

# 北京工业大学《线性系统理论基础》

## 2021-2022学年第一学期期末试卷

考试说明：考试时间：95分钟 考试形式(开卷/闭卷/其它):闭卷

适用专业： 自动化

承诺人：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班号：\_\_\_\_\_

注：本试卷共6大题，共4页，满分100分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸和草稿纸。请将答案统一写在答题纸上，如因答案写在其他位置而造成的成绩缺失由考生自己负责。

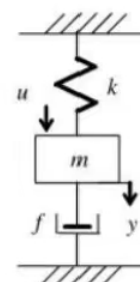
卷面成绩汇总表(阅卷教师填写)

题号	二	三	四	五	六	总成绩
满分						
得分						

得分

一、(20分)建立下列系统的状态空间模型：

- 已知图1所示的质量-弹簧-阻尼器系统，其中质量  $m=1\text{kg}$ ，弹性系数为  $k=2$ ，阻尼为  $f=3$ 。以外力  $u$  为控制输入，以位移  $y$  和速度  $\dot{y}$  作为输出建立状态空间模型。



- 已知图2所示的由两个基本模块反馈连接的线性系统，写出其状态空间模型。

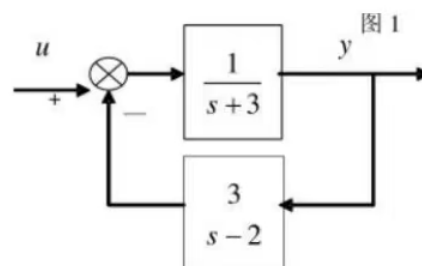


图 2

得分

二、(20分) 给定线性

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} u, y = [-1 \ 1]x$$

1, 将系统化为对角标准型。

2. 求系统在输入  $u=e$  下的零初态响应  $x(t)$  和输出响应  $y(t)$ 。

得分

三、(20分) 给定如下线

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} u$$

$$y = [2002]x$$

1. 将系统进行能控能观测子空间分解。
2. 写出其最小实现(即能控能观子系统)的状态空间表达式。

得分

四、(10分) 给定线性系

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 1 \\ 2 & -9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

1. 求该系统的平衡点。
2. 选择形为  $V(x) = ax^2 + bx^2$  的李亚普诺夫函数判断系统平衡点是否渐近稳定。

得分

### 五、(10分) 给定线性系

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

和二次型性能指标  $J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x_1^2 + ru^2\} dx$ ,

1. 确定最优线性状态反馈控制  $u=kx$  使得系统的性能指标  $J$  达到最小。
2. 讨论权值  $r$  的大小对控制增益  $k$  的影响。

得分

### 六、(20分) 给定单输入单输出系统的状态

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

1. 设计状态反馈控制  $u=-kx$  使得闭环系统的期望极点为  $\lambda_{2=-2 \pm j}$
2. 设计一个全维状态观测器  $\dot{x}=(A-lc)x+bu+ly$ , 使得观测器的期望极点为  $\lambda_1=-9, \lambda_2=-6$ 。
3. 写出带有状态观测器的状态反馈控制, 并画出带有状态观测器的状态反馈控制系统的结构框图。