1 Задание

Методом предиктор-корректор четвёртого порядка точности найти приближённое решение задачи Коши, обеспечивая точность ε автоматическим выбором шага h. Выбрать вариант задания из лабораторной работы №1. В отчёте представить длины шагов h_n, значения функции $y_n^{[4]}$ и величины $\left|x_n^{[4]} - x_n^{[3]}\right|$ для первых и последних 20-ти шагов интервала. Вывести общее число потребовавшихся шагов. Для вычислений использовать тип float.

Вариант 7:

$$f(t,x) = x'(t,x) = -x + t,\ t \in [0,1],\ x(0) = 1,\ \epsilon = 10^{-4} \tag{1}$$

2 Метод

В решении используется следующий метод:

$$y^{[2]}_{n+\frac{1}{4}} = x_n^{[4]} + \frac{h}{4} f_n^{[4]} \tag{2}$$

$$y^{[3]}_{n+\frac{1}{2}} = x_n^{[4]} + \frac{h}{2} f^{[2]}_{n+1/4} \tag{3}$$

$$y^{[3]}_{n+1} = x_n^{[4]} + h f^{[2]}_{n+\frac{1}{2}} \tag{4}$$

$$y^{[4]}_{n+1} = x_n^{[4]} + \frac{h}{6}\left(f_n^{[4]} + 4 f^{[3]}_{n+\frac{1}{2}} + f^{[3]}_{n+1}\right) \tag{5}$$

Более подробно в файле в файле `pred_corr.py`.

Используется автоматический выбор шага. Шаг делится вдвое при невыполнении условия:

$$\left|x_n^{[4]} - x_n^{[3]}\right| < \varepsilon \tag{6}$$

3 Результат работы программы

Шаг адаптировать не пришлось, поэтому:

$$h_n = 0.1,\ n = \overline{0;10} \tag{7}$$

далее приводятся погрешности всех шагов метода:

$$\begin{gathered}
|x_0^{[4]} - x_0^{[3]}| = 0.000000000000000 \\
|x_1^{[4]} - x_1^{[3]}| = 0.000079166666667 \\
|x_2^{[4]} - x_2^{[3]}| = 0.000071632803819 \\
|x_3^{[4]} - x_3^{[3]}| = 0.000064815897891 \\
|x_4^{[4]} - x_4^{[3]}| = 0.000058647719975 \\
|x_5^{[4]} - x_5^{[3]}| = 0.000053066534140 \\
|x_6^{[4]} - x_6^{[3]}| = 0.000048016479530 \\
|x_7^{[4]} - x_7^{[3]}| = 0.000043447011262 \\
|x_8^{[4]} - x_8^{[3]}| = 0.000039312394538 \\
|x_9^{[4]} - x_9^{[3]}| = 0.000035571246892 \\
|x_{10}^{[4]} - x_{10}^{[3]}| = 0.000032186124003
\end{gathered} \tag{8}$$

Более подробный отчет прилагается в файле `results.txt`.

4 Вывод

Метод предиктор-корректор четвертого порядка имеет высокую точность, что проявилось в отсутствии необходимости адаптации шага. Погрешность, рассчитанная по методу составила менее 8×10^{-5}. Погрешность относительно точного решения дифференциального уравнения (для шага 0.1) составила менее 2×10^{-5}.