

北京工业大学 2014—2015 学年第 1 学期

《集合与图论》期末考试试卷 A 卷

考试说明： 90 分钟 闭卷

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人： 学号： 班号：

注：本试卷共 十 大题，共 10 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸和草稿纸。

卷面成绩汇总表 (阅卷教师填写)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
满分	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
得分											

- |    |
|----|
| 得分 |
|----|
- 一、(10 分) 判断题 (正确的画“√”，错误的画“×”)
- 如果  $A \times B = A \times C$ ，则  $B = C$ 。 (X)
  - 若  $R_1, R_2$  是非空集合  $A$  上的传递关系，则  $R_1 \cup R_2$  是  $A$  上的传递关系。 (X)
  - 设  $f$  是  $A$  到  $B$  的函数， $g$  是  $B$  到  $C$  的函数，若  $g \circ f$  是单射，则  $f$  是单射。 ( )
  - 欧拉图中没有割边。 ( )
  - 若  $G$  是无向简单图， $G$  至少有两个顶点，则  $G$  中必有两个顶点的度数相同。 ( )

得分

二、(10 分) 填空题

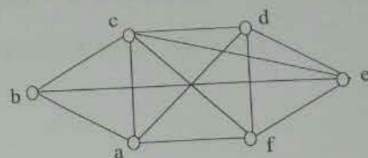
- 1、  $P(\emptyset) =$  错误! 未找到引用源。 。
- 2、 设  $A$  是非空集合,  $|A|=n$ , 在  $A$  上可以定义 \_\_\_\_\_ 种不同的既是对称又是反自反的二元关系。
- 3、 无向树  $T$  有 10 片树叶, 2 个 3 度点, 其余均为 4 度点, 则  $T$  有 \_\_\_\_\_ 个 4 度点。
- 4、 欧拉路是图中最长的 \_\_\_\_\_ 通路。
- 5、  $K_{m,n}$  ( $m \geq n \geq 1$ ) 的最大匹配含有 \_\_\_\_\_ 条边。

得分

三、(10 分) 证明:  $(A \cap B) \oplus (A - B) = A$

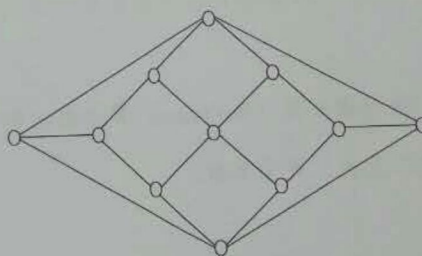
得分

九、(10 分) 判断下图是否是平面图？并证明你的结论。



得分

十、(10 分) 证明下图是二部图，但不是哈密顿图。



得分

六、(10 分) 设  $A, B$  是集合,  $|A|=5, |B|=3$ , 试求  $A$  到  $B$  的不同的满射函数的个数。

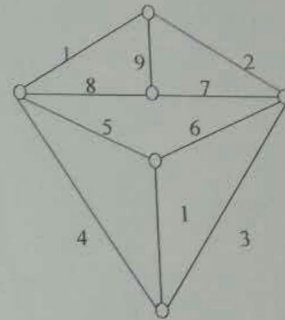
得分

七、(10 分) 证明: 无向简单图  $G$  和其补图  $\bar{G}$  中至少有一个图是连通图。

得分

八、(10 分)

(1) 用克鲁斯卡尔 (Kruskal) 算法求下图所示带权图的最小生成树, 并计算它的权。



(2) 利用霍夫曼 (Huffman) 算法画出树叶权为 1, 4, 6, 7, 8, 9 的最优二元树, 并求其权。

得分

四、(10 分) 设  $R$  是  $A$  上的等价关系, 证明  $R^2$  也是  $A$  上的等价关系。

得分

五、(10 分) 设  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 15, 18, 30\}$ ,  $R$  是  $A$  上的整除关系。

- (1) 画出  $R$  的哈斯图, 并求  $A$  的最大元和极小元;
- (2) 求集合  $B = \{2, 3, 5, 15\}$  的上界和下确界。