Pomijam trochę Følnerowskich rzeczy.

Definicja 1. Istnieje kanoniczne przekształcenie $\mathrm{can}^i : \bar{H}^i(Y) \to H^i(Y, \mathbb{R})$, $\varphi \mapsto \varphi(\cdot)(e)$.

Lemat 2 (Cheegar - Gromov)**.** *Y spójny, wolny, kozwarty G-kompleks, G nieskończona grupa średniowalna, wówczas* $\mathrm{can}^i : \bar{H}^i(Y) \to H^i(Y, \mathbb{R})$ *jest włożeniem.*

Uwaga 3. Żeby mieć liczby Bettiego chcemy, aby G była skończenie prezentowalna. Dla powyższych założeń i tak G musi być skończenie generowana (lemat Milnora-Schwartza).

Hipoteza 4 (Gromov)**.** *Zredukowane ℓ_p-kohomologie grupy średniowalnej znikają.*

Wniosek 5. X skończony, $\pi_1(X) = G$ średniowalna, wówczas $\beta_1(X) = \beta_1(G) = 0$.

Stwierdzenie 6. *X spójny kompleks o skończonym 2-szkielecie. Wówczas $\beta_1(X) = \beta_1(\pi(X))$.*

Wniosek 7. $\mathbb{F}_n$ nie jest średniowalna dla $n \geqslant 2$.

Twierdzenie 8 (Cheegar-Gromov)**.** *G skończenie prezentowalna, $|G| = \infty$, średniowalna, wtedy $\beta_1(G) = 0$. Jeśli G jest typu F_m, to $\beta_i(G) = 0$ dla $i \leqslant m - 1$.*

Wniosek 9. G nieskończona średniowalna o skończonej $K(G, 1)$, wówczas $\chi(G) = 0$.

Defekt grupy

Załóżmy, że G posiada prezentację o g generatorach i r relacjach.

Definicja 10. $\mathrm{def}(G) = \max\{g - r\}$ – maksimum po skończonych prezentacjach.

Fakt 11. $\mathrm{def}(G) \leqslant b_1(G) - b_2(G)$

$\mathrm{def}(G) = 1 - \beta_0(G) + \beta_1(G) - \beta_2(K(G, 1)^{(2)})$

Wniosek 12. $\mathrm{def}(G) \leqslant 1 + \beta_1(G)$ dla G skończenie prezentowalnej.