得 分

一、填空题（每空 2 分,共 20 分）

1、设 $z_1=\dfrac{(1+2i)(3-4i)}{1-2i}$，则 $|z_1|=$ ________________；若 $\arg z_2=\dfrac{\pi}{4}$，则 $\arg\left(z_2\cdot e^{\frac{\pi}{3}}\right)=$ ___________。

2、设 $f(z)=\dfrac{e^z}{\sin z}$，则 $f(z)$ 的奇点为_________，它们是_______级极点，在解析处 $f'(z)=$ ____________________________。

3、$\oint\limits_{|z|=2} ze^z dz=$ ______________________；$\int_0^i ze^z dz=$ ______________________；

$\oint\limits_{|z|=2}\dfrac{ze^z}{(z-1)^{10}}dz=$ _________________。

4、幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{i^n}{2^n}z^n$ 的收敛半径为_____________。

5、$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=$ ______________。

得 分

二、计算题.（共 60 分）

1、计算 i^i 与 $\sin i$ 的值;

2、函数 $f(z)=x^2+iy$ （其中 $z=x+iy$ ）在何处可导、何处解析？**在可导时求导数**；

计算 $I=\int_L \bar{z}dz$ 其中 L 为 $|z|=1$ 上沿逆时针自 1 到 i 的圆弧段；

、利用留数计算积分 $I=\oint_{|z-3i|=4}\frac{\sin z}{e^z-1}dz$ ；

5、利用留数计算积分 $I=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{(1+x^2)^2}$ 。

6、利用留数计算积分 $I=\int_{0}^{2\pi}\frac{1}{5+\sin x}dx$ 。

7、计算 $f(t)=\begin{cases}1 & 0<t<1 \\ -1 & -1<t<0 \\ 0 & \text{其它}\end{cases}$ **的 Fourier 变换。**

8、计算 $f(t)=\sin t\cos t$ **的 Fourier 变换。**

得 分

三、求已知函数的展开式。(共 15 分)

1、设函数 $f(z)=\cos^3 z$，将 $f(z)$ 在 $z_0=0$ 处展开成泰勒级数

2、设 $f(z)=\dfrac{1}{z(z-i)^2}$，将 $f(z)$ 在环域 $|z|>1$ 内展开成洛朗级数

得 分

四、证明：**(5 分)**

设函数 $f(z)=u(x,y)+iv(x,y) \quad (z=x+iy)$ 是解析函数，证明：

$$f'(z)=\frac{\partial u}{\partial x}+i\frac{\partial v}{\partial x}$$