2.50

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 6 - 4 = 2$$

2.51

$$\begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 0 & 7 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 7 \end{vmatrix} = -14$$

2.52

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 6 - 2 = 4$$

2.53

$$\begin{vmatrix} 9 & 10 & 11 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 9\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} - 10\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + 11\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 9 \cdot 1 - 10 \cdot 2 + 11 \cdot 1 = 0$$

2.55

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow$$
$$\qquad\qquad (*) \qquad\qquad (**)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 1\cdot2\cdot1 + 2\cdot3\cdot1 + (-1)(-1)6 - 1\cdot2\cdot(-1) - 6\cdot3\cdot1 - 1(-1)2 =$$

$$= 2 + 6 + 6 + 2 - 18 + 2 = 0$$

$(*)$
$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 0\cdot2\cdot1 + 2\cdot3\cdot3 + (-1)\cdot3\cdot6 - 3\cdot2\cdot(-1) - 6\cdot3\cdot0 - 1\cdot3\cdot2 =$$

$$= 18 - 18 + 6 - 6 = 0$$

$(**)$
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot3\cdot3 - 1\cdot3\cdot1 - 3\cdot(-1)(-1) - 1\cdot3\cdot1 = 9 - 3 - 3 - 3 = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix} = 6\begin{vmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -5 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -5 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -5 \end{vmatrix} = 6\cdot(-6) - 2\cdot(-24) + 36 = +48$$

↓   ↓ (×)   ↓ (××)

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}\begin{matrix} 3 & -3 \\ 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{matrix} = 3\cdot(-1)(-5) + (-3)2\cdot3 - 3\cdot(-1)\cdot4 - (-5)\cdot1\cdot(-3) =$$

$$= 15 - 18 + 12 - 15 = -6$$

$$(*)\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -5 \end{vmatrix}\begin{matrix} 2 & -3 \\ 2 & -1 \\ 2 & 0 \end{matrix} = 2\cdot(-1)\cdot(-5) + (-3)\cdot2\cdot2 - 2\cdot(-1)\cdot4 - (-5)\cdot2\cdot(-3) =$$

$$= 10 - 12 + 8 - 30 = -24$$

$$(**)\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -5 \end{vmatrix}\begin{matrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{matrix} = 2\cdot1(-5) + 3\cdot2\cdot2 + 4\cdot2\cdot3 - 2\cdot1\cdot4 - 3\cdot2\cdot2 - (-5)\cdot2\cdot3 =$$

$$= -10 + 12 + 24 - 8 - 12 + 30 = 36$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -3 \\ 6 & -2 & 9 & 8 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 9 & 8 \end{vmatrix} - 5\begin{vmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 9 & 8 \end{vmatrix} - 6\begin{vmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 3\cdot90 - 5(-35) - 6\cdot37 =$$

$$= 270 + 175 - 222 = 223$$

↓   ↓ (×)   ↓ (××)

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 9 & 8 \end{vmatrix}\begin{matrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \\ -2 & 9 \end{matrix} = 2\cdot1\cdot8 + 1\cdot2\cdot9 - (-2)\cdot1\cdot1 - 9\cdot(-3)\cdot2 = 16 + 18 + 2 + 54 = 90$$

$$(*) = \begin{vmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 9 & 8 \end{vmatrix}\begin{matrix} -1 & 4 \\ 2 & 1 \\ -2 & 9 \end{matrix} = (-1)\cdot1\cdot8 + 4(-3)(-2) + 2\cdot2\cdot9 - (-2)\cdot1\cdot2 - 9\cdot(-3)\cdot(-1) - 8\cdot2\cdot4 =$$

$$= -8 + 24 + 36 + 4 - 27 - 64 = -35$$

$$(**) = \begin{vmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}\begin{matrix} -1 & 4 \\ 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{matrix} = 4\cdot1\cdot2 + 2\cdot2\cdot1 - 1\cdot1\cdot(-1) - (-3)\cdot2\cdot4 =$$

$$= 8 + 4 + 1 + 24 = 37$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ -1 & 0 & 3 & \cdots & n \\ -1 & -2 & 0 & \cdots & n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 0 & 2 & 6 & \cdots & 2n \\ 0 & 0 & 3 & \cdots & 2n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$$

$$3A + 2B, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -3 \\ 0 & 3 & -12 \end{pmatrix}, \quad 2B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -6 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3A + 2B = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -3 \\ 0 & 3 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -6 & 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ -6 & 7 & -8 \end{pmatrix}$$

$$(1+i)A + (1-i)B, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} i & 1 \\ -i & 1 \end{pmatrix}$$

$$(1+i)A = \begin{pmatrix} 1+i & i+i^2 \\ 1+i & -i-i^2 \end{pmatrix}, \quad (1-i)B = \begin{pmatrix} i-i^2 & 1-i \\ -i+i^2 & 1-i \end{pmatrix}$$

$$(1+i)A + (1-i)B = \begin{pmatrix} 1+i & i+i^2 \\ 1+i & -i-i^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} i-i^2 & 1-i \\ -i+i^2 & 1-i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2i-i^2 & 1+i^2 \\ 1+i^2 & 1-2i-i^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-i)^2 & 1+i^2 \\ 1+i^2 & 1-2i-i^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 3 + (-2) \cdot 2 & 3 \cdot 4 + (-2) \cdot 5 \\ 5 \cdot 3 + (-4) \cdot 2 & 5 \cdot 4 + (-4) \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 23 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 9 - 3 \cdot 6 & 2 \cdot (-6) + (-3) \cdot (-4) \\ 4 \cdot 9 - 6 \cdot 6 & 4 \cdot (-6) + (-6) \cdot (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \cdot 7 + 3 \cdot 2 & 4 \cdot 3 + 3 \cdot 1 \\ 7 \cdot 7 + 5 \cdot 2 & 7 \cdot 3 + 5 \cdot 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 34 & 15 \\ 59 & 26 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 \cdot (-28) + 15 \cdot 38 & 34 \cdot 93 + 15 \cdot (-126) \\ 59 \cdot (-28) + 26 \cdot 38 & 59 \cdot 93 + 26 \cdot (-126) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -382 & 1272 \\ -664 & 2271 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 & 1 \cdot 5 - 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 & 1 \cdot 6 - 3 \cdot 5 + 2 \cdot 2 \\ 3 \cdot 2 - 4 \cdot 1 + 1 \cdot 1 & 3 \cdot 5 - 4 \cdot 2 + 1 \cdot 3 & 3 \cdot 6 - 4 \cdot 5 + 1 \cdot 2 \\ 2 \cdot 2 - 5 \cdot 1 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 5 - 5 \cdot 2 + 3 \cdot 3 & 2 \cdot 6 - 5 \cdot 5 + 3 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}$$

2.83

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5\cdot6+2\cdot7+3\cdot4 \\ 4\cdot6-1\cdot2+5\cdot7+3\cdot4 \\ 3\cdot6-2\cdot1-1\cdot7+2\cdot4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 56 \\ 69 \\ 17 \end{pmatrix}$$

2.84.

а) $(4\ 0\ -2\ 3\ 1)\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} = 4\cdot3+2\cdot1+3\cdot5+1\cdot2 = 31$

б) $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}(4\ 0\ -2\ 3\ 1) = \begin{pmatrix} 3\cdot4 & 3\cdot0 & 3\cdot(-2) & 3\cdot3 & 3\cdot1 \\ 1\cdot4 & 1\cdot0 & 1\cdot(-2) & 1\cdot3 & 1\cdot1 \\ -1\cdot4 & -1\cdot0 & -1\cdot(-2) & -1\cdot3 & -1\cdot1 \\ 5\cdot4 & 5\cdot0 & 5\cdot(-2) & 5\cdot3 & 5\cdot1 \\ 2\cdot4 & 2\cdot0 & 2\cdot(-2) & 2\cdot3 & 2\cdot1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 0 & -6 & 9 & 3 \\ 4 & 0 & -2 & 3 & 1 \\ -4 & 0 & 2 & -3 & -1 \\ 20 & 0 & -10 & 15 & 5 \\ 8 & 0 & -4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

2.90

$f(x) = 3x^2 - 4, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

$f(A) = 3\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}^2 - 4 = 3\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} - 4 = 3\begin{pmatrix} 2\cdot2+1\cdot0 & 2\cdot1+1\cdot3 \\ 0\cdot1+3\cdot0 & 0\cdot1+3\cdot3 \end{pmatrix} - 4 =$

$= 3\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} - 4 = \begin{pmatrix} 12 & 15 \\ 0 & 27 \end{pmatrix} - 4$

2.91

$f(x) = x^2 - 3x + 1, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

$f(A) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + 1 = \begin{pmatrix} 1\cdot1-2\cdot1 & 1\cdot2+2\cdot3 \\ -1\cdot1-3\cdot1 & -1\cdot2+3\cdot3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} + 1 =$

$= \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} + 1 = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} + 1$

2.93.

$AB - BA = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot2-2\cdot4 & 1\cdot(-3)+2\cdot1 \\ 4\cdot2-1\cdot(-4) & 4\cdot(-3)-1\cdot1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2\cdot1-3\cdot4 & 2\cdot2-3\cdot(-1) \\ -4\cdot1+1\cdot4 & -4\cdot2-1\cdot1 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ 12 & -13 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -10 & 7 \\ 0 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 12 & -4 \end{pmatrix}$

$$AB - BA = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 5 & 3 \\ 0 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & 5 & 3 \\ 0 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 7 & 1 \cdot 5 + 7 \cdot 7 & 1 \cdot 3 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 7 \\ 0 & 1 \cdot 7 & 1 \cdot 5 + 1 \cdot 7 \\ 0 & 0 & 1 \cdot 7 \end{pmatrix} - $$

$$- \begin{pmatrix} 7 \cdot 1 & 5 \cdot 1 + 7 \cdot 1 & 3 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 7 \cdot 1 \\ 0 & 7 \cdot 1 & 7 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \\ 0 & 0 & 7 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 12 & 15 \\ 0 & 7 & 12 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & 12 & 15 \\ 0 & 7 & 12 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} = 0$$

2.103

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 13 \\ 4 & -1 & 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \\ 1 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 13 \\ 4 & -1 & 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \\ 1 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 & 1 \cdot 4 - 2 \cdot 1 + 1 \cdot 5 - 3 \cdot 1 \\ 4 \cdot 1 - 1 \cdot 2 + 5 \cdot 1 - 1 \cdot 3 & 4 \cdot 4 + 1 \cdot 1 + 5 \cdot 5 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 4 \\ 4 & 43 \end{pmatrix}$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \\ 1 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 13 \\ 4 & -1 & 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 4 \cdot 4 & 1 \cdot 2 - 4 \cdot 1 & 1 \cdot 1 + 4 \cdot 5 & 1 \cdot 3 - 4 \cdot 1 \\ 2 \cdot 1 - 1 \cdot 4 & 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 2 \cdot 1 - 1 \cdot 5 & 2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 + 5 \cdot 4 & 1 \cdot 2 - 5 \cdot 1 & 1 \cdot 1 + 5 \cdot 5 & 1 \cdot 3 - 5 \cdot 1 \\ 3 \cdot 1 - 1 \cdot 4 & 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 3 \cdot 1 - 1 \cdot 5 & 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -2 & 21 & -1 \\ -2 & 5 & -3 & 7 \\ 21 & -3 & 26 & -2 \\ -1 & 7 & -2 & 10 \end{pmatrix}$$

2.106

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \det A = 4 - 6 = -2$$

$$A^{(1,1)} = 4, \quad A^{(1,2)} = -3, \quad A^{(2,1)} = -2, \quad A^{(2,2)} = 1$$

$$A^L = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

2.107

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \quad \det A = 21 - 20 = 1$$

$$A^{(1,1)} = 7, \quad A^{(1,2)} = 5, \quad A^{(2,1)} = -4, \quad A^{(2,2)} = 3$$

$$A^V = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

2·109

$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 5 \\ 6 & 3 \\ 5 & -2 \end{matrix} = 2\cdot3\cdot(-3)+5\cdot4\cdot5+7\cdot6\cdot(-2)-5\cdot3\cdot7+2\cdot4\cdot2+3\cdot6\cdot5 =$

$= -18+100-84-105-16+90 = -1$

$A^{(1,1)} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = -1, \quad A^{(1,2)} = -\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = +38, \quad A^{(1,3)} = \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = -27$

$A^{(2,1)} = -\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = 41, \quad A^{(2,2)} = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = -41, \quad A^{(2,3)} = -\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = +29$

$A^{(3,1)} = \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -1, \quad A^{(3,2)} = -\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 34, \quad A^{(3,3)} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} = -24$

$A^{\vee} = \begin{pmatrix} -1 & 38 & -27 \\ 1 & -41 & 29 \\ -1 & 34 & -24 \end{pmatrix}$

$A^{\vee} = \begin{pmatrix} -1 & 38 \\ & & \end{pmatrix}$

$A^{-1} = -\begin{pmatrix} -1 & 38 & -27 \\ 1 & -41 & 29 \\ -1 & 34 & -24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -38 & 27 \\ -1 & 41 & -29 \\ 1 & -34 & 24 \end{pmatrix}$

$A^{\vee} = \begin{pmatrix} -1 & 41 & -1 \\ 38 & -41 & 34 \\ -27 & 29 & -24 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = -\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 38 & -41 & 34 \\ -27 & 29 & -24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{pmatrix}$

2·114

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 7 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 9 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{1:2}{=} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{7}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 3 & 9 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{2\cdot3}{=} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{7}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{1: -\frac{3}{2}}{=} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{7}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{array}\right)$

$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{1}{3} & -3 & \frac{7}{3} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \end{array}\right) \overset{\cdot(-\frac{1}{3})}{\underset{\cdot(-\frac{1}{3})}{}} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{3} & 2 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{3} & -1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \end{array}\right)$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{3} & 2 & -\frac{1}{3} \\ \frac{5}{3} & -1 & -\frac{1}{3} \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 7 & -6 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 6 & -3 & -3 \end{pmatrix}$