北京工业大学 2015——2016 学年第一学期

《高等代数-1》补考试卷

考试说明： 闭卷，数学各专业

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：__________ 学号：__________ 班号：__________

注：本试卷共 4 大题，共 7 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一答题纸或草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三					四		总成绩
			1	2	3	4	5	1	2	
满分	15	15	10	15	12	8	9	8	8	
得分										

得 分

一、选择题（15 分，每小题 3 分，选择正确答案）

1. 设 A,B 都是 n 阶方阵， 且 $AB=E$，其中 E 是单位矩阵，则 $2E-BA=$____.

A. E； B. O； C. $-E$； D. $-E$.

2. 已知数域 P 上的线性方程组 $\begin{cases} b_1x+c_1y=1 \\ b_2x+c_2y=0 \end{cases}$ 无解，$d=\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$，则_____.

A. $d=0$; B. $d\neq 0$;

C. 方程组系数矩阵秩是 1; D. 方程组系数矩阵秩是 2.

3. 已知向量组 α_1,α_2 和 β_1,β_2 满足关系 $\begin{cases} \alpha_1=-\beta_1+\beta_2 \\ \alpha_2=2\beta_1+2\beta_2 \end{cases}$，且向量组 β_1,β_2 线性无关，则向量组 α_1,α_2 的秩为____.

A. 3； B. 2； C. 1； D. 0.

4. 若 $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & p & p^2 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$， 则 $p =$_____.

A. $p=1, -1$； B. $p=1,$； C. $p=-1$ ； D. $p=2,$；

5. 整系数多项式 $f(x)=x^p-p$ （其中 p 奇素数）是_____多项式.

A. 复数域上不可约； B. 实数域上不可约；

C. 有理数域上不可约 ； D. 有理数域上可约.

得 分

二、填空题（15 分，每小题 3 分，写出正确答案）

1. 设 A 为 n 阶方阵， A^* 为 A 的伴随矩阵，若 $A^*=A^{-1}$，则 $|A|=$__________.

2. 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$， 则 $A^n=$______

3. 已知 n 阶方阵 A 的各行元素之和均为零，且秩 $(A)=n-1$，则齐次线性方程组 $AX=0$ 的有一个基础解系为________.

4. 设 A 是实数域上对称矩阵，且 $A^2=0_{n\times n}$ 则 $A=$___.

5. 当整数 $a=$___时，实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1,x_2,x_3)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & a & -3 \\ -2 & 3 & 2-a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ 是正定二次型.

得 分

三、计算题（共 5 小题，54 分）

1.（10 分） 计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 3 \end{vmatrix}$ 的值

2.（15 分）当参数 a 取什么值时，线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = a \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$ 有解？ 此时

（1） 求其一组特解；

（2） 求其导出组的一组基础解系；

（3） 用（1）和（2）的解表示出原方程组的所有解。

3.（12 分） 给定向量组

$$\alpha_1=(6,4,1,-1),\alpha_2=(1,0,2,3),$$
$$\alpha_3=(1,4,-9,-16),\alpha_4=(7,1,0,-1)$$

求

（1） 该向量组的秩；

（2） 求该向量组的一个极大线性无关组；

（3） 把其余向量用（2）中求出的极大线性无关组线性表出。

4. （8 分）已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&1&0\\0&2&1\\0&0&2\end{pmatrix}$ 满足 $3X-AX=A-E$，求矩阵 X.

5. （9 分）考虑实二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-x_2^2-2x_1x_2+2x_1x_3-2x_2x_3$$

（1）求该二次型的矩阵；

（2）求一非退化线性替换 $X=CY$ 把该二次型化成标准型；

（3）求该二次型的秩、正惯性指数、负惯性指数和符号差。

得 分

四、证明题（共2小题，16分）

1.（8分） 设n 阶矩阵A满足$A^2 = A$， 证明： 秩(A) +秩$(E-A)$ =n.

2. （8 分） 设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性无关，而$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n,\beta$ 线性相关，证明β可以被$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性表出，且表法唯一.