

北京工业大学 2021—2022 学年第 1 学期

《集合与图论》考试试卷 A 卷

考试说明: _____

承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人: _____ 学号: _____ 班号: _____

注: 本试卷共 10 大题, 共 10 页, 满分 100 分, 考试时必须使用卷后附加的统一答题纸和草稿纸。

卷面成绩汇总表 (阅卷教师填写)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
满分											
得分											

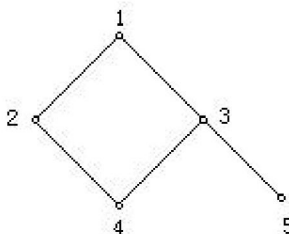
得分

一、选择题 (8 分)

1、设 $A = \{1, 2, 3\}$, 则 A 上的二元关系有 () 个。

A. 23 ; B. 32 ; C. $2^{3 \times 3}$; D. $3^{2 \times 2}$ 。

2、设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 上偏序关系的哈斯图为 ()



则子集 $B = \{2, 3, 4\}$ 的最大元 (); 最小元 ();

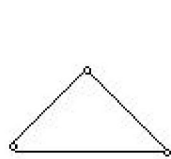
极大元 (); 极小元 (); 上界 (); 上

确界 (); 下界 (); 下确界 ()。

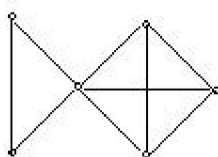
A、 无, 4, 2、3, 4, 1, 1, 4, 4; B、无, 4、5, 2、3, 4、5, 1, 1, 4, 4;

C、无, 4, 2、3, 4、5, 1, 1, 4, 4; D、无, 4, 2、3, 4, 1, 1, 4, 无。

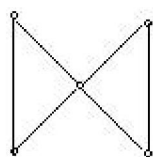
3、下图中既不是 Euler 图, 也不是 Hamilton 图的图是 ()



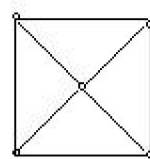
[A]



[B]



[C]



[D]

4. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 上的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x+y=10 \text{ 且 } x, y \in A\}$, 则 R 的性质为 ()。

A. 自反的

B. 对称的

C. 传递且对称的

D. 反自反且传递的

得 分

二、判断题 (8 分)

1. () 若 R_1, R_2 是非空集合 A 上的传递关系, 则 $R_1 \cup R_2$ 是 A 上的传递关系。

2. () 设 f 是 A 到 B 的函数, g 是 B 到 C 的函数, 若 $g \circ f$ 是单射, 则 f 是单射。

3. () 设正则 5 叉树的树叶数为 17, 则分支数为 $i=3$

4. () 如果一个有向图 D 是欧拉图, 则 D 是强连通图。

得 分

三、(10 分) 证明: $(A \cup B) - (A \cap B) = (B - A) \cup (A - B)$

得 分

四、(10 分) R 是 A 上一个二元关系, 证明: 若 R 是 A 上一个等价关系, 则 S 也是 A 上的一个等价关系, 其中 S 描述如下:

$$S = \{ \langle a, b \rangle \mid (a, b \in A) \wedge (\text{对于某一个 } c \in A, \text{ 有 } \langle a, c \rangle \in R \text{ 且 } \langle c, b \rangle \in R) \}$$

得 分

五、(10 分) 是从 A 到 B 的函数, 定义一个函数 $g: B \rightarrow 2^A$ 对任意有证明: $b \in B$ 若 $g(b) = \{x \mid (x \in A) \wedge (f(x) = b)\}$

f 是 A 到 B 的满射, 则 g 是从 B 到 2^A 的单射。

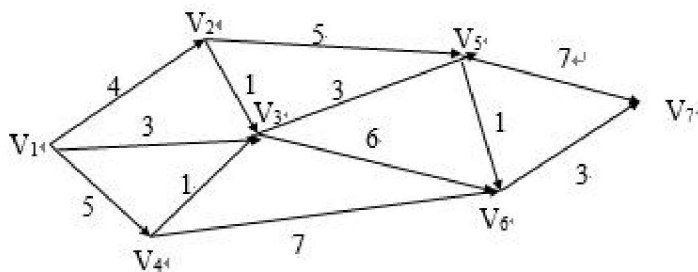
得 分

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

六、(12 分) 求递推关系 $a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 2^n$ 的通解

得 分

七、(10 分) 用 Dijkstra 算法求图中起点 $V_1 \rightarrow V_7$ 的最短路径及路长最短路。



得 分

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

--

八、(12 分) 在二叉树中

1. 求带权为 2, 3, 5, 7, 8 的最优二叉树 T 。(5 分)

2. 求 T 对应的二元前缀码。(5 分)

得 分

九、(10 分) 设 G 为 n 阶无向简单图, $n \geq 5$, 证明 G 或 \bar{G} 中必含圈.

得 分

十、(10 分) 设 G 是连通的简单的平面图, 面数 $r < 12$, $\delta(G) \geq 3$.

(1) 证明 G 中存在次数 ≤ 4 的面

(2) 举例说明当 $r=12$ 时, (1) 中结论不真.

答 题 纸

姓名: _____

学号: _____

草 稿 纸

姓名: _____

学号: _____