

## 2023-2024 学年第 1 学期《离散数学》期末考试

北京工业大学 2023—2024 学年第 1 学期《离散数学》期末考试试卷

在如下的有向图中，从 A 到 C 长度为 3 的道路有 ( ) 条。

A. 4  
B. 3  
C. 2  
D. 1

给定如下有向图，则该图 ( )。

A. 不是连通图  
B. 是弱连通图、不是单向连通图  
C. 是单向连通图、不是强连通图  
D. 是强连通图

设  $S = \{1, 2, 3\}$  上关系  $R$  的关系图如下，则  $R$  ( )。

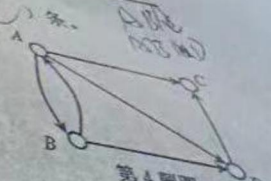
A. 自反、对称、反对称、传递  
B. 自反、对称、反对称、非传递  
C. 自反、对称、非反对称、传递  
D. 自反、对称、非反对称、非传递

$T$  是一棵无向树，有 4 个 2 度结点、3 个 3 度结点、2 个 4 度结点， $T$  有 ( ) 片树叶。

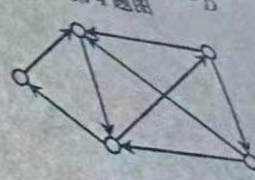
A. 7      B. 8      C. 9      D. 10

谓词公式  $\forall x(P(x) \vee \exists y R(y)) \rightarrow Q(x)$  中 ( )。

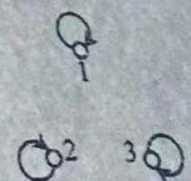
A.  $x$  是自由变元



第 4 题图



第 5 题图



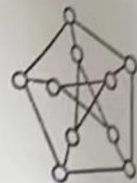
第 6 题图

姓名
学号

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 假设  $P$ : 它占据空间,  $Q$ : 它有质量,  $R$ : 它不断变化,  $S$ : 它是物质.  
一个人起初说“占据空间的, 有质量的, 而且不断变化的叫做物质”,  
这句话翻译为: \_\_\_\_\_;  
后来他改说“占据空间的有质量的叫做物质, 而物质是不断变化的”,  
这句话翻译为: \_\_\_\_\_.
12. 设有向图  $G = \langle V, E \rangle$ , 其中  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ ,  $G$  的邻接矩阵  $A =$   

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
, 则  $v_2$  的入度  $\deg^-(v_2) =$  \_\_\_\_\_,  $v_3$  的出度  $\deg^+(v_3) =$  \_\_\_\_\_.
13. 设有集合  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $R_1 = \{\langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle\}$ ,  
 $R_2 = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, d \rangle\}$ , 其中  $R_1$  与  $R_2$  为  $A$  上的关系, 则  
 $R_1 \circ R_2 =$  \_\_\_\_\_,  $R_2^{-1} =$  \_\_\_\_\_.
14. 在彼得森图中, 至少添加 \_\_\_\_\_ 条边才可以构成欧拉图,  
 至少添加 \_\_\_\_\_ 条边才可以构成哈密顿图.



第 14 题图

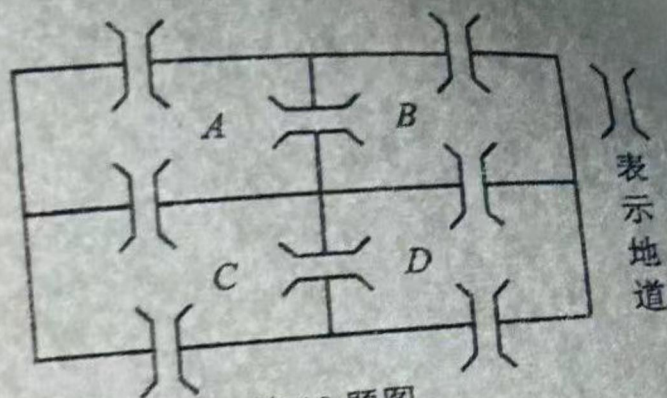
15. 设代数系统  $\langle S, \circ \rangle$  运算表如下, 其中  $S = \{a, b, c\}$ , 则幺元是 \_\_\_\_\_  
 是否满足交换律或等幂律 \_\_\_\_\_

$\circ$	$a$	$b$	$c$
$a$	$a$	$a$	$c$
$b$	$a$	$b$	$c$
$c$	$b$	$c$	$c$



3 小题，共 24 分，

各有一个防空洞  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ ，相邻的两个防空洞  
并且每个防空洞各有一条地道与地面相通。能  
每条地道恰好走过一次，既无重复也无遗漏？



第 16 题图

集合  $Z$  上定义的二元运算，并且对  $\forall x, y \in Z$ ，有  
么， $Z$  与运算  $*$  在什么条件下能构成群，并给出证

羊 郎 铁 闲 性

18. 某工厂设备损坏需要维修，总部现有甲、乙、丙、丁 4 名技术人员可被派遣。由于岗位设置，甲和丙至少去一人。若派甲去，则乙须留守。若派丙去，则丁也须被派去。

(1) 将上述描述符号化。(3 分)

(2) 若乙必须被派遣，用主析取范式法求出共有几种派遣方案。(4 分)

(3) 根据题干可推理出：如果乙被派遣，则丁也被派遣。请在自然推理系统中构造此推理的证明。(5 分)

得分
----

四、计算题（本题共 4 小题，共 36 分）

19. 在通信中，八进制数出现的频率如下：

0: 30%	1: 20%	2: 15%	3: 10%
4: 10%	5: 5%	6: 5%	7: 5%

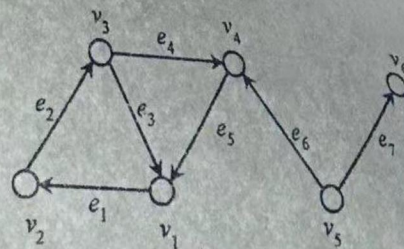
- (1) 以频率（或乘 100）为权，给出最优二叉树。（4 分）
- (2) 利用所求二叉树，给出最佳前缀码编码方案。（2 分）
- (3) 利用所求前缀码，计算传输  $10^3$  个按上述比例出现的数字所需要的二进制数码的个数。（2 分）

20. 已知 3-正则图（所有顶点度数均为 3） $G$  的阶数  $n$  和边数  $m$  满足  $m = 2n - 3$ ，试求  $n$  和  $m$ ，并画出两种非同构的简单图。（8 分）

22. 给定有向图  $G = \langle V, E \rangle$  如下图所示, 其中  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ ,  $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$ .

- (1) 请写出图  $G$  对应的二元关系  $R$  和关系矩阵  $M_R$ 。(4 分)
- (2) 请给出二元关系  $R$  的传递闭包的关系图。(2 分)
- (3) 请给出图  $G$  中所有的强分图、单向分图和弱分图。(6 分)

$\langle v_2, v_3 \rangle, \langle v_3, v_1 \rangle$   
 $\langle v_4, v_1 \rangle, \langle v_5, v_4 \rangle$   
 $\}$



第 22 题图

0 0 0 0 7