北京工业大学2008-2009学年第二学期期末
概率论与数理统计 (工) 课程试卷 A 卷

考试方式：闭卷　　　　　　　　　考试时间：2009 年 7 月 3 日

学号________________姓名________________成绩________________

注：本试卷共六大题，满分 100 分

得分登记（由阅卷教师填写）

题号	一	二	三	四	五	六	成绩
得分							

一. 填空 (共 30 分，每空 2 分)

1. 设事件 A 发生的概率是 0.5, 事件 A 和 B 同时发生的概率是 0.2, 则：A 发生条件下 B 不发生的概率等于？　答:__________
2. 设 $X \sim B(5, 0.4)$，Y 与 X 独立同分布, 则 $X+Y \sim$　答:__________
   $P(X+Y=4)=?$　答:__________
   $E(XY)=?$　答:__________
3. 某项七局四胜制的比赛中，甲、乙两名选手水平相当，
   每局比赛甲、乙获胜可能性相等，则甲最终胜出的概率为？　答:__________
   如果甲暂时 $1:2$ 落后，那么甲反败为胜的概率为？　答:__________
4. 设随机变量 X 的概率密度函数为:
   $f(x)=\begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0 & x < 0, \end{cases}$ 其中 λ 是未知常数，
   如果 $EX^2 = 12$, 则 $\lambda=?$　答:__________
   $P(1<X<2)=?$　答:__________
5. 随机变量 X 的所有可能取值为 $1,2,3,5$, $F(x)$ 为其分布函数，
   又 $P(X=2)=\frac{1}{2}$, $P(X=3)=\frac{1}{4}$,$P(X=5)=\frac{1}{8}$, 则 $F(\frac{7}{2})=?$　答:__________
6. 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots$, 独立同分布，且 $EX_1=\mu$,
   $Var(X_1)=\sigma^2$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty} P(\sum\limits_{k=1}^{n} X_k < n\mu)=?$　答:__________
7. 事件 A 与 B 独立，$P(A)=0.4, P(B)=0.5$,
   则: 事件 A 与 B 至少有一个发生的概率是多少?　答:__________
8. 设 $X \sim N(\mu\ ,\ \sigma^2)$, $Y=\frac{X-\mu}{\sigma}$,　则 $Y \sim ?$　答:__________
   Z_α 是标准正态分布的上 α 分位点 $(0<\alpha<1)$.
   则: $P\{|Y| \leq Z_{0.025}\}=?$　答:__________
9. (注解: 计算时可以利用试卷末尾的附表)
   设某种月饼的重量 X(单位：g) 服从正态分布
   $X \sim N(\mu\ ,\ \sigma^2)$, 随机抽取 9 块, 根据称出数据计算得
   样本均值为 26.25 , 样本方差为 0.81.
   则 σ^2 的置信系数为 0.95 的置信区间为?　答: __________
   而 μ 的置信系数为 0.95 的置信区间又为?　答: __________

(由此以下各题目要求写过程，否则没有分数)

二、(14 分) 随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，随机变量 $Y \sim N(2,4)$, X 与 Y 独立，

(1). 写出随机变量 $Z = 2Y + 1$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$.

(2). 计算 $P(\max\{X, Y\} \geq 2)$.

(3). 计算 $Var(2X + 3Y)$.

三、(14 分)　袋中有 6 个红球和 4 个黑球，从中任取 2 个球，

(1). 则取出的 2 个球都是红球的概率是多少？

(2). 如果将袋中的 10 个球分装在两个盒子里，其中一个盒里有 4 个红球 1 个黑球，另一盒里有 2 个红球 3 个黑球。任选一个盒子并从中取 2 个球，请计算取出的 2 个球都是红球的概率是多少？

四、(14 分) 设随机变量 (X,Y) 的联合密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases} a(2x+y), & 0\le x\le y\le 2, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1). 求 a 的值.
(2). 求 X 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 与 Y 的边缘密度函数 $f_Y(y)$.
(3). 判定 X 与 Y 是否相互独立，并且说明理由.
(4). 计算 X 与 Y 的相关系数 ρ.

五.(14 分)

设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的一组样本,X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} (1+\theta)\, x^{\theta} & x \in (0,1) \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \qquad (\theta > -1\text{是未知参数})$$

(1). 求 θ 的矩估计 $\widehat{\theta}$.

(2). 求 θ 的极大似然估计 θ^*.

六、(14 分)

欲对某班一次《概率论与数理统计》考试成绩作分析。假设这门课成绩 X(单位：分) 服从正态分布: $X \sim N(\mu\ ,\ \sigma^2)$, ($\mu\ ,\ \sigma^2$ 未知). 若班级平均成绩超过 75 则认为成绩良好，若成绩的标准差不超过 10 则认为成绩稳定。

现在从该班中随机抽取 9 名同学，得到他们的成绩如下：

71 , 98 , 91 , 75 , 77 , 58 , 81 , 76 , 79

试根据上述数据，做以下假设检验：

(1). 取显著性水平 $\alpha = 0.05$,
能否认为该班的成绩良好?

(2). 取显著性水平 $\alpha = 0.05$,
能否认为该班的成绩稳定?

标准正态分布表

x	1	1.28	1.645
$\Phi(x)$	0.8413	0.90	0.95
x	1.96	2	3
$\Phi(x)$	0.975	0.9772	0.9987

t 分布表：$t_n(\alpha)$ 值

$n \setminus \alpha$	0.10	0.05	0.025
6	1.4398	1.9432	2.4469
7	1.4149	1.8946	2.3646
8	1.3968	1.8595	2.3060
9	1.3830	1.8331	2.2622

χ^2 分布表：$\chi_n^2(\alpha)$ 值

$n \setminus \alpha$	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025
6	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449
7	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013
8	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535
9	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023