

Dado el contenido que se ha visto hasta el momento, el taller será mayormente teórico y operativo.

1. Considere las siguientes afirmaciones y determine su valor de verdad.
  - a) Toda matriz de varianzas-covarianzas es anti simétrica.
  - b) Sea  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $\underline{y} = [X_1, \dots, X_n]^T$  un vector aleatorio de tal que  $\text{var}[\underline{y}] = \Sigma_y$ , la entrada  $i, j$  de la matriz  $A \Sigma_y A^T$  es igual a  $\text{Cov}[X_i, X_j]$ .
  - c) Todas las entradas de la matriz de correlaciones son menores a uno.
  - d) El modelo  $y_i = \sum_{j=0}^k \beta_j x_i^j + \varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$  es lineal.
  - e) Sea  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  tal que  $A = A^T$  y  $A$  es idempotente, entonces  $(I_n - A)^n = (I_n - A)$
2. Un ingeniero realizó un experimento para determinar el rendimiento total del aceite por lote de cacahuate, para ello tuvo en cuenta variables como la presión, temperatura del CO2 aplicado, la humedad y el tamaño de partícula de los cacahuates. Los 16 datos recolectados aparecen a continuación

Cuadro 1: Datos de estudio sobre el rendimiento total de aceite por lote de cacahuate.

Rendimiento $[y]$	Presión $[X_1]$	Temperatura $[X_2]$	Humedad $[X_3]$	Tamaño de partícula $[X_5]$
63	415	25	5	1.28
21	550	25	5	4.05
36	415	95	5	4.05
99	550	95	5	1.28
24	415	25	15	4.05
66	550	25	15	1.28
71	415	95	15	1.28
54	550	95	15	4.05
23	415	25	5	4.05
74	550	25	5	1.28
80	415	95	5	1.28
33	550	95	5	4.05
63	415	25	15	1.28
21	550	25	15	4.05
44	415	95	15	4.05
96	550	95	15	1.28

- a) Calcule la matriz de varianzas-covarianzas.
- b) Calcule la matriz de correlaciones.
- c) Escriba un modelo con las covariables en forma escalar.

- d) Añada una columna de unos al principio de los datos (excluyendo la covariable), de ahora en adelante dicha matriz será nombrada  $\mathbf{X}$ .
- e) Calcule las matrices  $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ ,  $(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$ ,  $(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}^T\underline{y})$ ,  $\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}^T\underline{y})$  y  $\underline{y} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}^T\underline{y})$ .

**Nota:** la base de datos se encuentra como `table.b7` en el paquete MPV