

第一題:數字螢幕小鍵盤 (Numpad)

問題敍述

隨著科技越來越發達,人們追求著以更高的效率,將想要表達的話語輸入至電腦中。而這樣的動機,也發展出了許多取代傳統鍵盤以外的輸入方式,比方說螢幕小鍵盤(On-Screen Keyboard)。使用時,只需要用手指頭點擊螢幕對應的位置,就可以將對應的符號輸入至電腦中了。這類型的螢幕小鍵盤在平板電腦或手機中也有相當的貢獻。

為了讓這類型的虛擬鍵盤更加好用,你決定開發一款不需要讓手指頭離開螢幕的新型螢幕小鍵盤!有別於傳統的制式化鍵盤,這個新鍵盤的按鍵將以氣泡的形式浮動地出現在螢幕上。只要讓手指頭滑過對應的氣泡,就可以輸入對應的符號,不需要將手指移開螢幕。另一個有別於制式鍵盤的特點是,氣泡數可能會多於可輸入的符號個數,意即滑過不同的氣泡可能輸入相同的符號。

在輸入時,一開始所有氣泡會同時顯示在螢幕上,你可以點選任何一個氣泡作為起首字元。當你移動到某個氣泡 b 上時,螢幕上僅會浮現某些特定的氣泡,其他的氣泡會暫時消失。我們稱 b 與這些浮現在螢幕上的特定氣泡有所「關聯」。你可以由當前所碰到氣泡滑到與其有關聯的某個氣泡上;滑過去後,螢幕上浮現和暫時消失的氣泡又會改變。你可以依上述的規則持續滑動,直到手指移開螢幕,表示輸入結束。這個虛擬鍵盤還有一個神奇之處,那就是在任何輸入的滑動過程中,絕對不會重複碰到同一個氣泡。

要完整開發一個全新的螢幕小鍵盤不是一件容易的事情。因此,你想要先從輸入數字這點下手進行實作。如同世界上的人們使用不同的語系一般,世界上的人們也都不見得使用同一個進位制來進行計算。比方說,有些人使用 10 進位制、有些人使用 12 進位制、而有些人習慣的是 -2 進位制。事實上,你想要設計一款適合 p 進位制的人使用的數字鍵盤。

每一個設計出來的 p 進位制數字鍵盤,上頭有 n 個氣泡,每一個氣泡都有不同的編號:姑且編為 $0,1,\ldots,n-1$ 。而每一個氣泡中則對應到一個 $0,1,\ldots,|p|-1$ 之間的整數。欲輸入數字時,從任何一個氣泡點下去,然後沿著浮現的氣泡接連滑過去,直到把手指頭移開螢幕為止。假設你滑過了 k 個氣泡,它們上頭的數字依序是 $b_{k-1},b_{k-2},\ldots,b_0$,那麼,移開指頭的那瞬間,電腦解讀的數值等於

$$(b_{k-1}b_{k-2}\cdots b_0)_p = b_{k-1}p^{k-1} + b_{k-2}p^{k-2} + \cdots + b_1p + b_0$$

這邊需要注意的是,這些數字表示的格式必須為正確格式,**不能**有多餘的前導零(leading zero)。即,滑出來的數字序列需要滿足 k=1 或 $b_{k-1}\neq 0$ 其中之一的條件。為了找出最佳的鍵盤設置方式,給定一個 p 進位制數字鍵盤的結構,以及一個以 p 進位表示之 m 位數數值 $threshold=(t_{m-1}t_{m-2}\cdots t_0)_p$,請你計算有多少種方法可以滑出至少為 threshold 的整數。無論湊出來的數字是否相同,只要氣泡的組合方式不同,就視為不同的方法。這個答案可能很大,請輸出方法數除以 10^9+7 的餘數。

2020年國際資訊奧林匹亞研習營:第二次模擬測驗



輸入格式

輸入的第一列包含三個整數 n, p, m。第二列有 m 個非負整數 $t_{m-1}, t_{m-2}, \ldots, t_0$,為以 p 進位制表達之整數 threshold。第三列有 n 個非負整數 $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$,其中 a_i 表示編號為 i 的氣泡上頭標注的數字為 a_i 。第四列有一個正整數 E,表示氣泡與浮現的氣泡之間的關聯數。接下來有 E 列,其中的第 i 列有兩個非負整數 x_i, y_i ,代表當按下編號為 x_i 的氣泡時,編號為 y_i 的氣泡會浮現出來。

輸出格式

請輸出滑出至少為 threshold 的方法數,除以 $10^9 + 7$ 的餘數。

測資限制

- $1 < n < 10^5 \circ$
- $-999 \le p \le 999$, $\exists 2 \le |p|$
- $1 \le m \le 100 \circ$
- $t_{m-1} \neq 0$ 或 m = 1 其中一者成立,即輸入的 threshold 保證沒有多餘的前導零。
- $0 < E < 5 \times 10^5$ •
- 對於所有 i , 皆有 $0 < x_i, y_i < n$ 而且 $x_i \neq y_i$ 。
- 對於所有 $i \neq j$, 皆有 $(x_i, y_i) \neq (x_i, y_i)$ 。

輸入範例1

6 10 3

3 4 5

1 2 3 4 5 6

6

0 1

0 2

1 3

2 3

3 4

3 5

輸出範例1

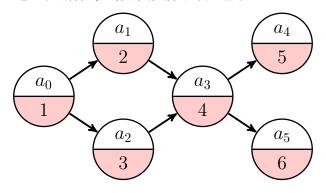
6

2020年國際資訊奧林匹亞研習營:第二次模擬測驗



輸入範例 1 的説明

這六種滑數字的方法其數值分別是:1245、1246、1345、1346、345以及346。



輸入範例 2

6 -10 3

1 0 1

001001

6

0 1

0 2

1 3

2 3

3 4

3 5

輸出範例2

1

評分説明

本題共有4組測試題組,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該組所有測 試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	11	$n \le 10 \cdot E \le n(n-1)/2 \cdot m \le n$
2	18	$n \leq 5000$ 、任兩個氣泡之間至多只有一種方法,從一個氣泡開始並結束在另一個氣泡。
3	30	$2 \le p \le 999$ °
4	41	無額外限制。