

第一題：化學元素分析 (Chemical Analysis)

問題描述

化學式記錄著不同分子的組成，如 H_2O 水分子是由 2 個 H (氫) 與 1 個 O (氧) 原子組成。更複雜的分子，如 Iron(III) Sulfate (硫酸鐵) 的分子會由括號包著，如 $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$ 代表由 2 個 Fe (鐵) 原子，3 個 S (硫) 原子，以及 12 個 O (氧) 原子組成。所有的原子符號都是由 1 個或 2 個字母組成，如 Na (鈉)、I (碘)。第一個字元一定是大寫，第二個一定是小寫。給定一個化學式，將裡面有幾種不同的原子寫出來並計算個數。對於非資訊專才的學生覺得每次用手算太麻煩了，於是求助於你，希望你能幫他設計出一個程式來快速完成作業。

輸入格式

輸入只有一行，代表一個化學分子（長度小於 256 字元）。

輸出格式

第一行為分子名稱，接著幾行為「原子名稱：數量」，每一種原子一行，並以字典排序由小到大輸出。

輸入範例一 C6H12O6	輸出範例一 C6H12O6 C:6 H:12 O:6
------------------	--

輸入範例二 $\text{NH}_4(\text{Cr}(\text{SCN})_4(\text{NH}_3)_2)$	輸出範例二 $\text{NH}_4(\text{Cr}(\text{SCN})_4(\text{NH}_3)_2)$ C:4 Cr:1 H:10 N:7 S:4
--	---

評分說明

本題共有三組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	20	每個原子名稱都只有一個字元，且分子化學式中不含括號。
2	20	分子化學式中不含括號。
3	60	無

第二題：排列第幾個? (Permutation)

問題描述

N 個可重複的英文字母排成一列，共有幾種排法？比如說，兩個 A 一個 B 一個 C 排成一列共有 12 種排法，依照字典排序法依序如下：AABC、AACB、ABAC、ABCA、ACAB、ACBA、BAAC、BACA、BCAA、CAAB、CABA、CBAA。

現在給定一個排列 π ，請問 π 是該些字母排列中的第幾個？上例中第 0 個為 AABC，第 1 個為 AACB，而 BAAC 是兩個 A 一個 B 一個 C 的排列中依照字典排序法中的第 6 個。若 π 是該些字母排列中的第 K 個，為方便輸出，給定一個整數 D ，輸出 K 除以 D 的餘數。

輸入格式

輸入只有一行，先有一個整數 D ($1 < D < 10,000$)，再有一串可重複字母的英文字串 S ，中間以空白隔開。

輸出格式

假設字串 S 為該些字母的排列中的第 K 個，輸出 K 除以 D 的餘數。

輸入範例一	輸出範例一
50 CBA	5

輸入範例二	輸出範例二
5 BaaC	2

輸入範例三	輸出範例三
5 BAAC	1

輸入範例四	輸出範例四
2 aaA	0

評分說明

本題共有四組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	10	字串 S 字母不重複，長度最多為 5。
2	20	字串 S 字母不重複，長度最多為 52。
3	30	字串 S 字母可重複，長度最多為 10。
4	40	字串 S 字母可重複，長度最多為 1024。

第三題：費氏數列 (Fibonacci)

問題敘述

有一個數列，頭兩個數是 0 和 1，接下來的每一個數 x_n ，都是前兩個數的和，例如第三個數是 $0+1=1$ ，第四個數是 $1+1=2$ ，第五個數是 $1+2=3$ 。我們知道這個數列是有名的費氏數列。

現在我們仿照費氏數列的生成方式來生成某個數列，該數列的頭兩個數是 x_1 和 x_2 ，接下來的每一個數，都是 $x_n = a \cdot x_{n-2} + b \cdot x_{n-1}$ 。給定 x_1, x_2, a, b ，請你寫一個程式計算指定的第 n 個數 x_n 。

輸入格式

輸入只有一行，有五個正整數，依序為 x_1, x_2, a, b, n ($0 \leq x_1, x_2, a, b \leq 10^9$, $3 \leq n \leq 10^9$)，數值間以空白隔開。

輸出格式

由於 x_n 的數值可能很大，請輸出 x_n 除以 1,000,000,007 的餘數。

輸入範例一 0 1 1 1 5	輸出範例一 3
輸入範例二 0 1 1 1 50	輸出範例二 778742000
輸入範例三 3 4 5 6 999	輸出範例三 434708377
輸入範例四 999999999 999999999 999999999 999999999 999999999	輸出範例四 302734374

評分說明

本題共有四組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	10	$x_1 = 0, x_2 = 1, a = b = 1, n \leq 30$
2	10	$x_1 = 0, x_2 = 1, a = b = 1, n \leq 100$
3	10	$n \leq 1,000$
4	70	無

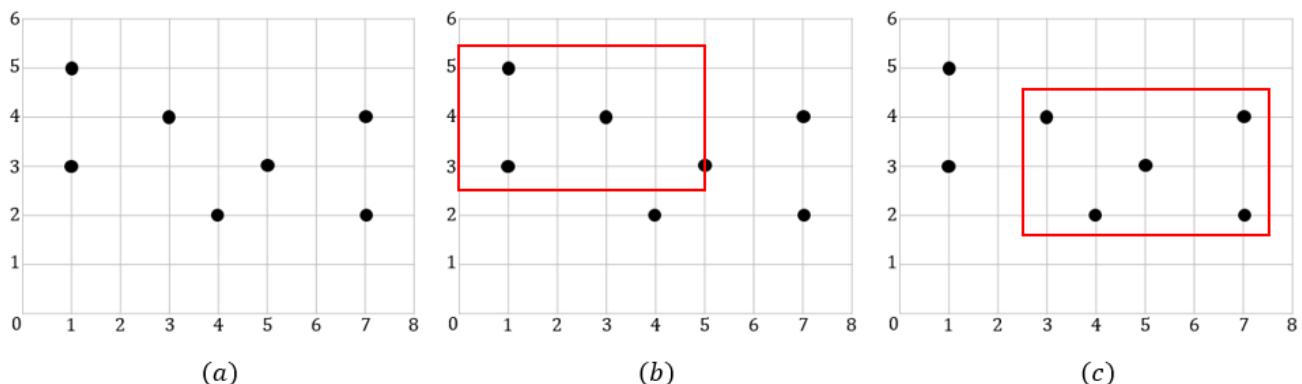
第四題：最大矩形涵蓋

問題描述

彼得是提歐埃國的一名網路工程師，在研發的過程中遭遇了一個難題，希望你能夠幫助他解決，問題的描述如下。

給定一個長度為 l 寬度為 w 的矩形以及 n 個平面上相異的座標點，每個點代表提歐埃國的一座城市；彼得想要知道：在可以任意平移（不可旋轉）矩形位置的情況下，矩形範圍內能夠涵蓋到的最多城市數量。（城市座標點落在矩形範圍內或邊界上視為覆蓋。）

下圖(a)為 7 座城市的例子，若矩形的長度為 3 且寬度 5，(b)紅色框線為一種可能的矩形位置，涵蓋了 4 個城市；下圖(c)為涵蓋最多城市的矩形位置，涵蓋了 5 個城市。



給定長 l 寬 w 的矩形以及 n 個相異的城市座標點，請撰寫一支程式幫助彼得算出此矩形範圍能夠涵蓋到的最多城市數量。

輸入格式

每筆測資的第一行有三個正整數 n ($1 \leq n \leq 3,000$)、 l 和 w ($1 \leq l, w \leq 1,000,000$)，分別代表城市數量、矩形的長度和矩形的寬度。

接下來有 n 行輸入，每一行有兩個整數 x 和 y ($0 \leq x, y \leq 1,000,000$) 代表一座城市的 x 軸座標和 y 軸座標。

輸出格式

輸出為一整數，代表矩形範圍可以涵蓋的最多城市數量。

輸入範例一	輸出範例一
5 1 4 7 0 4 0 0 0 5 0 9 0	3

輸入範例二	輸出範例二
8 1 3 7 2 2 2 5 2 1 8 9 8 6 6 5 6 3 6	3

輸入範例三	輸出範例三
7 3 5 1 3 7 2 5 3 7 4 1 5 3 4 4 2	5

評分說明

本題共有三組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	20	所有城市的 y 座標值皆為 0 (如範例 1)
2	30	$l = 1$ 且所有城市的 y 座標值皆為偶數 (如範例 2)
3	50	無 (如範例 3)

第五題：直升機 (Helicopter)

問題描述

從莎朗大街的街頭走到街尾，依序會經過 n 棟大樓，其高度分別為 h_1, h_2, \dots, h_n 。每棟大樓的頂樓都是停機坪，對每個 $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ ，第 k 位飛行員想要從第 i_k 棟大樓駕駛直升機飛到第 j_k 棟大樓，其中 $1 \leq i_k < j_k \leq n$ 。她的飛行方式如下：先從第 i_k 棟大樓向上直升至被稱為 x_{i_k, j_k} 的高度，接著在高度不變的情況下，向街尾飛至第 j_k 棟大樓上方，最後降落在第 j_k 棟大樓頂端。為了避免撞到大樓， x_{i_k, j_k} 不應小於 $h_{i_k} + 1, h_{i_k+1} + 1, \dots, h_{i_k+2} + 1, \dots, h_{j_k} + 1$ 中的任一個；為了省油， x_{i_k, j_k} 應盡量小，因此我們希望 x_{i_k, j_k} 恰為 $h_{i_k} + 1, h_{i_k+1} + 1, h_{i_k+2} + 1, \dots, h_{j_k} + 1$ 中的最小值。

輸入格式

1. 輸入第一行為 n ，第二行為 h_1, h_2, \dots, h_n ，對每個 $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ ，第 $k+2$ 行為 i_k 與 j_k 。
2. $2 \leq n \leq 100000$ 且 $1 \leq h_1, h_2, \dots, h_n \leq 1000000$ 。
3. 同一行的數值間以空白隔開。

輸出格式

對每個 $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ ，輸出的第 k 行為 x_{i_k, j_k} 。

輸入範例一	輸出範例一
8	3
3 2 5 7 3 1 4 5	3
2 5	2
1 4	2
3 8	2
6 7	4
3 6	2
4 5	4
2 7	
3 5	

評分說明

本題共有兩組測試題組，條件限制如下所示。每組的所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	10	$n \leq 10$
2	90	$n \leq 100,000$

第一題：配送問題 (Delivery)

問題敘述

某知名飲料公司生產多種口味的可樂，假設該公司的生產線每天可以生產 P 種不同口味的罐裝可樂，其中第 i 種口味的可樂每天可生產 C_i 罐 ($i = 1, \dots, P$)。每天的總產量為 $K \times N$ 罐，即 $C_1 + C_2 + \dots + C_P = K \times N$ ，且要平均配送到 K 個賣場，也就是每個賣場要分配 N 罐。該公司為了解消費者的喜好，要求配送到每一賣場的口味最多兩種。一般來說生產的口味種數會與賣場數量相同，也就是說 $P = K$ 。但偶爾因為促銷或節日會推出額外的一到兩款限定款，也就是說在本問題中我們考慮的 P 值可能會是 K 、 $K+1$ 或 $K+2$ 。

請寫一程式幫該公司判斷是否存在一種安排配送的方式。如果至少有一種配送方式，答案可能不只一種，只要輸出任何一組即可。

輸入格式

輸入第一列有三個正整數 P 、 K 和 N ，分別代表不同口味的種數、賣場的數量、以及每個賣場分配的數量。第二列有 P 個正整數 C_1, C_2, \dots, C_P ($1 \leq C_i \leq K \times N$)，分別代表各種口味每天的生產數量。同一列的數值間以空白隔開。輸入保證 $C_1 + C_2 + \dots + C_P = K \times N$ 。

輸出格式

如果不存在滿足條件的配送方式，請輸出 -1 。若存在一種配送方式，請輸出 K 列，每一列至少有兩個正整數，最多有四個，兩個兩個一組。若第 i 個賣場配送第 a 種口味的數量為 b ，第 c 種口味的數量為 d ，則在第 i 行輸出 $a\ b\ c\ d$ (以空白分開)，或者 $c\ d\ a\ b$ 。注意有可能只配送單一種口味的可樂到一賣場，這時只要輸出兩個數字。

輸入範例 1	輸出範例 1
3 3 4	1 1 3 3
1 2 9	2 2 3 2 3 4

輸入範例 2	輸出範例 2
5 5 3 1 2 5 4 3	3 3 4 3 5 3 1 1 2 2 3 2 4 1

輸入範例 3	輸出範例 3
4 2 7 1 1 1 11	-1

評分說明

本題共有 5 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	12	$1 \leq K \leq 5$ ， $P = K$ ，且 $2 \leq N \leq 100$ 。
2	18	$1 \leq K \leq 100$ ， $P = K$ ，且 $2 \leq N \leq 10,000$ 。
3	20	$1 \leq K \leq 10,000$ ， $P = K+1$ ，且 $2 \leq N \leq 10,000$ 。
4	24	$1 \leq K \leq 20$ ， $P = K+2$ ，且 $2 \leq N \leq 100,000$ 。
5	26	$1 \leq K \leq 40$ ， $P = K+2$ ，且 $2 \leq N \leq 100,000$ 。

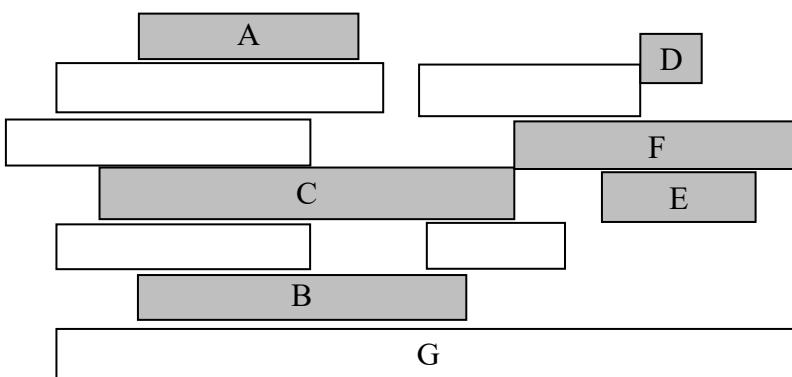
第二題：巨石之塔 (Utower)

問題敘述

一個考古隊在某地發現了很多巨石，故老相傳這些巨石是古時候高塔傾倒所遺留，考古隊想要根據這些巨石的資料來估計當初高塔可能的高度，目前已知的線索包括：

1. 每一個巨石都是長方體，厚度不需要考慮，而高度都是一單位。但巨石的水平位置座標是最重要的線索。
2. 高塔是由巨石堆疊而成，一座高塔的每一層只有一塊巨石，而且上方的巨石的水平範圍必定不會超出於下方的巨石的水平範圍。也就是說，假設下方巨石的範圍是 $[x, y]$ ，而上方是 $[s, t]$ ，那麼必定 $x \leq s < t \leq y$ 。
3. 在高塔傾倒時，每一塊巨石的水平位置都沒有變動，但垂直位置的上下次序則是混亂的；此外，有很多不屬於高塔的巨石因為不明原因也參雜在其中。
4. 高塔可能有一座或是兩座。如果是兩座，它們最下方的巨石是在同一條直線上而且位置沒有重疊，也就是說，「左邊高塔最右端的座標」必定小於或等於「右邊高塔最左端的座標」。

考古隊已經將現場所有巨石的水平位置座標蒐集好，請你幫忙計算一座高塔或是兩座高塔的最大可能總和高度。也就是說，如果一座高塔的最大可能高度是 H_a ，而組成兩座高塔的最大總和高度是 $H_{b1}+H_{b2}$ ，則需要輸出 $\max\{H_a, H_{b1}+H_{b2}\}$ 。



因為不需要考慮厚度與高度，每塊巨石可以看成一個線段，端點座標是巨石原本的水平位置。以上面圖示的例子來說，有 12 塊巨石，詳細座標資料如範例一。其中灰色的 6 塊可以組成兩座高塔，左邊高塔由左邊三塊灰色巨石組成，由上而下是 A, B 與 C，塔高是 3。右邊高塔由右邊三塊灰色巨石組成，由上而下是 D, E 與 F，塔高 3。兩座高塔總和為 6，這個組

合是所有可能組合的最大值。請注意，這個例子「左邊高塔的最右端」與「右邊高塔的最左端」是相等的（C 的右端點等於 F 的左端點），這是允許的。而且左方 A 可以在 B 之上，即使它們的左端點是一樣的。

這個例子中，如果只有一座高塔，那麼最下方的巨石 G 可以放在左方高塔之下，組成高度 4 的高塔 (A, B, C, G)，但是右邊就不能有高塔了，因為如果是兩座，它們的水平位置不可以重疊。另外一個最大高度的高塔是 (D, E, F, G)，高度也是 4，因此，一座高塔的最大可能高度是 4，而兩座高塔的最大可能高度總和是 $3+3=6$ ，依照題目的要求應該輸出 6。

輸入格式

輸入第一列為一個正整數 N ，代表巨石的數量。接著有 N 列，每列有兩個非負整數，依序代表第 i 塊巨石的左右端點座標 $s[i]$ 與 $t[i]$ ，其中 $0 \leq s[i] < t[i] \leq 10^9$ 。

輸出格式

輸出為一整數，一座高塔或是兩座高塔的最大可能總和高度。

輸入範例 1

12
3 7
1 8
0 6
2 11
1 6
3 10
1 17
9 12
9 14
11 17
13 16
14 15

輸出範例 1

6

輸入範例 2

1
3 4

輸出範例 2

1

輸入範例 3

3
1 2
1 3
1 4

輸出範例 3

3

評分說明

本題共有 5 個子任務，條件限制如下所示。每一子任務含有多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	11	$1 \leq N \leq 100$ ，組成最大高度的必定是一座高塔。
2	15	$1 \leq N \leq 20,000$ ，組成最大高度的必定是一座高塔。
3	17	$1 \leq N \leq 3,000$ 。
4	23	$1 \leq N \leq 20,000$ 。
5	34	$1 \leq N \leq 100,000$ 。

第三題：窮根尋葉 (Leaves)

問題敘述

在二元搜尋樹 (binary search tree) 中，每一個節點有一個鍵值 (key)，比根節點鍵值小的節點會被放在根節點的左子樹，比根節點鍵值大的節點會被放在根節點的右子樹，並且左、右子樹亦滿足上述大小條件。

如圖 1，根節點的鍵值為 5，因此比 5 小的節點要放在左子樹中，比 5 大的節點要放在右子樹中；同理，以 7 為根節點的子樹中，節點 6 要放在節點 7 的左子樹，節點 8 要放在節點 7 的右子樹。當我們使用前序法 (preorder) 列舉出某二元搜尋樹上所有節點的鍵值時，實際上只要利用這個前序序列，就可以還原出原本的二元搜尋樹。比如說，圖 1 中的二元搜尋樹，其所對應的前序序列為 5, 3, 1, 7, 6, 8；我們只要將這個序列的數字，依序插入一開始是空的二元搜尋樹中，就可以還原出如圖 1 的二元搜尋樹。

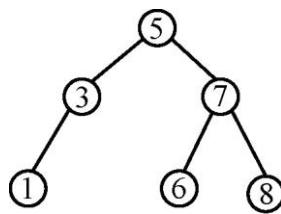


圖 1. 二元搜尋樹

二元搜尋樹中，沒有左、右子樹的節點，稱為葉節點 (leaf node)。圖 1 中共有 3 個葉節點，分別是節點 1、6、8。請你撰寫一個程式，讀入一個包含 n 個相異整數的序列以及一個整數 k ，找出有多少連續的子序列是一棵恰好有 k 個葉節點的二元搜尋樹的前序序列。

輸入格式

輸入第一列包含兩個以空白隔開的正整數 n, k 。第二列包含 n 個相異整數。

輸出格式

輸出單一整數，代表有多少個連續子序列滿足題目要求。

輸入範例 1	輸出範例 1
5 1 1 2 3 4 5	15

輸入範例 2	輸出範例 2
5 2 1 2 3 4 5	0

輸入範例 3	輸出範例 3
5 2	
2 1 4 3 5	4

評分說明

本題共有 5 個子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	17	$1 \leq k \leq n \leq 100$ 且輸入序列為 1 到 n 的排列。
2	8	$k = 1$ 且 $1 \leq n \leq 100,000$ 且所有數字絕對值不超過 10^9 。
3	26	$1 \leq k \leq n \leq 3,000$ 且輸入序列為 1 到 n 的排列。
4	22	$1 \leq k \leq n \leq 20,000$ 且輸入序列為 1 到 n 的排列。
5	27	$1 \leq k \leq n \leq 500,000$ 且所有數字絕對值不超過 10^9 。

第四題：飛行雷達航機動態 (Radar)

(本題為特殊評分，請參閱評分說明)

問題敘述

查理和蘿拉是桃園機場塔台管理飛行航班的控制人員，每天都有成千上萬的民航及商業運輸航班在機場起降，從塔台管理控制航班的起降安全是非常重要且不能允許任何錯誤的。從飛行雷達圖來看，最關鍵的問題在於各個航班之間必須保持有一定的安全距離；而塔台人員必須即時的提醒這些飛航駕駛，如果他們的飛航過程可能造成別的航班危險。



查理和蘿拉決定使用好的計算方法來判斷在飛行雷達圖上是否有即時的危險，幫助塔台人員避免可能造成的人為疏失。這個經由電腦識別的工作被轉換成下面的問題：輸入在平面上的 n 個航班，每個航班有其對應的 (x, y) 座標，然後輸出兩個部分：

- (1) 在此平面上，最接近的兩個航班編號，以方便查理和蘿拉同步通知這兩個可能會有立即危險的飛航駕駛。如果有多組航班的距離皆為最小，那麼請輸出字典順序最小的一組。
- (2) 有哪些航班與它們最接近的航班的距離小於或等於安全距離 k ，以方便查理和蘿拉提早監控這些未來可能有潛在性會造成危險的飛航駕駛。

輸入格式

第一行為航班的數量 n ，第二行為安全距離 k 。第三行至最後一行，每行有三個數字，分別為每個航班的編號、 x 座標與 y 座標。所有數值均為整數，且其絕對值均不超過 1,000,000,000。所有座標均不相同。

輸出格式

輸出的第一行包含三個數字 $id_1 id_2 D^2$ ，代表最接近的兩個航班編號、以及它們之間距離的平方值。如果有多組航班編號滿足要求，請優先輸出最小的 id_1 ，若仍有多個 id_2 使得距離最短，請輸出最小的 id_2 。第二行為一個數字，代表有多少個航班與其最接近航班的距離小於或等於安全距離 k 。請將這些航班編號由小到大輸出在第三行。

輸入範例 1	輸出範例 1
5	1 2 445
40	4
0 25 -45	0 1 2 3
1 8 5	
2 19 23	
3 37 -15	
4 78 33	

輸入範例 2	輸出範例 2
2	0 1 1
3	2
0 5 6	0 1
1 5 7	

評分說明

本題共有 5 個子任務，條件限制如下所示。對於每一筆測試資料，若正確答對第一部分則可以獲得 20% 的部分分數。對於第二部分來說，若正解包含 S 個數字、而你輸出的數字裡，有 T 個數字是正確的而另外 X 個數字是錯誤的，那麼你將獲得

$$\frac{(1+T)}{(1+S)(1+\frac{X}{100})} \times 80\%$$

這麼多的分數。每一個子任務可能包含多筆測試資料，而你的分數將取決於分數最低的一筆測試資料。

子任務	分數	額外輸入限制
1	18	$2 \leq n \leq 5,000$ ，所有座標之絕對值均不超過 100。
2	27	$2 \leq n \leq 5,000$ 。
3	7	$2 \leq n \leq 100,000$ ，所有航班均座落於一條直線上。
4	29	$2 \leq n \leq 100,000$ ，所有座標之絕對值均不超過 10,000。
5	19	$2 \leq n \leq 100,000$ 。

第一題：推銷員的旅行 (Travel)

問題敘述

TOI 王國有 n 個城市，編號為 $0, 1, \dots, n-1$ 。TOI 王國有史上最完整的鐵道系統：對於任何相異城市 i 以及 j ，都有一條從城市 i 直達城市 j 的（單向）列車班次。TOI 王國也有著史上複雜的鐵路計價系統，由於每一年計價規則一直在更新，所以不曉得從哪一年開始，鐵路局決定把所有的計價規則整理成以下兩種形式之一：

(Type 1) 「若起點城市的編號 $\leq i$ 、終點城市編號 $\geq j$ ，那麼票價會加收 k 元」

(Type 2) 「若起點城市的編號 $\geq i$ 、終點城市編號 $\leq j$ ，那麼票價會加收 k 元」

而從編號 i 的城市直達編號 j 城市班次的票價，就會等於所有滿足計價規則的 k 值總和（請參考輸入範例 1）。今有鮑伯欲從編號為 0 的城市開始搭火車旅行，途中必須經過城市 $1, 2, \dots, n-1$ 恰好各一次，再回到城市 0。給你所有的計價規則，請你幫鮑伯找出總票價最便宜的旅行路線。

輸入格式

輸入的第一列有三個非負整數 n, m_1, m_2 ，分別代表城市的數量、第一種計價規則與第二種計價規則的數目。接下來的 m_1+m_2 列，每一列有三個非負整數 i, j, k 。前 m_1 列對應到第一種計價規則、而後 m_2 列則對應到第二種計價規則。輸入保證 $0 \leq i, j \leq n-1$ ，而且 $1 \leq k \leq 1,000$ 。

輸出格式

請輸出最便宜的旅行總票價。

輸入範例 1	輸出範例 1
4 2 3 0 3 2 1 1 1 2 2 4 3 1 2 3 0 1	7

輸入範例 1 的票價整理如下：

	0	1	2	3
0	--	1	1	3
1	0	--	1	1
2	4	4	--	0
3	7	6	4	--

輸入範例 2	輸出範例 2
4 0 1 0 3 2	8

輸入範例 3	輸出範例 3
6 3 3 0 1 1 1 2 1 2 3 1 1 0 1 2 1 1 3 2 1	6

評分說明

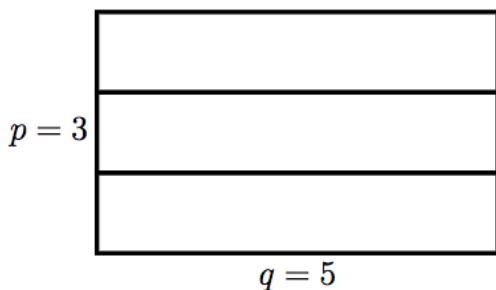
本題共有 5 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	11	$1 \leq n \leq 8$ ， $0 \leq m_1, m_2 \leq 100$ 。
2	32	$1 \leq n \leq 18$ ， $0 \leq m_1, m_2 \leq 500$ 。
3	28	$1 \leq n \leq 200$ ， $0 \leq m_1, m_2 \leq 1,000$ 。
4	26	$1 \leq n \leq 5,000$ ， $0 \leq m_1, m_2 \leq 100,000$ 。
5	3	$1 \leq n \leq 1,000,000$ ， $0 \leq m_1, m_2 \leq 100,000$ 且保證計算後票價對稱：城市 i 到城市 j 的票價等於城市 j 到城市 i 的票價。

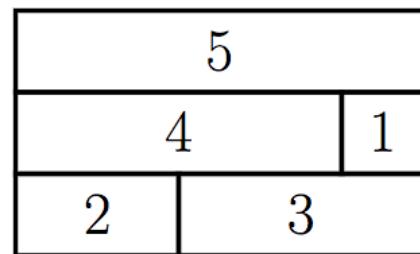
第二題：裝積木 (Bricks)

問題敘述

小明買了 n 塊積木回家，這 n 塊積木皆為長方體，每塊積木的底面為邊長 1 單位的正方形；若將這些積木依高度由小到大編上 1 至 n 的整數，則編號 i 的積木其高恰為 i 單位長。小明想找個收納盒將積木收好，他發現家中有一個長方體的有蓋盒子，三邊長分別為 1 單位、 p 單位與 q 單位，其中 $p \times q = 1+2+\dots+n$ ；意即盒子的容積與積木的體積總和相同。此外，收納盒的內部有 $p-1$ 塊平行且固定的隔板，沿著長為 p 單位的邊將盒子分割為 p 份相同大小的空間，即每份空間皆為 $1 \times 1 \times q$ 的長方體。小明希望能將所有的積木收納進此盒內並使蓋子能順利蓋上，但不知該如何進行。請協助小明判斷他的 n 塊積木是否能完全收納進這個盒子中；若可以，請告訴小明一個收納的方式；反之，則告訴小明此盒子收納不了這些積木。下圖 (a) 為一 $p=3, q=5$ 的收納盒，中間有 2 隔板；圖 (b) 為收納高為 1 單位長至 5 單位長的積木的情形。



圖(a)



圖(b)

輸入格式

輸入的第一列包含三個正整數 n, p, q ，其中 n 代表積木數， p 與 q 為收納盒的兩邊長，收納盒沿著長為 p 單位的邊被均分為 p 個區域；此三正整數滿足 $n \times (n+1)/2 = p \times q$ 。同一列數字之間以一個空白隔開。

輸出格式

針對該筆測資，若積木無法收納至盒子中，請輸出 -1；反之請輸出 p 列，每一列為一 $1 \times 1 \times q$ 的區域所收納的積木編號；同一列的相鄰兩數值間以一個空白隔開。若有多組解，輸出任何一組皆可。

輸入範例 1 4 2 5	輸出範例 1 1 4 2 3
------------------------	-----------------------------

輸入範例 2 7 2 14	輸出範例 2 1 6 7 2 3 4 5
-------------------------	-----------------------------------

輸入範例 3 14 3 35	輸出範例 3 3 7 12 13 6 4 11 14 5 9 10 8 1 2
--------------------------	---

輸入範例 4 2 3 1	輸出範例 4 -1
------------------------	---------------------

評分說明

本題共有 4 個子任務，條件限制如下所示。每一子任務含有多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	23	$1 \leq n \leq 20$ 。
2	18	$2 \leq n \leq 1,000$ ， $p = 2$ 。
3	34	$1 \leq n \leq 1,000$ 。
4	25	$1 \leq n \leq 1,000,000$ 。

第三題：重要景點 (Hotspot)

問題敘述

阿明去年暑假到市政府觀光局工讀，觀光局為了能吸引遊客順道能多造訪一些景點，指派一個任務給阿明來了解景點之間的車流順暢情況及造訪率高的重要景點。這裡的景點可以視為一節點，有些景點之間有道路可以直接連接到達（假設道路都是雙向的），有些則須經過其他景點才能到達。阿明為了方便研究，簡化了問題：兩個可以直接連結的景點之間的距離都假設相等，而且任何兩個景點都可直接或間接透過其他景點到達，我們稱這些連接景點的方式為路徑，這裡同一條路徑，經互換起點和終點後，將被視為另一條路徑。

除了傳統的車輛計數外，阿明想知道每個景點 V 會被多少最短路徑經過，這裡所謂最短路徑是包含任何兩個不為 V 的景點，分別做為起點及終點的最短路徑，一般認為被越多次的最短路徑經過的景點越重要。例如：假設一城市只有三個景點且連成一直線，則其中兩端的景點不會落在任何最短路徑之間，而中間的景點因有兩條最短路徑經過故為重要景點；若這三個景點連成一三角形，則任何一景點都不會落在任何最短路徑之間。請幫阿明寫一程式找出各景點被最短路徑經過的次數，但因經過的路徑個數可能太多，請依序輸出經過各景點的最短路徑總數除以 1,000,000,007 後的餘數。

輸入格式

第一列有兩個正整數 n, m ($1 \leq n \leq 1,000$, $1 \leq m \leq 4,000$)，分別表示景點數量及相鄰的景點數，以空白隔開。接下來的 m 行，每行有兩個正整數代表直接相鄰的景點，以 $1, \dots, n$ 表示景點編號。任何兩個景點之間至多只有一條直接連接的道路。

輸出格式

請輸出 n 列，第 i 列輸出經過景點 i 的最短路徑數，除以 1,000,000,007 後的餘數。

輸入範例 1	輸出範例 1
3 2	2
1 2	0
3 1	0

輸入範例 2	輸出範例 2
4 3	0
3 2	6
2 1	0
4 2	0

評分說明

本題共有 3 個子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	19	$2 \leq n \leq 50$ ，每個節點最多有兩個相鄰節點。
2	29	$2 \leq n \leq 500$ ， $m = n - 1$ 。
3	52	$2 \leq n \leq 1,000$ ， $1 \leq m \leq 4,000$ 。

第四題：資料匿名化 (Anonymize)

問題敘述

在現今數位化的時代，有許許多多的資料，這些資料因為研究或其他需求常常需要公開，但是資料可能涉及個人隱私，因此，資料的公開與個人隱私保護這兩者經常是相互衝突的。資料在公開之前，會先刪去某些內容屬性，以便保護個人隱私，但是這樣做還是不夠的。資料如果太獨特，他人就比較容易就可以從資料來推斷資料屬於何人，因此，發布資料前會先進行匿名化的工作。

為方便起見，本題的每一份資料是 N 個非負整數所形成的序列 $\{A[i]: 0 \leq i \leq N-1\}$ 。對於一個正整數 K ，一份資料中，如果每個出現的數字都至少出現 K 次，則該資料就被稱為滿足「 K -匿名性」。例如， $\{1,5,1,3,3,3,5\}$ 這個序列滿足「2-匿名性」，但不滿足「3-匿名性」。所謂「 K -匿名化」是將一個序列 $\{A[i]: 0 \leq i \leq N-1\}$ 修改成為一個滿足「 K -匿名性」的序列 $\{B[i]: 0 \leq i \leq N-1\}$ ，而「 K -匿名成本」則定義為每一項變動量的總和，也就是 $\sum_{i=0}^{N-1} |A[i] - B[i]|$ 。由於我們希望資料變動越小越好的情況下將資料匿名化，因此，給定序列 A 與整數 K ，我們的目標是計算出最小的 K -匿名成本。

舉例來說， A 序列是 $\{1,4,2,3,3,3,5\}$ 而 $K=2$ ，我們可以將資料修改為 $\{1,5,1,3,3,3,5\}$ ，此時的匿名成本為 2；我們可以很容易看出來，如果修改成 $\{2,5,2,3,3,3,5\}$ ，此時的匿名成本也是 2，但我們找不到成本小於 2 的方法，因此，最低的匿名成本就是 2。對於相同的序列但是 $K=3$ ，將資料 A 修改成 $\{3,4,3,3,3,4,4\}$ 的匿名成本是 5；修改成 $\{2,4,2,2,4,4,4\}$ 或 $\{2,3,2,2,3,3,3\}$ 的匿名成本也都是 5，同時，也找不到比 5 更小成本的修改方式，所以最小匿名成本是 5。

輸入格式

輸入第一行為兩個正整數 N 與 K ，其意義如上所述。第二行有 N 個不超過 10^7 的非負整數，這些整數為資料內容，同一行的數值間以空白隔開。

輸出格式

請輸出最小的 K -匿名成本。請留意，本題的答案可能超過 2^{31} 但不會超過 2^{60} 。

輸入範例 1	輸出範例 1
7 3 1 4 2 3 3 3 5	5

評分說明

本題共有 4 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	9	$N \leq 100$, $K > N/2$, 也就是將所有資料修改成相同值。
2	12	$K \leq N \leq 1,000$ 。
3	23	$N \leq 50,000$, $K \leq 100$ 。
4	56	$K \leq N \leq 300,000$ 。

第一題：GPS 即時汽車導航 (Navigation)

問題敘述

自 2000 年以來，全球定位系統(GPS)已經全面解禁，任何人只要擁有相關裝置，便可以精確地知道自己的所在位置。

而這一項技術也常常使用於汽車路線導航上，然而，由於許多現實的因素，例如：道路施工、駕駛人的路線選擇習慣、不小心開錯路等等，使得汽車導航的路線規劃系統必須重新計算。在使用者體驗方面，若重新計算後的路線造成抵達的時間大量延後，會讓駕駛人對該導航軟體失去信心。因此，我們想要衡量駕駛可能「開錯路」的情況。

為了簡化問題，在本題之中，我們假定輸入的地圖是一個充滿了雙向道路的無向圖，該無向圖上的節點代表著路口，每一條邊表示連接兩個路口的道路。這個地圖總共有 N 個路口，路口的編號為 1 到 n 。每一條邊可以用三個數字表示 u, v, t ：表示從路口 u 行駛到路口 v (或從路口 v 行駛到路口 u) 的這條道路恰好需要 t 分鐘。

導航系統是這樣運作的：在駕駛抵達路口 i 的時候，若尚未抵達目的地，導航系統會自動選出下一條應走的道路，即（假設接下來都照導航指示行動時）能在最短時間內抵達目的地的道路。若有多條道路都滿足此條件，那麼導航系統會在其中選出「另一端路口編號最小的那條道路」。

我們假定一位粗心的駕駛，在一次導航的路途中，只有在路口時有可能會選錯道路（即該駕駛不會在道路中間中途折返，一旦選定要走的路以後就會直直開下去）。請你幫導航系統計算，給定導航的起點與終點，在駕駛可能「錯過不超過 K 次導航的指示」的最壞情形下，抵達終點所需要的總行駛時間。

輸入格式

每筆測試資料的第一行有 5 個數字，代表地圖的節點數 n 、邊數 m 、起始點編號、終點編號與駕駛的粗心次數 K ，接著有 m 行，每一行有三個數字 u, v, t ，表示從 u 點到 v 點需要 t 分鐘(反之亦然)。任何兩個路口至多只有一條道路直接連結他們。輸入保證 $1 \leq t \leq 1,000,000,000$ 。

輸入的圖保證為連通圖，亦即不會有到不了終點的情況。

輸出格式

對於每一筆測試資料，輸出題目要求最壞情形下的總行駛時間。

輸入範例 1 6 6 1 4 0 1 2 10 2 3 10 3 4 10 5 4 20 6 5 10 1 6 10	輸出範例 1 30
--	---------------------

輸入範例 2 6 6 1 4 1 1 2 10 2 3 10 3 4 10 5 4 20 6 5 10 1 6 10	輸出範例 2 50
--	---------------------

輸入範例 3 6 6 1 4 2 1 2 10 2 3 10 3 4 10 5 4 20 6 5 10 1 6 10	輸出範例 3 70
--	---------------------

評分說明

本題共有 5 個子任務，條件限制如下所示。每一子任務含有多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

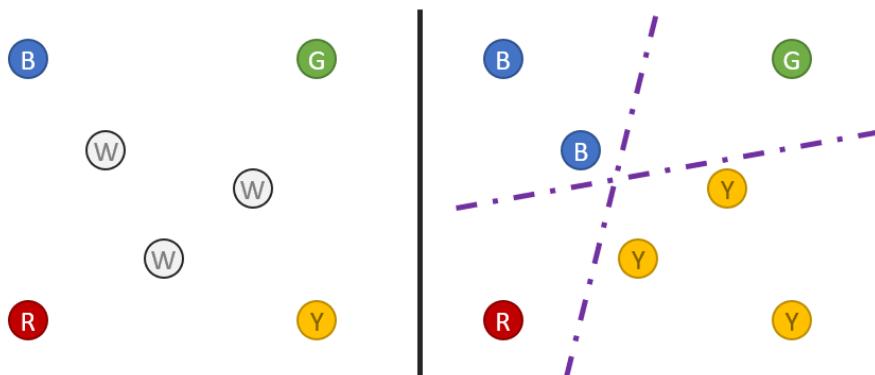
子任務	分數	額外輸入限制
1	8	$1 \leq n \leq 10$ 、 $1 \leq m \leq 55$ 、 $0 \leq K \leq 10$ 。
2	19	$1 \leq n \leq 200$ 、 $1 \leq m \leq 20,000$ 、 $K = 0$ 。
3	12	$1 \leq n \leq 10$ 、 $1 \leq m \leq 55$ 、 $0 \leq K \leq 1,000,000$ 。
4	29	$1 \leq n \leq 200$ 、 $1 \leq m \leq 20,000$ 、 $0 \leq K \leq 100$ 。
5	32	$1 \leq n \leq 200$ 、 $1 \leq m \leq 20,000$ 、 $0 \leq K \leq 1,000,000,000$ 。

第二題：四分法問題 (Quadchotomy)

問題敘述

在二維平面上有 n 個白色球，另給了藍、紅、黃、綠等四色塗料，每個球必須要選擇塗上其中一種顏色。現在某些球已經塗好了顏色了，請問有幾種將剩餘的球塗上顏色方法，使得我們能將整個平面劃出兩條直線，並且利用這兩條直線恰好將四種不同顏色的球分開？

如下圖所示，左圖為輸入的情形，右圖為其中一種合法的塗色方案。



輸入格式

輸入的第一列包含一個正整數 n 。接下來的 n 列每一列有兩個整數 x, y 與一個字元 C ，分別代表該球的座標與目前的顏色。球的顏色可能是 B (藍)、R(紅)、Y(黃)、G(綠) 或 W(未著色)。輸入保證任三球不共線，而且你可以假設所有的球的半徑都相當微小，只要直線不經過座標點，就不會切到球。

此外，輸入保證會有四顆已塗上不同顏色的球出現在 $(0, 0), (0, 10000), (10000, 0), (10000, 10000)$ 四個座標，而且所有的球其座標值均滿足 $1 \leq x, y \leq 9999$ 。

輸出格式

針對該筆測資，請輸出可能的塗色方法總數。由於這個數字不可能會超過 2^{63} ，你必須完整且正確地輸出這個數字。

輸入範例 1 5 0 0 B 0 10000 R 10000 0 Y 10000 10000 G 1 2 W	輸出範例 1 4
---	--------------------

輸入範例 2 6 0 0 B 0 10000 R 10000 0 Y 10000 10000 G 1 2 G 2 3 B	輸出範例 2 0
--	--------------------

輸入範例 3 6 0 0 B 0 10000 R 10000 0 Y 10000 10000 G 1 2 B 2 3 G	輸出範例 3 1
--	--------------------

評分說明

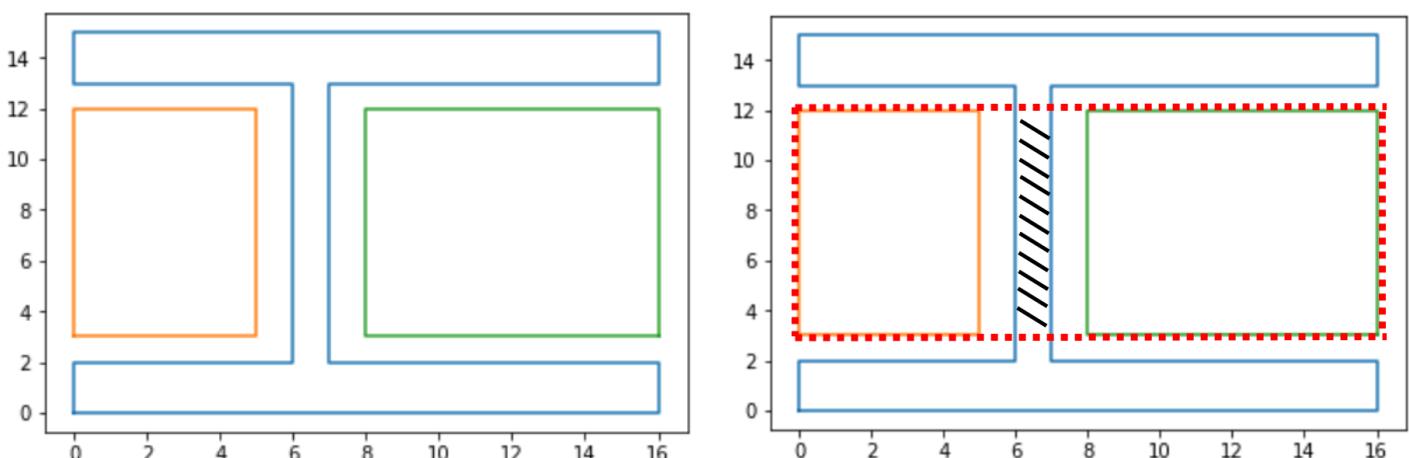
本題共有 4 個子任務，條件限制如下所示。每一子任務含有多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	17	$4 \leq n \leq 10$
2	20	$4 \leq n \leq 100$ ，且除了四個角落的球以外皆無著色。
3	34	$4 \leq n \leq 100$
4	29	$4 \leq n \leq 1,000$

第三題：土地淨化 (Purify)

問題敘述

蜜雪兒是一個雲遊四海的冒險者，有一天她來到了荒涼的克斯德鎮，鎮民告訴她由於鎮上的土地受了女巫詛咒，所以無法種植作物，於是蜜雪兒為了解開鎮上的詛咒，前往邪惡女巫的所在地並要求女巫淨化掉土地的詛咒。在經過一番惡戰後，女巫讓步說：「不如我們各讓一步，我在地圖上畫出許多區域，並給你一條長度為 L 公尺的繩子，如果你能用這條繩子圍住一些區域，我就讓這些被繩子所圍住的土地恢復生機。」蜜雪兒沒想太多馬上就答應了，但沒想到女巫陰險地畫出一大堆長相奇怪的簡單多邊形土地，並說「嘻嘻，我可先跟你說，如果沒有完整地圍住一塊土地的話，那可不算數。」蜜雪兒這才發現，女巫給的繩子可能很短、或是劃出一些大到繩子圍不住的區域，談判失利的她向你尋求協助，希望你能在如此嚴苛的條件下盡量圍住越大面積的土地越好。



以上方的例子來說，如果繩子長度只有 50 公尺，那就只能圍住橘色與綠色的矩形區域，陰險的女巫可是不會幫你解救中間的斜線黑色區域的。

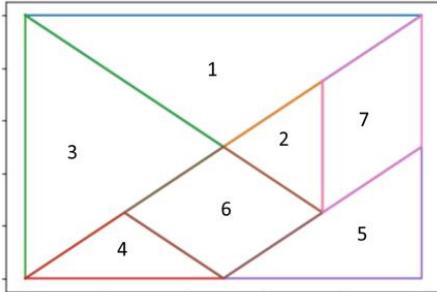
輸入格式

輸入第一列為一個正整數 K ，代表女巫所畫出來的區域數量，以及一個正整數 L ，代表繩子的長度。第二列開始依序為 K 個區域的資料：對於第 i 個區域，第一列有一個正整數 n_i ，表示第 i 個區域是由 n_i 個點所組成。接下來的 n_i 行每行有兩個整數 $x_{i,j}$, $y_{i,j}$ ，表示第 i 個區域的第 j 個點的點座標。在輸入當中點座標的順序可能為逆時針排序也可能為順時針排序，只保證輸入當中同一區域的點座標會全遵守同一個方向的排序。點座標兩軸的單位為公尺。

各個區域保證不會重疊，但可能會彼此緊鄰。請注意，各個區域一定會是邊不自交的簡單多邊形，但不見得會是凸多邊形。所有座標的絕對值都不會超過 10,000。

輸出格式

對於每一筆測試資料，輸出繩長 L 可以圍成各區塊面積總和的最大值，請四捨五入輸出至小數點以下恰好一位。

輸入範例 1	輸出範例 1
7 359 3 0 100 50 50 100 100 3 75 75 75 25 50 50 3 0 100 50 50 0 0 3 0 0 25 25 50 0 3 50 0 100 0 100 50 4 50 50 25 25 50 0 75 25 4 100 100 75 75 75 25 100 50	5625.0 

評分說明

本題共有 4 個子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	12	$1 \leq K \leq 5$ 且女巫所畫的區域只會是三角形或矩形
2	16	$1 \leq K \leq 10$ 、 $\sum n_i \leq 100$ ：所有座標點總數不超過 100
3	27	$1 \leq K \leq 10$ 、 $\sum n_i \leq 5,000$ ：所有座標點總數不超過 5,000
4	45	$1 \leq K \leq 16$ 、 $\sum n_i \leq 100,000$ ：所有座標點總數不超過 100,000

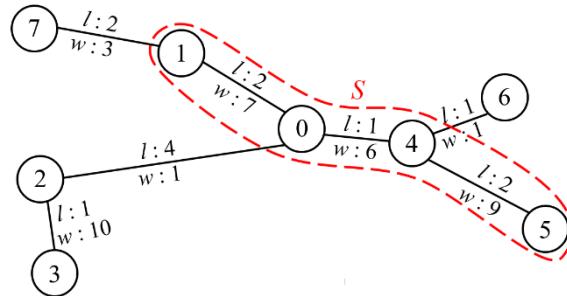
第四題：最大密度子樹 (Density)

問題敘述

樹形圖 (tree) 常被用來表示一組物件間的關係。一位生物學家在探討一群物種的關係時碰到一個問題。在這個問題中有一個代表物種關係的樹形圖 T 。 T 上每一個邊 (edge) e 都有一個長度 $l(e)$ 和可信度 $w(e)$ ，其中 $l(e)$ 和 $w(e)$ 都是整數。另外，會給定一個整數下界 A 以及一個整數上界 B 。這個問題是要找到 T 的一個子樹 (subtree) S 滿足以下條件：

- (1) S 所有邊的長度總和 $L(S)$ 滿足 $A \leq L(S) \leq B$ ；
- (2) S 的密度 $D(S) = W(S) / L(S)$ 要最大，其中 $W(S)$ 是 S 的可信度總和。

在這個問題中， S 是 T 的一個子樹表示我們可以不斷由 T 中移除一個葉節點 (leaf) 來得到 S 。以下圖為例， S 的總長度 $L(S)=2+1+2$ ，總可信度 $W(S)=7+6+9$ ，所以密度 $D(S)$ 是 $22/5$ 。當 $A=4$ 且 $B=7$ 時，因為所有滿足 $A \leq L(S') \leq B$ 條件的子樹 S' 都沒有比 $D(S)$ 更大的密度，所以我們稱 S 是在 (A, B) 這組條件下的最大密度子樹 (maximum density subtree)。最大密度子樹並不唯一存在；也有可能不存在，如果所有子樹 S 的總長度 $L(S)$ 都不滿足 $A \leq L(S) \leq B$ 。



例圖一、一個樹狀圖 T

給定 T 、 A 、 B ，請撰寫一支程式，計算在 (A, B) 這組條件下之最大密度子樹的密度。請注意：在本問題中，我們假設每一個內節點最多只有 3 個相鄰節點。

輸入格式

每組測試資料的第一列有三個正整數 n ($2 \leq n \leq 10000$)、 A 和 B ($1 \leq A, B \leq 200$)，分別代表 T 的節點數、下界 A 以及上界 B 。 T 中的節點編號為 $0, 1, 2, \dots, n - 1$ 。

接下來有 $n - 1$ 列輸入，每一列包含四個整數 i 、 j 、 l 、 w ($0 \leq i, j \leq n - 1$ ； $1 \leq l \leq 200$ ； $1 \leq w \leq 1,000$)，代表節點 i 和節點 j 間有一條邊，長度和可信度分別為 l 和 w 。

輸出格式

請輸出一個浮點數，代表在 (A, B) 這組條件下之最大密度子樹的密度。當最大密度子樹並不存在時，請輸出 -1 。只要你的輸出與答案的絕對誤差或相對誤差小於 10^{-6} 皆視為正確。

輸入範例 1	輸出範例 1
7 10 19 0 6 4 4 0 3 3 21 2 3 1 2 2 4 10 10 1 4 2 6 1 5 1 8	2.764705882

輸入範例 2	輸出範例 2
8 16 19 0 3 2 5 3 4 3 11 1 2 2 7 2 4 2 6 4 7 1 2 6 7 4 7 5 6 1 3	-1

輸入範例 3	輸出範例 3
8 4 7 1 7 2 3 0 1 2 7 0 2 4 1 2 3 1 10 0 4 1 6 4 5 2 9 4 6 1 1	4.400000000

評分說明

本題共有 5 個子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

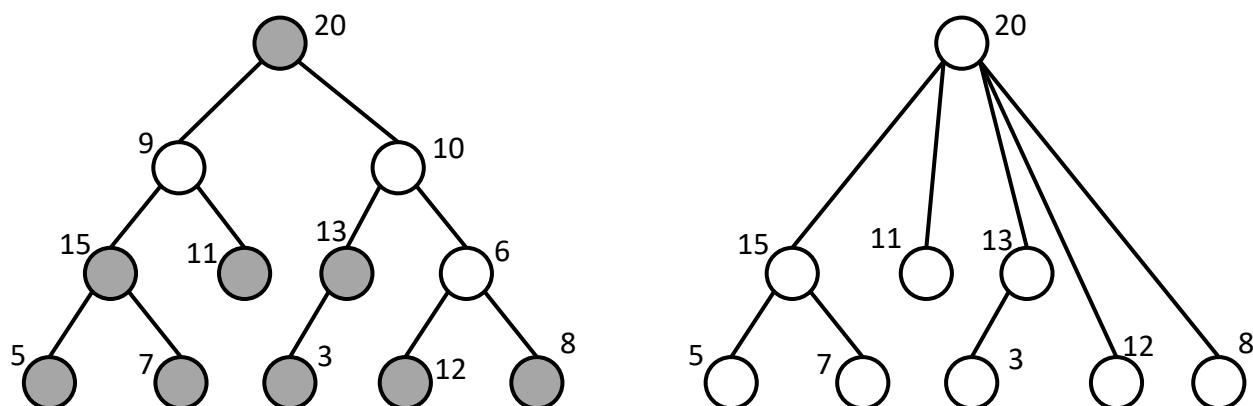
子任務	分數	額外輸入限制
1	6	$A = 1$
2	15	每一個內節點恰有 2 個相鄰節點 (如範例 1)
3	27	最多僅有一個內節點恰有 3 個相鄰節點，其餘的每一個內節點皆恰有 2 個相鄰節點 (如範例 2)
4	14	每一個內節點至多有 3 個相鄰節點 (如範例 3)
5	38	無

【註】樹上的內節點 (internal nodes) 之定義為相鄰節點數至少有 2 的那些節點。

第一題：最大得分樹遊戲 (Game)

問題敘述

小柯最近迷上一種線上遊戲，叫作「最大得分樹」。遊戲一開始會給一個樹狀地圖，玩家必須從最高的頂點出發，由上往下選擇得分點。樹狀地圖中每個點都有一個代表分數，能夠在該點獲得代表分數的唯一條件就是：距離出發點比較遠的點，它的代表分數，必須比出發點到該點的路徑中，距離出發點較近的點其代表分數來得小。(也就是在同一路徑上，離出發點走得越遠，只允許選擇拿的代表分數嚴格遞減。) 該遊戲的目標，希望能夠挑選一樹狀路徑，其所獲得代表分數的總和最大化，這也就是所謂的「最大得分樹」。



上面的例子(圖左)顯示一開始遊戲給的一個樹狀地圖，每個點都有其代表分數。假設小柯選擇所有灰階的點作為其行走的樹狀路徑。參考圖右所示，每一條從頂點出發的路徑，都滿足離出發點走得越遠，其所獲得的代表分數就越少，(這邊共有六個路徑)。而這個樹狀路徑恰巧也是本地圖的最大得分樹。

小柯想要設計一個程式，能對任一輸入的樹狀地圖，挑選「最大得分樹」的樹狀路徑。

輸入格式

對於每一組測試資料的第一列包含一個正整數 N ，代表樹狀地圖的點數。第二列有 N 個正整數 V_1, V_2, \dots, V_N 代表樹上每一個點的分數。第三列有 $N - 1$ 個數字 P_2, P_3, \dots, P_N 。其中 P_i 表示點 i 的父節點編號。編號 1 的節點為樹根，而且輸入保證可以形成一棵樹。所有數值都不超過 1,000,000,000。

輸出格式

請輸出兩列，第一列輸出能夠獲得的最大分數總和。第二列請由小到大輸出任何一棵「最大得分數」上的所有頂點編號。請注意出發點 (編號 1 的節點) 必須要被選取。

輸入範例 1	輸出範例 1
12 20 9 10 15 11 13 6 5 7 3 12 8 1 1 2 2 3 3 4 4 6 7 7	94 1 4 5 6 8 9 10 11 12

評分說明

本題共有 4 個子任務，條件限制如下所示。每一子任務含有多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	19	$2 \leq N \leq 20$
2	24	$2 \leq N \leq 2,000$
3	12	$2 \leq N \leq 80,000$ 且樹的形狀為一條路徑。
4	45	$2 \leq N \leq 80,000$

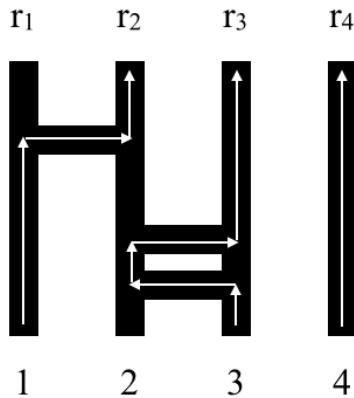
第二題：鬼腳籤 (Amidakuji)

問題敘述

鬼腳籤是一種常見的抽籤方式（在日本又稱為阿彌陀籤，發音為 Amidakuji），由 N 條縱線和 M 條橫桿組成。下面的圖例中有 4 條縱線和 3 條橫桿。每一條縱線的底部視為一隻籤腳，而籤腳的編號由左至右依序標為 $1, 2, \dots, N$ 。每一條縱線的頂部標有一個抽籤結果，而抽籤結果的編號由左至右依序標為 r_1, r_2, \dots, r_N 。每條橫桿只能連接兩條相鄰的縱線，而且任兩條橫桿的高度均不同，所以不會有橫桿能碰到其他橫桿的狀況。若要查詢籤腳 i 所對應到的抽籤結果，需要依據以下規則：

從籤腳 i 為起始點往上走，如果在往上走的過程中遇到某橫桿的左端點，就沿著橫桿往右走，抵達該橫桿的右端點再繼續往上走；如果在往上走的過程中遇到某橫桿的右端點，就沿著橫桿往左走，抵達該橫桿的左端點再繼續往上走。重複以上過程直到抵達某條縱線的頂部，這頂部上所標的抽籤結果就是籤腳 i 所對應的抽籤結果。

圖例中，1 號籤腳對應到抽籤結果 r_2 ，3 號籤腳對應到抽籤結果 r_3 ，4 號籤腳對應到抽籤結果 r_4 ，而 2 號籤腳（雖未畫出）對應到抽籤結果 r_1 。



一年一度的電腦教室打掃活動又來了。身為班長和副班長的阿宗和小哲，決定透過鬼腳籤幫全班共 N 個人分配打掃任務。首先他們在某些結果上標註了「掃地」，然後在另一些結果上標註「拖地」。為了方便起見，我們令掃地的註標集合為 $S = \{S_1, S_2, \dots\}$ ，拖地的註標集合為 $T = \{T_1, T_2, \dots\}$ 。這兩個集合不會有重複的元素，但不一定涵蓋所有抽籤結果（即有些抽籤結果是空的，代表這些同學可以開心寫程式，不用掃地或拖地）。

阿宗和小哲覺得，班上有某些同學特別盡心盡力，應該可以勝任特定的打掃任務。所以他們決定偷偷安排注定要掃地的同學編號集合 $A = \{A_1, A_2, \dots\}$ 、以及注定要拖地的同學編號集合 $B = \{B_1, B_2, \dots\}$ 。對於沒有被關注的同學，要讓他們做什麼都可以。你能不能幫幫阿宗和小哲回答，鬼腳籤上至少要有多少個橫桿，才能順利做出上述這種安排呢？

噢對了，這個班可能有多達 1,000,000,000 人，你的程式可能要很有效率。

輸入格式

每一組測試資料的第一列有一個正整數 N ，代表班上的人數。接下來有四列，每一列依序代表集合 A 、 B 、 S 、 T 。每個集合佔據一列：第一個數字為該集合內的元素個數 k ，接下來有 k 個由小至大介於 1 到 N 的數字，表示該集合的內容。輸入保證滿足：

1. $|A| \leq |S|$
2. $|B| \leq |T|$
3. $0 \leq |S| + |T| \leq \min\{N, 1000\}$

輸出格式

對於每組測試資料，輸出至少需要多少條橫桿才能滿足要求。

輸入範例 1 10 1 5 1 8 2 3 7 2 6 10	輸出範例 1 3
輸入範例 2 10 0 0 0 10 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	輸出範例 2 0

評分說明

本題共有 5 個子任務，條件限制如下所示。每一子任務含有多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	13	$1 \leq N \leq 10$
2	23	$1 \leq N \leq 100,000$ 且 $ A = S $ 、 $ B = T $
3	26	$1 \leq N \leq 1,000$
4	27	$1 \leq N \leq 100,000$
5	11	$1 \leq N \leq 1,000,000,000$

第三題：社區公車 (Bus)

問題敘述

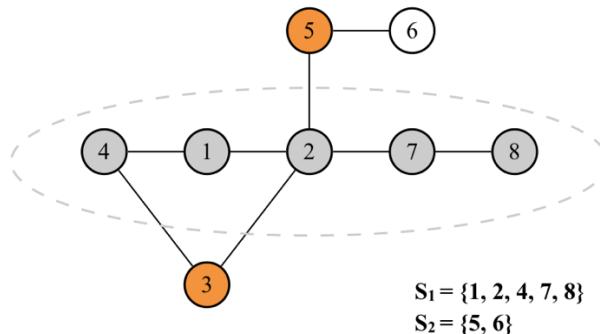
水母社區的居民打算規劃一條能服務最多住戶的公車路線，該社區的地圖由 N 個節點和 N 條邊組成，每個節點代表一個住戶，而每一條邊代表連接兩個住戶之間的路段(路段沒有方向亦可視為雙向)。因為這個社區的地圖恰巧是一棵偽樹(Pseudotree；別稱為水母)，所以當地居民稱這個社區為水母社區。以下我們定義幾項名詞：

- 路線 p_1, p_2, \dots, p_L 由 L 個不同節點組成，其中 $(p_1, p_2)、(p_2, p_3)、\dots、(p_{L-1}, p_L)$ 是地圖上的路段， L 為某個 ≥ 2 的整數。
- 圈 c_1, c_2, \dots, c_K 由 K 個不同節點組成，其中 $(c_1, c_2)、(c_2, c_3)、\dots、(c_K, c_1)$ 都是地圖裡的路段， K 為某個 ≥ 3 的整數。
- 偽樹（水母） 是滿足以下條件的地圖：對於任兩個相異節點 u, v ，都存在至少一條連接這兩個節點的路線，而且在整張地圖裡，恰好只有一個圈。

居民打算找到一條路線 p_1, p_2, \dots, p_L ，使得路線上及路線兩旁的住戶數量最多：

- (1) 路線上的住戶集合為 $S_1 = \{p_1, p_2, \dots, p_L\}$ ，
- (2) 路線兩旁的住戶集合為 $S_2 = \{y \mid y \text{ 不在 } S_1 \text{ 且路段 } (p_i, y) \text{ 存在} \text{, 其中 } 1 \leq i \leq L\}$ 。

目標使得 $|S_1 \cup S_2|$ 最大。以下是一個的偽樹社區的範例，在這範例中如果選擇公車路線 4-1-2-7-8，除了住戶 6 以外的所有住戶都能被公車服務到，所以答案為 7。



輸入格式

每一組測試資料有兩列，其中第一列有一個正整數 $N(N \geq 3)$ ，第二列有 N 對正整數 $A_1 B_1 A_2 B_2 \dots A_N B_N$ ，數值間以空白隔開；其中每個 A_i 和 B_i 皆為介於 1 和 N 之間的整數，且 $A_i \neq A_j$ 如果 $i \neq j$ ， $B_i \neq B_j$ 如果 $i \neq j$ ；第二列的每一組 $A_i B_i$ 代表連接住戶 A_i 和 B_i 的路段存在於水母社區。

輸出格式

對於每組測試資料，輸出最多能服務到的住戶數量，亦即最大的 $|S_1 \cup S_2|$ 。

輸入範例 1	輸出範例 1
3	3
1 2 2 3 3 1	

輸入範例 2	輸出範例 2
8	7
1 2 2 3 3 4 4 1 2 5 5 6 2 7 7 8	

輸入範例 3	輸出範例 3
8	8
1 2 2 3 3 4 4 1 2 5 5 6 3 7 7 8	

評分說明

本題共有 4 個子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

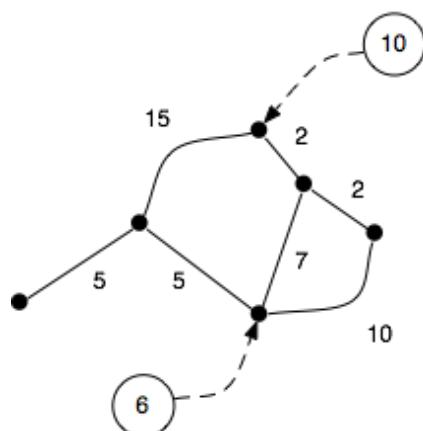
子任務	分數	額外輸入限制
1	16	$1 \leq N \leq 100$
2	24	$1 \leq N \leq 1,000$
3	37	$1 \leq N \leq 100,000$
4	23	$1 \leq N \leq 1,000,000$

第四題：社區服務 (Service)

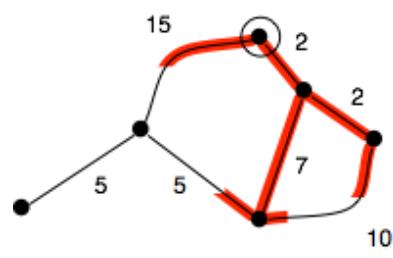
問題敘述

丁丁帶了一群志工進行社區服務，預計要清掃市區的主要幹道。然而時間有限，他打算將志工們分散於各重點區域，各自從該區域實行幅射狀的區域清掃；假設有 k 隊志工，編號由 1 至 k ，志工隊 i 能清掃的範圍記為 R_i ，表示由該志工隊被派駐的區域起算，距離 R_i 範圍內的道路皆能被清掃乾淨。注意兩志工隊的清掃範圍是有可能重疊的。若將欲清掃的區域以一簡單無向連通圖表示 (simple, undirected, connected graph)，點為分叉路口以及重點區域，邊為道路。

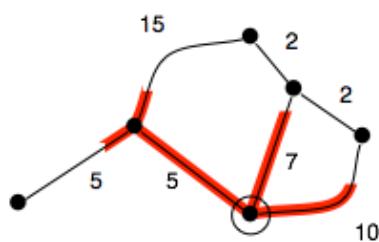
社區服務的終極目標是要將所有路段全數清掃乾淨。但很顯然地，目前這樣的配置方式不一定能清掃到所有的路段。如圖 (a) 的街道範例所示，邊旁邊的數字為該路段的長度，箭頭所指之處將配置志工隊，而圓圈內的數字則表示該志工隊的清掃範圍：分別為 10 與 6。這兩個志工隊清掃到的路段則分別如圖 (b) 與圖 (c) 中粗線所示。清掃結果如圖 (d)，會有未能被清掃到的路段。



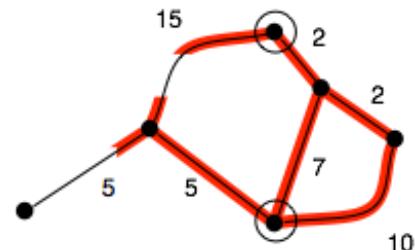
(a)



(b)



(c)



(d)

現在丁丁想要幫志工群添購輔助型清掃機器人，為求視覺效果一致，這一批機器人必須一模一樣。這些機器人有什麼好處呢？對於第 i 個志工隊而言，能力值為 S 的機器人可以讓志工隊的清掃範圍從原本的 R_i 提升為 $R_i + S \times D_i$ 。

可是一分錢一分貨，能力值越高的機器人越是昂貴。請你幫丁丁一個忙，找出最小的 S 使得當所有的志工群都配備機器人以後，所有的路段都能被清掃到。

輸入格式

輸入的第一列包含三個正整數 N 、 M 以及 K ，分別代表路口(包含重點區域)的總數、道路的數量、以及重點區域的數量(也就是志工隊的數量)。路口的編號為 1 到 N 。接下來有 M 列，每一列有三個正整數 u, v, l ，代表該道路連接 u 和 v 兩個路口，且長度為 l 。然後緊接著有 K 列，第 i 列有三個非負整數 P_i, R_i, D_i ，代表第 i 個志工隊會從編號 P_i 的路口出發、原本的清掃範圍是 R_i 、有機器人輔助能加強的清掃係數為 D_i 。所有數值皆不超過 1,000,000,000。

輸出格式

針對該筆測試資料，請輸出可使志工隊完成社區服務的最小(非負) S 值。你的輸出與答案絕對或相對誤差在 10^{-6} 以內皆視為正確。若無論如何都無法完成任務請輸出 **-1**。

輸入範例 1	輸出範例 1
6 7 2 1 2 15 1 3 2 3 4 2 3 5 7 4 5 10 2 5 5 2 6 5 1 10 1 5 6 1	4

評分說明

本題共有 5 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	12	$2 \leq N \leq 500$ 、 $2 \leq M \leq 500$
2	24	$2 \leq N \leq 500$ 、 $2 \leq M \leq 100,000$
3	10	$2 \leq N \leq 200,000$ 、 $M = N - 1$ 、社區道路形成一條直線
4	20	$2 \leq N \leq 200,000$ 、 $M = N - 1$
5	34	$2 \leq N \leq 200,000$ 、 $2 \leq M \leq 200,000$