

ΣΕΙΡΑ ΓΡΑΠΤΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΩΝ 3



για το μάθημα
Τεχνητή Νοημοσύνη

Γεώργιος Σκουρτσίδης (03114307)

ΑΣΚΗΣΗ 1

Εκφώνηση

1. Θεωρούμε ότι έχουμε έξι διανύσματα δεδομένων καθένα από τα οποία γνωρίζουμε ότι ανήκει σε μία από δύο κλάσεις A και B . Συγκεκριμένα:

$$\begin{aligned}(0, 1, 3) &\in B \\ (3, 0, -1) &\in A \\ (1, 2, 0) &\in B \\ (3, -1, 0) &\in A \\ (-2, 1, -2) &\in B \\ (0, -2, -1) &\in A\end{aligned}$$

Εκπαιδεύστε ένα perceptron με αρχικό διάνυσμα βαρών $(w_0, w_1, w_2, w_3) = (1, 1, -1, -1)$, βήμα μάθησης $\beta = 0.2$ και συνάρτηση ταξινόμησης

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{αν } x \geq 0 \\ 0 & \text{αν } x < 0 \end{cases}$$

έτσι ώστε να ταξινομεί σωστά τα παραπάνω διανύσματα δεδομένων δίνοντας έξοδο 0 για την κλάση A και 1 για την κλάση B .

2. Θεωρήστε ότι σας δίνεται το διάνυσμα $(3, -1, 3)$. Σε ποια κλάση θα το ταξινομήσει το perceptron που εκπαιδεύσατε;

Λύση

Εκτελώ τον αλγόριθμο για την εκπαίδευσης του perceptron. Στον παρακάτω πίνακα bias απεικονίζεται ως μία ακόμη είσοδος για χάρη ευκολίας. Θα συνεχίσω την επανάληψη μέχρι να κατηγοριοποιηθούν σωστά όλα τα πρότυπα εισόδου.

Επανάληψη 1^η:

X_k	W_k	$f(y_k)$	$Y - Y_{pred}$	$x_i * w_i$
(1, 0, 1, 3)	1, 1, -1, -1	$f(-3)=0$	1-0	0.2, 0.2, 0.2, 0.6
(1, 3, 0, -1)	1.2, 1, -0.8, -0.2	$f(3.6)=1$	0-1	-0.2, -0.6, 0, 0.2
(1, 1, 2, 0)	1, 0.4, -0.8, -0.2	$f(-0.2)=0$	1-0	0.2, 0.2, 0.4, 0
(1, 3, -1, 0)	1.2, 0.6, -0.4, -0.2	$f(3.4)=1$	0-1	-0.2, -0.6, 0.2, 0
(1, -2, 1, -2)	1, 0.2, -0.2	$f(1.2)=1$	1-1	0, 0, 0, 0
(1, 0, -2, -1)	1, 0.2, -0.2	$f(1.6)=1$	0-1	-0.2, 0, 0.4, 0.2
	0.8, 0.2, 0			

1 σωστή ταξινόμηση -> accuracy 0.167

Επανάληψη 2^η:

X_k	W_k	$f(y_k)$	$Y - Y_{pred}$	$x_i * w_i$
(1,0, 1, 3)	0.8, 0, 0.2, 0	$f(1)=1$	1-1	0,0,0,0
(1,3, 0, -1)	0.8, 0, 0.2, 0	$f(0.8)=1$	0-1	-0.2,-0.6,0,0.2
(1,1, 2, 0)	0.6, -0.6, 0.2, 0.2	$f(0.4)=1$	1-1	0,0,0,0
(1,3, -1, 0)	0.6, -0.6, 0.2, 0.2	$f(-1.4)=0$	0-0	0,0,0,0
(1,-2, 1, -2)	0.6, -0.6, 0.2, 0.2	$f(1.6)=1$	1-1	0,0,0,0
(1,0, -2, -1)	0.6, -0.6, 0.2, 0.2	$f(0)=1$	0-1	-0.2,0,-0.4,0.2
	0.4,-0.6,0.6,0.4			

4 σωστές ταξινομήσεις -> accuracy 0.667

Επανάληψη 3^η:

X_k	W_k	$f(y_k)$	$Y - Y_{pred}$	$x_i * w_i$
(1,0, 1, 3)	0.4,-0.6,0.6,0.4	$f(1.2)=1$	1-1	0,0,0,0
(1,3, 0, -1)	0.4,-0.6,0.6,0.4	$f(-1.8)=1$	0-0	0,0,0,0
(1,1, 2, 0)	0.4,-0.6,0.6,0.4	$f(1)=1$	1-1	0,0,0,0
(1,3, -1, 0)	0.4,-0.6,0.6,0.4	$f(-1)=0$	0-0	0,0,0,0
(1,-2, 1, -2)	0.4,-0.6,0.6,0.4	$f(0.4)=1$	1-1	0,0,0,0
(1,0, -2, -1)	0.4,-0.6,0.6,0.4	$f(-1.2)=0$	0-0	0,0,0,0
	0.4,-0.6,0.6,0.4			

6 σωστές ταξινομήσεις -> accuracy 1.0

Χρειάστηκαν 3 επαναλήψεις για να επιτευχθεί η ζητούμενη ακρίβεια.

2.

Για είσοδο (3, -1, 3) έχουμε : $\sum_{i=0}^n w_i * x_i = -0.8$

$f(-0.8)=0$

Συνεπώς το πρότυπο εισόδου ταξινομείται στην κλάση A.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Εκφώνηση

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της προηγούμενης άσκησης, υπολογίστε σε ποια κλάση θα το ταξινομήσει το διάνυσμα (3, -1, 3) ένας ταξινομητής πλησιέστερου γείτονα και ένας ταξινομητής 3 πλησιέστερων γειτόνων που χρησιμοποιεί ως απόσταση την ευκλείδεια απόσταση

Λύση

Θα χρειαστεί να υπολογίσουμε τις αποστάσεις του (3, -1, 3) από όλα τα πρότυπα και να βρούμε τον κοντινότερο γείτονα αρχικά, και τους 3 κοντινότερους γείτονες στη συνέχεια. Ο τύπος είναι :

$$d = \sqrt{(xa - ya)^2 + (xb - yb)^2 + (xc - yc)^2}$$

- (0, 1, 3) : $d = 3.6$
- (3, 0, -1) : $d = 4.123$
- (1, 2, 0) : $d = 4.69$
- (3, -1, 0) : $d = 3$
- (-2, 1, -2) : $d = 7.348$
- (0, -2, -1) : $d = 5.1$

Για 1 πλησιέστερο γείτονα: ο κοντινότερος γείτονας είναι το πρότυπο (3, -1, 0) που ανήκει στην κλάση A άρα το πρότυπο (3, -1, 3) ταξινομείται επίσης στην κλάση A.

Για 3 κοντινότερους γείτονες: Τα πρότυπα (3, -1, 0), (0, 1, 3), (3, 0, -1) που ανήκουν στις κλάσεις A,B και A αντίστοιχα. Συνεπώς το πρότυπο (3, -1, 3) θα ταξινομηθεί και πάλι στην κλάση A, ως η πολυπληθέστερη κλάση μεταξύ των 3 πλησιέστερων γειτόνων.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Εκφώνηση

Δίνονται τα ασαφή σύνολα

$$A_1 = 0.6/x_1 + 0.8/x_2 + 1/x_3, \quad A_2 = 0.4/y_1 + 1/y_2, \quad B = 1/z_1 + 0.5/z_2$$

και ο ασαφής κανόνας

αν η \mathcal{X} είναι A_1 και η \mathcal{Y} είναι A_2 , τότε η \mathcal{Z} είναι B

ο οποίος θεωρούμε ότι αποτελεί ένα ασαφές σύστημα.

Χρησιμοποιώντας τους συνήθεις ασαφείς τελεστές και τη συνεπαγωγή Mamdani, υπολογίστε το ασαφές σύνολο εξόδου του συστήματος αν η τιμή της εισόδου είναι x_2 για τη μεταβλητή \mathcal{X} και y_1 για τη μεταβλητή \mathcal{Y} .

Λύση

Γνωρίζουμε πως η συνεπαγωγή Mamdani είναι: $J_{\min}(a, b) = \min\{a, b\}$

Συνεπώς:

- $A_{1,2} = J(A_1, A_2) = \min\{A_1, A_2\} = 0.4/x_1, y_1 + 0.6/x_1, y_2 + 0.4/x_2, y_1 + 0.8/x_2, y_2 + 0.4/x_3, y_1 + 1/x_3, y_2$
- $B' = J(A_{1,2}, B) = \min\{A_{1,2}, B\} = 0.4/x_1, y_1, z_1 + 0.6/x_1, y_2, z_1 + 0.4/x_2, y_1, z_1 + 0.8/x_2, y_2, z_1 + 0.4/x_3, y_1, z_1 + 1/x_3, y_2, z_1 + 0.4/x_1, y_1, z_2 + 0.5/x_1, y_2, z_2 + 0.4/x_2, y_1, z_2 + 0.5/x_2, y_2, z_2 + 0.4/x_3, y_1, z_2 + 0.5/x_3, y_2, z_2$

Για $Y=y_1$ και $X=x_1$:

- $B' = 0.4/x_2, y_1, z_1 + 0.4/x_2, y_1, z_2$