# 北京工业大学 2016——2017 学年第 2 学期

# 《 信号与系统 III 》 考试试卷 A 卷答案

**考试说明：考试时间：95 分钟　　考试形式（开卷/闭卷/其它）：**

**适用专业：自动化、电子科学与技术**

**承诺：**

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

**承诺人：__________　　学号：__________　　班号：__________**

**注：**本试卷共 <u>三</u> 大题，共 <u>7</u> 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸，**并将答案写在题目下方，如因答案写在其他位置而造成的成绩缺失由考生自己负责。**

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 总成绩 |
|---|---|---|---|---|
| 满分 | | | | |
| 得分 | | | | |

| 得 分 |
|---|
| |

一、单选题（20 分．每题 4 分，共 5 小题）

1. $2u(t)*\delta(t-t_1)$ 的结果是 <u>A</u> 。

A. $2u(t-t_1)$　　B. $2\delta(t-t_1)$　　C. $2u(t)$　　D. $2\delta(t)$

2. 线性时不变连续时间系统的系统函数 $H(s)$ 的极点 <u>D</u> ，可以判定该系统稳定。

A. 落在右半平面

B. 至少有一个极点落在虚轴上

C. 落在虚轴上且有高阶极点

D. 全部落在左半平面

3. 若要实现连续时间信号 $x(t)$ 的频谱搬移 $\omega_0$ 个单位，通常的做法是在时域将信号 $x(t)$ 乘以____C____来实现。

A. $u(t-t_1)$  B. $\delta(t-t_2)$  C. $\cos\left(\omega_0 t\right)$  D. $\cos\left(2\omega_0 t\right)$

4. 冲激响应和阶跃响应都属于特殊的____A____响应。其中，冲激响应的解的形式与________响应的形式相同，阶跃响应的解的形式与________的形式相同。

A. 零状态，零输入，零状态响应

B. 零状态，零状态，零状态响应

C. 零状态，零状态，齐次解的一部分+全部特解

D. 零输入，零输入，特解

5. 信号 $f(t)=u(t)-u(t+1)$，则其傅里叶变换 $F(\omega)=$____A____。

A. $\frac{2}{\omega}\sin(\frac{\omega}{2})e^{j\frac{\omega}{2}}$  B. $\frac{2}{j\omega}(1-e^{-j\omega})$  C. $j\omega(1-e^{j\omega})$  D. $\frac{1}{\omega}\sin(\frac{\omega}{2})e^{-j\frac{\omega}{2}}$

| 得 分 |
| --- |
| |

## 二、填空题（20 分. 每题 4 分，共 5 小题）

1. 请利用阶跃函数的单边特性，描述分段函数 $f$（t）$=\begin{cases} 0 & (t<t_1) \\ \sin(2t) & (t_1<t<t_2) \\ 0 & (t>t_2) \end{cases}$，

__ $f$（t）$=\sin(2t)\cdot[u(t-t_1)-u(t-t_2)]$ ___。

2. 请计算下列各式结果：

$\delta(t)f(t)=$____ $\delta(t)f(0)$ ___；  $\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)f(t)\,\mathrm{d}$___ $f(0)$ _____；

$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-t_0)f(t)\mathrm{d}t=$____ $f(t_0)$ _____；  $\delta(t-t_0)f(t)=$___ $\delta(t-t_0)f(t_0)$ ____。

3. 请简述傅里叶变换与拉普拉斯变换之间的关系：<u>拉普拉斯变换是傅里叶变换的推广，通过采取让连续时间函数乘以衰减因子的方法，使得一些不满足绝对可积条件的函数能够进行“傅里叶变换”，从频域扩展到复频域；从另一个方面看，傅里叶变换是拉普拉斯变换的一个特例，如果函数存在傅里叶变换，则一定存在拉式变换，但反之未必成立。</u>

4. 若 $\mathrm{h}_1(t)=u(t),\mathrm{h}_2(t)=\delta(t-T),\mathrm{h}_3(t)=-\delta(t)$，则图 2 所示某连续时间系统的等效单位冲激响应 h(t)=___$u(t)-u(t-T)$______。

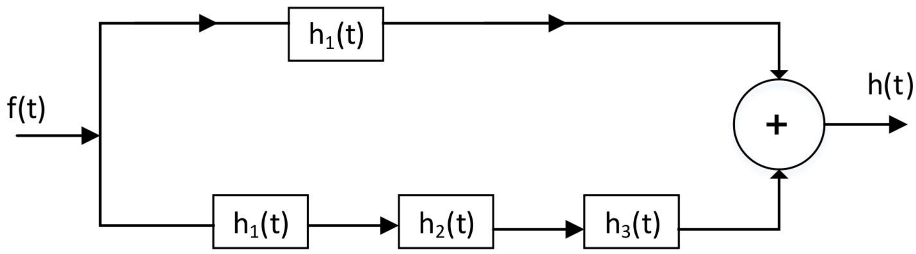



图 2

5. 若 $F(s)=\dfrac{s+1}{s^2+5s+6}$，则 $f(0_+)$= <u>1</u>；若 $F_3(s)=\dfrac{1}{s-3}$，则 $f(\infty)$= <u>不存在</u>。

| 得 分 |
| --- |
| |

三、综合题（60 分. 每题 10 分，共 6 题，要求有完整的解题步骤）

1. 已知某一连续时间函数 $f(t)$ 的波形如下图 3 所示，请画出函数 $f(-t/2+1)$ 的波形图。

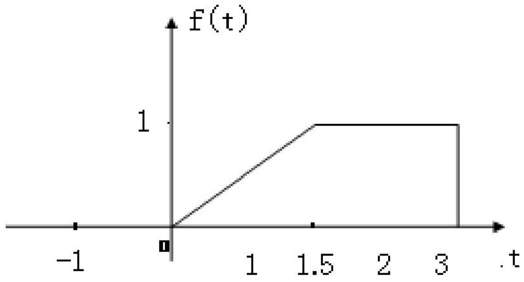
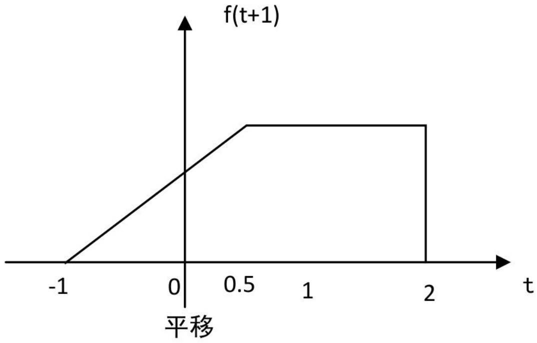
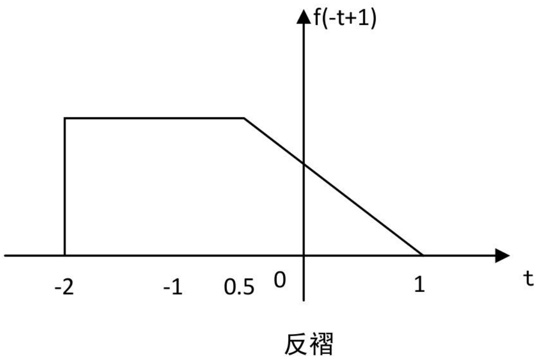
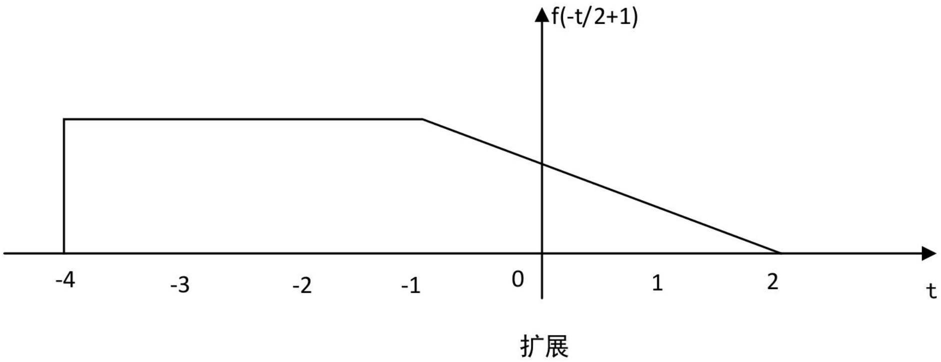



图 3

解：




2. 请写出周期信号和抽样信号的傅里叶变换的数学表达式及其主要变量的物理意义，并分别简述两类信号的频谱特点。

答：（2 分）周期信号傅里叶变换数学表达式： $F_T(\omega)=2\pi\sum_{-\infty}^{\infty}F(n\omega_1)\cdot\delta(\omega-n\omega_1)$

（3 分）周期信号频谱特点：周期信号的频谱由冲激序列组成，其频谱是离散谱，只在基波角频率 $\omega_1$ 的整数倍处以冲激函数的形式出现，表明在无限小的频带范围内，取得了无

限大∞的频谱值。冲激信号的冲激强度与周期信号 $f(t)$ 的傅里叶级数的傅里叶系数 $F(n\omega_1)$ 成正比。其中， $F(n\omega_1)=\frac{1}{T_1}F_0(\omega)\Big|_{\omega=n\omega_1}$

（2 分）抽样信号傅里叶变换数学表达式：$F_s(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}P_nF(\omega-n\omega_s)$

（3 分）抽样信号频谱特点：信号在时域被抽样后，它的频谱是抽样前连续信号频谱的形状以抽样频率为间隔周期地重复而得到，重复过程中幅度被抽样脉冲的傅立叶系数所加权。抽样信号的频谱是周期重复的。

3. 已知连续时间函数 f(t)的波形如下图 4 所示，若 $f(t)$ 的频谱记为 $F(\omega)$，请计算求得：（1） $F(0)$；（2） $\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)d\omega$ 。

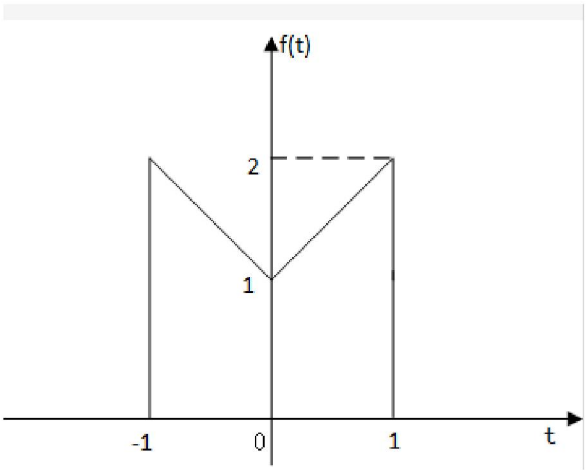



图 4

（1） $F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt;$ $F(0)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j0t}dt=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)dt$ 为连续时间函数与横轴所围的面积，$F(0)$ =3；（5 分）

（2） $\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)d\omega=\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)\cdot e^{j0}d\omega=2\pi f(0)$ $=2\pi$.（5 分）

4. 已知某连续时间函数 x$(t)$的频谱，其最高频率为 $f_m(Hz)$，试计算对下列三种信号进行抽样时，保证无失真抽样的最小抽样频率 $f_s(Hz)$。

（1） $\mathbf{x}(2t)$

（2） $x(t)*\mathbf{x}(2t)$

（3） $x(t)\cdot x(2t)$

解：

根据信号时域与频域的对应关系，傅立叶变换性质、卷积定理及抽样定理得：

对信号 $\mathrm{x}(2t)$ 抽样时，最小抽样频率为 $4f_m(Hz)$；（2 分）

对信号 $x(t)*\mathrm{x}(2t)$ 抽样时，最小抽样频率为 $2f_m(Hz)$；（4 分）

对信号 $x(t)\cdot x(2t)$ 抽样时，最小抽样频率为 $6f_m(Hz)$。（4 分）

5. 已知一个由常系数微分方程描述的连续时不变系统，在相同初始条件下，当激励为 $\mathrm{e}(t)$ 时，其全响应为 $r_1(t)=[2e^{-3t}+\sin(2t)]u(t)$；当激励为 $2\mathrm{e}(t)$ 时，其全响应为 $r_2(t)=[e^{-3t}+2\sin(2t)]u(t)$。求：

（1） 初始条件不变，当激励为 $\mathrm{e}(t-t_0)$ 时的全响应 $r_3(t)$.（$t_0$ 为大于零的实常数）

（2） 初始条件增大 1 倍，当激励为 $0.5\mathrm{e}(t)$ 时的全响应 $r_4(t)$。

解：

设零输入响应为 $r_{zi}(t)$，零状态响应为 $r_{zs}(t)$，则有

$$r_1(t)=r_{zi}(t)+r_{zs}(t)=[2e^{-3t}+\sin(2t)]u(t) \quad (1)$$

$$r_2(t)=r_{zi}(t)+2r_{zs}(t)=[e^{-3t}+2\sin(2t)]u(t) \quad (2)$$

联立上式（1）（2）解得：

$$r_{zi}(t)=3e^{-3t}u(t)$$

$$r_{zs}(t)=[-e^{-3t}+\sin(2t)]u(t) \quad （1）$$

$$\begin{aligned} r_3(t)&=r_{zi}(t)+r_{zs}(t-t_0)\\ &=3e^{-3t}u(t)+[-e^{-3(t-t_0)}+\sin(2t-2t_0)]u(t-t_0) \end{aligned} \quad （2）$$

$$r_4(t) = 2r_{zi}(t) + 0.5r_{zs}(t)$$
$$= 2[3e^{-3t}u(t)] + 0.5[-e^{-3t} + \sin(2t)]u(t)$$
$$= [5.5e^{-3t} + 0.5\sin(2t)]u(t)$$

6. 求由微分方程 $y''(t)+6y'(t)+9y(t)=x(t)$ 所描述的连续时间系统的全响应。其中输入信号 $x(t) = e^{-2t}u(t)$，系统初始条件 $y(0\_) = -1, y'(0\_) = 2$.

（提示：$\frac{df^2(t)}{dt} \longleftrightarrow s^2F(s) - sf(0\_) - f'(0\_)$；$\frac{df(t)}{dt} \longleftrightarrow sF(s) - f(0\_)$）

解：对系统微分方程等式两端同时取拉普拉斯变换，有

$$[s^2Y(s) - sy(0\_) - y'(0\_)] + 6[sY(s) - y(0\_)] + 9Y(s) = \frac{1}{s+2}$$

解出系统输出的拉普拉斯变换，即

$$Y(s) = \frac{1}{(s^2+6s+9)}\frac{1}{(s+2)} + \frac{(s+6)y(0\_) + y'(0\_)}{(s^2+6s+9)}$$
$$= \frac{1}{(s+3)^2}\frac{1}{s+2} - \frac{s+4}{(s+3)^2} = H(s)X(s) + \frac{I(s)}{A(s)}$$

式中，系统传递函数 H(s) 和特征多项式 A(s) 分别是

$$H(s) = \frac{1}{s^2+6s+9} = \frac{1}{(s+3)^2}$$

和

$$A(s) = s^2 + 6s + 9$$

可分别求出系统的零状态响应和零输入响应为

$$y_{zs}(t) = L^{-1}\{H(s)X(s)\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s+3} + \frac{1}{s+2} + \frac{1}{(s+3)^2}\right\}$$
$$= (e^{-2t} + e^{-3t} + te^{-3t})u(t)$$

及

$$y_{zi}(t) = L^{-1}\left\{\frac{I(s)}{A(s)}\right\} = L^{-1}\left\{-\frac{1}{s+3} + \frac{1}{(s+3)^2}\right\} = (-e^{-3t} + te^{-3t})u(t)$$

因此，系统的完全响应为

$$y(t) = y_{zs}(t) + y_{zi}(t) = (e^{-2t} - 2e^{-3t} - 2te^{-3t})u(t)$$