北京工业大学 2020—2021 学年第二学期

《 线性代数（经）》期末考试试卷（A）

考试说明：考试时间: 2021 年 06 月 29 日.考试时长: 95 分钟.考试方式: 闭卷

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考，若有违反，愿接受相应处分。

承诺人：________ 学号：________ 班号：________

注：本试卷共 8 大题，共 8 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总成绩
满分	30	12	12	12	12	12	5	5	
得分									

得 分

一. 填空题（每小题 3 分，共 30 分. 注意：所有题目需给出计算结果；“$a=a$”型答案失分；“或者a，或者b”型答案失分）

1. 记$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -5 \\ 1 & 9 & 25 \end{vmatrix}$第一行和第二行各三个位置（从左到右）的代数余子式分别

是 $A_{11},A_{12},A_{13};A_{21},A_{22},A_{23}$，则 $A_{11}+A_{12}+A_{13}-A_{21}+3A_{22}-5A_{23}=$________

2. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 的伴随矩阵 A^* 的迹 $trA^*=$__________

3. $1,-1,-1$ 是3阶实方阵 A 的特征值，且 A 不与对角矩阵相似，则 $(A+I)X=0$ 的解空间的维数是 ________

4. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \underline{\begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}}$

5. A 是2阶实方阵。若齐次线性方程组 $(2A-I)X=0$、$(A+3I)X=0$ 均有非零解，则行列式 $\left|2A^*+5A^{-1}+8A\right|=$ ________

6. 若 A 是3阶实方阵，$-2A$ 是正交矩阵，则 $|A|^2=$ ________

7. 若 A 是3阶实方阵，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是向量空间 R^3 的一个基底，满足

$A\alpha_1=-6\alpha_1+9\alpha_2+9\alpha_3$，$A\alpha_2=9\alpha_1-6\alpha_2+9\alpha_3$，$A\alpha_3=9\alpha_1+9\alpha_2-6\alpha_3$，

则 A 的负特征值是 ________

8. 若2, 9是实矩阵 $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$ 的两个特征值，$\alpha=(1+t,\ -3,\ 5)^T$，

$\beta=(2,\ t,\ -1)^T$ 是分别属于2, 9的特征向量，则 $t=$ ________

9. 实三元线性方程组 $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$ 的系数行列式 $D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}\neq 0$，

则 y 可写成 $\dfrac{D_2}{D}$ 的形式，其中，$D_2=$

____

10. 若实矩阵 $A=\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ b_1 & b_2 & c_2 & d_2 \\ c_1 & c_2 & c_3 & d_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d \end{pmatrix}$ 满足 $A^{29}-A^{12}+3A^{11}+2A^9-5I=0$，

则行列式 $\begin{vmatrix} a_1+2 & b_1 & c_1 & d_1 \\ b_1 & b_2+2 & c_2 & d_2 \\ c_1 & c_2 & c_3+2 & d_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d+2 \end{vmatrix}$ ___ 16（填 >,=,< 之一）.

得分

二（12 分）计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$（要求出具体数值）.

得分

三（12分） 用初等变换的方法，解方程 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

得 分

四（12） a 取何值时，线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = -2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 5 \\ x_1 - 4x_2 - 5x_3 + 2x_4 = a \end{cases}$ 有解？

有解时，写出其通解.

得 分

五（12分） 已知$A=\begin{pmatrix}0&0&2\\0&0&2\\0&0&1\end{pmatrix}$. 求一个可逆矩阵$P$，使得$P^{-1}AP$是对角矩阵；并求出这一对角矩阵.

得 分

六（12 分） 给定列向量组

$$\alpha_1=(1,-1,0,1,1)^T,\alpha_2=(0,2,-1,0,1)^T,$$
$$\alpha_3=(-1,0,1,-1,3)^T,\alpha_4=(-3,-2,7,-3,35)^T$$

1 求该向量组的秩；

2 求该向量组的一个极大线性无关组；

3 把其余向量用问题 2 中求出的极大线性无关组线性表出.

得分

七（5分）证明：方程 $A\left(x_1,x_2,x_3,x_4\right)=\begin{vmatrix}2&0&2&1\\0&6&2&9\\x_1&x_2&x_3&x_4\\0&0&0&\pi\end{vmatrix}=0$ 的所有实数解向量形成的集合 $\left\{\left(x_1,x_2,x_3,x_4\right)^T \mid A\left(x_1,x_2,x_3,x_4\right)=0\right\}$ 是 R^4 的一个子空间。

得分

八（5分） 证明：实方阵 $A=\begin{pmatrix}a&-2\\-3&b\end{pmatrix}$ 与对角矩阵相似。