

(Εξηγείστε επαρκώς την εργασία σας. Τα θέματα είναι ατομικά, και οι λύσεις που θα δώσετε πρέπει να αντιπροσωπεύουν μόνο την προσωπική σας εργασία. Αν χρησιμοποιήσετε κάποια άλλη πηγή εκτός του βιβλίου για την λύση σας, πρέπει να το αναφέρετε. Παραδίδονται γραπτώς και προσωπικώς στην Γραμματεία Εργ. Ρομποτικής (Αιθ. 2.1.12, παλαιό Κτ.Ηλεκτρ.) 9.00-14.30.)

Ασκηση 1.1: (Σχηματισμός Εικόνων)

(a) Λύσετε την άσκηση 2.3 από το Κεφ.2 (έκδοση 9/2014):

(b) Η γενική αλγεβρική εξίσωση δευτεροβάθμιων καμπυλών στο επίπεδο εικόνας που προκύπτουν από προοπτικές προβολές ενός κύκλου είναι

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0, \quad a^2 + b^2 + c^2 \neq 0 \quad (*)$$

(b1) Να αποδειχθεί ότι η ανωτέρω καμπύλη μπορεί να παρασταθεί και ως η τομή δύο 3Δ επιφανειών. Να βρεθούν οι εξισώσεις τους και να αναγνωρισθούν τα είδη τους.

(b2) Παριστάνοντας τα σημεία $\mathbf{x} = (x, y)^T$ του επιπέδου της εικόνας με ομογενείς συντεταγμένες $\tilde{\mathbf{x}} = (x_1, x_2, x_3)^T$, να αποδείξετε ότι τα σημεία των ανωτέρω καμπυλών (*) ικανοποιούν την εξίσωση $\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{C} \tilde{\mathbf{x}} = 0$ και να βρεθεί αναλυτικά ο πίνακας \mathbf{C} . Τι ιδιότητες έχουν τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{C} αν η καμπύλη είναι έλλειψη, ή παραβολή, ή υπερβολή; Τι σημαίνει όταν $\det(\mathbf{C}) = 0$;

Ασκηση 1.2: (Χρώμα) Λύσετε τις ακόλουθες ασκήσεις από το Κεφ.5 (έκδοση 6/2013):

(a) 5.10(b). (b) 5.11(a).

Ασκηση 1.3: (Γραμμικά Φίλτρα και Ανίχνευση Αχμών)

Λύσετε την άσκηση 10.3 από το Κεφ.10 (έκδοση 6/2018).

Ασκηση 1.4: (Ιδιότητες Μορφολογικών Φίλτρων για Σχήματα και Εικόνες)

(a) Για σύνολα-σχήματα X να αποδειχθούν τα εξής:

(a1) $X \circ B = X \circ (B \oplus z) \quad \forall X, B \subseteq \mathbb{R}^m, z \in \mathbb{R}^m$.

(a2) $(X \ominus A) \ominus B = X \ominus (A \oplus B)$.

(b) Για γκριζες εικόνες f να αποδειχθούν τα εξής:

(b1) $\mathbf{0} \in B \implies f \ominus B \leq f \circ B \leq f \leq f \bullet B \leq f \oplus B$.

(b2) $f = f \bullet g$ εάν και μόνον εάν υπάρχει κάποια συνάρτηση h ώστε $f = h \ominus g$.

(c) Δημιουργούμε ένα γκριζο επίπεδο φίλτρο ϕ με την υπέρθεση κατωφλίου χρησιμοποιώντας ως δυαδική γεννήτρια έναν αυξανόντα τελεστή συνόλων Φ :

$$\phi(f)(x) = \sup\{v \in \mathbb{R} : x \in \Phi[X_v(f)]\}$$

όπου $X_v(f) = \{x \in \mathbb{R}^2 : f(x) \geq v\}$ είναι τα επιπεδοσύνολα της εικόνας f . Να αποδείξετε ότι, αν $\Phi(X) = X \circ B$, τότε $\phi(f) = f \circ B$.

(d) Εστω ϕ ένα 2Δ γκριζο επίπεδο φίλτρο για ψηφιακές εικόνες $f(x, y)$ που σχηματίζεται με υπέρθεση κατωφλίου χρησιμοποιώντας ως δυαδική γεννήτρια τον τελεστή συνόλων (closing) $\Phi(X) = X \bullet B$, όπου $B = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$ ένα 4-pixel τετράγωνο. Να εκφραστεί ο Φ ως μια Boolean συνάρτηση $\beta(v_1, \dots, v_n)$ και να βρεθεί η αλγεβρική έκφραση (με max/min πράξεις) για το ισοδύναμο γκριζο φίλτρο $\phi(f)(x, y)$.

Άσκηση 1.5: (με χρήση Matlab ή παρομοίου πακέτου λογισμικού)

Δείξτε γραφικά το σχήμα μιας ψηφιακής μονόχρωμης εικόνας f από πραγματικά αντικείμενα ή σκηνή του κόσμου, δικής σας επιλογής, με 8 bits/pixel και πεδίο τιμών $[0, 255]$.

(a) Υπολογίστε με χρήση Matlab και δείξτε ως σχήμα δυαδικής εικόνας το σύνολο $m = 8$ ισοϋψών καμπυλών της f των οποίων οι στάθμες φωτεινότητας v_1, \dots, v_m να κατανέμονται ομοιόμορφα στο $[0, 255]$.

(b) Ανακατασκευάστε την εικόνα αθροίζοντας τις δείκτριες συναρτήσεις $\theta_{v_i}(f)$ των m επιπεδοσυνόλων, των οποίων συναρτήσεων οι τιμές σε pixels \mathbf{x} ισούνται με 1 αν $f(\mathbf{x}) \geq v_i$ και 0 αλλιώς, αφού τις σταθμίσετε με τα αντίστοιχα ύψη φωτεινότητας. Δηλ. η προσεγγιστική ανακατασκευή θα δώσει την εικόνα

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \bigvee_{i=1}^m v_i \cdot \theta_{v_i}(\mathbf{x})$$

Δείξτε γραφικά το σχήμα της προσεγγιστικής εικόνας \hat{f} .

(c) Επαναλάβετε τις ανακατασκευές για $m = 4, 8, 16, 32, 64, 128$ επιπεδοσύνολα, χωρίς να δείχνετε τα σχήματα των εικόνων, και υπολογίστε την ποιότητα ανακατασκευής με τον Peak SNR

$$\text{PSNR} = 20 \log_{10}(\|f - \hat{f}\|/255)$$

Σχεδιάστε τον Peak SNR ως συνάρτηση του m .