

一、填空题（每空 2 分, 共 30 分）

1. 设 A, B 为随机事件, 且 $P(A)=0.6, P(B)=0.4, P(A|B)=0.5$, 则 $P(A \cup B) =$ 0.8; $P(B - A) =$ 0.2。
2. 甲乙二人进行投篮比赛, 甲每次投中的概率为 0.8, 乙每次投中的概率为 0.5。假设二人每次投篮是否投中相互独立, 且互不影响。当甲乙各投篮一次后, 甲获胜(甲投中, 乙未投中)的概率 $p_1 =$ 0.4; 甲乙各投篮两次后, 甲获胜(甲投中的次数多于乙投中的次数)的概率 $p_2 =$ 0.56。
3. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(n, p)$, 且其均值 $E(X)=3.2$, 方差 $Var(X)=0.64$, 则 $p =$ 0.8; $P(X=2) =$ 0.1536。
4. 若随机变量 X 只能取 $-2, 0, 1$ 三个值, 且 $P(X=-2)=0.25, P(X=1)=0.35$, 则 $E(X) =$ -0.15, $Var(X) =$ 1.3275。
5. 设随机变量 X_1, X_2 相互独立, 且 $X_1 \sim N(3, 3^2), X_2 \sim N(1, 2^2)$ 。令 $X = X_1 - 2X_2$, 则 $E(X) =$ 1, $Var(X) =$ 25。进一步, 若记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数, 且已知 $\Phi(1)=0.8413, \Phi(2)=0.9772$, 则 $P\{-4 < X < 11\} =$ 。
6. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自参数为 2 的泊松分布的随机样本, 记 \bar{X} 和 S^2 分别为样本均值与样本方差, 则 $E(\bar{X}) =$ 2, $E(S^2) =$ 4。
7. 设 X_1, X_2, \dots, X_{25} 是取自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本, 经计算得 $\bar{x} = 5, s^2 = 0.09$ 。根据本试卷第 6 页上的 t 分布表与 χ^2 分布表, 得未知参数 μ 的置信系数为 0.95 的置信区间为 [,], σ^2 的置信系数为 0.95 的置信区间为 [,]。

二、解答题（每题 14 分, 共 70 分）

注：每题下列各题时必须要有解题过程，无解题过程的不能得分。

1. 某厂有四个车间, 生产同一种产品, 产量分别占总产量的 15%, 20%, 30% 和 35%, 假设这四个车间的不合格品率依次为 0.05, 0.04, 0.03 和 0.02。
 - (1). 若从该厂生产的产品中任取一件, 求抽到不合格品的概率;
 - (2). 若从该厂生产的产品中任取一件, 取出的恰为不合格品, 求其为第一车间生产的概率。

2. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 令 $Y = e^{-X}$.

(1). 求 Y 的分布函数 $F_Y(y)$; (2). 求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

3. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} cy^2, & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1). 求常数 c ; (2). 求 X 与 Y 的边缘概率密度; (3). 问 X 与 Y 是否相互独立? 为什么?

4. 设总体 X 有概率密度函数

$$f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$$

其中 $\lambda > 0$ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 为从总体 X 中抽出的随机样本。

(1). 求 λ 的矩估计 $\hat{\lambda}$; (2). 求 λ 的极大似然估计 $\tilde{\lambda}$ 。

5. 设某品牌日光灯的使用寿命(单位: 小时)服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 现从该品牌的日光灯中随机地抽取 25 只进行试验, 得样本均值 $\bar{x} = 998.5$, 样本方差 $s^2 = 17.64$ 。问在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 是否接受如下假设检验:

(1). $H_0: \mu = 1000 \Leftrightarrow H_1: \mu \neq 1000$;

(2). $H_0': \sigma^2 = 4 \Leftrightarrow H_1': \sigma^2 \neq 4$.

附 t 分布与 χ^2 分布表

$t_{24}(0.025) = 2.0639$	$t_{24}(0.05) = 1.7109$	$t_{25}(0.025) = 2.0595$	$t_{25}(0.05) = 1.7081$
$\chi_{24}^2(0.025) = 39.364$	$\chi_{24}^2(0.05) = 36.415$	$\chi_{25}^2(0.025) = 40.646$	$\chi_{25}^2(0.05) = 37.652$
$\chi_{24}^2(0.975) = 12.401$	$\chi_{24}^2(0.95) = 13.848$	$\chi_{25}^2(0.975) = 13.120$	$\chi_{25}^2(0.95) = 14.611$

草 稿 纸

姓名: _____ 学号: _____