The Fundamentals of Digital Circuits 门电路和组合逻辑电路（20.1-20.5）

序号	教学内容	教学要求！	学时
1	1.数字信号； 2.逻辑代数及其基本定理、运算法则； 3.逻辑函数的化简	1.了解数字信号和数字电路的基本概念； 2.掌握常用数制及数制间的转换； 3.掌握逻辑门电路的逻辑表达式及真值表的基本概念； 4. 掌握逻辑代数、逻辑变量、逻辑函数的基本定理和运算法则； 5.掌握公式化简法和卡诺图化简法。	7

5 逻辑函数的化简 Simplification of logical function

★由逻辑状态表直接写出的逻辑式及由此画出的逻辑图，一般比较复杂；若经过简化，则可使用较少的逻辑门实现同样的逻辑功能。从而可节省器件，降低成本，提高电路工作的可靠性。

$$Y = ABC + \overline{A}BC + A\overline{B}C$$

$$Y = BC + CA$$

$$Y = \overline{\overline{BC} \cdot \overline{CA}}$$

$$Y = \overline{(\overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{C} + \overline{A})}$$

化简方法
$\begin{cases} \text{公式法 Operation Rule} \\ \text{卡诺图法 Karnaugh Map} \end{cases}$

公式化简法(simplification)

公式化简法就是利用逻辑代数的定理公式进行化简。简化的原则以项数最少，每一项所含的变量数最少为最佳。

与—或式的简化！

➢合并项法 (merge or combine)

利用公式 $AB+A\overline{B}=A$ 可将两项合并为一项，并消去B和$\overline{B}$这一对互补因子。A和B可以是任何复杂的逻辑式。

例：利用合并项法化简下列逻辑函数

$$F_2=\overline{A}B+ACD+\overline{A}\,\overline{B}+\overline{A}CD$$

解

$$F_2=\overline{A}B+\overline{A}\,\overline{B}+(ACD+\overline{A}CD)=\overline{A}+CD$$

➢配项加项法 add

可以看成公式

利用公式 $A = A + A$ $A = AB + A\overline{B}$ $AB + \overline{A}C = AB + \overline{A}C + BC$

进行添项。利用所添的项与其他项进行合并达到简化目的。

$$
\begin{aligned}
Y &= ABC + \overline{A}BC + A\overline{B}C \\
&= ABC + \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC \\
&= (ABC + \overline{A}BC) + (A\overline{B}C + ABC) \\
&= BC + AC
\end{aligned}
$$

$$AB + \overline{A}C = AB + \overline{A}C + BC$$

证：

$$
\begin{aligned}
&= AB + \overline{A}C + BC(A + \overline{A}) \\
&= (AB + ABC) + (\overline{A}C + \overline{A}BC) \\
&= AB + \overline{A}C
\end{aligned}
$$

➢吸收法absorb

利用$A+AB=A$ 收多余因子，A和B均可为任意复杂的逻辑函数。

例:利用吸收法化简逻辑函数

解

$$F_1 = A + (A + BC)(\bar{A} + \bar{B}\bar{C} + D) + BC$$

$$= (A + BC) + (A + BC)(\bar{A} + \bar{B}\bar{C} + D) = A + BC$$

$$F_2 = AB + AB\bar{C} + ABD + AB(\bar{C} + \bar{D})$$

$$= AB + AB(\bar{C} + D + \bar{C} + \bar{D}) = AB$$

利用公式 $A+\overline{A}B=A+B$ 削去多余的变量;

利用公式 $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$ 削去多余项。

例:利用削去法化简下列逻辑函数

解 $F_1=AB+(\overline{A}+\overline{B})C=AB+\overline{AB}C=AB+C$

$$F_2=AC+A\overline{B}+\overline{B+C}$$

$$=AC+A\overline{B}+\overline{B}\,\overline{C}=AC+\overline{B}\,\overline{C}$$

[书例20.5.1]P255页

应用逻辑代数运算法则化简下列逻辑式

$$
\begin{aligned}
Y &= ABC + ABD + \overline{A}B\overline{C} + CD + B\overline{D} \\
&= ABC + \overline{A}B\overline{C} + CD + B（\overline{D} + DA） \\
&= ABC + \overline{A}B\overline{C} + CD + B\overline{D} + AB \quad （A + \overline{A}B = A + B \Rightarrow \overline{D} + DA = \overline{D} + A） \\
&= AB(1 + C) + \overline{A}B\overline{C} + CD + B\overline{D} \\
&= AB + \overline{A}B\overline{C} + CD + B\overline{D} \quad （1 + A = 1 \Rightarrow 1 + C = 1） \\
&= B\left(A + \overline{A}\,\overline{C}\right) + CD + B\overline{D} \\
&= AB + B\overline{C} + CD + B\overline{D} \quad （A + \overline{A}B = A + B \Rightarrow A + \overline{A}\,\overline{C} = A + \overline{C}） \\
&= AB + B\left(\overline{C} + \overline{D}\right) + CD \\
&= AB + B\overline{CD} + CD \quad （\overline{A} + \overline{B} = \overline{AB} \Rightarrow \overline{C} + \overline{D} = \overline{CD}） \\
&= AB + CD + B \quad （A + \overline{A}B = A + B \Rightarrow CD + \overline{CD}B = CD + B） \\
&= B(1 + A) + CD \\
&= B + CD
\end{aligned}
$$

[书例20.5.2]P255页

试证明$\boldsymbol{ABC\overline{D}+ABD+BC\overline{D}+ABC+BD+B\overline{C}=B}$

证：

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{ABC\overline{D}+ABD+BC\overline{D}+ABC+BD+B\overline{C}}\\
&=\boldsymbol{ABC\left(1+\overline{D}\right)+BD(1+A)+BC\overline{D}+B\overline{C}}\\
&=\boldsymbol{ABC+BD+BC\overline{D}+B\overline{C}}\\
&=\boldsymbol{B(AC+D+C\overline{D}+\overline{C})}\\
&=\boldsymbol{B(AC+D+C+\overline{C})}\quad \text{（因}\boldsymbol{D+C\overline{D}=D+C}\text{）}\\
&=\boldsymbol{B(AC+D+1)}\\
&=\boldsymbol{B}
\end{aligned}$$

4.逻辑函数表示方法之间的转换

1、由真值表到逻辑图的转换

真值表

1

逻辑表达式

化简

2

最简与或表达式

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

1

$$Y = \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

$$= \sum m(2,4,5,7)$$

2

$$Y = \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B} + AC$$

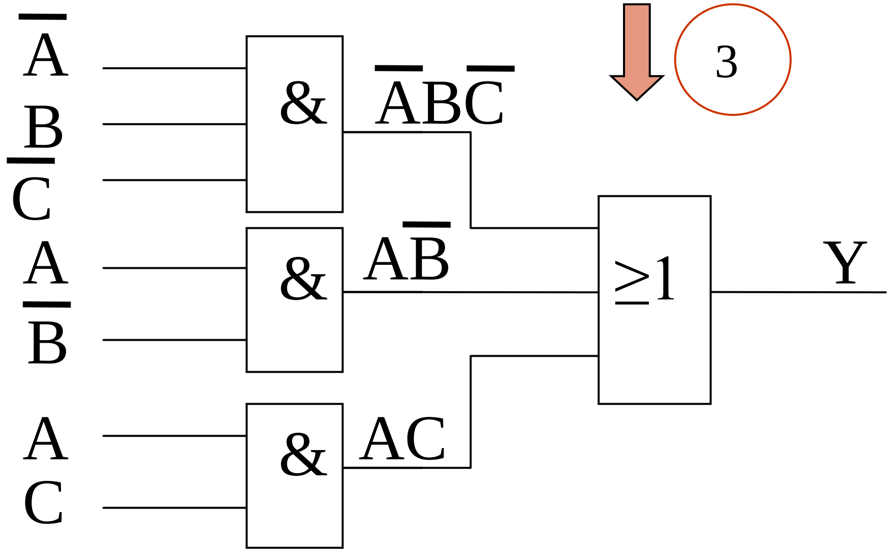
最简与或表达式

3

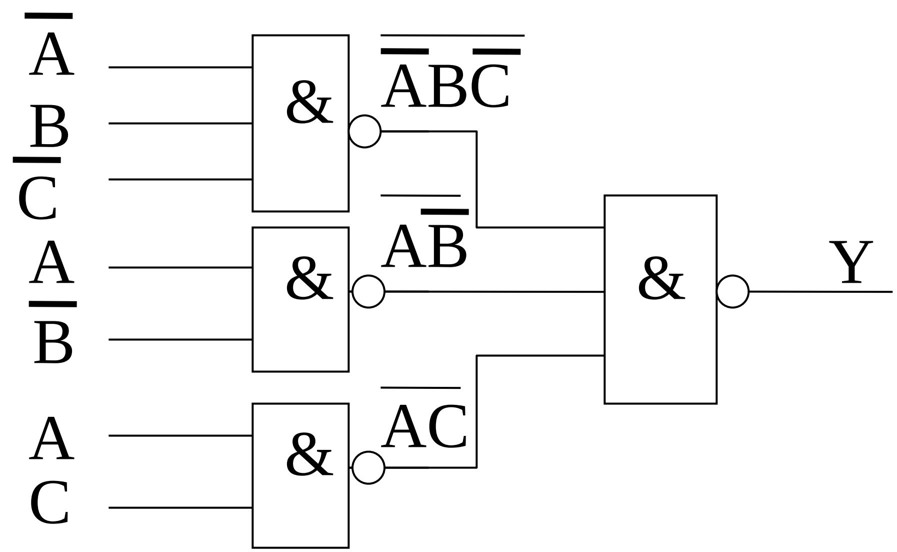
画逻辑图

$$Y = \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B} + AC$$

3



$$Y = \overline{\overline{\overline{A}B\overline{C}} \cdot \overline{A\overline{B}} \cdot \overline{AC}}$$



若用与非门实现，将最简与或表达式变换成最简与非-与非表达式

2、由逻辑图到真值表的转换

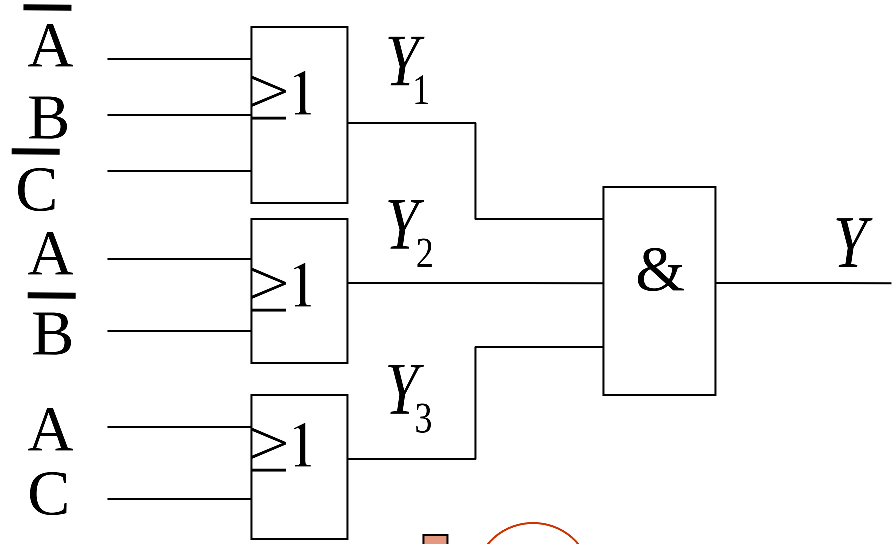
逻辑图

1 逐级写出 从输入到输出

逻辑表达式

2 化简

最简与或表达式



1

$$Y_1 = \overline{A} + B + \overline{C}$$

$$Y_2 = A + \overline{B}$$

$$Y_3 = A + C$$

$$Y = Y_1 \cdot Y_2 \cdot Y_3$$

$$= (\overline{A} + B + \overline{C})(A + \overline{B})(A + C)$$

2

$$Y = (\overline{A} + B + \overline{C})(A + \overline{B})(A + C) = (\overline{A} + B + \overline{C})(A + \overline{B}C)$$

$$= \overline{A}\,\overline{B}C + AB + A\overline{C}$$

最简与或
表达式

3

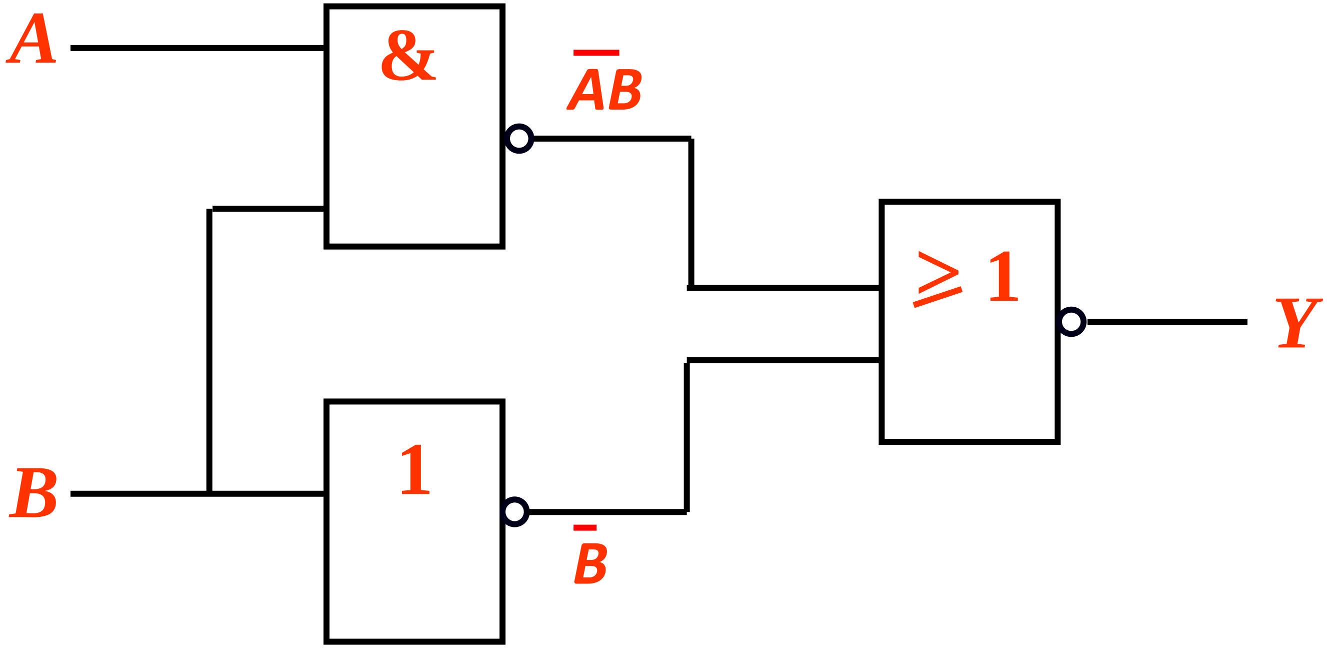
真值表

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}C + AB + A\overline{C}$$

3

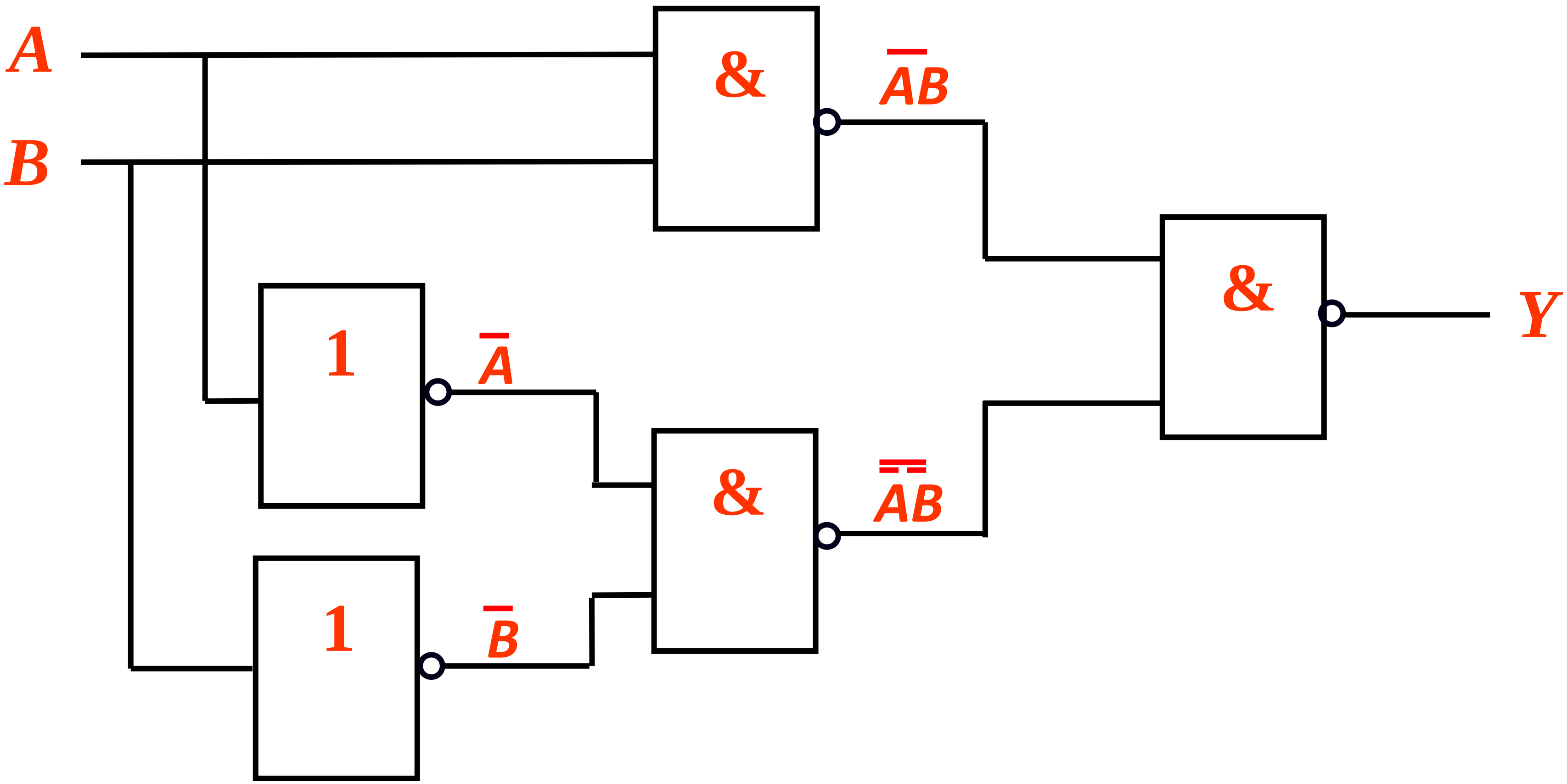
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

[书例20.2.4]P234页：写出逻辑式（a）



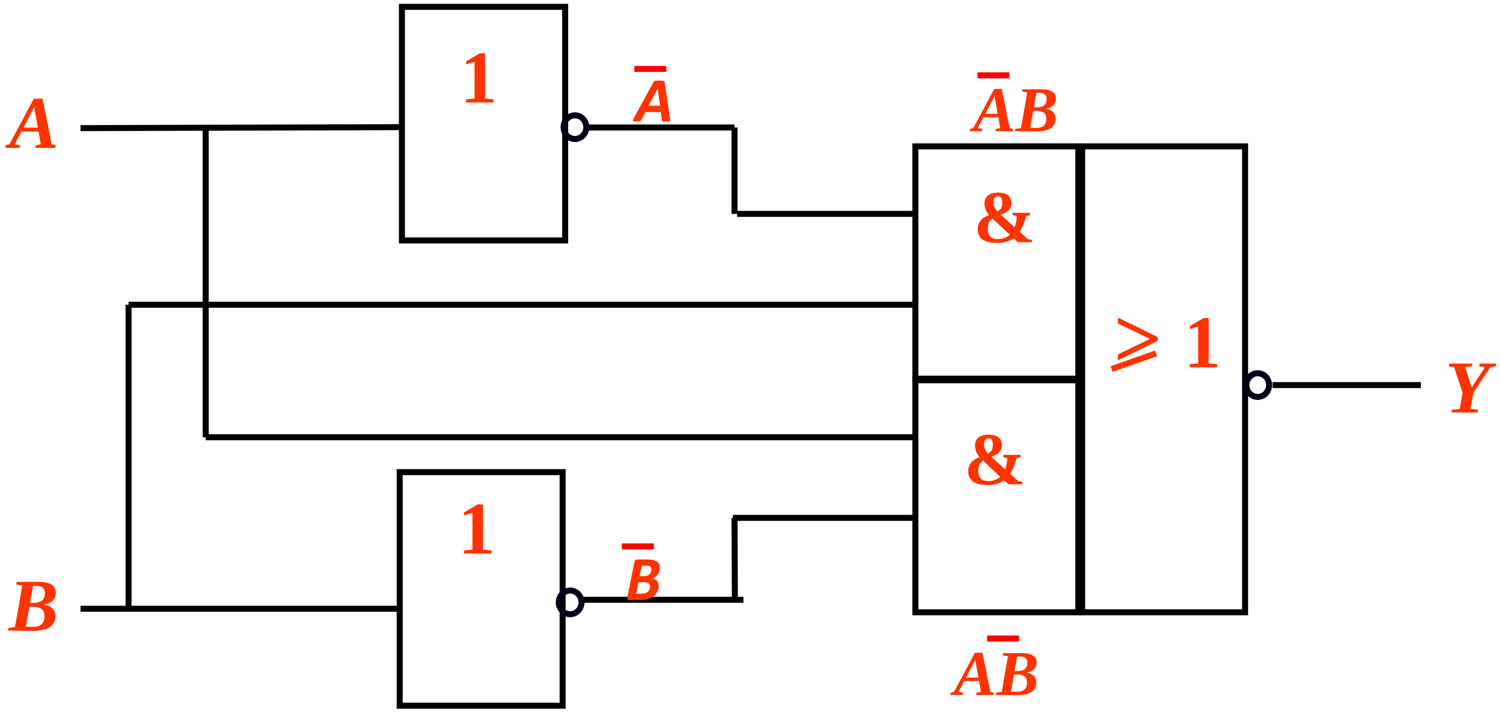
$$Y = \overline{\overline{AB} + \overline{B}} = \overline{\overline{AB}} \cdot \overline{\overline{B}} = AB \cdot B = AB$$

[书例20.2.4]P234页：写出逻辑式（b）



$$Y=\overline{\overline{AB}\cdot\overline{\overline{A}\,\overline{B}}}=\overline{\overline{AB}}+\overline{\overline{\overline{A}\,\overline{B}}}=AB+\overline{A}\,\overline{B}$$

[书例20.2.4]P234页：写出逻辑式（c）



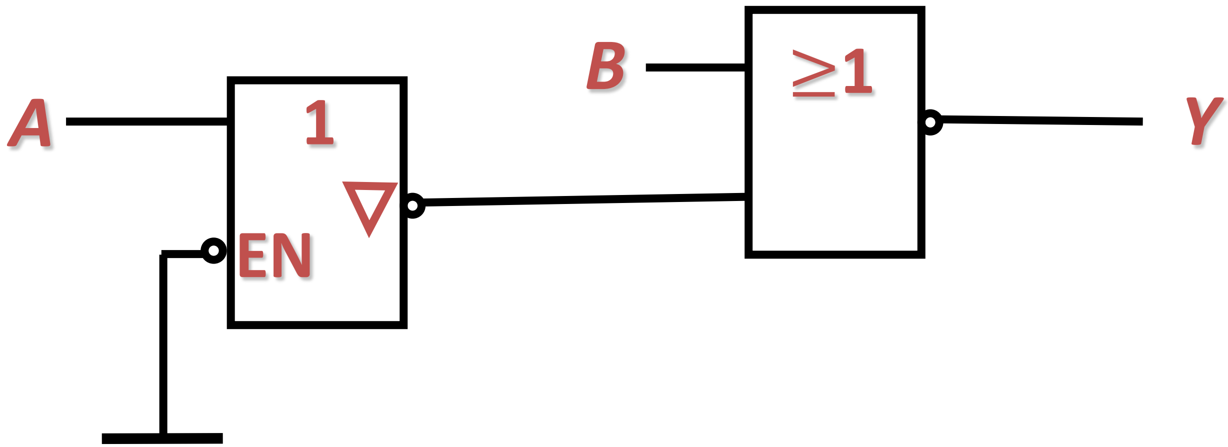
$$Y = \overline{\bar{A}B + A\bar{B}} = \overline{\bar{A}B} \cdot \overline{A\bar{B}} = (A + \bar{B}) \cdot (\bar{A} + B)$$

$$= A\bar{A} + \bar{A}\bar{B} + B\bar{B} + AB$$

$$= AB + \bar{A}\bar{B}$$

习题20.6.3：如图所示组合电路的逻辑式为（（3））

（1）$\overline{AB}$（2）$\bar{A}B$（3）$A\bar{B}$



解：$Y=\overline{\bar{A}+B}=\overline{\overline{A\bar{B}}}=A\bar{B}$