1. Considere las siguientes afirmaciones y determine su valor de verdad.

a) Toda matriz de varianzas-covarianzas es anti simétrica.
b) Sea $A \in \mathbb{R}^{mxn}$, $\underline{y} = [X_1, \cdots, X_n]^T$ un vector aleatorio de tal que $var[\underline{y}] = \Sigma_y$, la entrada i, j de la matriz $A\Sigma_y A^T$ es igual a $Cov[X_i, X_j]$.
c) Todas las entradas de la matriz de correlaciones son menores a uno.
d) El modelo $y_i = \sum_{j=0}^{k} \beta_j x_i^j + \varepsilon_i,\ \varepsilon_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$ es lineal.
e) Sea $A \in \mathbb{R}^{nxn}$ tal que $A = A^T$ y A es idempotente, entonces $(I_n - A)^n = (I_n - A)$

a) Falso, es simétrica

Si $\underline{X}$ es un vector aleatorio con vector de medias $\underline{\mu}$

$$\Sigma = E[(\underline{X} - \underline{\mu})(\underline{X} - \underline{\mu})^T]$$

$$E\left(\begin{bmatrix} (x_1-\mu_1)^2 & (x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2) & \cdots & (x_1-\mu_1)(x_n-\mu_n) \\ \vdots & (x_2-\mu_2)^2 & (x_2-\mu_2)(x_3-\mu_3) & \cdots & (x_2-\mu_2)(x_n-\mu_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & & & & (x_n-\mu_n)^2 \end{bmatrix} \right)$$

b) Falso

$$\underline{Z} = A\underline{Y} = [Z_1, \ldots, Z_n]^T$$

$$Var(\underline{Z}) = Var(A\underline{Y}) = A\,Var(\underline{Y})A^T = A\Sigma_Y A^T$$

Entonces la entrada i,j de $A\Sigma_Y A^T$ es $Cov(Z_i, Z_j)$

c) Falso.

Por definición $\rho_{x,y} = Corr(X,Y)$ es un valor entre -1 y 1.

Además, la entrada i,j de la matriz de correlaciones es igual a $Corr(X_i, X_j)$

Finalmente $Corr(X,X)=1$, entonces para $i=j$ $Corr(X_i,X_j)=1$

d) Verdadero, pues el modelo es lineal en sus parámetros.

c) $A=A^T$, entonces A es simétrica.
A es idempotente $(A^n=A)$
(I_n-A) también es idempotente $\Rightarrow (I_n-A)^n=(I_n-A)$

nota $A^2=A\cdot A=A$, $A^3=A^2\cdot A=A\cdot A=A^2=A$, $A^4=A^3\cdot A=A\cdot A=A$, ...

2)

c) $Y_i=\beta_0+\beta_1X_{1i}+\beta_2X_{2i}+\beta_3X_{3i}+\beta_5X_{5i}+\varepsilon_i$
$\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} N(0,\sigma^2) \leftarrow$ Escalar

$\underline{Y}=\beta_0+\beta_1\underline{X_1}++\beta_2\underline{X_2}+\beta_3\underline{X_3}+\beta_5\underline{X_5}+\underline{\varepsilon}$, $\underline{\varepsilon}\sim N(\underline{0},\sigma^2I_n)$

$\underline{Y}=\cancel{X}\underline{\beta}+\underline{\varepsilon}$, $\underline{\varepsilon}\sim N(\underline{0},\sigma^2I_n)$

nota: Si X e Y son independientes $\Rightarrow$ $Cov(X,Y) = 0$

Pero si X e Y están normalmente distribuidas $Cov(x,y) = 0 \Longleftrightarrow X$ e Y son independientes