

# 全国青少年信息学奥林匹克竞赛

## CCF NOI2021 统一省选

### Day1 (A 卷)

时间：2021 年 4 月 10 日 08:30 ~ 13:00

题目名称	卡牌游戏	矩阵游戏	图函数
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	card	matrix	graph
可执行文件名	card	matrix	graph
输入文件名	card.in	matrix.in	graph.in
输出文件名	card.out	matrix.out	graph.out
每个测试点时限	1.0 秒	1.0 秒	1.0 秒
内存限制	512 MB	512 MB	512 MB
子任务数目	10	20	25
测试点是否等分	是	是	是

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	card.cpp	matrix.cpp	graph.cpp
-----------	----------	------------	-----------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2
-----------	-----

#### 注意事项与提醒（请选手务必仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C++ 中主函数的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 提交的程序代码文件的放置位置请参照各省的具体要求。
4. 因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
5. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
6. 程序可使用的栈内存空间限制与题目的内存限制一致。
7. 全国统一评测时采用的机器配置为：Intel(R) Core(TM) i7-8700K CPU @ 3.70GHz，内存 32GB。上述时限以此配置为准。
8. 评测在当前最新公布的 NOI Linux 下进行，各语言的编译器版本以其为准。
9. 最终评测时所用的编译命令中不含编译选项之外的任何优化开关。

## 卡牌游戏 (card)

### 【题目描述】

Alice 有  $n$  张卡牌, 第  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) 张卡牌的正面有数字  $a_i$ , 背面有数字  $b_i$ , 初始时所有卡牌正面朝上。

现在 Alice 可以将不超过  $m$  张卡牌翻面, 即由正面朝上改为背面朝上。Alice 的目标是让最终朝上的  $n$  个数字的极差 (最大值与最小值的差) 尽量小。请你帮 Alice 算一算极差的最小值是多少。

### 【输入格式】

从文件 `card.in` 中读入数据。

第一行两个正整数  $n, m$ , 代表卡牌张数与至多翻面张数。

第二行  $n$  个正整数, 第  $i$  个数字表示  $a_i$ 。

第三行  $n$  个正整数, 第  $i$  个数字表示  $b_i$ 。

数据保证卡牌上的  $2n$  个数字互不相同, 且卡牌按照  $a_i$  升序给出。

### 【输出格式】

输出到文件 `card.out` 中。

仅一行一个整数表示答案。

### 【样例 1 输入】

```
1 6 3
2 8 11 13 14 16 19
3 10 18 2 3 6 7
```

### 【样例 1 输出】

```
1 8
```

### 【样例 1 解释】

最优方案之一: 将第 1, 5, 6 张卡牌翻面, 最终朝上的数字依次为 10, 11, 13, 14, 6, 7, 极差为  $14 - 6 = 8$ 。

**【样例 2】**

见选手目录下的 *card/card2.in* 与 *card/card2.ans*。

**【样例 3】**

见选手目录下的 *card/card3.in* 与 *card/card3.ans*。

**【数据范围】**

对于所有测试数据： $3 \leq n \leq 10^6$ ， $1 \leq m < n$ ， $1 \leq a_i, b_i \leq 10^9$ 。

每个测试点的具体限制见下表：

测试点编号	$n \leq$	特殊限制
1 ~ 2	10	无
3 ~ 4	500	
5 ~ 6	$5 \times 10^5$	$m \leq 1000$
7	$1 \times 10^5$	无
8	$4 \times 10^5$	
9	$7 \times 10^5$	
10	$1 \times 10^6$	

## 矩阵游戏 (matrix)

### 【题目描述】

Alice 有一个  $n \times m$  的矩阵  $a_{i,j}$  ( $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$ ), 其每个元素为大小不超过  $10^6$  的非负整数。

Bob 根据该矩阵生成了一个  $(n-1) \times (m-1)$  的矩阵  $b_{i,j}$  ( $1 \leq i \leq n-1, 1 \leq j \leq m-1$ ), 每个元素的生成公式为

$$b_{i,j} = a_{i,j} + a_{i,j+1} + a_{i+1,j} + a_{i+1,j+1}$$

现在 Alice 忘记了矩阵  $a_{i,j}$ , 请你根据 Bob 给出的矩阵  $b_{i,j}$  还原出  $a_{i,j}$ 。

### 【输入格式】

从文件 **matrix.in** 中读入数据。

本题有多组数据。

第一行一个整数  $T$  表示数据组数。

每组数据第一行两个正整数  $n, m$ , 表示矩阵  $a_{i,j}$  的大小。

每组数据第 2 ~  $n$  行每行  $m-1$  个非负整数, 表示  $b_{i,j}$ 。

### 【输出格式】

输出到文件 **matrix.out** 中。

对于每组数据:

1. 若矩阵  $b_{i,j}$  无法被生成, 则输出一行一个字符串 **NO**。
  2. 若矩阵  $b_{i,j}$  可被生成, 则先输出一行一个字符串 **YES**, 接下来输出  $n$  行每行  $m$  个 (用单个空格分隔的) 大小不超过  $10^6$  的非负整数表示  $a_{i,j}$ 。
- 若有多个矩阵  $a_{i,j}$  可生成给出的  $b_{i,j}$ , 输出其中任意一个即可。

### 【样例 1 输入】

```
1 3
2 3 3
3 28 25
4 24 25
5 3 3
6 15 14
7 14 12
8 3 3
```

```
9 0 3000005
10 0 0
```

【样例 1 输出】

```
1 YES
2 7 8 8
3 8 5 4
4 4 7 9
5 YES
6 4 2 2
7 5 4 6
8 5 0 2
9 NO
```

【数据范围】

对于所有测试数据： $1 \leq T \leq 10$ ， $2 \leq n, m \leq 300$ ， $0 \leq b_{i,j} \leq 4 \times 10^6$ 。  
每个测试点的具体限制见下表：

测试点编号	$n, m \leq$	特殊限制
1 ~ 4	3	无
5 ~ 7	10	$m = 2$
8 ~ 10	100	
11 ~ 15	300	$0 \leq b_{i,j} \leq 1$
16 ~ 20		无

## 图函数 (graph)

### 【题目描述】

对于一张  $n$  个点  $m$  条边的有向图  $G$  (顶点从  $1 \sim n$  编号), 定义函数  $f(u, G)$ :

1. 初始化返回值  $cnt = 0$ , 图  $G' = G$ 。
2. 从  $1$  至  $n$  按顺序枚举顶点  $v$ , 如果当前的图  $G'$  中, 从  $u$  到  $v$  与从  $v$  到  $u$  的路径都存在, 则将  $cnt + 1$ , 并在图  $G'$  中删去顶点  $v$  以及与它相关的边。
3. 第 2 步结束后, 返回值  $cnt$  即为函数值。

现在给定一张有向图  $G$ , 请你求出  $h(G) = f(1, G) + f(2, G) + \cdots + f(n, G)$  的值。

更进一步地, 记删除 (按输入顺序给出的) 第  $1 \sim i$  条边后的图为  $G_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ), 请你求出所有  $h(G_i)$  的值。

### 【输入格式】

从文件 `graph.in` 中读入数据。

第一行两个整数  $n, m$  表示图的点数与边数。

接下来  $m$  行每行两个整数, 第  $i$  行的两个整数  $x_i, y_i$  表示一条有向边  $x_i \rightarrow y_i$ 。

数据保证  $x_i \neq y_i$  且同一条边不会给出多次。

### 【输出格式】

输出到文件 `graph.out` 中。

输出一行  $m + 1$  个整数, 其中第一个数表示给出的完整图  $G$  的  $h(G)$  值。第  $i$  ( $2 \leq i \leq m + 1$ ) 个整数表示  $h(G_{i-1})$ 。

### 【样例 1 输入】

```
1 4 6
2 2 3
3 3 2
4 4 1
5 1 4
6 2 1
7 3 1
```

### 【样例 1 输出】

```
1 6 5 5 4 4 4 4
```

**【样例 1 解释】**

对于给出的完整图  $G$ :

1.  $f(1, G) = 1$ , 过程中删除了顶点 1。
2.  $f(2, G) = 1$ , 过程中删除了顶点 2。
3.  $f(3, G) = 2$ , 过程中删除了顶点 2, 3。
4.  $f(4, G) = 2$ , 过程中删除了顶点 1, 4。

**【样例 2】**

见选手目录下的 `graph/graph2.in` 与 `graph/graph2.ans`。

**【数据范围】**

对于所有测试数据:  $2 \leq n \leq 1000$ ,  $1 \leq m \leq 2 \times 10^5$ ,  $1 \leq x_i, y_i \leq n$ 。

每个测试点的具体限制见下表:

测试点编号	$n \leq$	$m \leq$
1 ~ 4	10	10
5 ~ 11	100	2000
12 ~ 20	1000	5000
21 ~ 25		$2 \times 10^5$