复习试卷 3

一、填空题

1. 微分方程 $(x+1)\mathrm{d}y+(1-2e^{-y})\mathrm{d}x=0$ **错误！未找到引用源。** 的通解为 ________________ .

2. 函数 $u=xy^2z$ 在点 $P(1,-1,2)$ 处的梯度为________________ .

3. 数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\dfrac{n+1}{n}$ 是条件收敛、绝对收敛、还是发散？______________ .

4. 设曲线 L 为从 $(0,0)$ 到 $(1,0)$ 再到 $(1,1)$ 的折线段，则 $\int_L 3xy^2\mathrm{d}s=$____________.

5. 交换积分次序：$\int_0^{\frac{1}{4}}\mathrm{d}y\int_y^{\sqrt{y}}f(x,y)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}y\int_y^{\frac{1}{2}}f(x,y)\mathrm{d}x=$_____________.

6. 向量场 $\boldsymbol{A}=(x^3+yz)i+(y^3+xz)j+(z^3+xy)k$ 的散度为 _________________.

7. 旋转抛物面 $z=x^2+y^2$ 在点 $(1,2,5)$ 处的切平面为 _________________.

8. 设函数 $z=e^{2x-3y}+2y$，则 $\mathrm{d}z\big|_{(1,0)}=$____________.

9. 函数 $f(x)=\begin{cases}x, & -\pi<x\le 0,\\ 1+x, & 0<x\le\pi,\end{cases}$ 展开为以 2π 为周期的傅立叶级数，其和函数记为 $S(x)$，则 $S(\pi)=$______________.

10. 设 Σ 是 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被柱面 $x^2+y^2=2ax$ 所截部分，则该曲面的面积元素 $\mathrm{d}S$ _____________.

二、计算题

11. 求函数 $f(x,y)=(x-4y+2y^2)\mathrm{e}^x$ 的极值.

12. 计算二重积分 $I=\iint\limits_D\left(\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中区域 D 为 $x^2+y^2\le R^2$.

13. 求微分方程 $y''+y'=(x^2+2)e^{-x}$ **错误!未找到引用源。** 的通解.

14. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+2}{3^n}x^{2n+1}$ 的收敛域，并求其和函数.

15. 求 $\int_L (1+xe^{2y})\mathrm{d}x+(x^2e^{2y}-y^2)\mathrm{d}y$，其中 L 是从点 $O(0,0)$ 经圆周 $(x-2)^2+y^2=4$ 的上半部分到点 $A(2,2)$ 的弧段.

16. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma}(2x+z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中 $\sum$ 是有向曲面 $z=x^2+y^2,(0\le z\le 1)$ 的上侧.

三、证明题

17. 设函数 $z(x,y)$ 由方程 $F\left(x+\frac{z}{y},y+\frac{z}{x}\right)=0$ 给出， F,z 都是可微函数，

证明： $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z-xy$.

18. 已知 $a_n=\int_0^1 x^2(1-x)^n\mathrm{d}x,(n=1,2,...)$，证明 $\sum_{n=1}^{\infty}a_nx^n$ 的收敛半径为1.