



## 第二題：期望長度 (Expectation)

### 問題敘述

$S$  和  $R$  為兩個長度為  $n$  的字串，每一個字元不是  $0$  就是  $1$ 。若字串  $C$  同時滿足下面兩個條件，那麼我們稱  $C$  為  $S$  和  $R$  的**共同子序列**。

1. 把  $S$  中零個或多個字元刪除後，將剩下的字元按原本在  $S$  中的順序拼接起來，可以得到字串  $C$ 。
2. 把  $R$  中零個或多個字元刪除後，將剩下的字元按原本在  $R$  中的順序拼接起來，可以得到字串  $C$ 。

所有可能的共同子字串中，長度最長的一個稱為**最長共同子序列**，簡寫為  $LCS(S, R)$ 。

給定  $S$ ，已知  $R$  是長度為  $n$  的**隨機字串**（即  $R$  等於每一個長度為  $n$  的任何二元字串的機率皆為  $1/2^n$ ）。我們想要找出  $S$  和  $R$  的最長共同子序列的期望長度。舉例來說，當  $n = 3$  而且字串  $S = 010$ ，若  $R = 010$  則  $LCS(S, R) = 3$ ；若  $R = 111$ ，則  $LCS(S, R) = 1$ ；若  $R$  為其他字串則  $LCS(S, R) = 2$ 。因此期望長度為

$$\frac{1}{8} \cdot 3 + \frac{1}{8} \cdot 1 + \frac{6}{8} \cdot 2 = 2$$

### 輸入格式

輸入僅有一列，包含一個正整數  $n$  ( $1 \leq n \leq 32$ )，以及一個由  $0$ 、 $1$  字元所組成且長度為  $n$  個字串  $S$ 。 $n$  與  $S$  以一空白分隔。

### 輸出格式

請輸出一個最簡分數  $a/b$ ，表示  $LCS(S, R)$  的期望長度。當分母  $b = 1$  的時候，請以整數方式輸出。

### 測資限制

- $1 \leq n \leq 32$ 。



### 輸入範例 1

3 010

### 輸出範例 1

2

### 輸入範例 2

4 0101

### 輸出範例 2

11/4

### 輸入範例 3

5 01000

### 輸出範例 3

51/16

### 評分說明

本題共有 4 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	9	$n \leq 10$ 。
2	23	$n \leq 16$ 。
3	37	$n \leq 26$ 。
4	31	無額外限制。