$(V_3, P, +, \cdot)$ -? V_3 - мн-во геом. векторов

1° $(u+v)+w = u+(v+w)$ - выполн.

2° $\exists\ \bar{0}$ - выполн.

3° $\exists(-v)$ - выполн.

4° $u+v = v+u$ - выполн.

5° $\alpha(\beta v) = (\alpha\beta)v$ - выполн.

6° $1v = v$ - выполн.

7° $(\alpha+\beta)v = \alpha v + \beta v$ - выполн.

8° $(u+v)\alpha = u\alpha + v\alpha$ - выполн.

$(V_3, P, +, \cdot)$ - лин. пр-во

3.2

$(R^n, P, +, \cdot)$ -? R^n - мн-во арифм. n-комп. векторов

1° выполн.

2° выполн.

3° выполн.

4° выполн.

5° выполн.

6° выполн.

7° выполн.

8° выполн.

$(R^n, P, +, \cdot)$ - лин. пр-во

3.3

Мн-во P_n многочленов $p(t) = a_{n-1}t^{n-1} + \dots + a_1 t + a_0$

$1^\circ - 8^\circ$ - выполн => $(P_n, K, +, \cdot)$ - лин. пр-во

3.4

Мн-во $C_{[a,b]}$ всех ф-й $f(t)$ непрер на отрезке $[a,b]$

$1^\circ - 8^\circ$ - выполн. => $(C_{[a,b]}, P, +, \cdot)$ - лин. пр-во

3.5

Мн-во $M_{m \times n}$ матриц размера $m \times n$

$1^\circ - 8^\circ$ - выполн. => $(M_{m \times n}, P, +, \cdot)$ - лин. пр-во

3.6

Мн-во V_1 геом. векторов коллин. одной прямой

$1^\circ - 8^\circ$ - выполн => $(V_1, P, +, \cdot)$ - лин. пр-во

3.7.

Мн-во V_2 геом. векторов исход. из начала коорд.

1° - не выполн., т.к. $(u+v)+w = S$, $S \notin V_2$ => $(V_2, P, +, \cdot)$ - не яв. лин. пр.

3.8

Мн-во V_4 геом. вект., удовл. условию $|x|>a$, где $a>0$

$1^\circ - 8^\circ$ - выполн => $(V_4, P, +, \cdot)$ - лин. пр-во

3.9

Мн-во X сход. посл.

$1^\circ - 8^\circ$ - выполн => $(X, P, +, \cdot)$ - лин. пр-во

3.10

Мн-во Y расход. посл.

$1^\circ - 8^\circ$ - выполн. => $(Y, P, +, \cdot)$ - лин. пр-во

$\quad (\ldots 0) \quad e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

3.15

$\beta'(e'_1, e'_2, e'_3)$

$E'_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad E'_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad E'_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\det A = 2 \neq 0 \Rightarrow$ л/н $\Rightarrow \beta'(e'_1, e'_2, e'_3)$ - базис V_3

$T_{\beta \to \beta'} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad (T_{\beta \to \beta'})^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

$X = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$X' = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow x = \frac{1}{2} e'_1 - \frac{3}{2} e'_2 + 2 e'_3$

3.16

$E'_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad E'_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad E'_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$T_{\beta \to \beta'} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (T_{\beta \to \beta'})^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$X = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$X' = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

3.17

$E'_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad E'_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad E'_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$T_{\beta - \beta'} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (T_{\beta - \beta'})^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$X = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$X' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

3.19

$x_1 = -i+2j \quad x_2 = 2i-j+k \quad x_3 = -4i+5j-k \quad x_4 = 3i-3j+k$

$\exists\ A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix},\ X = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, тогда $\det A = 0 \Rightarrow$ л.з. $\Rightarrow$ нет базиса

$\exists\ A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ -1 & 5 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix},\ X = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, тогда $\det A = 0 \Rightarrow$ не базис

$\exists\ A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix},\ X = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, тогда $\det A = 0 \Rightarrow$ не базис

$\exists\ A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},\ X = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$, тогда $\det A = 0 \Rightarrow$ не базис

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & -4 & 3 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 & 3 \\ 0 & 3 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 & 3 \\ 0 & 3 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{rang} = 2$$

3.28

$t^2 - t + 2 \qquad \beta(1,\ t-1,\ (t-1)^2)$, где $e_1 = 1,\ e_2 = t-1,\ e_3 = (t-1)^2$

$\exists\ t-1 = x \Rightarrow t = x+1,\ \cancel{t^2-2t+1} = (t-1)^2 = x^2$

$(x+1)^2 - x - 1 + 2 = x^2 + 2x + 1 - x - 1 + 2 = x^2 + x + 2 \Rightarrow x = 2e_1 + e_2 + e_3$