Ε.Μ.Π., Σχολή Η.Μ.& Μ.Υ. **ΟΡΑΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ** Ακαδ.Ετος 2018 - **2019**
Ημερ/νια: 30-05-2019 **3ο Σύνολο Αναλυτ. Ασκήσεων** Παραδοτέο: 07-06-2019

(Εξηγείστε επαρκώς την εργασία σας. Τα θέματα είναι ατομικά, και οι λύσεις που θα δώσετε πρέπει να αντιπροσωπεύουν μόνο την προσωπική σας εργασία. Αν χρησιμοποιήσετε κάποια άλλη πηγή εκτός του βιβλίου για την λύση σας, πρέπει να το αναφέρετε. Παραδίδονται γραπτώς και προσωπικώς στην Γραμματεία Εργ. Ρομποτικής (Αιθ. 2.1.12, παλαιό Κτ.Ηλεκτρ.) 9.00-14.30.)

---

**Ασκηση 3.1**: (Υφή)
Στην ανάλυση υφής συχνά χρησιμοποιούνται τοπικά μοντέλα διαμόρφωσης που παριστάνουν μια συνιστώσα υφής ως $g(x, y) = a(x, y) \exp(j\phi(x, y))$, όπου $a(x, y)$ είναι το στιγμιαίο πλάτος, $\phi(x, y)$ η στιγμιαία φάση και $\nabla\phi(x, y)$ το διάνυσμα στιγμιαίων χωρικών συχνοτήτων. Για εξαγωγή αυτής της πληροφορίας από μια γκρίζα εικόνα $f(x, y)$, συχνά χρησιμοποιούνται συστοιχίες από quadrature ζεύγη φίλτρων με κρουστικές αποκρίσεις

$$h_1(x, y) = G_\sigma(x, y) \cos(ux + vy), \quad h_2(x, y) = G_\sigma(x, y) \sin(ux + vy)$$

όπου $G_\sigma$ είναι μια Gaussian συνάρτηση (πιθανώς ανισοτροπική) και $(u, v)$ είναι η κεντρική συχνότητα της συνιστώσας υφής. Εάν γνωρίζετε τα σήματα εξόδου $g_1 = f * h_1$ και $g_2 = f * h_2$ από τα δύο φίλτρα του quadrature ζεύγους και θεωρήσετε ότι αυτά τα σήματα προσεγγίζουν καλά το πραγματικό και φανταστικό μέρος αντίστοιχα της συνιστώσας υφής $g$, περιγράψετε ένα υπολογιστικό σύστημα που θα εξάγει το πλάτος και στιγμιαίες συχνότητες της $g$ από αυτά τα δεδομένα.

---

**Ασκηση 3.2**: (Κίνηση): Στην επεξεργασία και ανάλυση βίντεο για την εκτίμηση της κίνησης ή την εξαγωγή σημείων ενδιαφέροντος συχνά χρησιμοποιούνται συστοιχίες από 3Δ Gabor φίλτρα. Ωστόσο, η απευθείας συνέλιξη με 3Δ αποκρίσεις έχει μεγάλη υπολογιστική πολυπλοκότητα και συχνά αναζητούνται τρόποι για την επιτάχυνση του φιλτραρίσματος στις 3Δ διαστάσεις. Προς αυτή την κατεύθυνση συμβάλει η ιδιότητα του να έχουμε separable φίλτρα. Θεωρήστε μια ακολουθία εικόνων βίντεο $I(x, y, t)$ και το συνημιτονικό 3Δ Gabor φίλτρο:

$$g_c(x, y, t) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}\sigma_x\sigma_y\sigma_t} \exp\left[-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2} + \frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right)\right] \cdot \cos(\omega_{x0}x + \omega_{y0}y + \omega_{t0}t) \tag{1}$$

**α)** Να αποδείξετε ότι το 3Δ Gabor φίλτρο είναι separable.
**β)** Να δείξετε πως το 3Δ φιλτράρισμα μπορεί να υλοποιηθεί με τη χρήση separable 1Δ φίλτρων. Ποια η διαφορά στην πολυπλοκότητα σε σχέση με την απευθείας 3Δ συνέλιξη;
**γ)** Να υπολογιστεί η απόκριση συχνότητας του 3Δ φίλτρου.
**δ)** Τι μορφή θα έχουν οι ισοϋψείς επιφάνειες που προκύπτουν από την 3Δ απόκριση συχνότητας; Περιγράψτε ή σχεδιάστε τη γεωμετρία τους στις 3Δ.

---

**Ασκηση 3.3**: (Ενεργές Καμπύλες)
Θεωρείστε ένα μοντέλο εξέλιξης καμπυλών που χρησιμοποιεί μια γενικευμένη αρχή του Huygens για την δημιουργία του νέου ορίου κύματος $\Gamma(t + \Delta t)$ διαστέλλοντας το προηγούμενο όριο κύματος $\Gamma(t)$ με σχήματα $\Delta tB$, όπου $B$ είναι μια έλλειψη με άξονες παράλληλους ως προς τους άξονες και με μήκη αξόνων $a > b$. Να βρείτε την αντίστοιχη συνάρτηση εξωτερικής κάθετης ταχύτητας $V$ της καμπύλης χρησιμοποιώντας την μέθοδο επιπεδοσυνόλων όπου η καμπύλη εμβυθίζεται ως η ισοϋψής (σε ύψος 0) μιας συνάρτησης που είναι αρνητική ($u < 0$) στο εσωτερικό της καμπύλης.

---

**Ασκηση 3.4**: (Προβολική Γεωμετρία - Στερέοψη)
**α)** Στο $\mathbb{P}^2$, η ευθεία που ενώνει δύο σημεία $\tilde{\mathbf{m}}_1$ και $\tilde{\mathbf{m}}_2$ είναι η $\tilde{\boldsymbol{\ell}} = \tilde{\mathbf{m}}_1 \times \tilde{\mathbf{m}}_2$. Να δείξετε ότι τα σημεία αυτής της ευθείας μπορούν να αναπαρασταθούν με τα ομογενή διανύσματα $\tilde{\mathbf{x}} = a\tilde{\mathbf{m}}_1 + b\tilde{\mathbf{m}}_2$ όπου $a, b$ είναι αυθαίρετοι βαθμωτοί. [Κεφ.2, HS2003].
**β)** Στο $\mathbb{P}^2$, Να δείξετε ότι το ο λόγος Cross-ratio 4 ευθειών που συντρέχουν σε ένα σημείο, που ορίζεται ως το Cross-ratio των 4 σημείων τομής αυτών των ευθειών με μια άλλη ευθεία, είναι ανεξάρτητος από την

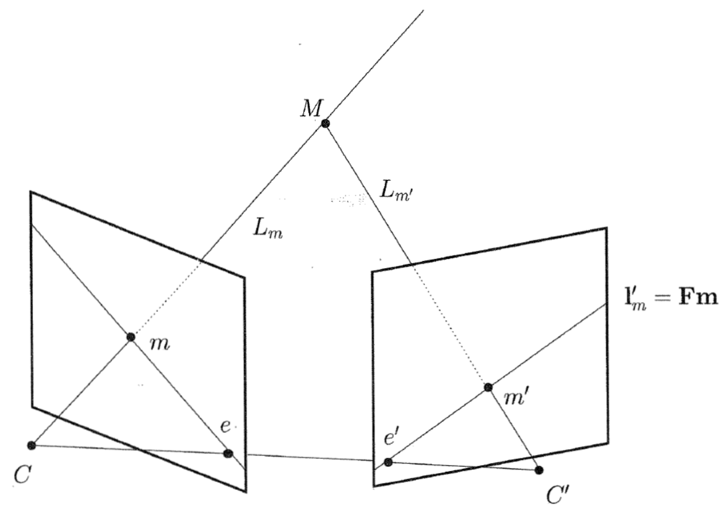
τέμνουσα ευθεία. [Κεφ.2, HS2003].

**γ)** Να δείξετε ότι αν μια προβολική κάμερα ειναι αφινική, δηλ. η 3η σειρά του πίνακα προβολής ισούται με $(0, 0, 0, 1)$, τότε προβάλλει δύο παράλληλες ευθείες του κόσμου σε δύο παράλληλες ευθείες στο επίπεδο εικόνας. [Κεφ.3 & Κεφ.6, HS2003].

**δ)** Για την επιπολική γεωμετρία στερέοψης του Σχ. 1, να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση (epipolar constraint)

$$\tilde{\mathbf{m}}'^T \mathbf{F} \tilde{\mathbf{m}} = 0$$

όπου $\mathbf{F}$ είναι ο fundamental matrix και $\tilde{\mathbf{m}}', \tilde{\mathbf{m}}$ παριστάνουν διανύσματα σημείων σε ομογενείς συντεταγμένες.




Σχήμα 1: Επιπολική Γεωμετρία.

*Υπόδειξη:* Εισαγωγή (Κεφ. 1) του βιβλίου Faugeras & Luong 2001 και Κεφάλαιο 9 από Hartley & Zisserman 2003.

---

**Ασκηση 3.5**: (Ανάλυση Σχήματος με Μετ/σμό Απόστασης και Σκελετό)

**(a)** Θεωρούμε μια οποιαδήποτε μη-κενή ψηφιακή δυαδική εικόνα $X$ (η οποία παριστάνει κάποιο σχήμα) και ένα δομικό στοιχείο $B$ (που προσεγγίζει τον δίσκο με βάση τον οποίο γίνεται η σκελετικοποίηση του σχήματος), όπου $X, B \subseteq \mathbb{Z}^2$. Εάν $(0, 0) \in B$ και $\mathrm{card}(B) \geq 2$, να αποδειχθεί ότι τα σκελετικά υποσύνολα της εικόνας έχουν μεταξύ τους κενή τομή, δηλ.

$$S_n = (X \ominus nB) \setminus [(X \ominus nB) \circ B] \implies S_n \cap S_{n+1} = \varnothing, \quad \forall n.$$

$nB = B \oplus B \oplus \ldots \oplus B$ είναι το δομικό στοιχείο σε κλίμακα $n = 0, 1, 2, ..., N = \max\{k : X \ominus kB \neq \varnothing\}$.

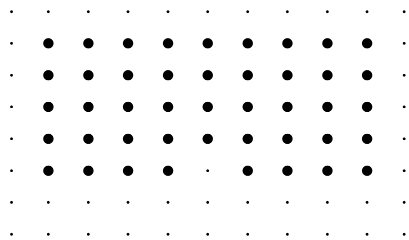
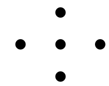
**(b)** Θεωρούμε μια δυαδική εικόνα (σύνολο) $X$ που εγγράφεται σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $6 \times 9$ pixels. (Βλ. Σχήμα).

**(b1)** Να υπολογισθεί ο εσωτερικός μετασχηματισμός απόστασης $DT(X)$ του συνόλου $X$ με τον two-pass forward-backward αλγόριθμο chamfer χρησιμοποιώντας την απόσταση cityblock. Να βρεθούν οι τιμές των εικόνων $u_0$ ($0/\infty$ indicator function του $X$), $u_1$ (ενδιάμεσο στάδιο απόστασης), και $u_2 = DT(X)$ (τελική απόσταση).

**(b2)** Να υπολογισθεί ο μορφολογικός σκελετός $SK(X) = \bigcup_{n \geq 0} S_n(X)$, ως ένωση των σκελετικών υποσυνόλων $S_n(X)$, όπου $B$ είναι ο 5-pixel ρόμβος. Επίσης, να βρεθούν τα σημεία των: erosions $X \ominus nB$, skeleton subsets $S_n(X)$, partial unions of skeleton subsets $U_{k \geq n} S_k(X)$, openings $X \circ nB$, για $n = 0, 1, 2, ....$ (Σημεία ενός συνόλου συμβολίζονται με '•', ενώ σημεία του συμπληρώματος του συμβολίζονται με '·')

**(b3)** Να επαληθεύσετε υπολογιστικά για το ανωτέρω παράδειγμα ότι τα σημεία του σκελετού στο μέρος (b2) είναι ακριβώς τα σημεία τοπικού μεγίστου του μετ/σμού απόστασης στο μέρος (b1), όπου τα τοπικά μέγιστα υπολογίζονται με βάση την γειτονιά $B$.

Το μέρος **(b)** να επιστραφεί στην επισυναπτόμενη σελίδα με τον πίνακα σχημάτων.

$X =$  , $B =$  $= B^s$.

Chamfer Distance $(a, b) = (1, +\infty)$

$u_0$ $(+ = +\infty)$

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

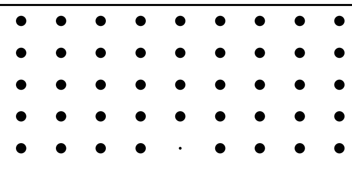
$u_1$

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$u_2$

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | | | | | | | | | | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Skeleton

| | $n = 0$ | $n = 1$ | $n = 2$ |
|---|---|---|---|
| $X \ominus nB$ |  | | |
| $S_n(X)$ | | | |
| $\bigcup_{k \geq n} S_k$ | | | |
| $X \circ nB$ | | | |