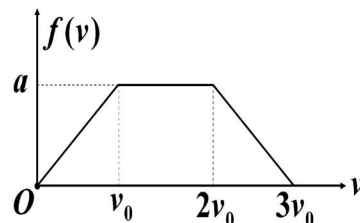
八、(10 分) 粒子的速率分布函数如图，求：

(1) 根据速率分布函数归一化条件求常量 a ；

(2) 求所有粒子的平均速率 \bar{v} ；

解：(1) 归一化要求对应曲线下面积为 1，

$$\text{可得：} \frac{1}{2}av_0 + av_0 + \frac{1}{2}av_0 = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2v_0} \quad [5 \text{ 分}]$$



第八题图

$$(2) \bar{v} = \int_0^\infty vf(v)dv = \int_0^{v_0} \frac{av^2}{v_0} dv + \int_{v_0}^{2v_0} av dv + \int_{2v_0}^{3v_0} av \left(3 - \frac{v}{v_0}\right) dv = \frac{3}{2}v_0 \quad [10 \text{ 分}]$$

[评分标准]结果错误但公式正确的每一步减 1 分；公式错误的 不给分；

九、(10 分) 刚性多原子分子理想气体的状态变化遵从 $PV^2=B$ 的规律(B 为常量)，则当体积由 V_1 膨胀至 $2V_1$ 时，求：(1) 该气体的自由度 i ；(2) 气体对外做功 A ；(3) 气体内能的增量 ΔE ；(4) 气体从外界吸收的热量 Q 。

解：(1) $i=6$ ； [3 分]

$$(2) A = \int_{V_1}^{2V_1} PdV = \int_{V_1}^{2V_1} \frac{B}{V^2} dV = \frac{B}{2V_1} \quad [6 \text{ 分}]$$

$$(3) \Delta E = -\frac{3B}{2V_1} \quad [8 \text{ 分}]$$

$$(4) Q = -\frac{B}{V_1} \quad [10 \text{ 分}]$$

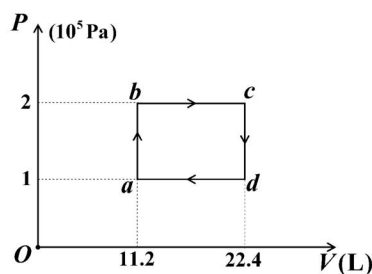
[评分标准]结果错误但公式正确的每一步减 1 分；公式错误的 不给分；

十、(10 分) 一定量的氧气(视为刚性双原子分子理想气体)作如图所示循环，求：

(1) 分析 ab ， bc ， cd ， da 四个过程哪个过程为吸热过程；并求其吸热量；($R=8.31\text{J}\cdot\text{mol/K}$)

(2) 该循环对外界所作的总功；

(3) 该循环的效率。



第十题图

解：(1) ab 和 bc 过程为吸热过程， ab 为等体过程，摩尔

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

热容 $C_v = 5R/2$, bc 为等压过程, 摩尔热容为 $C_p = 7R/2$,

$$\text{则 } Q_{ab} = \nu C_v (T_b - T_a) = \nu \frac{5}{2} R (T_b - T_a) = \frac{5}{2} (P_b V_b - P_a V_a) = 2800 J$$

$$Q_{bc} = \nu C_p (T_c - T_b) = \nu \frac{7}{2} R (T_c - T_b) = \frac{7}{2} (P_c V_c - P_b V_b) = 7840 J \quad [6 \text{ 分}]$$

$$(2) \text{ 对外界总功即为循环曲线包围面积: } A = (P_b - P_a)(V_c - V_b) = 1120 J \quad [8 \text{ 分}]$$

$$(3) \eta = A/Q_1 = 1120/(2800 + 7840) \cong 10.5\% \quad [10 \text{ 分}]$$

[评分标准] 结果错误但公式正确的每一步减 1 分; 公式错误的 不给分;