

算法设计与分析作业四

作者：吴润泽 学号：181860109

Email: 181860109@smail.nju.edu.cn

2020 年 4 月 13 日

目录

Chapter 4

problem 4.2

(1)

\Rightarrow 如果 w 是 v 在 DFS 树中的后继结点, 那么 $active(w) \subseteq active(v)$:
 当 $w \neq v$ 时, 因为 w 是 v 的后继节点, 所以 $v.discover < w.discover$, 并且 $v.finish > w.finish$ 。所以 $active(w) \subset active(v)$ 。当 $w = v$ 时显然成立。
 \Leftarrow 如果 $active(w) \subseteq active(v)$, 那么 w 是 v 在 DFS 树中的后继结点:
 当 $w \neq v$ 时, 因为 $active(w) \subseteq active(v)$, 即 $v.discover < w.discover$, 并且 $v.finish > w.finish$, 即在遍历 v 的过程中将 w 遍历, 即 w 是 v 的后继结点。

(2)

由 (1) 可知, w 不是 v 的后继结点 $\Leftrightarrow active(w) \not\subseteq active(v)$ 。 v 不是 w 的后继结点 $\Leftrightarrow active(v) \not\subseteq active(w)$ 得证。

(3)

① \Rightarrow 如果 vw 是 CE, 那么 v 和 w 没有祖先和后继关系, 由 (2) 可知 $active(w)$ 和 $active(v)$ 互不包含。同时 CE 说明在 v 指向 w 时, w 已经是黑色节点, w 已经遍历结束, 所以 $active(w)$ 在 $active(v)$ 之前。

\Leftarrow $active(w)$ 在 $active(v)$ 之前, w 先完成整个遍历过程, 后才遍历到 v 。且二者没有祖先后继关系, 那么边 vw 即为 CE。

② $\Rightarrow vw$ 是 DE, 即 v 指向 w 时 w 为黑色, 并且 $active(w) \subset active(v)$, 若不存在第三个节点 x , 满足 x 是 v 的后继, w 是 x 的后继, 则 v 遍历到 w 时 w 一定为白色, 边为 TE。即一定有 $active(w) \subset active(x) \subset active(v)$ 。

\Leftarrow 如果存在结点 x , 满足 $active(w) \subset active(x) \subset active(v)$, 由 (1) 可知, x 是 v 的后继, w 是 x 的后继, 且在遍历时 v 先走到 x , 然后 x 走到 w , 即 v 是 w 的祖先结点, 因此 vw 是 DE。

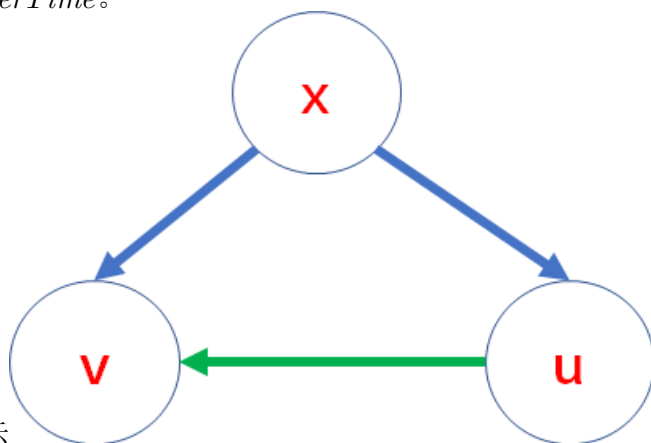
③ $\Rightarrow vw$ 是 TE, 即 v 指向 w 时 w 为白色, w 是 v 的后继, 由 (1) 可知, $active(w) \subset active(v)$ 。若存在 x , 满足 $active(w) \subset active(x) \subset active(v)$, 则在遍历时 v 先走到 x , 然后 x 走到 w , 那么 v 是 w 的祖先而非父结点, 与 vw 是 TE 矛盾。

\Leftarrow 同理可得 w 是 v 的后继, 且 v 直接指向 w , 则 w 是白色, 即 vw 是 TE。

④ vw 是 BE $\Leftrightarrow v$ 是 w 的后继 $\Leftrightarrow active(v) \subset active(w)$ 得证。

problem 4.5

1. 不可能是 TE。如果是 TE, 则有 $active(v) \subset active(u)$, 即 $v.finishTime > u.discoverTime$, 故不成立。
2. 不可能是 BE。如果是 BE, 则有 $active(u) \subset active(v)$, 即 $v.finishTime > u.discoverTime$, 故不成立。
3. 不可能是 DE。如果是 DE, 同样的 v 是 u 的后继结点, 满足 $active(v) \subset active(u)$, 同 1. 不成立。
4. 可能是 CE。 x 结点先遍历 v , 然后从 v 返回 x , x 遍历 u , 易知 $v.finishTime < u.discoverTime$ 。



如图所示

problem 4.7

problem 4.8

problem 4.9

problem 4.12

problem 4.13

problem 4.14

problem 4.16

problem 4.17

problem 4.18

problem 4.20

problem 4.22

problem 4.23

Chapter 5

problem 5.1

problem 5.2

problem 5.4

problem 5.8

problem 5.9

problem 5.10