

## 北京工业大学 2022 —2023 学年第 1 学期

## 《 电磁场理论 》 考试试卷 A 卷

考试说明：考试时间：95 分钟 考试形式（闭卷）

适用专业： 电子科学与技术

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班号：\_\_\_\_\_

注：本试卷共 四 大题，共 8 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸，并将答案写在题目下方，如因答案写在其他位置而造成的成绩缺失由考生自己负责。不加说明情况下，每个小问满分 5 分。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

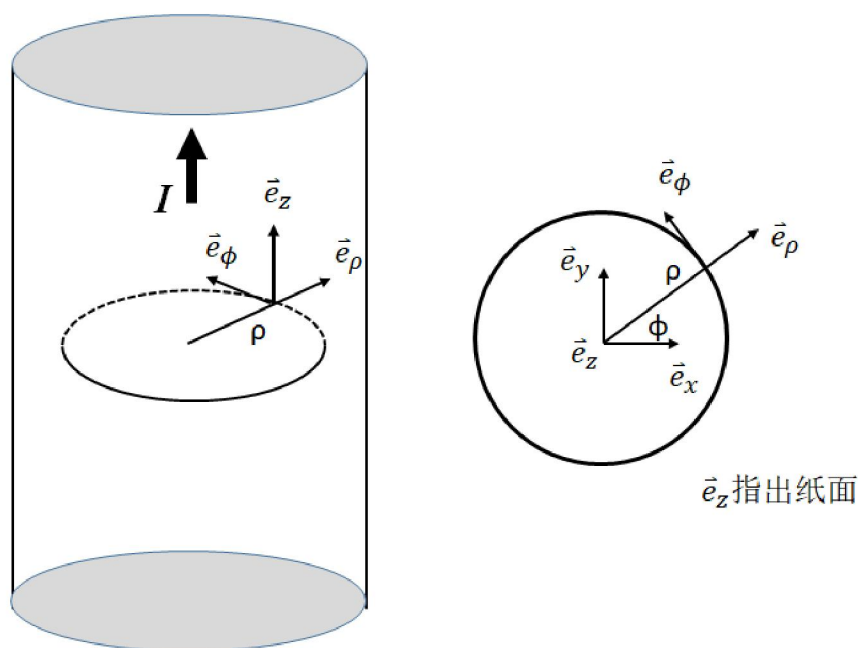
题号	一	二	三	四	总成绩
满分	25	25	25	25	
得分					

得 分

一、(25 分)

(1) 写出真空中安培环路定理的积分形式，请区分时变和稳恒两种情况。(2)

如果真空中存在无限长线稳恒电流分布（半径为  $a$ ，总电流为  $I$ ），如图所示：对于  $\rho < a$  的情况，画出磁场强度  $\vec{H}$  的方向。(3) 在柱坐标下（以  $\rho$ 、 $\phi$  和  $z$  为基本变量），给出  $\vec{H}$  的分量表达形式（即写出  $H_\rho$ 、 $H_\phi$  和  $H_z$ ）。(4) 在直角坐标下（以  $x$ 、 $y$ 、 $z$  为基本变量）写出  $\vec{H}$  的分量表达形式（即写出  $H_x$ 、 $H_y$ 、 $H_z$ ）。(5) 写出或计算  $\vec{H}$  的旋度。

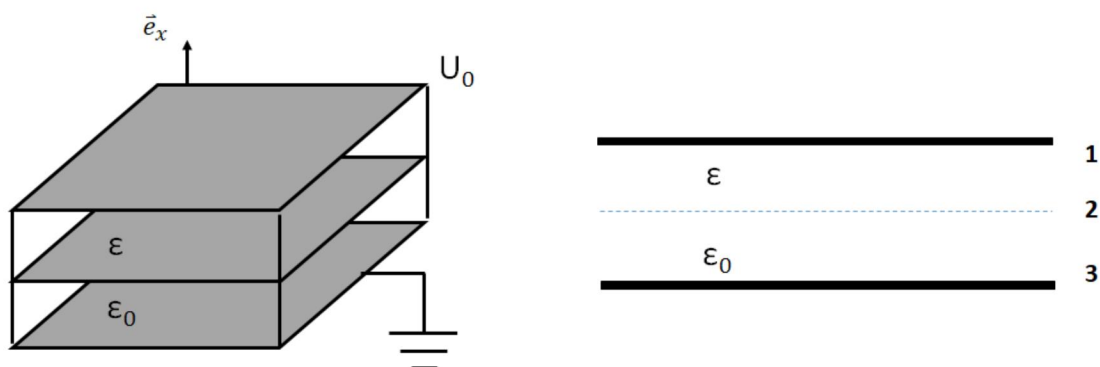


- |    |
|----|
| 得分 |
|    |
- 二、(25 分) (1) 写出静电场高斯定理的积分形式。考虑真空中一个导体球 (半径为  $a$ )，带电量为  $Q$ 。(2) 面电荷密度是多少？(3) 表面处的电场大小是多少 (需要写出详细过程)，写出或画出  $Q>0$  时电场的方向。(4) 如果以无穷远作为电位零点，球面处的电位是多少？(5) 如果在球外填充介质 (介电常数为  $\epsilon$ )，球面的电位如何变化？

- |    |
|----|
| 得分 |
|    |
- 三、(25 分) 平板电容器极板面积为  $S$ ，极板间距  $d$  远小于极板尺寸。如图所示，极板电位分别为  $0$  和  $U_0 > 0$ ，真空与介质各占一半，其中介质的介电常数为  $\epsilon$ 。(1) 根据图中的坐标架，写出真空和介质两个区域内电位函数满足的方程。(2) 写出极板/介质、介质/真空、真空/极板处电位函数应该满足的边界条件；(3) 求解出电

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

位函数；(4) 写出电场、电位移、极化强度的矢量形式；(5) 指出哪里存在极化电荷，极化电荷密度（面密度或体密度）是多少？



得分

四、(25 分) 已知真空中电场强度： $\vec{E} = \vec{e}_x E_0 \cos(\omega t - kz)$ ，其中， $k = \omega/c$ ， $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ 。(1) 写出真空中法拉第电磁感应定律的微分形式；(2) 计算电场的旋度（矢量形式）；(3) 计算磁场强度（矢量形式）；(4) 真空中的本征阻抗  $\eta_0$  是  $\vec{E}$  与  $\vec{H}$  大小的比值，请验证  $\eta_0$  等于  $\sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ ；(5) 请利用你学到的物理知识，说明  $\sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$  具有与电阻相同的量纲。



## 附 录：

球坐标系：

$$\nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_r \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] + \mathbf{e}_\theta \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial (r A_\phi)}{\partial r} \right] + \mathbf{e}_\phi \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right]$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla u = - \left( \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\mathbf{e}_\theta}{r} + \frac{\partial}{\partial \phi} \frac{\mathbf{e}_\phi}{r \sin \theta} \right) u$$

圆柱坐标系：

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{e}_\rho \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) + \mathbf{e}_\phi \left( \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) + \mathbf{e}_z \left[ \frac{\partial (\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right]$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial (\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla u = \frac{\partial u}{\partial \rho} \mathbf{e}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \phi} \mathbf{e}_\phi + \frac{\partial u}{\partial z} \mathbf{e}_z$$

坐标系变换：

	$\bar{e}_\rho$	$\bar{e}_\phi$	$\bar{e}_z$
$\bar{e}_x$	$\cos \phi$	$-\sin \phi$	0
$\bar{e}_y$	$\sin \phi$	$\cos \phi$	0
$\bar{e}_z$	0	0	1

	$\bar{e}_r$	$\bar{e}_\theta$	$\bar{e}_\phi$
$\bar{e}_x$	$\sin \theta \cos \phi$	$\cos \theta \cos \phi$	$-\sin \phi$
$\bar{e}_y$	$\sin \theta \sin \phi$	$\cos \theta \sin \phi$	$\cos \phi$
$\bar{e}_z$	$\cos \theta$	$-\sin \theta$	0

草 稿 纸

姓名: \_\_\_\_\_

学号: \_\_\_\_\_