

## 北京工业大学 2022—2023 学年第二学期

## 《高等数学(工)—2》期末考试试卷 A 卷

考试说明: 考试日期:2023 年 6 月 13 日、考试时间:95 分钟、考试方式:闭卷  
 承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考，若有违反，愿接受相应处分。

承诺人: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 班号: \_\_\_\_\_

.....  
 注: 本试卷共 三 大题, 共 6 页, 满分 100 分, 考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表(阅卷教师填写)

题号	一	二	三	总成绩
满分	30	60	10	
得分				

得分

一、填空题: (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 已知函数  $f(x, y, z) = z\sqrt{\frac{x}{y}}$ , 则  $df(1, 1, 1) = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 设  $L$  是椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ , 其周长为  $a$ , 则  $\oint_L (2xy + 3x^2 + 4y^2) ds = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 设  $f(x, y, z) = \sqrt{3 + x^2 + y^2 + z^2}$ , 则  $\text{grad} f(1, 1, 2) = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\cos(an)}{n^2} + (-1)^n \frac{2}{\sqrt{n}} \right]$  是条件收敛、绝对收敛, 还是发散?  $\underline{\hspace{2cm}}$

5.  $f(x) = \frac{x}{3(1-x)}$  展开成  $x$  的幂级数为  $\underline{\hspace{2cm}}$

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

6. 设  $\Sigma$  为上半球面  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ , 则  $\iint_{\Sigma} \frac{dS}{2 + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}.$

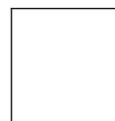
7. 微分方程  $xy' + y = e^{2x}$  满足  $y\left(\frac{1}{2}\right) = 2e$  的特解为  $\underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}.$

8. 曲线  $\begin{cases} x = \sin^2 t \\ y = 5 \sin 2t \\ z = 3 \cos^2 t \end{cases}$  在  $t = \frac{\pi}{4}$  处的一个单位切向量为  $\underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}.$

9. 交换积分次序  $\int_0^{2\sqrt{\ln 3}} dy \int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{\ln 3}} f(x, y) dx = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 设  $f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi \leq x < 0 \\ 1+x^2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$  是以  $2\pi$  为周期的函数, 其傅立叶级数的和函数

记为  $S(x)$ , 则  $S(2023\pi) = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}.$



二、计算题: (本大题共 6 小题, 每小题 10 分, 共 60 分)

得分

11. 求函数  $f(x, y) = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$  的极值, 并指出是极大值还是极小值.



得分

12. 求由曲面  $z = 6 - 2x^2 - y^2$  与曲面  $z = x^2 + 2y^2$  所围立体的体积.

--

得分

13. 求微分方程  $y'' - 6y' + 5y = xe^x$  的通解.

--

得分

14.  $I = \int_L (3xy + x \sin x)dx + (x^2 - ye^y)dy$ , 其中  $L$  是曲线  $y = x^2 - 1$  上由点  $A(1,0)$  到点  $B(-1,0)$  沿顺时针方向的一段弧.

得分

15. 计算曲面积分  $I = \iint_{\Sigma} (x^2 - y^2 z)dydz + (y^2 - xz + 1)dzdx + (3z + 1)dxdy$  ,  
其中  $\Sigma$  为曲面  $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$  ( $0 \leq z \leq 2$ ) 的上侧.



得分

16. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n5^n}$  的收敛域及和函数.

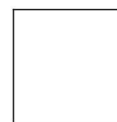


## 三、证明题：(本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分)

得分

17. 设级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n - u_{n-1})$  收敛，且正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  收敛，

证明：级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n v_n^2$  收敛.



得分

18. 设函数  $z = z(x, y)$  由方程  $\frac{x}{z} = \varphi\left(\frac{y}{z}\right)$  所确定，其中  $z = z(x, y)$ ，

$\varphi(u)$  都具有连续导数. 证明： $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$ .

