

北京工业大学 2012—2013 学年第 II 学期

“概率论与数理统计”课程(工)考试试卷

考试说明：考试闭卷；可使用文曲星除外的计算器。

承诺：本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：_____ 学号：_____ 班号：_____

注：本试卷共 6 页，满分 100 分；考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二(1)	二(2)	二(3)	二(4)	二(5)	总成绩
满分	30	14	14	14	14	14	
得分							

一、填空题（每空 2 分，共 30 分）

1. 设 A, B 为事件, $P(A)=0.4$, $P(A \cup B)=0.6$ 。当 A 与 B 互不相容时, $P(B)=$ _____；
当 A 与 B 相互独立时, $P(B)=$ _____。

2. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} a + be^{-0.5x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$ 其中 a 与 b 为常数, 则

$a =$ _____, $b =$ _____。

3. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $P\{X=1\} = P\{X=2\}$, 则 $\lambda =$ _____,
 $E(X) =$ _____。

4. 设随机变量 X_1, X_2 相互独立, 且 $X_1 \sim N(3, 3^2)$, $X_2 \sim N(1, 2^2)$ 。令 $X = X_1 - 2X_2$, 则
 $EX =$ _____, $Var(X) =$ _____。进一步, 记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数, 且
 $\Phi(1)=0.8413$, $\Phi(2)=0.9772$, 则 $P\{-4 < X < 11\} =$ _____。

5. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 2)$ 为抽自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本, 记

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2.$$

则 $\bar{X} \sim$ _____, $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)/\sqrt{S^2} \sim$ _____, $(n-1)S^2/\sigma^2 \sim$ _____。

6. 设 X_1, \dots, X_{25} 是抽自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本, 经计算得 $\bar{x}=5$, $s^2=0.09$ 。根据本试卷第 6 页上的 t 分布表与 χ^2 分布表, 得未知参数 μ 的置信系数为 0.95 的置信区间为 [_____, _____], σ^2 的置信系数为 0.95 的置信区间为 [_____, _____]。

二、解答题（每小题 14 分，共 70 分）

注： 每题要有解题过程，无解题过程不能得分

1. 根据世界卫生组织数据，我国居民肺癌患病率为 38.46 人/10 万人。另外根据我国《居民营养与健康状况调查》结果，居民吸烟率为 31%，而根据医学研究发现，吸烟者患肺癌的概率是不吸烟者的 10.8 倍。
 - (1). 求不吸烟者患肺癌的概率与吸烟者患肺癌的概率各是多少；
 - (2). 随机抽取一位居民做检查后，发现其患有肺癌。求这个居民是吸烟者的概率。

2. 设随机变量 X 有概率密度函数 $f(x) = \begin{cases} 1-|x|, & x \in (-1, 1) \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 令 $Y = X^2$, 求:

(1). Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$; (2). $P\{0.25 < Y < 1.96\}$; (3). $E(Y)$ 和 $Var(Y)$ 。

3. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} c \cdot e^{-y}, & 0 \leq x \leq y < \infty, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- (1). 求常数 A ;
- (2). 求 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$;
- (3). 问 X 和 Y 是否独立? 为什么?
- (4). 求 $E(Y)$ 。

4. 若 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 2)$ 为抽自总体 X 的随机样本, 总体 X 有概率密度函数

$$f_X(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1; \\ 0 & \text{其他.} \end{cases}$$

其中 $\theta > -1$ 为待估参数, 求 θ 的矩估计 $\hat{\theta}$ 与极大似然估计 θ^* 。

5. 设学生某次考试成绩服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 现从该总体中随机抽取 25 位的考试成绩, 算得样本均值为 76.5, 标准差为 9.5 分。问在显著性水平 0.05 下, 从样本看,

(1). 是否接受 “ $\mu = 75$ ” 的假设?

(2). 是否接受 “ $\sigma = 10$ ” 的假设?

附 t 分布与 χ^2 分布表

$t_{24}(0.025) = 2.0639$	$t_{24}(0.05) = 1.7109$	$t_{25}(0.025) = 2.0595$	$t_{25}(0.05) = 1.7081$
$\chi_{24}^2(0.025) = 39.364$	$\chi_{24}^2(0.05) = 36.415$	$\chi_{25}^2(0.025) = 40.646$	$\chi_{25}^2(0.05) = 37.652$
$\chi_{24}^2(0.975) = 12.401$	$\chi_{24}^2(0.95) = 13.848$	$\chi_{25}^2(0.975) = 13.120$	$\chi_{25}^2(0.95) = 14.611$

草 稿 纸

姓名：_____ 学号：_____