人眼对从亮突变到暗的适应能力称为**暗适应性** 人眼对亮度变化跟踪之后的性质**视觉惰性** 数字传感器只可以用来测量有限的样点（一个离散的能量级集合） $v_{img}=v_{ext}\frac{h_{img}}{h_{ext}}+p_i=f_i\frac{h_{img}}{h_{ext}}\frac{Y}{Z}+p_y$

数字化包括取样和量化两个过程 ： 取样 Sampling ：对空间连续坐 标(x, y)的离散化 量化 Quantization ：幅值 f (x, y) 的离散化

数字图像由二维的元素组成，每一个元素具有一个特定的位置 （x,y）和幅值 f(x,y),这些元素就称为像素 ✓灰度图像是一个二维灰度(或亮度)函数 f(x,y) ✓彩色图像由三个(如 RGB,HSV)二维灰度(或亮度)函数 f(x,y)组成

空间分辨率： 图像的精细化程度 灰度级分辨率 颜色深度，每个像素所占的二进制位数 行 M、列 N、图像深度 G 一幅图像的大小=M＊N＊G Eg. 512 ＊512 ＊8=2097152(256KB)

按照颜色深度分类，常用图像文件 黑白 灰度图像 索引图像/伪彩色图像 24 位真彩色图像

1.颜色表 R、G、B 三个值不 全相等。2.像素值是图像颜色表的索引地址。 每个像素的信息 由 RGB 三原色构 成的图像其中 RGB 由不同灰度级来描述。1.每一像素由 R、G、B 三个分量组成。2.每个分量各占 8 位，取值 0~255，每 个像素 24 位。

对比度：是指一幅图像中灰度反差的大小 对比度 = 最大亮度 / 最小亮度 饱和度：是指色彩的鲜艳程度，也称色彩的纯度

几种常用的表色系模型：RGB\HSI\CMYK\YUV

HSI 色系模型 H (Hue) ：表示色度，由角度表示。 S(Saturation)：表示饱和度，饱和度参数是色环的原点到彩色点的半 径长度,颜色纯度 I(Intensity): 表示光照强度或 称为亮度，它确定了像素的整体亮度 $S=1-\frac{3\min(R,G,B)}{R+G+B}$ $H=\begin{cases}\theta & G\ge B\\ 2\pi-\theta & G<B\end{cases}$ $\theta=\arccos\left[\frac{\frac{1}{2}[(R-G)+(R-B)]}{\sqrt{(R-G)^2+(R-B)(G-B)}}\right]$

RGB 到 HSI 的转换 I=(R+G+B)/3

$R=\frac{I}{\sqrt{3}}[1+\frac{S\cos(H)}{\cos(60^\circ-H)}]$ $G=\frac{I}{\sqrt{3}}[1+\frac{S\cos(H-120^\circ)}{\cos(180^\circ-H)}]$ $B=\frac{I}{\sqrt{3}}[1+\frac{S\cos(H-240^\circ)}{\cos(300^\circ-H)}]$

HSI 到 RGB 的转换 当 $0^\circ\le H\le 120^\circ$ 时 $B=I3(1-S)G=3I-R-B$ 当 $120^\circ\le H\le 240^\circ$ 时 $R=I3(1-S)B=3I-R-G$ 当 $240^\circ\le H<300^\circ$ 时 $G=I3(1-S)R=3I-G-B$ CMYK 色系模型 这种表色系模型用于印刷行业。 是一种减色系模型统，将从白光中滤出三 种原色之后获得的颜色作为其表色系模型 的三原色 CMY。 K 为黑色，为了印刷时对黑色可用黑色墨来印刷 既然是减色系模型统，其着色原理是基于光吸收的，这有别于 RGB 的光射入的方式。 C 与 M 叠加：同时吸收了 R 与 G，则为蓝色； C 与 Y 叠加：同时吸收了 R 与 B，则为绿色； M 与 Y 叠加：同时吸收了 G 与 B，则为红色。RGB 色系模型转换到 CMYK 色系模型 C=W-R=G+B M= W -G =R+ B Y= W- B =R +G K min{C,M ,Y} CMYK 色系模型转换到 RGB 色系模型 R =W -C =0.5[M+ Y- C] G =W- M =0.5[Y +C- M] B =W- Y =0.5[M +C- Y]

YUV 表色系模型 Y：亮度；色差信号 U:品红减绿；色差信号 V：红减青 RGB 到 YUV 的转换 $\begin{cases}Y=0.299R+0.587G+0.114B\\ U=-0.147R-0.289G+0.436B\\ V=0.615R-0.515G-0.100B\end{cases}$

YUV 到 RGB 的转换

图像的存储格式 BMP 32 GIF 8 TIFF 24 JPGE 32 BMP 格式 位图文件头 typedef struct tagBITMAPFILEHEADER{ WORD bfType;2 //文件类型，必须是字符串”BM” DWORD bfSize;4 //指定文件大小 WORD bfReserved1;2 //保留字，不考虑 WORD bfReserved2;2//保留字，不考虑 DWORD bfOffBits;4 //数据区的起始位置 } BITMAPFILEHEADER;位图信息头 typedef struct tagBITMAPINFOHEADER{

DWORD biWidth;4 //该结构的长度，40 个字节 LONG biSize;4 //图像的宽度，单位是像素 LONG biHeight; 4 //图像的高度，单位是像素

WORD biPlanes; 2 //必须是 1 WORD biBitCount;2 //颜色位数，如 1，4，8，24 DWORD biCompression; 4 //压缩类型，如 BI_RGB,BI_RLE4

DWORD biSizeImage; 4 //实际位图数据占用的字节数 LONG biXPelsPerMeter; 4 //水平分辨率 LONG biYPelsPerMeter; 4 //垂直分辨率 DWORD biClrUsed; 4 //实际使用的颜色数 DWORD biClrImportant; 4 //重要的颜色数 调色板 typedef struct tagRGBQUAD{ BYTE rgbBlue;1//该颜色的蓝色分量 BYTE rgbGreen; 1//该颜色的绿色分量 BYTE rgbRed; 1 //该颜色的红色分量 BYTE rgbReserved; 1 //保留值，不考虑} RGBQUAD;

4-邻域构成：P 的水平(左右)和垂直(上下)共 4 个近邻像素 坐标：N4 (P) = {(x+1, y), (x, y+1), (x - 1, y), (x, y - 1)} 对角邻域—ND(p) 构成: 由 P 的对角（左上、右上、左下、右下）共 4 个 近邻像素 Si 组成 P 的对角近邻像素，记为 ND (p)； 坐标: ND (P) = {(x-1, y-1), (x-1, y+1), (x+1,y+1),(x+1, y - 1)} 8-邻域构成：P 的周围 8 个近邻像素全体，记为 N8 (p)； 即 8-邻域是 N4 (P)和 ND(p)之和。 像素间的距离距离(distance)函数的定义：

给定 3 个象素 p，q，r，坐标(x, y)， (s, t)，(u, v)，

距离(distance)函数的定义： 给定 3 个象素 p，q，r，坐标(x, y)， (s, t)，(u, v)， 如果满足下面条件，则称 D 为距离量度函数。$D(p,q)>=0$ $(D(p,q)=0$ 当且仅当 $p=q)$ $D(p,q)=D(q,p)$ $D(p,r)\leqslant D(p,q)+D(q,r)$

曼哈顿距离点 p 和 q 之间的 D4 距离 $D4(p,q)=|x-s|+|y-t|$只能上、下、左、右四个方向进行移动，而且两点之间的曼哈顿距离是两点之间的最短距离。

欧氏距离 $DE(p,q)=[(x-s)2+(y-t)2]$根据这个距离量度，与(x,y)的距离小于或等于某个值 d 的象素都包括在以(x,y)为中心以 d 为半径的圆中

棋盘距离 $D8(p,q)=\max(|x-s|,|y-t|)$根据这个距离量度，与$(x,y)$的 D8 距离小于或等于 某个值 d 的象素组成以(x,y)为中心的正方形。

坐标变换 坐标变换完成图像的平移、缩放、旋转、错切、扭曲。 采用矩阵运算实现。用齐次坐标系，更方便灵活。

空间一个点的坐标可记为（X,Y），如用齐次坐标记为（X’,Y’,1）。也可以用矢量来表达。坐标变换可借助矩阵写为：$v'=Av$ v--包含原坐标的矢量：v=[X,Y,1] v’--由变换后坐标组成的矢量：v’=[X’,Y’,1] A-- 3x3 的变换矩阵 不同的变换，其变换矩阵唯一地确定了变换结果。

对一个坐标为 v 的点的平移、放缩、旋转变换可表示为：$v'=R\gamma[S(Tv)]=Av$ 用单个变换矩阵的方法可对点矩阵 v 变换这些矩阵的运算次序一般不可互换

按图像处理运算的数学特征，图像基本运算可分为： 代数运算、逻辑运算、点运算

代数运算——加法 C(x,y) = A(x,y) + B(x,y)代数运算——减法 g(x,y) = T2 (x,y) - T1(x,y) .代数运算——乘法 C(x,y) = A(x,y) ＊ B(x,y)逻辑运算——非运算

C(x,y) = R - A(x,y) 逻辑运算——与运算 0∩1＝0 1∩ 0＝0 0∩0＝0 1 ∩ 1＝1 设输入图像的灰度为 $f(x,y)$，输出图像的灰度为 $g(x,y)$，则点运算可以表示为：$g(x,y)=T[f(x,y)]$其中 T[ ]是对 f 在（x, y）点值的一种数学运算

，即点运算是一种像素的逐点运算，是灰度到灰度 的映射过程，故称 T[ ]为灰度变换函数。

点运算又称为“对比度增强”、“对比度拉伸”、“灰度变换”等，按灰度变换函数 T[ ]的性质，可将点运算分为：线性灰度变换\分段线性灰度变换\非线性灰度变换

线性点运算的灰度变换函数形式可以采用线性方程描述，即 $s=ar+b$

对数变换 对数变换的一般表达式为： s = c log(1 + r) 其中 C 是一个常数。幂次变换:$s=cr\gamma$,其中 C 和 为正常数。 $0<\gamma<1$ 加亮、减暗图像$\gamma>1$,加暗、减亮图像

使用 imadjust 的两个步骤 (1)观察图像的直方图,判断灰度范围 (2)将灰度范围转换为0.0～1.0之间的分数，使得灰度范围可以通 过向量[low,high]传递给 imadjust 函数。(3)可以利用 stretchlim 函数以分数向量形式返回灰度范围， 直接 传递给 imadjust(). Im=imread('rice.png'); Jm=imadjust(Im,stretchlim(Im),[0,1]);
figure(1);subplot(211);imshow(Im);subplot(212); imhist(Im);
figure(2);subplot(211);imshow(Jm);subplot(212);imhist(Jm);

直方图均衡化处理:

假设原图的灰度值变量为 r,变换后新图的灰度值变量 为 s,我们希望寻找一个灰度变换函数 T：s=T(r)， 使得概率密度函数 pr(r)变换成希望的概率密度函数 ps(s)

灰度变换函数 T(r)应该满足:$T(r)$在区间[0,1]中单调递增且单值∀ r∈[0,1],有T（r) ∈[0,1]

直方图规定化的实现

序列	运算	步骤和结果							
1	期望图像灰度级 z_k	0	1	2	3	4	5	6	7
2	期望直方图	0. 0	0. 0	0. 0	0. 15	0. 20	0. 30	0. 20	0. 15
3	计算累计直方图各项	0. 0	0. 0	0. 0	0. 15	0. 35	0. 65	0. 85	1
4	取整扩展	0	0	0	1	3	5	6	7
5	确定映射对应关系 z_k->u	0->0	1->0	2->0	3->1	4->3	5->5	6->6	7->7
	确定映射对应关系 u -> z_k	0->0	1->3		3->4		5->5	6->6	7->7

模板(卷积)处理图像的平滑、锐化可利用模板操作来完成。通过模板操作实现一种邻域运算，被称为滤波器、掩模、核、模板或窗口。模板运算的数学含义是*卷积*（或*互相关*）运算。 模板子图像中的值是系数值，而不是灰度值。在图像的识别中常需要突出边缘和轮廓信息。 图像锐化就是增强图像的边缘或轮廓。 边缘和轮廓常常位于图像中灰度突变的地方， 图像平滑通过平均（类似积分）过程使得图像边缘 模糊，图像锐化则通过微分而使图像边缘突出、清晰锐化处理可以用空间微分来完成. 微分算子的响应强度与图像在该点的突变程度有关，图像微分增强了边缘和其他突 变(如噪声)而消弱了灰度变化缓慢的区域.微分算子在①恒定灰度区域(平坦段)、②突变的开头与结尾 (阶梯与斜坡突变)以及③沿着灰度级斜坡处的特性。对于一阶微分必须保证： (1) 平坦段微分值为零 (2) 在灰度阶梯或斜坡的起点处微分值非零 (3) 沿着斜坡面微分值非零对于二阶微分必须保证: (1) 在平坦区微分值为零 (2) 在灰度阶梯或斜坡的起始 点处微分值非零 (3) 沿着斜坡面微分值为零

由于我们处理的是离散值,最大灰度级的变化是有限 的,变换发生的最短距离是在两个相邻像素之间. 用差分定义一元函数 $f(x)$ 一阶微分: f(x+1)-f(x)用差分定义一元函数的二阶微分:f(x+1)=f(x-1)-2f(x)

微分掩模的所有系数之和为 0 保证了灰度

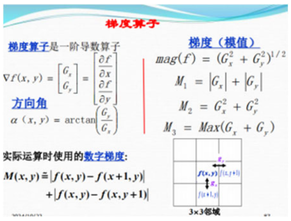
恒定区域的响应为 0（微分算子要求的）

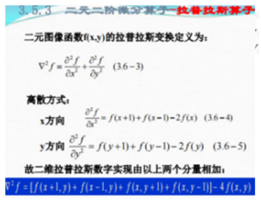
把原图像和拉普拉斯图像叠加在一起的简单方法可 以保护拉普拉斯锐化处理的效果，同时又能复原背景信息

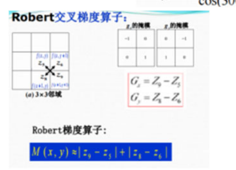
信号处理方法：时域分析法、频域分析法

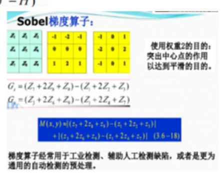
空间域指在时间(位置)上，直接对图像中的像素进 行操作。图像变换是将图像从空间域变换到某变换域（如 傅立叶变换中的频率域）的数学变换，在变换域 中进行处理，然后通过反变换把处理结果返回到 空间域

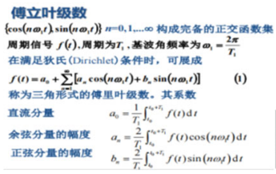
图像和其它信号一样，既能在空间域（简称空域）处理， 也能在 频率域（简称频域）处理。把图像信息从空域变换到频域，可以更好地分析、加工和处理。

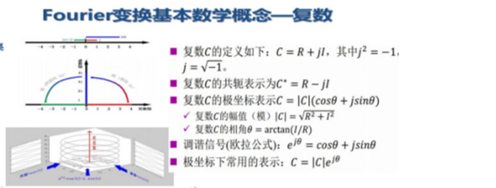


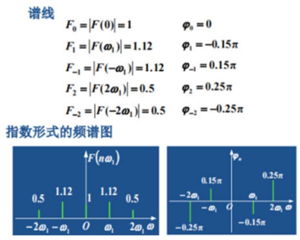


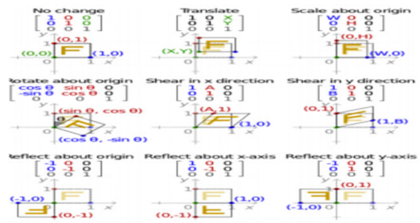


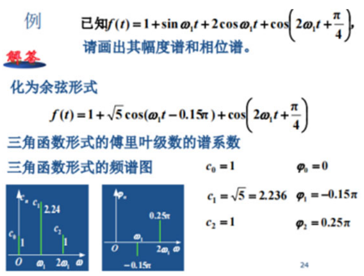


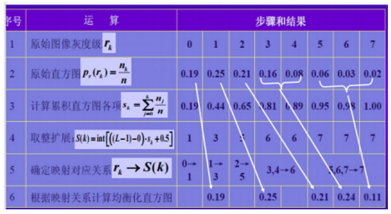




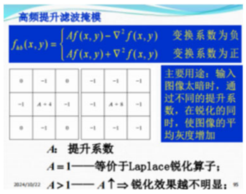


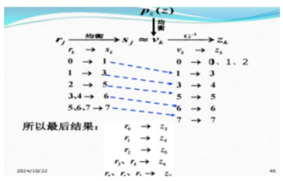


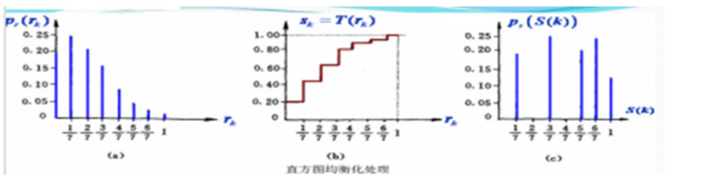


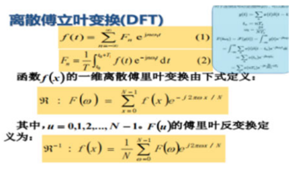


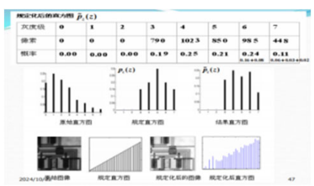
序号	运 算	步骤和结果							
1	原始图像灰度级 r_k	0	1	2	3	4	5	6	7
2	原始直方图 $p_r(r_k)=\frac{n_k}{n}$	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
3	计算累积直方图各项 $s_k=\sum_{j=0}^{k}\frac{n_j}{n}$	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1.00
4	取整扩展:$S(k)=\mathrm{int}[((L-1)-0)\cdot s_k+0.5]$	1	3	5	6	6	7	7	7
5	确定映射对应关系 $r_k\rightarrow S(k)$	0→1	1→3	2→5	3,4→6		5,6,7→7		
6	根据映射关系计算均衡化直方图		0.19		0.25		0.21	0.24	0.11











幅度频谱图和相位频谱图

1. 复指数正交函数集

$$\{e^{jn\omega_1 t}\}\quad n=0,\pm1,\pm2\cdots$$

2. 指数形式的傅里叶级数(推导)

$$f(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}[a_n\cos(n\omega_1 t)+b_n\sin(n\omega_1 t)]$$

$$\cos(n\omega_1 t)=\frac{1}{2}(e^{jn\omega_1 t}+e^{-jn\omega_1 t})$$

$$\sin(n\omega_1 t)=\frac{1}{2j}(e^{jn\omega_1 t}-e^{-jn\omega_1 t})=-\frac{j}{2}(e^{jn\omega_1 t}-e^{-jn\omega_1 t})$$

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_n e^{jn\omega_1 t}$$

$$F(n\omega_1)=F_n=\frac{1}{2}(a_n-jb_n)\quad F(-n\omega_1)=\frac{1}{2}(a_n+jb_n)$$

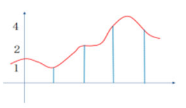
$$F(n\omega_1)=|F(n\omega_1)|e^{j\varphi_n}$$

幅频频谱图 $|F(n\omega_1)|=\frac{1}{2}\sqrt{a_n^2+b_n^2}=\frac{1}{2}c_n$

相频频谱图 $\varphi_n=\arctan\left(\frac{-b_n}{a_n}\right)$

$|F_n|\sim n\omega_1 \qquad \varphi_n\sim n\omega_1$

例 ▪ 对连续函数f(t)以 ΔT 为单位间隔取样4个样本，计算其DFT及其反变换。



离散傅里叶变换

$$X(k)=DFT[x(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}$$

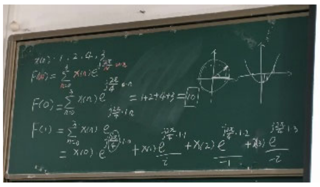
$$X(0)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j0\frac{2\pi}{N}n}$$

$$X(1)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j1\frac{2\pi}{N}n}$$

$$X(2)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j2\frac{2\pi}{N}n}$$

......

$$X(N-1)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j(N-1)\frac{2\pi}{N}n}$$



二维离散傅立叶变换的性质：线性性质(加法定理):$a_1f(x,y)+a_2f_2(x,y)\Leftrightarrow a_1F_1(u,v)+a_2F_2(u,V)$傅立叶变换是线性系统，函数和的傅立叶变换等于各函数傅里叶变换的和。比例性质(相似性定理):比例特性表明：信号在时域中压缩(k>1,变化速度加快)等效于在频域扩展(频带加宽),

离散傅立叶变换(DFT)

这里 $f(x)$是实函数，它的傅里叶变换 $F(u)$通常是复函数。$F(u)$的实部、虚部、振幅、能量和相位分别表示如下：

- 实部 $R(u)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\cos(2\pi ut)dt$
- 虚部 $I(u)=-\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\sin(2\pi ut)dt$
- 振幅 $|F(u)|=[R^2(u)+I^2(u)]^{\frac{1}{2}}$
- 能量 $E(u)=|F(u)|^2=R^2(u)+I^2(u)$
- 相位 $\phi(u)=\arctan\frac{I(u)}{R(u)}$

$$F\{f(x,y)\}=F(u,v)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)e^{-j2\pi(ux+vy)}dxdy$$

$$F^{-1}\{F(u,v)\}=f(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}F(u,v)e^{j2\pi(ux+vy)}dudv$$

式中u、v是频率变量。与一维的情况一样，二维函数的傅里叶谱、能量和相位谱为：

- 傅里叶频谱：$|F(u,v)|=[R^2(u,v)+I^2(u,v)]^{\frac{1}{2}}$
- 相位：$\phi(u,v)=\arctan\frac{I(u,v)}{R(u,v)}$
- 能量谱：$E(u,v)=R^2(u,v)+I^2(u,v)$

3.可分离性：二维 DFT 可分离为两次一维 DFTF(u,V)=F{F,[f(x,y]}=F,{F[f(x,y)]}f(x,y)=F' {F'[F(u,v)}=F' {E'[F(u,v}

.空间位移(位移定理):f(x-xo,y-yo)→F(u,v)e-i² π (uxo/M+vyo/N)函数自变量位移的傅立叶变换产生一个复系数，等效于频谱函数的相位谱改变，而幅度谱不变(后有示例).频率位移：f(x,y)ei² π (uox/M+voy/N)→F(u-uo,v-vo) √ 函数频率位移相当于傅立叶变换结果的坐标原点平移，幅度谱和相位谱不变。做 DFT 之前往往先要将原图频谱平移到频域图像的中心(M/2,N/2),便于观察和对照 f(x,y)(-1)x+y→F(u-M/2,v-N/2)f(x-M/2,y-N/2)→F(u,v)(-1) “+” 共轭对称性：若 f(x,y)为实函数，F(u,v)为其傅里叶变换，则 F(u,v)=F*(-u,-v)或 F(-u,-v)=F*(u,v)现实图像的 DFT 是以原点为中心的共轭对称函数v共轭对称意味着幅度谱关于原点偶对称|F(u,v)|=IF(-u,-v)|,而相位谱关于原点奇对称 ϕ(u,v)=-ϕ(-u,-v)周期性：$f(x,y)=f(x+k_1M,y+k_2N)F(u,v)=F(u+k_1M,v+k_2N)$DFT 和它的逆变换都是以 M、N 作为两个轴方向上的函数周期周期信号空间域的卷积是循环卷积，与线卷积的结果有所不同.旋转不变性：f(r, θ + θ o)⇔F(a, ϕ + θ o)极坐标表示：x=rcos θ y=rsin θ u=w COS ϕ v=w sinq √ 如果 f(x,y)旋转了一个角度 θ 。,那么 f(x,y)旋转后图像的傅立叶变换也旋转了相同的角度 θ $_0$。对图像的旋转变换和傅立叶变换的顺序是可交换的。

平均值 M-1N-1F(x,y)=mZ∑f(x,y)=mF(0.0x=0 y=0 离散函数的均值等于该函数傅立叶变换在(0,0)点的值卷积定理：卷积定义 M-1N-1g(x,y)=Z∑f(x,y)*m=0 n=0f(m,n)h(x-m,y-n)卷积满足交换律空域中的卷积等价于频域中的相乘；空域中的相乘等价于频域中的卷积 f(x,y)*g(x,y)⇔F(u,v)H(u,v) √ f(x,y)g(x,y)→F(u,v)*H(u,v)

12. 拉普拉斯函数：

$$\nabla^2 f(x,y)=\partial^2 f/\partial x^2+\partial^2 f/\partial y^2$$

其傅立叶变换为：

$$F\{\nabla^2 f(x,y)\}=-4\pi^2(u^2+v^2)F(u,v)$$

✓ 这个定理将在图像的锐化中用到

13. 变换对称性：用正向变换计算逆向变换

若$f(x,y)\overset{\mathcal{F}}{\Rightarrow}F(u,v)$，则$F^*(u,v)\overset{\mathcal{F}}{\Rightarrow}MNf^*(x,y)$

✓ 又可表述为：

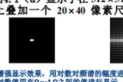
$$MNf^*(x,y)=\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}F^*(u,v)e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

✓ 该式指出，将$F^*(u,v)$输入计算正变换的算法中，将得到$MNf^*(x,y)$，取复共轭并除以MN就可以得到希望的反变换结果$f(x,y)$。即为：设$F(u,v)=\mathcal{F}[f(x,y)]$，有

$$f(x,y)=\mathcal{F}^{-1}[F(u,v)]=\frac{1}{MN}\{\mathcal{F}[F^*(u,v)]\}^*$$

例一个简单二维函数的中心谱。

图4.1（a）显示了在 512×512 像素尺寸的黑色背景上叠加一个 20×40 像素尺寸的白色矩形。



- 为了增强显示效果，用对数对频谱的幅度进行压缩，然后将频谱幅度的对数值用在0~10之间的值进行显示。
- 【解】MATLAB程序如下：

```
I = imread('pout.tif'); %读入图像
imshow(I);              %显示图像
F1 = fft2(I);           %计算二维傅里叶变换
figure, imshow(log(abs(F1)+1),[0 10]);
%显示对数变换后的频谱图
F2 = fftshift(F1);
figure, imshow(log(abs(F2)+1),[0 10]);
```

一维离散余弦变换的定义由下式表示

$$F(0)=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{x=0}^{N-1}f(x)$$

$$F(u)=\sqrt{\frac{2}{N}}\sum_{x=0}^{N-1}f(x)\cos\frac{(2x+1)u\pi}{2N}$$

一维离散余弦变换可写成矩阵式 $[F(u)]=[A][f(x)]$ $[f(x)]=[A]^T[F(u)]$

式中$F(u)$是第u个余弦变换系数,u是广义频率变量,$u=1,2,3,\dots,N-1$;$f(x)$是时域N点实序列.

一维离散余弦反变换由下式表示

$$f(x)=\sqrt{\frac{1}{N}}F(0)+\sqrt{\frac{2}{N}}\sum_{u=1}^{N-1}F(u)\cos\frac{(2x+1)u\pi}{2N}$$

推广到二维余弦离散变换，由下式表示：

$$F(0,0)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)$$

$$F(0,v)=\frac{\sqrt{2}}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\cdot\cos\frac{(2y+1)v\pi}{2N}$$

$$F(u,0)=\frac{\sqrt{2}}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\cdot\cos\frac{(2x+1)u\pi}{2N}$$

$$F(u,v)=\frac{2}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\cdot\cos\frac{(2x+1)u\pi}{2N}\cdot\cos\frac{(2y+1)v\pi}{2N}$$

离散余弦变换的变换核为余弦函数，DCT 是对实信号定义的 变换，变换后在频域中得到的也是一个实信号。DCT 具有一般的正交变换性质外，大多书自然信号（声音、 图像）的能量都集中在变换后的低频部分。DFT 使用一组与谐波相关的复指数函数，DCT 仅使用（实值 ）余弦函数，被认为是一种准最佳变换。DCT 主要用于图像的压缩,作为其中的一个基本处理模块。如 JPEG, H.26x,MPEG 系列等。 DCT 也是一种可分离的变换。**为什么要在频率域研究图像增强** 可以利用频率成分和图像外表之间的对应关系。一些在空间域表述困难的增强任务，在频率域中变得非 常普通。 滤波在频率域更为直观，它可以解释空间域滤波的某些性质。 给出一个问题，寻找某个滤波器解决该问题，频率域处理对于试验、迅速而全面地控制滤波器参数是一个理想工作。 一旦找到一个特殊应用的滤波器，通常在空间域采用硬件实现它。

低通滤波器：使低频通过而使高频衰减的滤波器被低通滤波的图像比原始图像少尖锐的细节部分而突出平滑过渡部分 对比空间域滤波的平滑处理，如均值滤波器高通滤波器：使高频通过而使低频衰减的滤波器被高通滤波的图像比原始图像少灰度级的平滑过渡而突出边缘等细节部分对比空间域的梯度算子、拉普拉斯算子

如一部 90 分钟的彩色电影，每秒放映 24 帧。把 它数字化，每帧 512×512 像素，每像素的 R、G、 B 三分量分别占 8 bit，视频需要的总容量为 ： （512×512 × 8 × 3 × 24 × 60 ×90 ）bit = 97 200Mbyte = 94.9GB

数据冗余：编码、信息熵、视觉、时间 压缩：无损压缩、有损压缩。

客观保真度准则：均方误差(MSE,Mean Squared Error)和峰值信噪比(PSNR,Peak Signal to Noise Ratio),SSIM(Structural SIMilarity)结构相似性主观保真度准则：相同客观保真度的不同图像，人可能产生不同的视觉效果，但对于图像中的细节无法反映。一种常用的方法是对一组(不少于 20 人)观察者评价图像，取平均后评价一幅图像的主观质量。

衡量不同压缩方法优劣的技术指标是相同的，主要包括:压缩比、恢复效果、算法简单、速度快**香农定理：存在一种无失真编码方法，使编码的平均长度与图像 的熵任意地接近，熵是编码所需比特数的下限，即编码时，要用不比熵少的比特数编码才能保持原始图像信息，即熵是无损图像压缩的下限**

例1：传真中的应用方法

对于： 500w 3b 470w 12b 4w 3b 3000w
编码为： 500, 3, 470, 12, 4, 3, 3000
编码位数为：12, 12, 12, 12, 12, 12, 12
需要的数据量为： 12*7=84 bit

编码为： 500,3,570,12,4,3,3000
编码位数为： 12,4,12, 4,12,4,12
所需字节数为：4*12+3*4=60bit

一个具有随机离散输出的信源，这个信源从一个有限集合中产生一个随机符号序列，这样信源符号集$X=\{x_1,x_2,\dots x_n\}$，其中每个元素x_i称为信源符号，该事件的概率是$P(x_i)$。

信源产生单个符号b_i时的自信息是：$I(x_i)=-\log P(x_i)$。如将每个信源输出的平均信息记为$H(x)$，则：

$$H(x)=-\sum_{i=1}^{n}P(x_i)\log P(x_i)$$

信息论中，$H(x)$ 定义为信息源的信息熵。

$H(x)$ 定义了观察到单个信源符号输出时所获的平均信息

赫夫曼码的码字（各符号的代码）是异前置码字，即 任一码字不会是另一码字的前面部分 熵编码是指在完全不损失信息量前提下进行最小数据量的编码对数据序列 aaaa bbb cc d eeeee fffffff 其概率分布为： a:4/22 b:3/22 c:2/22 d:1/22 e:5/22 f:7/22 概率大小的排序为： d, c, b, a, e, f 1/22 2/22 3/22 4/22 5/22 7/22Huffman 编码 —— 压缩效率 ■ 对这个例子，计算出经过 Huffman 编码后的数据为：f=11 e=01 a=00 b=101 c=1001 d=1000

aaaa bbb cc d eeeee fffffff 00000000101101101100110011000010101 0101111111111111 共 7*2+5*2+1*4+2*4+3*3+4*2=53 bit 压缩比为 176：53=3.32:1 混合编码 —— 例 aaaa bbb cc d eeeee fffffff （共 22*8=176 bits) 4 3 2 1 5 7 行程编码：4a3b2c1d5e7f (共 6*（8+3）= 66Bits)aaaa bbb cc d eeeee fffffff （共 22*8=176 bits) 4 3 2 1 5 7 Huffman 编码： f=11 e=01 a=00 b=101 c=1001 d=100000000000101101101100110011000010101010111111 11111111 (共 7*2+5*2+4*2+3*3+2*4+1*4=53 bits)行程编码：擅长于重复数字的压缩 ♦Huffman 编码：擅长于像素个数分布不均匀情况下的编码 ♦DCT 变换： 擅长分离视觉敏感与不 敏感的部分 1986 年国际电话与电报咨询委员会 CCITT 与国际标 准化组织 ISO 成立联合图象专家组(JPEG = Joint Photographic Experts Group). JPEG 标准 JPEG 专家组开发了两种基本的压缩算法： – 采用以 DCT 为基础的有损压缩算法 – 采用以预测技术为基础的无损压缩算法 • 在 JPEG 标准定义了多种编码模式： – 无损模式：基于 DPCM – 基准模式：基于 DCT，一遍扫描 – 递进模式：基于 DCT，从粗到细多遍扫描 – 层次模式：含多种分辨率的图(2n 倍)JPEG 压缩是有损压缩，使用量化和无损压缩编码相 结合来去掉视觉的冗余信息和数据本身的冗余信息。 JPEG 结合变换编码(DCT)与熵编码 RLE/Huffman) 的混合编码 • JPEG 算法与彩色空间无关，算法处理的彩色图像是 单独的彩色分量图像。因此它可以压缩来自不同彩色 空间的数据，如 RGB, YCbCr 和 CMYK 压缩编码大致分成三个步骤：✓使用正向 DCT(FDCT = forward DCT)把空 间域表示的图变换成频率域表示的图 ✓使用加权函数对 DCT 系数进行量化，这个 加权函数对于人的视觉系统是最佳的 ✓使用 Huffman 可变字长编码器对量化系数进行编码 • 译码/解压缩过程与压缩编码过程正好相反 JPEG 压缩编码算法的主要计算步骤(0) 8*8 分块 (1) 正向离散余弦变换(FDCT) (2) 量化(quantization) (3) Z 字形编码(zigzag scan) (4) 使用差分脉冲编码调制 DPCM 对直流系数 DC(direct current)进行编码 (5) 使用行程长度编码 RLE 对交流系数 AC(alternating current)进行编码 (6) 熵编码(Huffman/算术)(1) 正向离散余弦变换(FDCT)把整个分量图像分成若干 8×8 的图像块，并作为 两维离散余弦变换的输入。RGB 到 YUV 进行 4:2:0 色度抽样.通过 DCT 变换，把能量集中在少 数几个系数上（2）量化对经过 FDCT 变换后的频率系数进行量化,目的是 减小非“0”系数的幅度及增加“0”值系数的数目量化是图像质量下降的最主要原因一个字节是 0~255，为了减小绝对值波动，先把 数值移位一下，变成-128~127,JPEG 算法使用下图所示的线性(均匀)量化器进行量化量化步距是按照系数所在的位置和每种颜色分量 的色调值来确定人眼对亮度信号比对色差信号更敏感，因此使用了两种量化表：亮度量化表和色差量化表人眼对低频分量的图像比对高频分量的图像更敏感，因此表中的左上角的量化步距要比右下角的量化步距小两个表中的数值对 CCIR 601 标准电视图像是最佳。如果不使用 这两种表，可以用自己的量化表替换（3）Z 字形编排量化后的系数按 Z 字形的式样编排，目的是为增 加连续的“0”系数的个数，即“0”的游程长度（4）直流系数的编码 8×8 图像块经过 DCT 变换之后得到的 DC 直流系数有两个 特点:一是系数的数值比较大，二是相邻 8×8 图像块的 DC 系数值变化不大根据这些特点，JPEG 算法使用了差分脉冲编码调制（DPCM）技术，对相邻图像块之间的 DC 系数的差值 (Delta)进行编码：Delta ＝ DC(0, 0)k - DC(0, 0)k-1(5)交流系数的编码量化 AC 系数的特点是 1×63 矢量中包含有许多连续“0”系数， 因此使用游程长度编码 RLE 进行编码 • JPEG 使用了 1 个字节的高 4 位来表示连续“0”的个数，而使用它的低 4 位来表示编码下一个非“0”系数所需要的位数，跟在它后面的是非 0 量化 AC 系数的数值（6）熵编码 JPEG 对 DPCM 编码后的直流 DC 系数和 RLE 编码后的交流 AC 系数使用熵编码作进一步的压缩 • 在 JPEG 有损压缩算法中，使用 Huffman 编码器来 减少熵。使用 Huffman 编码器的理由是可以使用很简单的查表(lookup table)方法进行编码 C-Cube Microsystems 公司的 Eric Hamilton 于 1992.9.1 所定义的 JFIF(JPEG File Interchange Format JPEG 文件交换格式)， 方便 JPEG 压缩图像在广泛的平台和应用间以最小存储空间代价进行交换而设计 • JPEG Exchange image file Format( )是 Camera 产业 联合会发布，主要用于摄像设备 MPEG 是什么 – Moving Picture Expert Group 的缩写 – 1988 年 5 月成立的专家组,分成 MPEG 视频、MPEG 音频和 MPEG 系统三大部分

二维离散傅立叶变换

同连续函数的傅里叶变换一样，离散函数的傅里叶变换也可推广到二维的情形，其二维离散傅里叶变换定义为：

$$F(u,v)=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

式中$u=0,1,\dots,N-1$，$v=0,1,\dots,N-1$。二维离散傅里叶反变换定义为

$$f(x,y)=\frac{1}{MN}\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}F(u,v)e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

二维离散傅立叶变换

式中$x=0,1,\dots,N-1$，$y=0,1,\dots,N-1$

式中u、v是频率变量。与一维的情况一样，二维函数的离散傅里叶谱、能量和相位谱为：

傅里叶频谱(模)：$|F(u,v)|=\sqrt{R^2(u,v)+I^2(u,v)}$

相位：$\phi(u,v)=\arctan\frac{I(u,v)}{R(u,v)}$

能量谱：$P(u,v)=|F(u,v)|^2=R^2(u,v)+I^2(u,v)$

1. 利用 imread()函数读取一各种图像文件，用法为[X，MAP]=imread(‘filename’，‘fmt’） 其中，X，MAP 代表什么？ X 是数据矩阵，map 是颜色映射表，x 表示颜色映射表中的索引。Map 是一个 m*3 的矩阵，m 是颜色的数量，每一行代表一个颜色的 RGB 的值。**2. 图像的乘法：结果**：图像中的每个像素值被放大，导致亮部更亮，同时暗部也会变亮，适合增强图像细节和视觉效果。（暗的地方变亮）**3. 图像的除法：**图像除法运算常用于图像的归一化或比较。例如，将一幅图像与调整后的版本比较，观察它们之间的相对变化。此操作可以揭示图像的亮度或结构信息变化，适用于光照校正或纹理增强等场景。**4. 思考图像减法运算在什么场合上发挥优势？**图像减法运算的核心作用是计算两幅图像之间的差异，通过对像素值的直接相减，可以突出特定区域的变化信息，或从复杂的图像中分离背景和前景。优势及应用场景：优势增强图像差异：图像减法可以突出显示两幅图像的不同之处。例如，在两幅时间序列图像中，减法能清晰展示运动的物体或变化的区域。背景消除：减法运算可用来从复杂的图像中移除静态背景，仅保留动态前景。这样可以提高对目标区域的关注度。变化检测：当需要监控某区域或物体的变化时，图像减法是一种简单有效的方法。高效实现：图像减法运算计算简单，易于硬件或软件实现，且速度快。应用场景运动检测：在视频监控中，连续帧之间的减法运算可用于检测移动物体的位置。医学影像分析：比较病人体检前后的医学影像（如 X 光片、MRI 图像）时，通过减法可以快速定位病变区域。卫星图像变化监测：用于监控地表的变化，例如城市扩张、森林砍伐或洪水灾害等。数字水印检测：对嵌入数字水印的图像与原图进行减法运算，可以提取水印信息。物体分割：在图像处理任务中，利用减法分割出感兴趣的目标物体，便于后续分析 **5 图像的线性变换**负片转换使图像的灰度级发生反转，有助于观察图像中的隐藏特征。灰度扩展针对特定灰度区域，能够突出局部细节。矩阵转换为灰度图片和 8 位图，便于后续的图像处理操作 **6 图像的非线性变换** Gamma 变换实验增强调节效果：gamma＞1：压缩暗部亮度，降低对比度。gamma ＜ 1：提升暗部亮度，增强对比度。在实际场景中，Gamma 变换用于显示屏的亮度调整。对数变换实验对暗部区域灰度值的细节进行扩展，适合观察暗部特征。高亮部分被压缩，避免饱和。**7 图像均衡化**原图像直方图灰度值可能集中在某个区间，导致整体图像对比度低。均衡化后的直方图灰度值均匀分布在整个区间，图像整体对比度提升，细节更明显。图像对比原图像可能偏暗或偏亮，均衡化后的图像更加清晰，层次更丰富。**8 交换两幅图像的幅度谱及相位谱，观察、截图并回答进行反变换后的图像有何变化，分析相位反映了图像的什么信息。**幅度谱反映了图像中的频率成分的强度（或振幅）。它告诉我们图像中的各个频率分量有多强。相位谱则反映了各频率成分的位置（相位）。它描述了图像中不同频率的相对时序，决定了图像的细节和结构。如果仅交换幅度谱，而相位谱保持不变，则反变换后的图像可能显示出不同的亮度和大致的结构，但细节会受到影响，图像会变得模糊。如果仅交换相位谱，而幅度谱保持不变，则图像的亮度和结构可能依然保持一致，但图像会丧失细节，产生无法辨认的模糊效果。相位谱实际上包含了图像中的位置信息、纹理、边缘等细节信息，缺少相位信息时，图像中的这些细节会完全消失。**9 图像 I 加入噪声显示噪声图像 II。将 I 进行傅里叶变换结果为 F。对 F 去掉一些高频分量后进行反变换结果为 Inew。试比较 Inew 是否为 II 的去噪结果，Inew 与 I 有何区别？**噪声图像 II：包含明显的噪声，可以看到图像被扰动。去噪后的图像 InewI_{new}Inew：经过频域滤波后，噪声被大部分去除，图像更加平滑，细节也有所丢失。频谱对比：可以通过查看频谱变化，观察去除高频分量对图像的影响。去噪后，频谱中的高频部分被抑制，图像中的噪声也被有效地去除。**10 整图处理和分块处理** I1（整图处理）提供了更平滑且一致的去噪效果。I2（分块处理）可能会在块之间产生不一致的去噪效果，尤其是在块的边界处，这种差异是因为分块处理忽略了不同块之间的全局信息。（感觉有的边界很清晰但是有的不是）**11 图像压缩** BMP：无压缩，高质量，大文件，适用于图像编辑、打印等需要无损质量的场景。JPG：有损压缩，文件小，适用于数字照片和互联网传输，质量损失较小但能大大减小文件大小。意义：灰度化：简化图像信息，仅保留亮度特征，便于后续处理。尺寸调整：统一图像大小，方便模型输入或算法处理。像素值范围调整:减去 128 的操作可以居中像素值，以 −128-128−128 为下限，000 为中性值，128128128 为上限。有助于某些算法（如神经网络或数字图像处理）的中心化数据处理。保存为 BMP 格式：提供无损图像，保证后续实验精度。**12 离散余弦变换**离散余弦变换 (DCT) 的意义：频域表示：DCT 将图像从空间域转换为频域，突出低频信息，同时抑制高频噪声。图像压缩：图像中的低频成分通常占据更多的信息量，而高频成分（如边缘和细节）较少。因此，DCT 变换后的图像可以通过量化低频成分来实现压缩，常用于 JPEG 图像压缩。特征提取：DCT 变换后的系数可以用作图像的特征，适用于图像识别、分类等任务。**13A,B 量化表**压缩率：量化表 B 中的数值较大，意味着对高频部分进行了更多的压缩。这会导致图像细节丢失更多，图像的压缩效果增强，但图像质量可能下降。视觉效果：量化表的选择直接影响图像的视觉效果。较大的量化表会导致图像模糊或失真，而较小的量化表则保留更多的细节。**14 量化表 A,B 解压缩的不同**假设量化表 a 的系数较小，量化程度较低；而量化表 b 的系数较大，量化程度较高：量化表 a 的量化系数较小，意味着压缩时的信息损失较少，重建图像与原始图像更接近。因此，使用量化表 a 处理的图像的 PSNR 应该更高。量化表 b 的量化系数较大，意味着压缩时的信息损失较多，重建图像与原始图像的误差更大。因此，使用量化表 b 处理的图像的 PSNR 应该较低。