北京工业大学 2017—2018 学年第一学期

《高等数学(工)—1》期末考试试卷 A 卷

考试说明：考试日期: 2018 年 1 月 9 日、考试时间：95 分钟、考试方式：闭卷

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，在考试过程中自觉遵守有关规定和纪律，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考，若有违反，愿接受相应处分。

承诺人：__________　　学号：__________　　班号：__________

注：本试卷共_三_大题，共_7_页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸和草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题 号	一	二	三	总成绩
满 分	30	60	10	
得 分				

得 分

一、填空题：（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x^2)}{x^2}=$__________________

2. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin 3x}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则常数

$a=$__________________

3. 设函数 $y=\sin^2 x+3$，则 $\mathrm{d}y=$____________________

4. 设 $y=y(x)$ 由方程 $xy+\ln y=1$ 确定，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{\substack{x=1\\y=1}}=$__________________

5. 设参数方程 $\begin{cases}x=\ln(1+t)\\ y=\arctan t\end{cases}$ 确定了函数 $y=y(x)$，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{t=0}=$________________

6. 曲线 $y=\ln(1+x^2)-3x$ 的拐点为__________________

7. 设函数 $y=\int_0^x \cos(2t+1)\mathrm{d}t$，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$ ____________________

8. 曲线 $y=\dfrac{1}{x(x-1)}+\ln(1+e^x)$ 的水平渐近线为____________________

9. 广义积分 $\int_1^{+\infty}\dfrac{\mathrm{d}x}{x^3}=$ ________________

10. $\int_{-1}^{1}(\dfrac{2x^3}{\sqrt{1-x^2}}+\sqrt{1-x^2})\mathrm{d}x=$ ____________________

得 分

二、计算题：（本大题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

11. 设 $f(x)=\dfrac{1}{x^2-3x+2}$，求 $y', y'', y^{(2018)}(0)$.

12. 求函数 $f(x)=2\sin x+\cos 2x$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的极值.

13. 计算不定积分 $\int \ln(x+\sqrt{1+x^2})\mathrm{d}x$.

14．计算定积分$\int_0^{\ln 5}\frac{e^x\sqrt{e^x-1}}{e^x+3}\mathrm{d}x$.

15．设$f(x)=\begin{cases}0, & x<-\frac{\pi}{2} \\ \sin 2x, & -\frac{\pi}{2}\le x<0 \\ \frac{1}{A+x^2}, & x\ge 0\end{cases}$,其中$A>\mathbf{0}$,

(1) 求函数$\int_{-\infty}^{x}f(t)\mathrm{d}t$在$(-\infty,+\infty)$内的表达式;

(2) 求常数A，使得$\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\mathrm{d}t=1$.

16. 设抛物线 $y=\sqrt{x-2}$ 过点 $\left(1,0\right)$ 的切线与该抛物线及 x 轴所围成的平面图形为 D.

（1）求 D 的面积.

（2）求 D 绕 x 轴旋转一周所得的旋转体的体积.

得 分

三、证明题：（本大题共2小题，每小题5分，共10分）

17. 设$0<x<1$，证明：$e^{2x}<\dfrac{1+x}{1-x}$.

18. 设函数$f(x)$，$g(x)$在$\left[a,b\right]$上连续，在$\left(a,b\right)$内可导，且$f(a)=f(b)=0$。又在$\left(a,b\right)$内$g(x)$恒不为0，证明至少存在一点$\xi\in\left(a,b\right)$，使得$f'(\xi)g(\xi)=2g'(\xi)f(\xi)$.