

北京工业大学 2022 ——2023 学年第二学期期末 《高等数学(管)-2》考试卷 A 卷

承诺：本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：_____ **学号：**_____ **班号：**_____

.....
注：本试卷共 两大题，17 小题，共 6 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸（可以撕下）。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二	总成绩
得分			

得分

一、填空题（共 10 小题，每题 3 分，总分 30 分）

1. 因为 $\cos x$ 是 $[0, 1]$ 上的连续函数，所以在这个区间上可积。由此可知，和式

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\cos \frac{1}{2n} + \cos \frac{3}{2n} + \cdots + \cos \frac{(2n-1)}{2n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 设 $z = e^{x-2y}$ ，而 $x = \sin t, y = t^3$ ，求 $\frac{dz}{dt} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n = 2, \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} = 5$ ，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 设函数 $f(u, v)$ 可微，且满足 $f(x+y, x-y) = x^2 - y^2$ ，则 $\frac{\partial f(u, v)}{\partial u} + \frac{\partial f(u, v)}{\partial v} = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n-1} x^{2n}$ 的收敛域是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

6. $y'' - y' - 2y = 0$ 的通解是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x t(1-t)dt}{\sin^2(1-x)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. 计算积分 $\int_0^1 dx \int_x^1 x^2 e^{-y^2} dy \underline{\hspace{2cm}}.$

9. 某学校要建造一个容积为 C 立方米的无盖的长方体水池(设水池底边长为 x 米, 宽为 y 米, 高为 z 米), 为了节省材料要求水池的表面积最小。当用条件极值解决这一问题时, 所用的拉格朗日函数(选取参数 λ 为拉格朗日乘数)

$L(x, y, z, \lambda) = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 函数 $z = x^y$, 当自变量从 (x_0, y_0) 变到 $(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y)$ 时, 函数值的增量 $\Delta z = (x_0 + \Delta x)^{y_0 + \Delta y} - x_0^{y_0}$ 可以用函数的微分 $dz = \frac{\partial z}{\partial x}(x_0, y_0)\Delta x + \frac{\partial z}{\partial y}(x_0, y_0)\Delta y$ 来近似。利用这一结论, 计算 $(1.04)^{2.02}$ 近似值 = $\underline{\hspace{2cm}}.$

得分

二、综合题(共 7 小题, 每题 10 分, 总分 70 分)

11. 函数 $z = e^{2x}(x + 2y + y^2)$, 求函数的极值.

12. 求微分方程 $x \frac{dy}{dx} = y \ln \frac{y}{x}$ 的通解 (不要求特解或奇解) .

13. 求一阶线性微分方程 $y' + y \cos x = e^{-\sin x}$ 的通解.

14. 求方程 $y'' + 5y' + 6y = xe^{2x}$ 的通解.

15. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n!}$ 的和函数, 并求数项级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$ 的和.

16. 已知 $f(x) = x^2 - \int_0^2 xf(t)dt + 2 \int_0^1 f(t)dt$, 求 $f(x)$.

17. 过坐标原点作曲线 $y = \ln x$ 的切线, 该切线与曲线 $y = \ln x$ 及 x 轴围成平面图形 D , 求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.