一、填空题（本大题共 12 道小题，每题 3 分，共 36 分）

1. 设 $f(x,y)=2(x-y)-x^2+y^2$，则 $f(x,y)$ 的驻点为______________ .

2. 微分方程 $ydy+xdx=0$ 的通解为__________________ .

3. 函数 $z=xy^2$ 在 $(2,2)$ 点的全微分 $dz=$_________________________ .

4. 数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{1+n}$ 是条件收敛、绝对收敛、还是发散？____________ .

5. 设 $L: y=2x, 0\le x\le 1$， 则 $\int_L (x+2y)ds=$__________________.

6. 曲线积分 $I=\int_{(0,0)}^{(1,1)} ydx+xdy$ 的值为 __________________.

7. 设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=9$，则 $\iint_{\Sigma}\frac{1}{x^2+y^2+z^2}dS=$_____________.

8. 函数 $f(x)=\frac{1}{2-x}$ 的麦克劳林级数为_________________________.

9. 试写出求解下列条件极值问题的拉格朗日函数：求函数 $f(x,y)=x+y$ 在条件 $x^2+y^2=1$ 下的极值. _______________________________.

10. 曲面 $x^2+2y^2+3z^2=21$ 的在点 $(4,1,1)$ 处的切平面方程为

    _______________________________.

11. 设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的函数，且 $f(x)=\begin{cases} x & 0<x<\pi \\ 0 & -\pi\le x\le 0\end{cases}$ ， $S(x)$ 是 $f(x)$ 的傅立叶级数的和函数，则 $S(36\pi)=$ ______________.

12. 设空间区域 Ω 由锥面 $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$ 与平面 $z=3$ 围成，其体积为______________.

二、计算题（本大题共 5 道小题，每题 10 分，共 50 分）

得 分	评阅人

13. 已知区域D求由$y=x$与$y=x^2$所围成的图形，求（1）区域D的面积S.（2）二重积分$\iint\limits_D xy^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

	评阅人

14. 计算曲线积分

$$I=\int\limits_L (x^2y+e^x\sin y)dx+(-xy^2+e^x\cos y)dy$$

其中L为沿着$x^2+y^2=1$上从点$A(1,0)$到点$B(-1,0)$的半圆弧.

得 分	评阅人

15. 求微分方程$y''+2y'-3y=(x^2+2x-3)e^x$的通解.

得 分	评阅人

16. 求：（1）幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{1}{n}x^n$ 的收敛域及和函数.

（2）级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 2^n}$的和.

得 分	评阅人

17. 计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma} y^2dydz+x^2dzdx+z^2dxdy$, 其中$\Sigma$是曲面$z=x^2+y^2$被平面$z=2$所截部分的下侧.

三、证明题（本大题共 2 道小题，每题 7 分，共 14 分）

得 分	评阅人

18. 设$z=xy+xF(\dfrac{y}{x})$，其中F为可微函数，试证明：

$$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=z+xy$$

得 分	评阅人

19．已知函数 $f(x)\geq 0$ 且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=0$，证明：当常数 $\alpha>0$ 时，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}f(\dfrac{1}{n})$ 收敛.