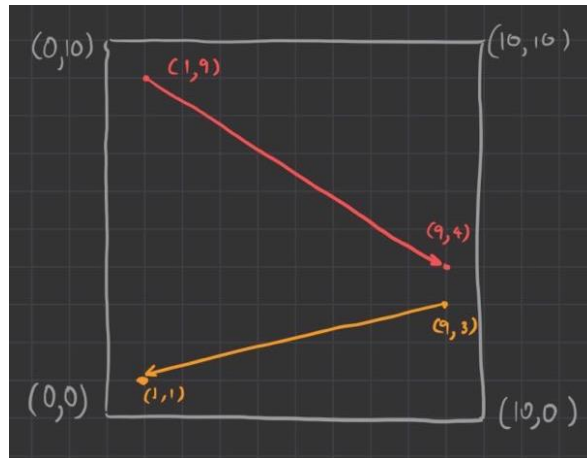


คำใบ้ที่ 1 รู้ได้อย่างไรว่า คนสองคนเดินเข้าใกล้กันมากพอที่จะติดเชื้อ

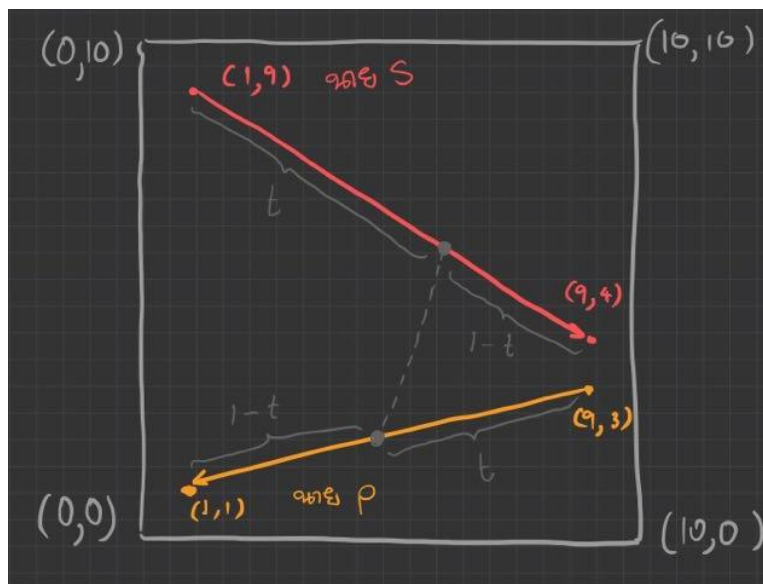
เราต้องการทราบคนสองคนเดินทางเป็นเส้นตรงบนพิกัดฉากจุดหนึ่งไปอีกจุดหนึ่งในทิศทางของตัวเอง มีช่วงเวลาใดหรือไม่ที่เข้าใกล้กันในระยะน้อยกว่าหรือเท่ากับ 10 หน่วยหรือไม่

เราจึงสมมติคนสองคนขึ้นมาบนพิกัดฉาก ดังภาพ



จากภาพเราจะกำหนดสัญลักษณ์ให้กับคนทั้งสองเพื่อความสะดวก คือ คนที่เคลื่อนที่ด้วยเส้นสีแดงเป็นนาย S คนที่เคลื่อนที่ด้วยเส้นสีเหลืองเป็นนาย P โดยนาย S เคลื่อนที่จากจุด (x_{s1}, y_{s1}) ไปยัง (x_{s2}, y_{s2}) และนาย P เคลื่อนที่จากจุด (x_{p1}, y_{p1}) ไปยัง (x_{p2}, y_{p2}) และตำแหน่งใด ๆ บนเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นจุด (x_s, y_s) และ (x_p, y_p) ตามลำดับ

โจทย์กำหนดว่า คนทุกคนในระบบเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ตลอดวัน เวลาการเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปอีกจุดหนึ่งของทุกคนในระบบเท่ากันในการคำนวณเราจึงใช้เวลาการเคลื่อนที่เท่ากับ 1 เพื่อความสะดวก ทำให้เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ของจุดต่าง ๆ ได้ดังภาพ



จากภาพเราสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$x_s = (1 - t)x_{s1} + x_{s2}t$$

$$y_s = (1 - t)y_{s1} + y_{s2}t$$

$$x_p = (1 - t)x_{p1} + x_{p2}t$$

$$y_p = (1 - t)y_{p1} + y_{p2}t$$

และเพื่อความสะดวกในการคำนวณเราจึงจัดรูปเป็นลักษณะนี้

$$a = (1 - t)a_1 + a_2t$$

$$a = (a_2 - a_1)t + a_1$$

จะได้เป็น

$$x_s = (x_{s2} - x_{s1})t + x_{s1}$$

$$y_s = (y_{s2} - y_{s1})t + y_{s1}$$

$$x_p = (x_{p2} - x_{p1})t + x_{p1}$$

$$y_p = (y_{p2} - y_{p1})t + y_{p1}$$

จากสูตรการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดบนระนาบ ซึ่งในที่นี้เราต้องการหาระยะห่างที่น้อยกว่า 10 หน่วยจึงได้อสมการดังนี้

$$\sqrt{(x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2} \leq 10$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างเพื่อกำจัดรากที่สองออกจากอสมการ

$$(x_s - x_p)^2 + (y_s - y_p)^2 \leq 100$$

ทำการจัดรูปอสมการให้อยู่ในรูปของ

$$at^2 + bt + c \leq 0$$

เพื่อใช้สูตรต่อไปนี้หาค่า t

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

โดยนำค่าของ x_s, y_s, x_p, y_p เข้ามาแทนในอสมการเพื่อให้ได้อยู่ในรูปของ t

$$((x_{s2} - x_{s1})t + x_{s1} - (x_{p2} - x_{p1})t + x_{p1})^2 + ((y_{s2} - y_{s1})t + y_{s1} - (y_{p2} - y_{p1})t + y_{p1})^2 \leq 100$$

$$((x_{s2} - x_{s1} - x_{p2} + x_{p1})t + x_{s1} + x_{p1})^2 + ((y_{s2} - y_{s1} - y_{p2} + y_{p1})t + y_{s1} + y_{p1})^2 \leq 100$$

เพื่อความสะดวกในการจัดรูปเราจึงกำหนดตัวแปรใหม่ขึ้นมาแทนสัมประสิทธิ์ของแต่ละพจน์ดังนี้

$$x_{sp1} = x_{s2} - x_{s1} - x_{p2} + x_{p1}$$

$$y_{sp1} = y_{s2} - y_{s1} - y_{p2} + y_{p1}$$

$$x_{sp2} = x_{s1} + x_{p1}$$

$$y_{sp2} = y_{s1} + y_{p1}$$

จะได้สมการที่อยู่ในรูปกำลังสอง

$$((x_{sp1})t + x_{sp2})^2 + ((y_{sp1})t + y_{sp2})^2 \leq 100$$

ทำกระจายให้เรียบร้อย

$$(x_{sp1})^2 t^2 + 2(x_{sp1})(x_{sp2})t + (x_{sp2})^2 + (y_{sp1})^2 t^2 + 2(y_{sp1})(y_{sp2})t + (y_{sp2})^2 \leq 100$$

ได้อสมการที่อยู่ในรูป $at^2 + bt + c \leq 0$ ดังนี้

$$(x_{sp1})^2 t^2 + (y_{sp1})^2 t^2 + 2(x_{sp1})(x_{sp2})t + 2(y_{sp1})(y_{sp2})t + (x_{sp2})^2 + (y_{sp2})^2 - 100 \leq 0$$

นำสัมประสิทธิ์จากอสมการไปเข้าสู่สูตร

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

โดย

$$a = (x_{sp1})^2 + (y_{sp1})^2$$

$$b = 4(x_{sp1})(x_{sp2})$$

$$c = (x_{sp2})^2 + (y_{sp2})^2 - 100$$

ก็จะได้ t เป็นช่วงของเวลาที่คนสองคนเดินเฉียดใกล้กว่า 10 หน่วย ถ้าช่วงของ t ทับซ้อนกับส่วนใดส่วนหนึ่งของช่วง 0 ถึง 1 ซึ่งเป็นเวลาในการเดินทางของทุกคนในโลกจำลอง ก็จะแสดงว่าทั้งสองคนเดินเฉียดกันใกล้กว่าหรือเท่ากับ 10 หน่วย ณ ช่วงเวลาหนึ่งของวันนั้น