

# 2023-2024-2 高等数学（管）期中考试

## 一、单选题（共5题，15分）

1、已知  $\int_0^x [2f(t) - 1]dt = f(x) - 1$ , 则  $f'(0) = ( \quad )$

A、2    B、 $2e-1$     C、1    D、 $e-1$

2、  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(1+\ln x)^3} = ( \quad )$

A、1    B、 $\frac{1}{2}$     C、0    D、-1

3、  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{\ln(x+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}} = ( \quad )$

A、 $\ln 2$     B、0    C、1    D、 $\frac{1}{2}$

4、设  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 1, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ , 则  $f'_y(0,0) = ( \quad )$

A、0    B、不存在    C、2    D、1

5、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left( \int_0^x e^{t^2} dt \right)^2}{\int_0^x t e^{2t^2} dt} = ( \quad )$

A、2    B、1    C、0    D、 $\infty$

## 二、填空题（共5题，15分）

6、函数  $z = xye^{-xy}$ , 则  $z'_x = (x, -x) = \underline{\hspace{2cm}}$

7、函数  $u = y^{xz}$  的全微分为  $\underline{\hspace{2cm}}$

资料由公众号【王六喵】收集整理并免费分享

8、设  $w = f(x + y, xy)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 则  $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_

9、设  $\int_0^x \ln t \, dt + \int_0^y \ln t \, dt + \int_0^z \ln t \, dt = 0$  确定  $z$  是  $x, y$  的二元函数, 求  $\frac{\partial z}{\partial y} =$  \_\_\_\_\_

10、 $D$  由中心在原点, 半径为  $r$  的圆所围成,  $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{\pi r^2} \iint_D e^{x^2-y^2} \cos(x+y) \, dx \, dy =$  \_\_\_\_\_

三、简答题 (共 7 题, 70 分)

11、已知  $f(x) = x^2 - x \int_0^2 f(x) \, dx + 2 \int_0^1 f(x) \, dx$ , 求  $f(x)$ 。

12、求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{(n+k)(n+k+1)}{n^4}}$ 。

13、设分段函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in [0,1] \\ x, & x \in [1,2] \end{cases}$ ，试求函数  $\varphi(x) = \int_0^x f(t)dt$  在闭区间  $[0,2]$  上的表达式，并讨论  $\varphi(x)$  在开区间  $(0,2)$  内的连续性。

14、求函数  $f(x, y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$  的极值。

15、区域  $D$  由坐标轴与  $x + y = 2$  围成，计算  $\iint_D (3x + 2y) dx dy$ 。

16、计算积分  $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{-y^2} dy$ 。

17、求由椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  围成的图形绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积。