北京工业大学 2018—2019 学年第 二学期

《概率论与数理统计》(工)课程考试试卷 B 卷

考试说明： <u>考试闭卷；可使用文曲星除外的计算器。</u>

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人： ________ **学号：** ________ **班号：** ________

注： 本试卷共 6 大题，共 7 页，满分 100 分。考试时必须使用卷后附的草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二(1)	二(2)	二(3)	二(4)	二(5)	总成绩
满分	30	14	14	14	14	14	
得分							

一、填空题（每空 2 分, 共 30 分）

1. 设 A,B 为事件，且 $P(A)=0.4, P(A\cup B)=0.7$。当 A 与 B 相互独立时，$P(B)=$________；互斥时，$P(B)=$________；

2. 在区间 $(0,1)$ 中随机地抽取两个数 X 和 Y，则 $P(\,|X-Y|<0.5\,)=$________；

3. 设随机变量 X 服从 $[-2,2]$ 上均匀分布，则 $Y=X^2$ 的概率密度函数为 $f_Y(y)=$________（$0<y<4$）；

4. 若 X 服从 $[0,1]$ 区间上均匀分布，记 $A=\{0.1\le X\le 0.3\}$，Y 表示对 X 进行 20 次独立观测后事件 A 发生的次数。则 $E(Y)=$________，$Var(Y)=$________；

5. 设随机变量 X 可能取的三个值为 -2，0 和 1，且 $P(X=-2)=0.4,\ P(X=0)=0.3$，则 $E(X)=$________，$Var(X)=$________。

6. 设随机变量 $X\sim N(1,1)$，$Y\sim N(2,2^2)$, 且 X 与 Y 相互独立，则 $2X-Y\sim$________；

7. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n\,(n>2)$ 为抽自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，记

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,\quad S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2.$$

则 $\overline{X}\sim$________，$\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)/\sqrt{S^2}\sim$________，$(n-1)S^2/\sigma^2\sim$________；

8. 设 $X_1,\cdots,X_n$ 是抽自参数为 2 的泊松分布的简单样本, $\overline{X}$ 和 S^2 分别为样本均值与样本方差, 求 $P\left\{X=E(2\overline{X}-S^2)\right\}=$________。

9. 设 $X_1,\cdots,X_{16}$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,1)$ 的随机样本，且 $\overline{X}=5$，则未知参数 μ 的置信系数为 0.95 的置信区间为[__________，__________]。（$Z_{0.025}=1.96$）

二、解答题（每小题 14 分，共 70 分）

注： 每题要有解题过程，无解题过程不能得分

1. 一批同型号零件由编号为 I 、II、III的三台机器同时生产，各台机器生产零件零件数量分别占 35%，40%和 25%，次品率分别为 2.0%，2.5%和 1.6%。

(1). 求该批零件的次品率；

(2). 现从该批零件中抽到一件次品，求该次品由各台机器生产的概率。

2. 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} a-e^{-0.5x^2}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0, \end{cases}$$

其中 a 为常数。求：

（1）．a 的值；（2）．X 的概率密度函数 $f_X(x)$；（3）．$Y=\sqrt{X}$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$。

3．设二维随机变量(X, Y)的联合概率密度函数为

$$f(x, y)=\begin{cases} cy^2, & 0 \le y \le x \le 1 \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1). 求常数 c；(2). 求 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x),\ f_Y(y)$；(3). 计算 $E(XY)$.

4．（本题 14 分）设总体 X 有概率密度函数

$$f(x)=\begin{cases}\lambda^2 x\, e^{-\lambda x}, & \lambda>0\\ 0, & \lambda\le 0,\end{cases}$$

其中 $\lambda>0$ 为未知参数，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为从总体 X 中抽出的随机样本。求：
(1). λ 的矩估计； (2). λ 的极大似然估计。

5.（本题 14 分）假设某品牌日光灯的使用寿命(单位：小时)服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，现从该品牌的日光灯中随机抽取9只进行试验，测得寿命的平均值为100.4，样本方差为0.49。问在显著性水平 α =0.05 下，从样本看：

(1). 可否认为 $\mu=100$？

(2). 可否认为 σ^2=0.5？

附　t 分布与 χ^2 分布表

$t_8(0.025)=2.3060$	$t_8(0.05)=1.8595$	$t_9(0.025)=2.2622$	$t_9(0.05)=1.8331$
$\chi_8^2(0.025)=17.535$	$\chi_8^2(0.05)=15.507$	$\chi_9^2(0.025)=19.023$	$\chi_9^2(0.05)=16.919$
$\chi_8^2(0.975)=2.180$	$\chi_8^2(0.95)=2.733$	$\chi_9^2(0.975)=2.700$	$\chi_9^2(0.95)=3.325$

草　稿　纸

姓名：____________　　　学号：________________