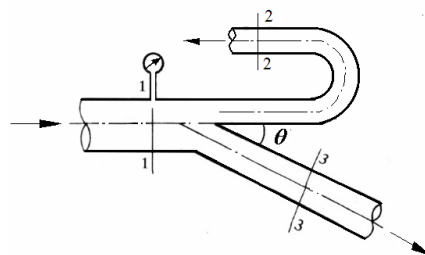
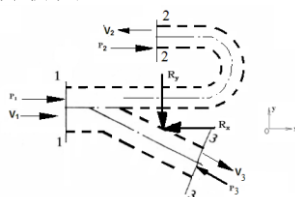


- 1、水平放置的分叉供水管(俯视图),干管水流经非对称的分叉管引出。已知干管流量为 $Q_1=540\text{m}^3/\text{h}$, 干管进口断面 1-1 的直径为 $d_1=200\text{mm}$, 支管断面 2-2 与 3-3 的直径分别为 $d_2=125\text{mm}$ 和 $d_3=150\text{mm}$, $\theta=30^\circ$ 。已测得 1-1 断面上压力表读数为 $p_1=3\times 10^5\text{N}/\text{m}^2$ 、断面 2-2 的平均流速为 4m/s , 不计水头损失和摩擦阻力, 求水流对管体的作用力。(本题 25 分)



- 2、解: 首先确定控制体——分叉管内水流, 如图中虚线所示; 之后确定坐标系。水流对弯管的作用力 F , 可通过弯管对水流的反力 R 来求: $F=-R$ -----(1 分)
分对控制体作出下列受力分析图



----- (3 分)

根据连续性方程, 可得

$$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{540}{3600 \times \frac{\pi}{4} \times (0.2)^2} = 4.77\text{m/s}$$

由 $Q_1 = Q_2 + Q_3$ 得 $Q_3 = Q_1 - Q_2$, 即有 $A_3 V_3 = Q_1 - A_2 V_2$

$$V_3 = \frac{Q_1 - A_2 V_2}{A_3} = \frac{Q_1 - \frac{\pi}{4} d_2^2 V_2}{\frac{\pi}{4} d_3^2} = \frac{540 - \frac{\pi}{4} \times 0.125^2 \times 4}{\frac{\pi}{4} \times 0.15^2} = 5.71\text{m/s} \text{ ----- (2 分)}$$

通过对断面 1-1 与 2-2 列能量方程, 求过流断面 2 的压强 p_2

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \text{ ----- (2 分)}$$

取 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1.0$

$$p_2 = p_1 + \rho \left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{2} \right) = 3 \times 10^5 + 1000 \times \left(\frac{4.77^2 - 4^2}{2} \right) = 303376.45\text{Pa}$$

$$P_2 = p_2 A_2 = 303376.45 \times \frac{\pi}{4} \times 0.125^2 = 3722.99\text{N}$$

同理, 通过对断面 1-1 与 3-3 列能量方程, 求过流断面 3 的压强 p_3

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = \frac{p_3}{\rho g} + \frac{\alpha_3 V_3^2}{2g} \text{ ----- (2 分)}$$

取 $\alpha_1 = \alpha_3 = 1.0$

$$p_2 = p_1 + \rho \left(\frac{V_1^2 - V_3^2}{2} \right) = 3 \times 10^5 + 1000 \times \left(\frac{4.77^2 - 5.71^2}{2} \right) = 295074.04 \text{ Pa}$$

$$P_3 = p_3 A_3 = 295074.40 \times \frac{\pi}{4} \times 0.15^2 = 5214.40 \text{ N} \quad \text{-----}(2 \text{ 分})$$

取弯管内水流为研究对象列动量方程：

$$P_1 + P_2 - P_3 \cos \theta - R_x = [\rho Q_2 (-\alpha_{02} V_2) + \rho Q_3 \alpha_{03} V_3 \cos \theta] - \rho Q_1 \alpha_{01} V_1$$

$$P_3 \sin \theta - R_y = \rho Q_3 (-\alpha_{03} V_3 \sin \theta)$$

----- (9 分)

$$P_1 = p_1 A_1 = 3 \times 10^5 \times \frac{\pi}{4} \times 0.2^2 = 9424.78 \text{ N}$$

其中，

$$\text{取 } \alpha_{01} = \alpha_{02} = 1.0$$

$$\begin{aligned} R_x &= P_1 + P_2 - P_3 \cos \theta + \rho Q_2 \alpha_{02} V_2 - \rho Q_3 \alpha_{03} V_3 \cos \theta + \rho Q_1 \alpha_{01} V_1 \\ &= 9424.78 + 3722.99 - 5214.4 \cos 30^\circ \\ &+ 1000 \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0.125^2 \times 4^2 - \frac{\pi}{4} \times 0.15^2 \times 5.71^2 \times \cos 30^\circ + \frac{540}{3600} \times 4.77 \right) = 9044.85 \text{ N} \end{aligned}$$

----- (1 分)

$$R_y = P_3 \sin \theta + \rho Q_3 \alpha_{03} V_3 \sin \theta$$

$$= 5214.4 \times \sin 30^\circ + 1000 \times \frac{\pi}{4} \times 0.15^2 \times 5.71^2 \times \sin 30^\circ = 2895.28 \text{ N}$$

----- (1 分)

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{9044.85^2 + 2895.28^2} = 9496.94 \text{ N}$$

合力作用线与水平方向的角度

$$\tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{2895.28}{8864.01} = 0.3201 \quad \alpha = 17^\circ 45'$$

----- (1 分)

水流对弯管的作用力 F 与 R 大小相等，方向相反。----- (1 分)