北京工业大学 2018—2019 学年第二学期

《高等数学(工)—2》期中考试试卷

考试说明：考试日期：2019 年 4 月 22 日、考试时间：95 分钟、考试方式：闭卷

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考，若有违反，愿接受相应处分。

承诺人： ____________ **学号：** ____________ **班号：** ____________

注：本试卷共 三 大题，共 6 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题 号	一	二	三	总成绩
满 分	40	50	10	
得 分				

得 分

一、填空题：（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 微分方程 $xy' - y\ln y = 0$ 的通解为____________________

2. 微分方程 $xy' + y = \sin x$ 满足初始条件 $y(\pi) = 1$ 的特解为____________________

3. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \ln(1+\frac{1}{\sqrt{n}})$ 是条件收敛、绝对收敛还是发散？____________________

4. 函数 $y = x^2 \sin\frac{x}{2}$ 的麦克劳林级数中 x^{2019} 的系数为____________________

5. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛域为____________________

6. 曲线 $\begin{cases} z = x^2 + 2y^2 \\ z = 6 - 2x^2 - y^2 \end{cases}$ 在坐标面 xoy 的投影的曲线方程为____________________

7. 若幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x+1)^n$ 在 $x=-3$ 处收敛，在 $x=1$ 处发散，则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛域为________________

8. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x+\pi, & -\pi \le x < 0 \\ 0, & x=0 \\ 1, & 0<x<\pi \end{cases}$ 是以 2π 为周期的周期函数，且其傅里叶级数的和函数记为 $S(x)$，则 $S(30\pi)=$________________

9. 二重极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y\to 2}} \dfrac{\sin xy}{x} =$________________

10. 函数 $z=e^{x^2 y}$ 在点 $(0,-1)$ 处的全微分 $\mathrm{d}z\big|_{(0,-1)}=$________________

二、计算题：（本大题共 5 小题，每小题 10 分，共 50 分）

得 分

11．讨论二元函数 $f(x,y)=\begin{cases} (x+y)\sin\dfrac{1}{x+y}, & (x,y)\neq 0 \\ 0, & (x,y)=0 \end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处的连续性.

得 分

12. 设 $z = xf\left(x, \dfrac{y}{x}\right)$ 其中 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

得 分

13. 将函数 $f(x) = \ln \dfrac{x}{1+x}$ 展开成 $(x-1)$ 的幂级数.

得 分

14. 求微分方程 $y''-3y'+2y=xe^{2x}$ 的通解.

得 分

15．将函数 $f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi \le x<0 \\ 2, & 0 \le x<\pi\end{cases}$ 展开成傅里叶级数.

三、证明题：（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

得 分

16. 设 $\frac{a_{n+1}}{a_n} \le \frac{b_{n+1}}{b_n}, (n=1,2,\cdots), a_n > 0, b_n > 0$，证明：若 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛.

得 分

17. 证明级数 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}-1}-\frac{1}{\sqrt{3}+1}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}-1}-\frac{1}{\sqrt{n}+1}+\cdots$ 发散.