北京工业大学 2015—2016 学年第一学期
《概率论与数理统计》（工类、经类）考试试卷

考试说明： 考试时间：2016年01月06日； 考试方式：闭卷。

承诺： 本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：__________ **学号：**____________ **班号：**__________

注： 本试卷共 三 大题，共 6 页，满分100分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸或草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三(1)	三(2)	三(3)	三(4)	三(5)	总成绩
得分								

一、选择题（在各小题的四个备选答案中选出一个正确答案，填在题末的括号中。本大题共 6 个小题，每小题 2.5 分，总计 15 分）

1. 对任意互不相容的事件 A 与 B，下列式子正确的是（ D ）

   A. $P(\overline{AB})=0$； B. $P(AB)=P(A)P(B)$； C. $P(A)=1-P(B)$； D. $P(\overline{A}\cup\overline{B})=1$。

2. 对任意事件 A 与 B，当 $B\subset A$ 时，下列式子正确的是（ A ）

   A. $P(A\cup B)=P(A)$； B. $P(AB)=P(A)$；

   C. $P(B|A)=P(B)$； D. $P(B-A)=P(B)-P(A)$。

3. 设随机变量 $X\sim P(\lambda)$(参数为 λ 的泊松分布)，且 E[(X−1)(X−2)]=1，则 $\lambda=$（ B ）

   A．0； B．1； C．2； D．3。

   E[(X-1)(X-2)]= E(X2)-3E(X)+2,利用D(X)得到E(X2)

4. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，当 σ 增大时，$P\{|X-\mu|<\sigma\}$ 的值 （ C ）

   A．增大； B．减少； C．不变； D．增减不定。

   (由切比雪夫不等式得到为一个与 σ 无关的不等式)

5. 设连续型随机向量 (X,Y) 服从单位圆域内均匀分布，则 X 与 Y（ D ）

   A．独立同分布； B．独立不同分布； C．不独立，同分布； D．不独立也不同分布。

6. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是正态总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，其中 σ 已知，μ 未知，则下列不是统计量的是（ C ）

A．$\max\limits_{1\le k\le n} X_k$；　　B．$\min\limits_{1\le k\le n} X_k$；　　C．$\bar{X}-\mu$；　　D．$\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{X_k}{\sigma}$

（统计量中不含有任何未知参数）

二、填空题(本大题共 6 个小题，10 个空，每空 2 分，共 20 分)

1. 若事件 A 与 B 相互独立，且 $P(A)=0.4$，$P(A\cup B)=0.7$，则 $P(B)=$ __0.5__。

2. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ a+b\arcsin x, & |x|\le 1\\ 1, & x>1,\end{cases}$ 其中 a 与 b 为常数，

 则 $a=$ __1/2__，$b=$ __1/Π__。

3. 若随机变量 X 只取 ± 1 和 2，且 $P(X=-1)=0.2$，$P(X=1)=0.4$，则 $E(X)=$ __1__，$Var(X)=$ __1.2__。

4. 若随机变量 X_1, X_2 相互独立，且 $X_1 \sim N(1,\ 9)$，$X_2 \sim N(2,\ 4)$，$X=X_1-0.5X_2$。则 $X\sim$ __N(0,10)__。

5. 设随机变量 $X\sim B(n,p)$, $E(X)=2.4$，$Var(X)=1.44$，则 $n=$ __6__, $p=$ __0.4__。

6. 若 $X_1, X_2, \Lambda, X_n (n>2)$ 为抽自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，记 $\bar{X}$ 与 S^2 分别为样本均值与样本方差。则 $\bar{X}$ ～ __$N(\mu,\sigma^2/n)$__，$(n-1)S^2/\sigma^2$ ～ __χ^2_{n-1}__。

三、计算题(本大题共 5 个小题，每题 13 分，共 65 分，做题时须写出解题过程，否则不能得分)

1. 设某种手机的使用寿命 X(单位：年)服从指数分布，概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$

 若根据实际抽测，得知该种手机的平均使用寿命为 5 年。求：

 (1). λ 的取值；(2). 手机使用寿命在 5 至 10 年内的概率；(3). 使用寿命超过 10 年的概率。

2．有三个盒子，第一个盒子中有 2 个黑球，4 个白球；第二个盒子中有 4 个黑球，2 个白球；第三个盒子中有 3 个黑球，3 个白球。今从 3 个盒子中任取一个盒子，再从中任取 1 球。(1).求此球是白球的概率；(2).若取到白球,求该球从第一个盒子中取出的概率。

3. 设二维随机向量(X,Y)的联合概率密度函数为$f(x,y)=\begin{cases} a(2-x-y), & 0\le y\le x\le 1 \\ 0, & 其他, \end{cases}$

(1). 求常数 a;

(2). 计算 $P(X+Y\le 1)$；

(3). 求 X 的边缘密度函数 $f_X(x)$，Y 的边缘密度函数 $f_Y(y)$。

4．设总体 X 有概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}\lambda^2 x\, e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$

其中 $\lambda>0$ 为未知参数，X_1, X_2, Λ, X_n 为从总体 X 中抽出的随机样本。求：

(1).求 λ 的矩估计 $\hat{\lambda}$；　(2).求 λ 的极大似然估计 $\tilde{\lambda}$ 。

5. 设一批 1000 克包装袋装食盐的重量服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 和 σ 为未知常数，$\sigma>0$。为检查包装质量，从生产线上随机抽取食盐 10 袋，并称其重量，得到样本均值 $\overline{x}=998.6g$，样本方差 $s^2=5.76\ g^2$。对检验水平 $\alpha=0.05$，做检验：

(1). $H_0:\mu=1000$，$H_1:\mu\neq 1000$；(2). $H_0^{'}:\sigma^2=4.0$，$H_1^{'}:\sigma^2\neq 4.0$.

附 t 分布与 χ^2 分布表

$t_9(0.025)=2.2622$	$t_9(0.05)=1.8331$	$t_{10}(0.025)=2.2281$	$t_{10}(0.05)=1.8125$
$\chi_9^2(0.025)=19.023$	$\chi_9^2(0.05)=16.919$	$\chi_9^2(0.975)=2.700$	$\chi_9^2(0.95)=3.325$
$\chi_{10}^2(0.025)=20.483$	$\chi_{10}^2(0.05)=18.307$	$\chi_{10}^2(0.975)=3.247$	$\chi_{10}^2(0.95)=3.940$