《概率论与数理统计》(工)模拟题

考试说明： <u>**考试闭卷；可使用文曲星除外的计算器。**</u>

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：__________ **学号：**__________ **班号：**__________

………………………………………………………………………………………………

注：本试卷共 6 大题，共 7 页，满分 100 分。考试时必须使用卷后附的草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二(1)	二(2)	二(3)	二(4)	二(5)	总成绩
满分	30	14	14	14	14	14	
得分							

一、填空题（每空 2 分, 共 30 分）

1. 设 A, B 为事件，且 $P(A)=0.4, P(A\cup B)=0.7$。当 A 与 B 相互独立时，$P(B)=$_______；互斥时，$P(B)=$________；

2. 在区间 $(0,1)$ 中随机地抽取两个数 X 和 Y，则 $P(\ |X-Y|<0.5\ )=$________；

3. 设随机变量 X 服从 $[-2,2]$ 上均匀分布，则 $Y=X^2$ 的概率密度函数为 $f_Y(y)=$__________（$0<y<4$）；

4. 若 X 服从 $[0,1]$ 区间上均匀分布，记 $A=\{0.1\le X\le 0.3\}$，Y 表示对 X 进行 20 次独立观测后事件 A 发生的次数。则 $E(Y)=$_________，$Var(Y)=$_________；

5. 设随机变量 X 可能取的三个值为 -2，0 和 1，且 $P(X=-2)=0.4,\ P(X=0)=0.3$，则 $E(X)=$________，$Var(X)=$_________。

6. 设随机变量 $X\sim N(1,1)$，$Y\sim N(2,2^2)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $2X-Y\sim$__________；

7. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n>2)$ 为抽自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，记
$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,\quad S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2 .$$
则 $\overline{X}\sim$_________，$\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)/\sqrt{S^2}\sim$_________，$(n-1)S^2/\sigma^2\sim$_________；

8. 设 $X_1,\cdots,X_n$ 是抽自参数为2的泊松分布的简单样本，$\overline{X}$ 和 S^2 分别为样本均值与样本方差，求 $P\left\{X=E(2\overline{X}-S^2)\right\}=$________。

9. 设 $X_1,\cdots,X_{10}$ 是抽自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，经计算得 $\bar{x}=5,\ s^2=0.09$。根据本

试卷第 6 页上的t分布表与χ^2分布表，得未知参数μ的置信系数为 0.95 的置信区间为[________,_______]，σ^2的置信系数为 0.95 的置信区间为[________,_______]。

二、解答题（每小题 14 分，共 70 分）

注： 每题要有解题过程，无解题过程不能得分

1. 根据世界卫生组织数据，我国居民肺癌患病率为 38.46 人/10 万人。另外根据我国《居民营养与健康状况调查》结果，居民吸烟率为 31%，而根据医学研究发现，吸烟者患肺癌的概率是不吸烟者的 10.8 倍。

   (1). 求不吸烟者患肺癌的概率与吸烟者患肺癌的概率各是多少；

   (2). 随机抽取一位居民做检查后，发现其患有肺癌。求这个居民是吸烟者的概率。

2．设随机变量 X 有概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}1-|x|, & x\in(-1,\ 1)\\ 0, & 其他.\end{cases}$ 令 $Y=X^2$，求：

(1)．Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$；(2)．$P\{0.25<Y<1.96\}$；(3)．$E(Y)$ 和 $Var(Y)$。

3．设二维随机变量(X, Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} cy^2, & 0\le y\le x\le 1 \\ 0, & 其他. \end{cases}$$

(1). 求常数 c；(2). 求 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$；(3). 计算 $E(XY)$.

4．若 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n>2)$ 为抽自总体 X 的随机样本，总体 X 有概率密度函数

$$f_X(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1; \\ 0 & \text{其他}.\end{cases}$$

其中 $\theta>-1$ 为待估参数，求 θ 的矩估计 $\hat{\theta}$ 与极大似然估计 θ^*。

5. 设一批 1000 克包装袋装食盐的重量服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 和 σ 为未知常数，$\sigma>0$。为检查包装质量，从生产线上随机抽取食盐 10 袋，并称其重量，得样本均值 $\bar{x}=998.4g$，样本方差 $s^2=5.76\ g^2$。对检验水平 $\alpha=0.05$，做检验：

(1). $H_0:\mu\geq 1000$，$H_1:\mu<1000$； (2). $H_0^{'}:\sigma^2=4.0$，$H_1^{'}:\sigma^2\neq 4.0$.

附 t 分布与 χ^2 分布表

$t_9(0.025)=2.2622$	$t_9(0.05)=1.8331$	$t_{10}(0.025)=2.2281$	$t_{10}(0.05)=1.8125$
$\chi_9^2(0.025)=19.023$	$\chi_9^2(0.05)=16.919$	$\chi_9^2(0.975)=2.700$	$\chi_9^2(0.95)=3.325$

草　稿　纸

姓名：____________　　　学号：________________