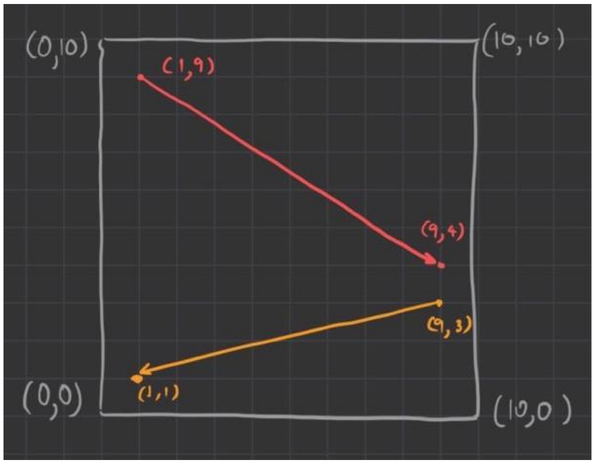
คำใบ้ที่ 1 รู้ได้อย่างไรว่า คนสองคนเดินเข้าใกล้กันมากพอที่จะติดเชื้อ

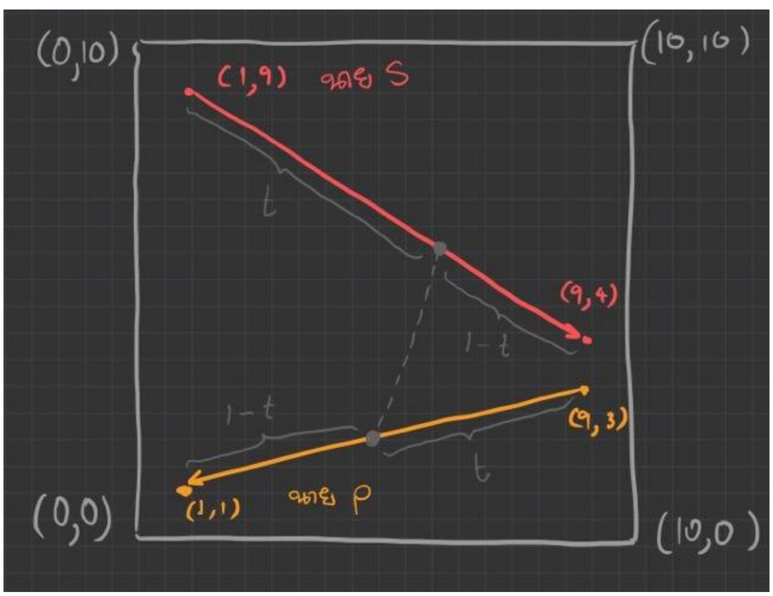
เราต้องการทราบคนสองคนเดินทางเป็นเส้นตรงบนพิกัดฉากจุดหนึ่งไปอีกจุดหนึ่งในทิศทางของตัวเอง มีช่วงเวลาใดหรือไม่ที่เข้าใกล้กันในระยะน้อยกว่าหรือเท่ากับ 10 หน่วยหรือไม่

เราจึงสมมติคนสองคนขึ้นมาบนพิกัดฉาก ดังภาพ



จากภาพเราจะกำหนดสัญลักษณ์ให้กับคนทั้งสองเพื่อความสะดวก คือ คนที่เคลื่อนที่ด้วยเส้นสีแดงเป็นนาย S คนที่เคลื่อนที่ด้วยเส้นสีเหลืองเป็นนาย P โดยนาย S เคลื่อนที่จากจุด (x_{s1}, y_{s1}) ไปยัง (x_{s2}, y_{s2}) และนาย P เคลื่อนที่จากจุด (x_{p1}, y_{p1}) ไปยัง (x_{p2}, y_{p2}) และตำแหน่งใด ๆ บนเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นจุด (x_s, y_s) และ (x_p, y_p) ตามลำดับ

โจทย์กำหนดว่า คนทุกคนในระบบเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ตลอดวัน เวลาการเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปอีกจุดหนึ่งของทุกคนในระบบเท่ากันในการคำนวณเราจึงให้เวลาการเคลื่อนที่เท่ากับ 1 เพื่อความสะดวก ทำให้เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ของจุดต่าง ๆ ได้ดังภาพ



จากภาพเราสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$x_{\mathrm{s}} = (1-t)x_{\mathrm{s1}} + x_{\mathrm{s2}}t$$

$$y_{\mathrm{s}} = (1-t)y_{\mathrm{s1}} + y_{\mathrm{s2}}t$$

$$x_{\mathrm{p}} = (1-t)x_{\mathrm{p1}} + x_{\mathrm{p2}}t$$

$$y_{\mathrm{p}} = (1-t)y_{\mathrm{p1}} + y_{\mathrm{p2}}t$$

และเพื่อความสะดวกในการคำนวณเราจึงจัดรูปเป็นลักษณะนี้

$$a = (1-t)a_1 + a_2t$$

$$a = (a_2 - a_1)t + a_1$$

จะได้เป็น

$$x_{\mathrm{s}} = (x_{\mathrm{s2}} - x_{\mathrm{s1}})t + x_{\mathrm{s1}}$$

$$y_{\mathrm{s}} = (y_{\mathrm{s2}} - y_{\mathrm{s1}})t + y_{\mathrm{s1}}$$

$$x_{\mathrm{p}} = (x_{\mathrm{p2}} - x_{\mathrm{p1}})t + x_{\mathrm{p1}}$$

$$y_{\mathrm{p}} = (y_{\mathrm{p2}} - y_{\mathrm{p1}})t + y_{\mathrm{p1}}$$

จากสูตรการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดบนระนาบ ซึ่งในที่นี้เราต้องการหาระยะห่างที่น้อยกว่า 10 หน่วยจึงได้สมการดังนี้

$$\sqrt{(x_{\mathrm{s}} - x_{\mathrm{p}})^2 + (y_{\mathrm{s}} - y_{\mathrm{p}})^2} \leq 10$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างเพื่อกำจัดรากที่สองออกจากอสมการ

$$(x_{\mathrm{s}} - x_{\mathrm{p}})^2 + (y_{\mathrm{s}} - y_{\mathrm{p}})^2 \leq 100$$

ทำการจัดรูปอสมการให้อยู่ในรูปของ

$$at^2 + bt + c \leq 0$$

เพื่อใช้สูตรต่อไปนี้หาค่า t

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

โดยนำค่าของ $x_{\mathrm{s}}, y_{\mathrm{s}}, x_{\mathrm{p}}, y_{\mathrm{p}}$ เข้ามาแทนในอสมการเพื่อให้อยู่ในรูปของ t

$$((x_{\mathrm{s2}} - x_{\mathrm{s1}})t + x_{\mathrm{s1}} - (x_{\mathrm{p2}} - x_{\mathrm{p1}})t + x_{\mathrm{p1}})^2 + ((y_{\mathrm{s2}} - y_{\mathrm{s1}})t + y_{\mathrm{s1}} - (y_{\mathrm{p2}} - y_{\mathrm{p1}})t + y_{\mathrm{p1}})^2 \leq 100$$

$$((x_{\mathrm{s2}} - x_{\mathrm{s1}} - x_{\mathrm{p2}} + x_{\mathrm{p1}})t + x_{\mathrm{s1}} + x_{\mathrm{p1}})^2 + ((y_{\mathrm{s2}} - y_{\mathrm{s1}} - y_{\mathrm{p2}} + y_{\mathrm{p1}})t + y_{\mathrm{s1}} + y_{\mathrm{p1}})^2 \leq 100$$

เพื่อความสะดวกในการจัดรูปเราจึงกำหนดตัวแปรใหม่ขึ้นมาแทนสัมประสิทธิ์ของแต่ละพจน์ดังนี้

$$x_{\mathrm{sp1}} = x_{\mathrm{s2}} - x_{\mathrm{s1}} - x_{\mathrm{p2}} + x_{\mathrm{p1}}$$
$$y_{\mathrm{sp1}} = y_{\mathrm{s2}} - y_{\mathrm{s1}} - y_{\mathrm{p2}} + y_{\mathrm{p1}}$$
$$x_{\mathrm{sp2}} = x_{\mathrm{s1}} + x_{\mathrm{p1}}$$
$$y_{\mathrm{sp2}} = y_{\mathrm{s1}} + y_{\mathrm{p1}}$$

จะได้อสมการที่อยู่ในรูปกำลังสอง

$$((x_{\mathrm{sp1}})t + x_{\mathrm{sp2}})^2 + ((y_{\mathrm{sp1}})t + y_{\mathrm{sp2}})^2 \leq 100$$

ทำกระจายให้เรียบร้อย

$$(x_{\mathrm{sp1}})^2t^2 + 2(x_{\mathrm{sp1}})(x_{\mathrm{sp2}})t + (x_{\mathrm{sp2}})^2 + (y_{\mathrm{sp1}})^2t^2 + 2(y_{\mathrm{sp1}})(y_{\mathrm{sp2}})t + (y_{\mathrm{sp2}})^2 \leq 100$$

ได้อสมาการที่อยู่ในรูป $at^2 + bt + c \leq 0$ ดังนี้

$$(x_{\mathrm{sp1}})^2t^2 + (y_{\mathrm{sp1}})^2t^2 + 2(x_{\mathrm{sp1}})(x_{\mathrm{sp2}})t + 2(y_{\mathrm{sp1}})(y_{\mathrm{sp2}})t + (x_{\mathrm{sp2}})^2(y_{\mathrm{sp2}})^2 - 100 \leq 0$$

นำสัมประสิทธิ์จากอสมการไปเข้าสูตร

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

โดย

$$a = (x_{\mathrm{sp1}})^2 + (y_{\mathrm{sp1}})^2$$

$$b = 4(x_{\mathrm{sp1}})(x_{\mathrm{sp2}})$$

$$c = (x_{\mathrm{sp2}})^2(y_{\mathrm{sp2}})^2 - 100$$

ก็จะได้ t เป็นช่วงของเวลาที่คนสองคนเดินเฉียดใกล้กว่า 10 หน่วย ถ้าช่วงของ t ทับซ้อนกับส่วนใดส่วนหนึ่งของช่วง 0 ถึง 1 ซึ่งเป็นเวลาในการเดินทางของทุกคนในโลกจำลอง ก็จะแสดงว่าทั้งสองคนเดินเฉียดกันใกล้กว่าหรือเท่ากับ 10 หน่วย ณ ช่วงเวลาหนึ่งของวันนั้น