

北京工业大学 2017—2018 学年第二学期

《高等数学(工)—2》期中考试

一、填空题(本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

1、微分方程 $x dy + 2y dx = 0$ 的通解为 _____

2、微分方程 $y' = y + e^x$ 的通解为 _____

3、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+2\ln n}{n^2}$ 的敛散性为 _____

4、若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 而 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n - 2v_n)$ 发散, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 敛散性为 _____

5、若幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x+2)^n$ 在 $x = -3$ 处条件收敛, 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 _____

6、函数 $f(x) = \frac{1}{2+x}$ 在 $x=1$ 处的泰勒级数展开式为 _____

7、设函数 $f(x) = \begin{cases} 1 & -\pi < x \leq 0 \\ 1+x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ 是以 2π 为周期的周期函数, 且其傅立叶级数

的和函数记为 $S(x)$, 则 $S(11\pi) =$ _____

8、曲线 $\begin{cases} z = \sqrt{x^2 + y^2} \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ 在坐标面 xOy 的投影曲线的方程为 _____

9、函数 $z = x^2 y$ 在点 $(1, 1)$ 的处全微分 $dz =$ _____

10、二重极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} =$ _____

二、计算题(本大题共 5 小题, 每小题 10 分, 共 50 分)

11、求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{x+y}$ 满足 $y(1)=1$ 的特解.

12、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n} x^{2n}$ 的收敛域及和函数, 并由此计算级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$ 之和.

13、将函数 $f(x)=(x^2+1)\cos x$ 展开成麦克劳林级数, 并计算 $f^{(20)}(0)$, $f^{(21)}(0)$.

14、求幂级数 $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + x^4 + \frac{x^5}{2} + \frac{x^6}{3} + \cdots + x^{3n-2} + \frac{x^{3n-1}}{2} + \frac{x^{3n}}{3} + \cdots$ 的收敛半径.

15、求微分方程 $y'' - 4y' + 4y = (x+1)e^{2x}$ 的通解.

三、证明题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

16、若交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$ 条件收敛，其中 $u_n \geq 0 (n=1,2,\cdots)$ ，证明两个数项级

数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_{2n-1}$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} u_{2n}$ 都发散.

17、设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n^2$ 收敛，证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n - v_n)^2$ 也收敛.