1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-x}{x-\sin x}=$______ 2 _______________________________________.

2. 曲线 $f(x)=\arctan\dfrac{x}{x-1}$ 的渐近线为__ $y=\dfrac{\pi}{4}$ ______________________________.

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+6x)}{x}+a, & x>0\\ \sqrt{1-x}, & x\le 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$______ -5 ______.

4. 设 $f'(2)=1$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2-h)}{3h}=$__________ $\dfrac{2}{3}$ _____________________.

5. 函数 $y=\int_2^{\sqrt{x}}(2-t^2)\mathrm{d}t$，则 $\mathrm{d}y=$_____ $\dfrac{2-x}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ _____________________________.

6. 曲线 $y=(1+x)\ln x$ 在点 $(1,0)$ 处的切线方程为___ $y=2(x-1)$ _______________.

7. 设 $y=f(x)$ 由方程 $4\sin(xy)+\ln(y-x)=x$ 确定，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}=$____ -2 __________.

8. 曲线 $y=x\mathrm{e}^{-x}$ 的拐点为___ $(2,2\mathrm{e}^{-2})$ ____________________________________.

9. $\int_{-2}^{2}\left(xe^{x^2}+\sqrt{4-x^2}\right)\mathrm{d}x=$________ 2π _____________________________________.

10. $\int_2^{+\infty}\dfrac{1}{x\ln^2 x}\mathrm{d}x=$_____ $\dfrac{1}{\ln 2}$ ____.

11. 设 $f(x)=\dfrac{2x^2}{1-x^2}$，求（1） $f'(x), f''(x), f^{(2022)}(0)$；

（2） $f(x)$ 带皮亚诺型余项的2022阶麦克劳林公式.

解：(1) $f(x)=-2+\dfrac{2}{1-x^2}=-2+\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}$，

$f'(x)=(1-x)^{-2}-(1+x)^{-2}$ ，

$f''(x)=2(1-x)^{-3}+2(1+x)^{-3}$，

$f'''(x)=3!(1-x)^{-4}-3!(1+x)^{-4}$，

……

$f^{(2022)}(x)=2022!(1-x)^{-2023}+2022!(1+x)^{-2023}$ ，

$f^{(2022)}(0)=2\cdot 2022!$.

(2) $f(x)=2x^2+2x^4+2x^6+\cdots+2x^{2022}+o(x^{2022})$.

12. 求由参数方程$\begin{cases}x=t^2+2t\\ y=\ln(1+t)\end{cases}$所确定的函数 $y=y(x)$ 的二阶导数 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

解：$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}}{\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{(1+t)^2}$，$\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=\dfrac{\dfrac{\mathrm{d}\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)}{\mathrm{d}t}}{\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}=-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{(1+t)^4}$.

13. 计算$\int_1^{16}\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{\sqrt{x}-1}}$.

解：原式$=8\sqrt{3}$

14．求函数 $f(x)=2\ln(x^2+3)+x+1-4\ln 2$ 的极值.

解：极大值为 $f(-3)=2\ln 3-2$，极小值为 $f(-1)=0$

15．求由抛物线 $y=x^2$ 与 $y=-4x^2+5$ 所围图形在第一象限部分的面积；并求该图形第一象限部分绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

解：图形面积为 $S=\dfrac{10}{3}$.

旋转体体积为 $V=\dfrac{44}{3}\pi$.

16. 设 $f(x)=\begin{cases}2x+\dfrac{3}{2}x^2, & -1\le x<0\\ x\sin x, & 0\le x\le\pi\end{cases}$，求函数 $\int_{-1}^{x}f(t)\mathrm{d}t$ 在 $x\in[-1,\pi]$ 的表达式.

解：

$$\int_{-1}^{x} f(t)\mathrm{d}t=\begin{cases}\dfrac{1}{2}x^3+x^2-\dfrac{1}{2}, & -1\le x<0\\ -\dfrac{1}{2}-x\cos x+\sin x, & 0\le x\le \pi\end{cases}$$

17. 证明: $\sqrt{3}\sin\sqrt{3}+2\cos\sqrt{3}+\sqrt{3}\pi>\sqrt{2}\sin\sqrt{2}+2\cos\sqrt{2}+\sqrt{2}\pi$.

证明：设 $f(x)=x\sin x+2\cos x+\pi x$， 用单调性。

18. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $f(a)=f(b)=0$，证明：至少存在一点 $\xi\in\left(a,b\right)$，使得 $f'(\xi)+f(\xi)\cos\xi=0$.

证明： 设 $F(x)=f(x)e^{\sin x}$，用罗尔定理。