北京工业大学 2021—2022 学年第 I 学期末
《概率论与数理统计》课程（工类）考试 试卷(B卷)

考试说明：

考试时间： 2022年1月5日 上午9:55-11:30；

考试方式： 闭卷，可使用文曲星除外的计算器。

承诺： 本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人： ________　　**学号：** ________　　**班号：** ________

注： 本试卷共6页，满分100分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸或草稿纸；。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二. 1	二. 2	二. 3	二. 4	二. 5	总成绩
得分							

一、填空题(共 15 个空，每空 2 分，共 30 分)

1. 设 A 和 B 为事件，且 $P(A)=0.2$，$P(A\cup B)=0.6$. 则当设 A 与 B 互斥时，$P(B)=$________；当 A 与 B 相互独立时，$P(B)=$________.

2. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ a+b\arcsin x, & |x|\le 1\\ 1, & x>1,\end{cases}$ 其中 a 与 b 为常数，则 $a=$________，$b=$________.

3. 若随机变量 $X\sim P(2)$，且 $P(X=1)=P(X=2)$，则 $\lambda=$________；$\mathrm{Var}(X)=$________.

4. 若随机变量 X_1,X_2 相互独立，且 $X_1\sim N(1,\ 9)$，$X_2\sim N(2,\ 4)$，$X=X_1-0.5X_2$. 则 $\mathrm{E}(X)=$________，$\mathrm{Var}(X)=$________.

5. 设随机变量 $X\sim B(n,p),\ E(X)=2.4,\ Var(X)=1.44$，则 $n=$____，$p=$____.

6. 若 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 为抽自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，记 $\overline{X}$ 与 S^2 分别为样本均值与样本方差。则 $\overline{X}\sim$________，$\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)/\sqrt{S^2}\sim$________，$(n-1)S^2/\sigma^2\sim$________.

7. 设 $X_1, X_2, \ldots, X_{25}$ 是抽自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，经计算得 $\overline{x}=5,\ s^2$=0.09. 根据本试卷第 6 页上的 t 分布表与 χ^2 分布表，得未知参数 μ 的置信系数为 0.95 的置信区间为[________，________]，σ^2 的置信系数为 0.95 的置信区间为[________，________].

二、计算题(共 5 个题，每题 14 分，共 70 分)

注意：做题时须写出解题过程，否则不能得分！

1. 设甲盒中有 8 个球，其中 2 个白球 6 个黑球； 乙盒中有 6 个球，其中 4 个白球 2 个黑球。现从甲盒中随机地取 2 个球放入乙盒中，再从乙盒中随机地取 1 个球。

(1). 求从乙盒中取到的球为白球的概率；

(2).已知从乙盒中取到的球为白球，求从甲盒中放入乙盒的 2 个球都是白球的概率。

2．随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} x, & 0<x<1 \\ c-x, & 1<x<2 \\ 0, & 其他. \end{cases}$ 求：

(1)．常数 c；(2)．分布函数 $F(x)$；(3)．$E(X)$ 和 $Var(X)$；(4)．$Y=X^2$ 的概率密度函数。

3. 设随机向量(X,Y)的联合概率密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}24y(1-x), & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le x\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

(1). 求边缘概率密度函数 $f_X(x)$, $f_Y(y)$；(2). 回答 X 与 Y 是否独立？为什么？(3). 求 $E(Y)$.

4．设总体 X 有概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}\lambda^2 x\, e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$

其中 $\lambda>0$ 为未知参数，$X_1, X_2, \ldots, X_n$ 为从总体 X 中抽出的随机样本。求：

(1)．求 λ 的矩估计 $\hat{\lambda}$； (2)．求 λ 的极大似然估计 $\tilde{\lambda}$.

5. 设学生某次考试成绩服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，现从该总体中随机抽取 25 位的考试成绩，算得样本均值为 75.5,标准差为 3.95. 建立假设检验模型,讨论在显著性水平 0.05 下，从样本看，是否接受：

(1). “$\mu=75$”的假设？　(2). “$\sigma<4.0$”的假设？

附　　t 分布与 χ^2 分布表

$t_{24}(0.025)=2.0639$	$t_{24}(0.05)=1.7109$	$t_{25}(0.025)=2.0595$	$t_{25}(0.05)=1.7081$
$\chi^2_{24}(0.025)=39.364$	$\chi^2_{24}(0.05)=36.415$	$\chi^2_{25}(0.025)=40.646$	$\chi^2_{25}(0.05)=37.652$
$\chi^2_{24}(0.975)=12.401$	$\chi^2_{24}(0.95)=13.848$	$\chi^2_{25}(0.975)=13.120$	$\chi^2_{25}(0.95)=14.611$