

北京工业大学 2021—2022 学年第二学期

《高等数学(工)—2》期中考试试卷

考试说明: 考试日期: 2022 年 4 月 29 日, 考试时间: 95 分钟, 考试方式: 闭卷
承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》, 在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律, 服从监考教师管理, 诚信考试, 做到不违纪、不作弊、不替考, 若有违反, 愿接受相应处分。

承诺人: _____ 学号: _____ 班号: _____

.....
注: 本试卷共 三 大题, 共 6 页, 满分 100 分, 考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表(阅卷教师填写)

题号	一	二	三	总成绩
满分	30	60	10	
得分				

得分	一、填空题: (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)
	<p>1. 计算二重极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} =$ _____</p> <p>2. 微分方程 $xyy' = x^2 + y^2$ 满足初始条件 $y(1) = 1$ 的特解为 _____</p> <p>3. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n^{1+\frac{1}{n}}} + (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right]$ 是收敛还是发散? _____</p> <p>4. 函数 $y = x^2 \cos \frac{x}{2}$ 的麦克劳林级数中 x^{2022} 的系数为 _____</p> <p>5. 设 $y = C_1 e^{2x} + C_3 x e^{2x} + C_3 \sin x + C_4 \cos x$ 是某个常系数线性微分方程的通解 (C_1, C_2, C_3, C_4 为任意常数), 则该微分方程为 _____</p> <p>6. 设 2π 周期函数 f 在 $[-\pi, \pi)$ 上满足 $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & -\pi \leq x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x + \pi, & 0 < x < \pi \end{cases}$, 其 Fourier 级数的和函数记为 $S(x)$, 则 $S(2022\pi) =$ _____</p>

7. 由上半球面 $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ 与圆锥面 $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ 所围立体在 xOy 坐标面的投影是_____

8. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n 2^n$ 条件收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n (x+1)^n$ 的收敛(开)区间为_____

9. 设 $z = uv + \sin t$, 而 $u = e^t$, $v = \cos t$, 则全导数 $\frac{dz}{dt} =$ _____

10. 方程 $xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$ 所确定的隐函数 $z = z(x, y)$ 在点 $(1, 0, -1)$ 处的全微分为 $dz =$ _____

二、计算题：(本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分)

得 分

11. 求函数 $f(x, y) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2+y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 的二阶偏导数 $f''_{xx}(0, 0)$ 与 $f''_{xy}(0, 0)$.

得 分

12. 求微分方程 $y'' + 3y' + 2y = 3(x - 1)e^{-x}$ 的通解.

得 分

13. 设 $z = f(2x - y, y \sin x)$, 其中 f 具有连续的二阶偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

得 分

14. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1}$ 的收敛域与和函数.

得 分

15. 已知函数 f 满足方程 $f(x) = \int_0^x f(t) dt + \frac{1}{2}x^2 + 1$, 试讨论数项级数

$\sum_{n=1}^{\infty} \left[f\left(\frac{1}{n}\right) - 1 - \frac{1}{n} \right]$ 的敛散性.

得 分

16. 设 2π 周期函数 f 在 $[-\pi, \pi)$ 上满足 $f(x) = x^2$ ($-\pi \leq x < \pi$), 将其展开成 Fourier 级数, 并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ 的和.

三、证明题：（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

得 分

17. 验证函数 $u = \arctan \frac{y}{x}$ 是 Laplace 方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ 的解.

--

得 分

18. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 均绝对收敛, 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)^2$ 收敛.

--

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享