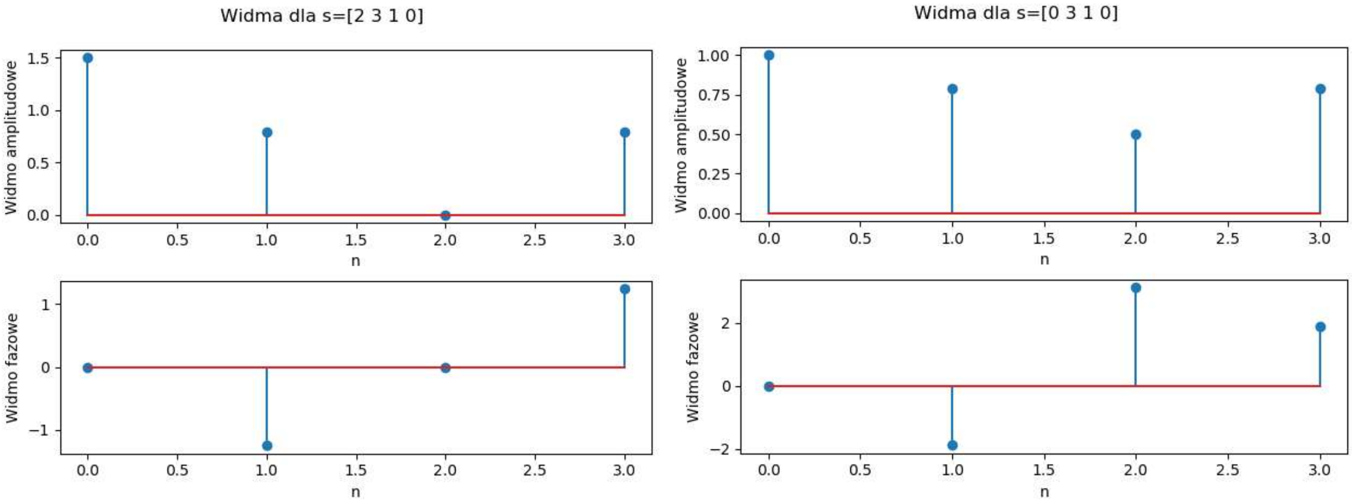
Wstęp do multimediów

Analiza częstotliwościowa sygnałów czasu dyskretnego

Jakub Robaczewski

Zadanie 1:



Twierdzenie Persevala:

$$\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|x[n]|^2 = \sum_{n=0}^{N-1}\left|\frac{X[n]}{N}\right|^2$$

Żeby sprawdzić słuszność twierdzenia Persevala, policzyłem osobno lewą stronę i prawą stronę równania i porównałem je. Otrzymane wyniki przedstawiają moc sygnału

```
Tw. Parsevala dla [2 3 1 0]:
Moc z danych: 3.5
Moc Z FFT: 3.5

Tw. Parsevala dla [0 3 1 0]:
Moc z danych: 2.5
Moc z FFT: 2.5
```

Splot wyznaczyłem „ręcznie” korzystając z wzoru:

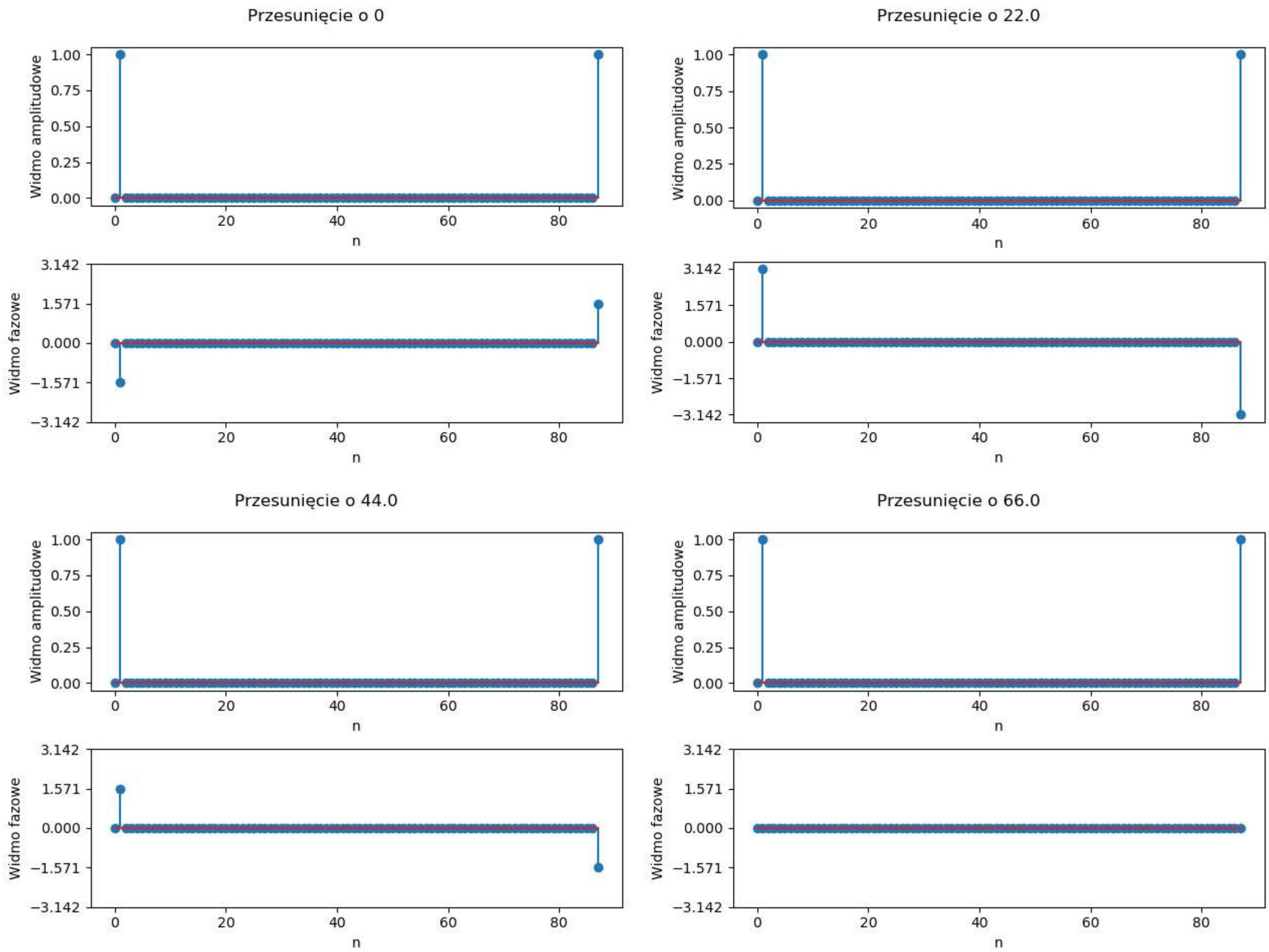
$$s(n) = x(n) \otimes y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m) \cdot n(n-m)_N$$

Następnie sprawdziłem go wykorzystując zależność:

$$s(n) \overset{DFT}{\Longleftrightarrow} X(k) \cdot Y(k)$$

```
Splot policzony ręcznie: [1, 6, 11, 6]
Splot policzony Fourierem: [ 1.  6. 11.  6.]
```

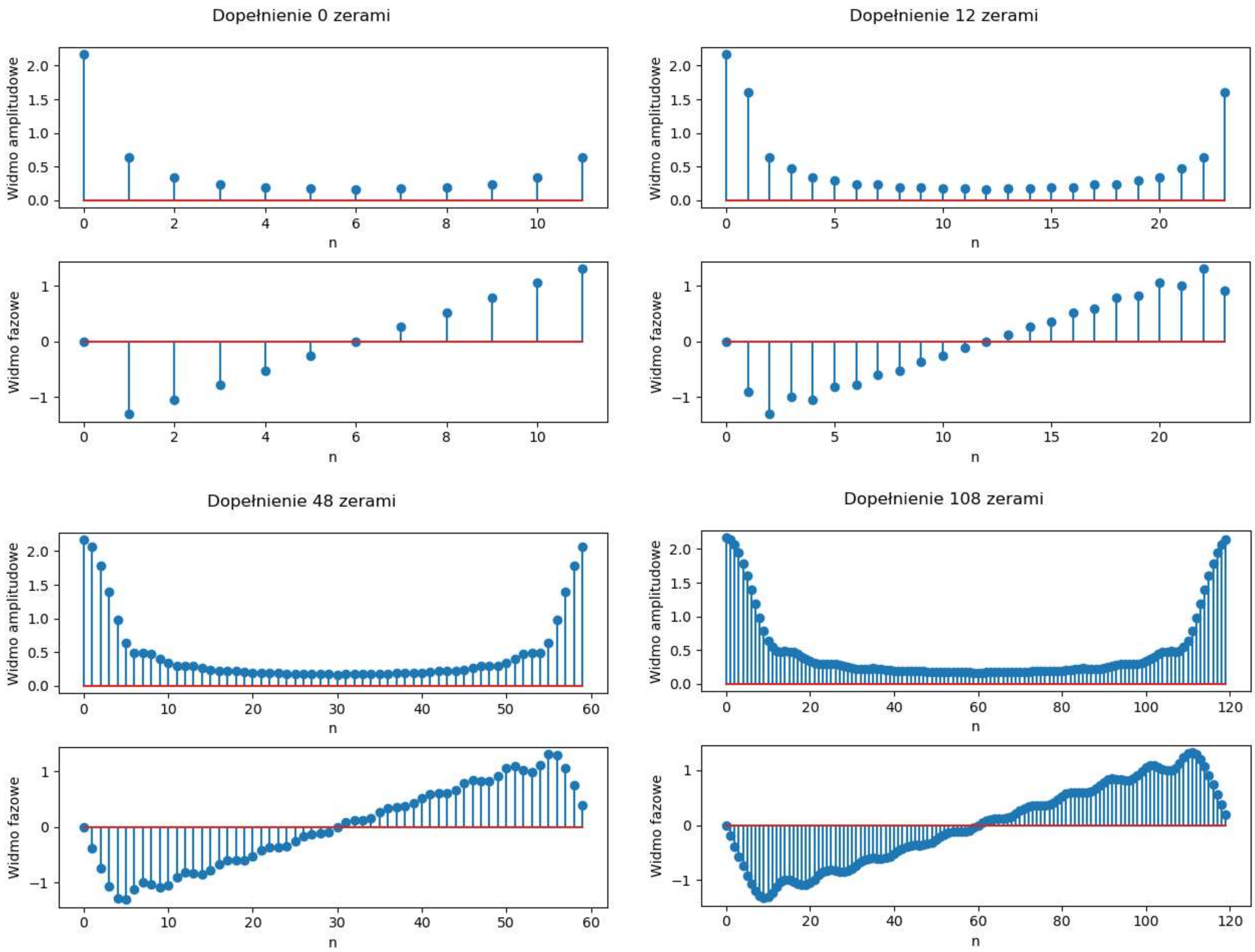
Zadanie 2:



Przesunięcie w czasie nie zmienia amplitudy jego transformaty. Zmiany widma fazowego są zgodne z twierdzeniem o przesunięciu:

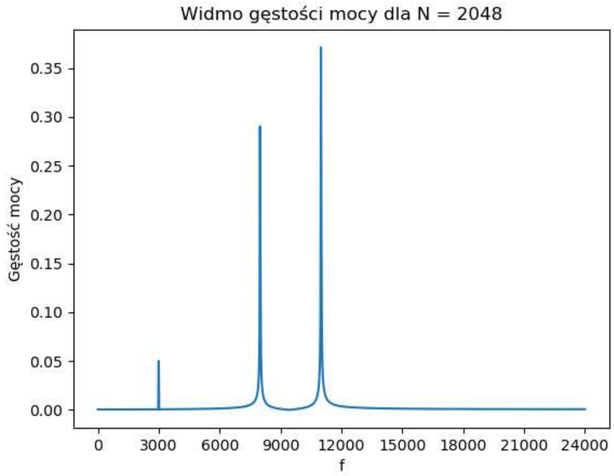
$$x[n] \overset{DFT}{\Longleftrightarrow} X[k] \Rightarrow x[n-n_0] \overset{DFT}{\Longleftrightarrow} X[k]e^{-jk\frac{2\pi}{N}n_0}$$

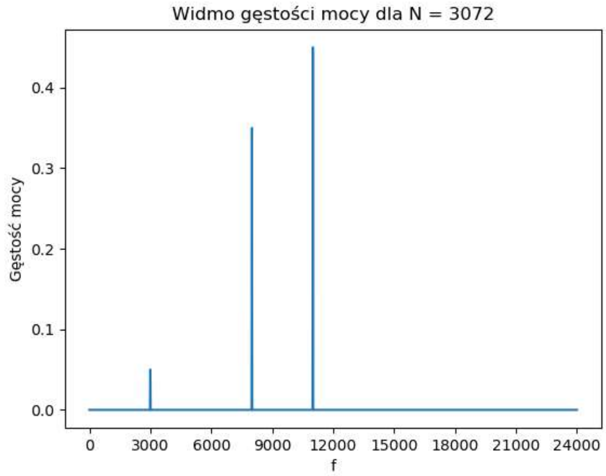
Zadanie 3:



Dopełnienie sygnału zerami zwiększa dokładność otrzymanych widm. Prążki w widmach odpowiadają wielokrotności częstotliwości, dlatego dodanie dodatkowych 12 zer zwiększa rozdzielczość dwukrotnie, dodanie 48 czterokrotnie itd.

Zadanie 4:





Dla 2048 próbek mamy do czynienia z przeciekiem widma, ponieważ prążki poszczególnych częstotliwości są rozmyte i nie występują w punktach odpowiadających dokładnie wartościom częstotliwości. Dla większej liczby próbek problem zmniejsza się, ponieważ w przedziale 3072 próbek mieści się całkowita liczba okresów badanej funkcji.

Okres badanej funkcji: 0.001 [NWW(1/3000, 1/8000/ 1/11000)]
2048/48000 = 0,04266… (42,66… okresów w badanym zakresie)
3072/48000 = 0,064 (64 okresów w badanym zakresie)