# 复习参考题背后及之外补充知识点

（ 供参考 ）

## 一．填空题主要知识点：

1 范德蒙行列式；伴随矩阵 $A^*$ 的秩与 $A$ 的秩的关系.

2 $|A|$ 的所有位置的代数余子式之和是 $|A+J|-|A|$. 其中 $J=(1)_{n\times n}$：元素全 1 矩阵；伴随矩阵的定义.

3 基础解系中含有解向量的个数 $=$ 未知量总个数 $-$ 系数矩阵的秩；矩阵秩的常见刻划方式及与运算（特别是乘法）有关的性质.

4 初等矩阵与初等变换的基本关系.

5 （不）能够相似对角化的充分必要条件；特征向量的求法（齐次线性方程组的非零解）；基础解系中含有解向量的个数；属于不同特征值的、由特征向量组成的线性无关组放到一起，形成一个大的线性无关组.

6 线性方程组的解的知识（特别是，有非零解 $\Rightarrow$ 系数行列式 $=0$，由此得到特征值）；行列式等于特征值的乘积；行列式的乘法公式；伴随矩阵 $A^*$ 满足：$AA^*=A^*A=|A|E$；对多项式 $f(x)$ 而言，若 $\lambda$ 是 $A$ 的特征值，则 $f(\lambda)$ 是 $f(A)$ 的特征值，而且 $f(A)$ 的特征值皆可如此得到（皆具有 $f(\lambda)$ 的形式）.

7 将三个线性组合的系数依次放在第一列、第二列、第三列，便得到与 $A$ 相似的矩阵 $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. 它的特征值就是 $A$ 的特征值.

8 正交矩阵的逆是其转置；$\frac{1}{2}A$是正交矩阵；$(rA)^{-1}=\frac{1}{r}A^{-1}$（$r\neq 0$）.

9 实对称矩阵之属于不同特征值的特征向量是正交的关系.

10 实对称矩阵的特征值是实数；若$\lambda$是$A$的特征值，则$f(\lambda)$是$f(A)$的特征值；正定矩阵充要条件：特征值$>0$；顺序主子式$>0$.

## 二. 补充三个有关矩阵等价的知识点：

1 两个同型矩阵等价的充要条件是秩相同.

2 两个同阶实对称矩阵相似的充要条件是二者的特征值相同.

3 两个同阶实对称矩阵合同的充要条件是二者的正特征值个数相同，负特征值的个数也相同. （正、负惯性指数相同）