

一、填空题（每空 2 分, 共 30 分）

- 1、已知随机事件 A、B, 且 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(B|A) = 0.8$, 则 $P(A \cup B) =$ _____。
- 2、将 3 个球随机地放入 4 个盒子中, 若盒子的容量无限制, 则每个盒子中至多有一个球的概率为 _____。
- 3、一射手对同一目标独立地进行 4 次射击, 若至少命中一次的概率是 $\frac{80}{81}$, 则该射手的命中率为 _____。
- 4、设随机变量 X 的取值为 -3, 0, 1, $P(X = -3) = 0.2, P(X = 0) = 0.3, P(X = 1) = 0.5$, 则 $E(3X^2 - 1) =$ _____, 若 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $F(0) =$ _____。
- 5、随机变量 $X_1 \sim N(-1, 4), X_2 \sim N(2, 9)$, 且相互独立, 则 $X = 2X_1 + X_2 \sim$ _____; 进一步, 若 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数, 且 $\Phi(3) = m$, m 为已知常数, 则 $P\{0 < X < 15\} =$ _____。
- 6、设 X_1, X_2, \dots, X_n 为取自均值为 μ 、方差为 σ^2 的总体的样本, \bar{X} 与 S^2 分别为样本均值与样本方差, 则 $E(\bar{X}) =$ _____, $Var(\bar{X}) =$ _____, $E(S^2) =$ _____。
- 7、若 X_1, X_2, \dots, X_6 为取自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本, \bar{X} 与 S^2 分别为样本均值与样本方差, 则 $\sqrt{6}(\bar{X} - \mu)/\sigma \sim$ _____, $\sqrt{6}(\bar{X} - \mu)/\sqrt{S^2} \sim$ _____, $5S^2/\sigma^2 \sim$ _____。
- 8、设 X_1, \dots, X_6 是来自总体 $X \sim N(\mu, 0.04)$ 的一个样本, 且 $\bar{X} = 14.95$, 则未知参数 μ 的置信系数为 0.95 的置信区间为 [_____, _____]。($Z_{0.025} = 1.96$)

二、解答题（70 分）

注: 每题要有解题过程, 没有过程不得分

得 分	1、(本题 14 分) 某种仪器由甲、乙两个部件组装而成。假设各部件的质量互不影响, 且优质品率都是 0.8。如果两个部件都是优质品, 那么组装后的仪器一定是合格; 如果仅有一个是优质品, 那么仪器合格的概率是 0.6; 如果两个都不是优质品, 那么仪器的合格率为 0.2。(1) 试求仪器的不合格率;
	(2) 已知某台仪器不合格, 试求它的两个部件中恰好有一个不是优质品的概率。

2、(本题 14 分) 设随机变量 X 服从标准正态分布,

(1) 试求 $Y = \frac{1}{2}X^2$ 的概率密度函数;

(2) 求 Y 的均值 $E(Y)$.

3、(本题 14 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + cxy, & 0 < y < x, 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求: (1) 常数 c ;

(2) X, Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$;

(3) $P\{X + Y > 1\}$.

4、(本题 14 分) 设总体 X 的概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0 < x < 1, \\ 0 & \text{其它}, \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 为从总体 X 中抽取的简单随机样本,

(1) 求未知参数 θ 的矩估计量,

(2) 求未知参数 θ 的极大似然估计量。

5、(本题 14 分) 某种导线, 要求其电阻为 1Ω , 电阻的标准差不得超过 0.005Ω , 今在生产的一批导线中取样本 9 根, 测得 $\bar{X} = 1.004 \Omega$, $S = 0.007 \Omega$, 设总体为正态分布, 在显著性

水平 $\alpha=0.05$ 下，问：

- (1) 是否可以认为这批导线的平均电阻为 $1\ \Omega$ ？
- (2) 是否可以认为这批导线的标准差 $\sigma \leq 0.005$ ？

附 t 分布与 χ^2 分布表

$t_8(0.025) = 2.3060$	$t_8(0.05) = 1.8595$	$t_9(0.025) = 2.2622$	$t_9(0.05) = 1.8331$
$\chi_8^2(0.025) = 17.535$	$\chi_8^2(0.05) = 15.507$	$\chi_9^2(0.025) = 19.023$	$\chi_9^2(0.05) = 16.919$
$\chi_8^2(0.975) = 2.180$	$\chi_8^2(0.95) = 2.733$	$\chi_9^2(0.975) = 2.700$	$\chi_9^2(0.95) = 3.325$