

## 北京工业大学 2022——2023 学年第一学期

## 《复变函数》 线上考试试卷 A 卷

考试说明：考试时间：95 分钟 考试形式（闭卷、开卷或其他）：开卷

适用专业：自动化、机器人工程、人工智能

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班号：\_\_\_\_\_

注：本试卷共 6 大题，共 2 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸或草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	四	五	六	总成绩
满分	40	10	10	10	10	20	
得分							

得分

## 一、简单计算（40 分）

1（5 分）求复数  $z=(1-i)^{10}$  的实部、虚部、共轭复数、模。2（5 分）解方程  $z^4+z^2+1=0$ 。3（5 分）求常数  $a$ ，使得  $f(z)=x^2+2xy-y^2+i(y^2+axy-x^2)$  在复平面上处处解析。4（5 分）证明  $f(z)=x^3-3xy^2+i(3x^2y-y^3)$  在全平面上解析，求  $f(z)$  在  $z_0=2+3i$  的导数。5（5 分）求方程  $e^{3z}+1-i=0$  的解。

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

6 (5 分) 证明  $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$ 。

7 (5 分) 求函数  $f(z) = \frac{1}{(z-4)(z^2-16)}$  的极点, 并指出它的级。

8 (5 分) 若  $F(\omega)$  是  $f(t)$  的傅里叶变换, 利用傅里叶变换的性质, 求下列函数  $g(t)$  的傅里叶变换。

(1)  $g(t) = (1+i)f(t) + i5f'(t)$

(2)  $g(t) = t f(t)$

得 分

二、(10 分) 将函数  $f(z) = \frac{1}{z^2}$  在  $z_0=1$  处展开成泰勒级数, 给出级数的收敛半径。

得 分

三、(10 分) 将函数  $f(z) = \frac{1}{1-z} e^z$  分别在区域 (1)  $|z| < 1$   
(2)  $0 < |z-1| < +\infty$  内展开成洛朗级数

得 分

四、(10 分) 计算函数  $\frac{10+e^{-2z}}{z^5}$  在有限奇点处的留数。

得 分

五、(10 分) 函数  $f(z) = \frac{e^z}{z^2-9}$ , 求留数  $\text{Res}[f(z), \infty]$  的值。

得 分

六、(20 分) 若  $f_1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-at}, & t \geq 0 \end{cases}, f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-\beta t}, & t \geq 0 \end{cases}$

求 (1)  $f_1(t)$  的傅里叶变换  $F(\omega)$ 。

(2)  $f_1(t) * f_2(t)$ 。

资料由公众号「工大喵」收集整理并免费分享