北京工业大学 2014-2015 学年第二学期

《 高等数学（工）-II 》期末考试试卷 A 卷

考试说明：

考试方式：闭卷。考试时间 95 分钟。考试日期：2015 年 6 月 23 日。

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：__________　　学号：__________　　班号：__________

注：本试卷共 三 大题，共 6 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	总成绩
满分	40	50	10	
得分				

得 分	评阅人

一、填空题（本大题共 10 道小题，每题 4 分，共 40 分）

1. 微分方程 $(x^2+1)dy+2xydx=0$ 的通解为____________________ .

2. 由方程 $x^3+y^3-yz=1$ 所确定的函数 $z=z(x,y)$ 在 $(1,1,1)$ 点的全微分 $dz=$__________________ .

3. 数项级数 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}(-1)^n\dfrac{\mathrm{k}+\ln n}{n^2}$ （$\boldsymbol{k}$ 为常数）的敛散性是____________________

（若收敛，需指出是绝对收敛还是条件收敛）

4. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{4-x^2}$ 的麦克劳林级数为____________________.

5. 设 L 是区域 $|x|+|y|\le 1$ 的边界，则曲线积分 $\oint_L \dfrac{ds}{|x|+|y|}=$ ______________.

6. 设曲线 L 是平面上任意一条封闭曲线，若 $\oint_L ydx-axdy\equiv 0$，则常数 a 的值为 __________.

7. 设曲面 Σ ： $z=\sqrt{x^2+y^2}$ $(0\le z\le 1)$，则曲面积分 $\iint_\Sigma \sqrt{x^2+y^2+z^2}dS=$____.

8 曲面 $2xy-e^z+z=3$ 的在点 $(2,1,0)$ 处的切平面方程为____________.

9. 设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的函数，且 $f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi<x\le 0;\\ 2x-1, & 0<x\le\pi;\end{cases}$ $S(x)$ 是 $f(x)$ 的傅立叶级数的和函数，则 $S(5\pi)=$ ______________.

10. 设空间区域 Ω 由曲面 $z=2-\sqrt{x^2+y^2}$ 与平面 $z=0$ 围成，其体积为_____.

二、计算题（本大题共 5 道小题，每题 10 分，共 50 分）

得 分	评阅人

11. 求函数 $f(x,y)=2xy+x^2+2y^2-1$ 的极值。

设 $z=f(e^x,x-y)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$ $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$.

解：

得 分	评阅人

12. 计算曲线积分

$$I=\int_L (2xe^y+1)dx+x^2(e^y+1)dy$$

其中 L 为沿着 $x^2+y^2=4$ 上从点 $A(2,0)$ 到点 $B(-2,0)$ 的上半圆弧.

解：

得 分	评阅人

13. 计算曲面积分 $I=\iint_{\Sigma} ydydz-2xdzdx+z^2dxdy$，其中 Σ 是锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与平面 $z=2$ 之间部分的下侧.

解：

得 分	评阅人

14. 求微分方程 $y''-5y'+6y=xe^{2x}$ 的通解.

得 分	评阅人

15. 求：（1）幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}x^n$ 的收敛域及和函数.

（2）级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(n+1)\cdot 2^n}$ 的和.

解：

三、证明题（本大题共 2 道小题，每题 5 分，共 10 分）

得 分	评阅人

16. 设 $u(x,y)=f(x+2y)+\int_0^{x-2y}g(t)dt$，其中 f 和 g 二阶可导，

试证明： $4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

得 分	评阅人

17. 已知函数 $\boldsymbol{y=y(x)}$ 满足等式 $\boldsymbol{y'=x+y}$，且 $\boldsymbol{y(0)=1}$，试讨论级数

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[y\left(\frac{1}{n}\right)-1-\frac{1}{n}\right]$$

的收敛性。