



第三題：產品製造 (Production)

問題描述

現有 n 台機器，機器之間有輸送帶互相相連結，前面機器的產出就是後面機器的原料。這台機器會依據一組固定的比例來分配其產出送給其相鄰的機器，我們將此固定的比例視為一機率分布。編號 1 的機器是唯一一台可直接由原料倉庫取料的機器，是整個生產線的起點；當然，在生產的過程中，編號 1 的機器的原料來源也可以是其他機器。如果一台機器後面沒有接任何機器，這台機器被視為一個終點，它的產出就是最後的成品，生產線即停止。一台機器可以從不只一台機器獲得原料，不過無論是從哪台機器獲得的原料，這台機器的產出以及向後輸送的機率都是不變的。

每台機器有一個固定的執行時間，不會根據原料的來源或產出的去向而改變。輸送產出到下一台機器的時間可以忽略。我們在意的是從編號 1 的機器開始生產，到最後產出成品所需的時間。由於這個時間會依據生產過程中經過的機器不同而有所改變，我們可以計算這個時間的期望值；精確來說，我們稱一個成品在生產過程中依序經過的所有機器為該成品之「生產路徑」（可能包含重複的機器），該路徑的機率是其上每條邊的機率乘積，時間是其上所有機器的生產時間加總（重複走到的點要累計）。

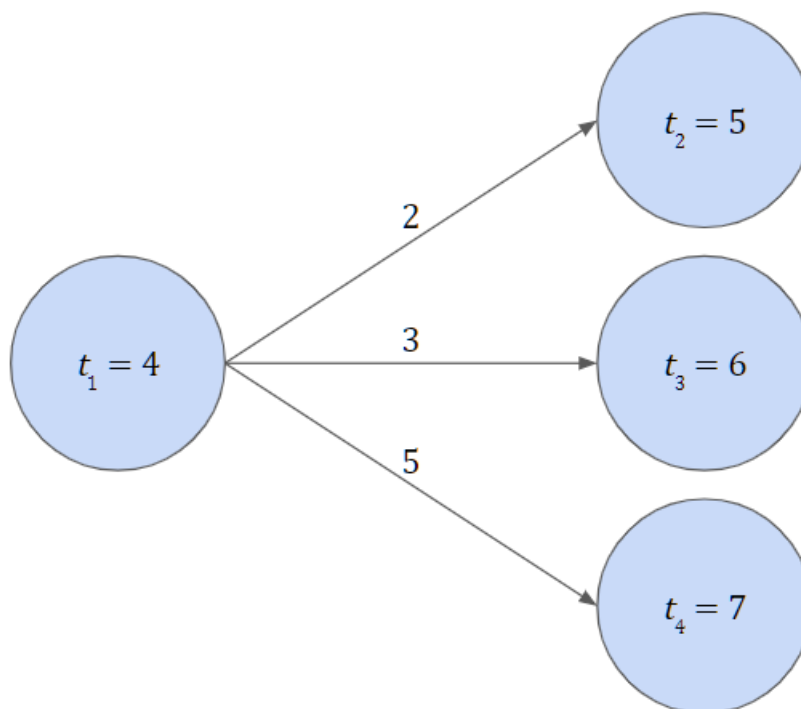


圖 1: 機器與生產線的示意圖。

以上圖為例，機器 1 的產出有 $\frac{2}{10}$ 的機率輸送到機器 2、 $\frac{3}{10}$ 的機率到機器 3、 $\frac{5}{10}$ 的機率到機器 4。整個生產時間的期望值是 $\frac{2}{10}(4 + 5) + \frac{3}{10}(4 + 6) + \frac{5}{10}(4 + 7) = 10.3$ 。

我們現在有 k 個加速器可以加在任意的機器上。如果在編號為 i 的機器加上 x 個加速器，那麼該機器的執行時間會從 t_i 加快至 $t_i/(1 + x)$ 。也就是說，一個機器加上第一個加速器，則它的執行時間會減半。加上



第二個加速器，則它的執行時間會變成最原先的三分之一，以此類推。請決定將 k 個加速器分別加在哪些機器上，使生產時間的期望值最小。

輸入格式

輸入的第一列包含三個正整數 n, m, k ，分別代表機器的數量、輸送帶的數量、和加速器的數量。下一列有 n 個正整數 t_1, \dots, t_n ，代表第 i 台機器的執行時間。接下來有 m 列，每一列包含三個以空白隔開的正整數 u_i, v_i, w_i ，代表有一條輸送帶連接機器 u_i 和 v_i ，而輸送的比重是 w_i 。

輸出格式

請輸出加上所有加速器後，最小的生產時間期望值。（由於浮點數精確度有限，輸出的數值和正確答案的絕對或相對誤差不超過 10^{-6} 都會被視為正確。）

測資限制

- $1 \leq n \leq 10^5$ 。
- $1 \leq m \leq 2 \times 10^5$ 。
- $1 \leq k \leq 10^5$ 。
- $1 \leq t_i \leq 10^9$ 。
- $1 \leq w_i \leq 10^6$ 。
- 所有測資保證從編號 1 的機器可以經由若干條輸送帶抵達任一台機器。
- 所有測資保證任一台機器都可以經由若干條輸送帶抵達至少一個終點。

範例輸入 1

```
5 4 8
2 2 2 2 2
3 5 1
1 3 1
1 4 1
3 2 1
```

範例輸出 1

```
1.833333
```



範例輸入 2

```
5 4 73
1 4 2 4 2
1 3 1
1 5 1
5 4 1
5 2 1
```

範例輸出 2

```
0.320833
```

範例輸入 3

```
8 7 8
3 10 5 4 7 6 4 6
7 6 757756
7 5 242244
1 3 1000000
2 8 76562
2 4 568826
2 7 354612
3 2 1000000
```

範例輸出 3

```
10.089585
```

範例輸入 4

```
4 4 2
1 1 1 1
1 2 1
1 3 1
2 4 1
3 4 1
```



範例輸出 4

2.000000

範例輸入 5

4 4 2
1 1 1 1
1 2 1
2 3 1
3 1 1
2 4 1

範例輸出 5

4.000000

評分說明

本題共有 4 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	9	$n \leq 100$ 、 $m = n - 1$ 、 $k \leq 1000$ 。
2	49	$m = n - 1$ 。
3	23	測資保證每一台機器的產出沒有辦法回到同一台機器當原料。
4	19	$n \leq 100$ 。