北京工业大学2018-2019学年第二学期期末

线性代数(工)　课程试卷（A）

考试方式：闭卷　　　　考试时间：2019年6月28日

学号__________　姓名__________　成绩__________

注：本试卷共8大题，满分100分.

得分登记（由阅卷教师填写）

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八
得　分								

得 分

一. 填空题（每小题3分，共30 分. 注意：所有题目需给出计算结果；$a=a$型答案无效）

1. 若3×2型实矩阵$A_{3\times2}$和2×3型实矩阵$B_{2\times3}$满足$AB=\begin{pmatrix}1&-1&2\\2&3&0\\3&7&-2\end{pmatrix}$，则

   $BX=0$的基础解系中含有解向量的个数是___1___

2. $\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&-1&-3\\0&1&2&5\\3&1&0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}&&&\\&&&\\&&&\end{pmatrix}$

3. $A=\begin{pmatrix}1&a&a^2\\1&-1&1\\1&3&9\end{pmatrix}$. 若$AX=0$有非零解，且$a>0$，则$a=$___3___

4. A是2阶实方阵. 若齐次线性方程组$(A+E)X=0$和$(A-2E)X=0$均有非零解，则行列式$\left|A^*-A^{-1}+A-E\right|=$________

5. 如果A是2阶实方阵；α_1,α_2是线性无关的2维实列向量，且满足$A\alpha_1=3\alpha_2,\ A\alpha_2=\alpha_1+2\alpha_2$. 则$A$的负特征值是________

6. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & -1\\ -1 & -1 & -1 & -1\\ -1 & 1 & 1 & -1\\ -1 & 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$. $A^{-1}=$ ____________ （A是正交矩阵）

7. $A=\begin{pmatrix}a+1 & 1 & 1\\ -2 & 2a-6 & 2\\ -2 & -9 & a-1\end{pmatrix}$. 使得齐次线性方程组 $AX=0$ 有非零解的 a 的所有的值之积= ________

8. 如果 $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & b & 0\\ 0 & 0 & c\end{pmatrix}$ 相似，且 $a\neq 0$，则 $a=$ __-1__

9. 如果3阶实方阵 $A=(\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$ 的列向量组 $\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$ 与线性无关向量组 $\{\beta_1,\beta_2\}$ 具有关系 $\begin{cases}\alpha_1=2\beta_1+\beta_2\\ \alpha_2=-\beta_1+3\beta_2\\ \alpha_3=\beta_1-\beta_2\end{cases}$，则齐次线性方程组 $AX=0$ 的一般解中自由未知量的个数是 ________

10. 若3阶实方阵 A 是可逆的，则矩阵 A^TA 的正特征值的个数是 ________

得 分

二（10分）. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix}-2 & 0 & 2 & 1 & 3\\ 0 & -1 & 5 & 2 & 1\\ 4 & 3 & 8 & 3 & -2\\ -2 & 2 & 5 & -1 & 0\\ -6 & 1 & 2 & 0 & 1\end{vmatrix}$（要求出具体数值）.

第一列除以-2

得 分

三（10分）. 用初等变换的方法，解方程 $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ 1 & 0 & 2\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$.

得 分

四（10分）. a 取何值时，线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2-x_3-x_4=1\\ 2x_1+x_2-x_3+3x_4=-2\\ 5x_1+3x_2-3x_3+5x_4=a\end{cases}$ 有解？有解时，写出其通解.

得 分

五（12分）． 已知$A=\begin{pmatrix}1&6&6\\6&1&6\\6&6&1\end{pmatrix}$. 求一个可逆矩阵$P$，使得$P^{-1}AP$是对角矩阵；并求出这一对角矩阵.

得 分

六（12分）． 给定列向量组

$$\alpha_1=(0,0-1,1)^T,\alpha_2=(-1,0,0,2)^T,$$
$$\alpha_3=(-1,1,-2,3)^T,\alpha_4=(-3,1,-3,8)^T,\alpha_5=\left(-6,3,-7,16\right)$$

1 求该向量组的秩；

2 求该向量组的一个极大线性无关组；

3 把其余向量用问题 2 中求出的极大线性无关组线性表出.

得 分

七（8分）．若λ_1,λ_2是实方阵A的两个不同的特征值；α_1,α_2是属于λ_1的线性无关的特征向量；β_1,β_2是属于λ_2的线性无关的特征向量，则$\alpha_1,\alpha_2,\beta_1,\beta_2$是线性无关的.

得 分

八（8分）． 若实方阵$A\neq aE,bE$，且$(A-aE)(A-bE)=0$，则a,b都是A的特征值.