2020年國際資訊奧林匹亞研習營:第一次模擬測驗



第三題:電路測試(Voltage)

問題敍述

在眾多的解謎遊戲中,電路測試是其中最不好玩的遊戲,沒有之一了。

考慮一塊有 2 列 (row) 以及 n+1 行 (column) 的矩陣電路板。在該矩陣電路板上每一列與每一行的交界處,都有一個接腳,其中我們將第 r 列與第 c 行交界處的接腳以座標 (r,c) 表示。

你的手邊有一堆長度為1的電線,可以連接電路板上相鄰的兩個接腳(左右相鄰或上下相鄰)。相鄰接腳之間最多只可以接一條電線,不可以兩條以上並聯。在遊戲開始之前,電路板上頭,任何由連續兩列與連續兩行組成的2×2個接腳中間都會有一個數字,這個數字代表了圍繞著這個數字的四組相鄰接腳之間的電線連接計數。也就是說,這個電路板上會浮現總共 n 個數字。舉例來說,如果某個數字為0,代表圍繞這個數字的四組相鄰接腳皆未被電線連結;若某個數字為4,則代表圍繞這個數字的四組相鄰接腳,每一組都有電線連接。

遊戲的進行方式如下:有一位主持人會控制著電路板,並會提出若干次「詢問」。每一次詢問中,主持人會在盤面上標記出兩個接腳 $P=(r_1,c_1)$ 以及 $Q=(r_2,c_2)$ 。你的任務便是要計算出所有可能的電線連接方式。每個連接方式皆須滿足電路板上數字的條件,還必須讓 P 和 Q 這兩個接腳透過若干條電線連接在一起。在你回答幾次詢問後,主持人還可能會「更新」電路板上的某些數字,然後再接著提出「詢問」,以增加挑戰性。

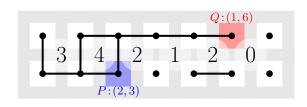


圖 1: 這是一塊 2×7 大小的矩陣電路板,相鄰的 2×2 接腳中間的數字對應著周圍四條電線的連接狀況。而圖中繪製了眾多滿足條件的連接狀況之其中一種。

為了能夠快速破關,你決定要寫一個模擬器,來回答主持人所提的各個「詢問」;每個詢問的答案可能是個很大的數字,所以每一次回答時你只要輸出滿足條件的連接電線的方法數,除以 10^9+7 的餘數即可。

輸入格式

輸入的第一列包含兩個正整數 n 與 q ,代表矩陣電路板的行數減 1 與「詢問」及「更新」的總次數。第二列包含 n 個整數, a_1,a_2,\ldots,a_n ,依序代表目前電路板上由左至右出現的數字內容。

接下來的 q 列,每一列的第一個數字 op 代表該操作是更新或詢問:

- 若 op = 1,代表更新操作。接下來會有兩個以空白隔開的數字 x 與 v,代表欲將電路板上由左至右數起來第 x 個數字修改為 v。
- 若 op = 2,代表詢問操作。接下來會有四個以空白隔開的數字 r_1, c_1, r_2, c_2 ,代表電路板上面接腳 P 與 Q 的位置。



輸出格式

對於每一個 op=2 的詢問操作,請你計算出有幾種連接電線的方法數,除以 10^9+7 的餘數。

測資限制

- $1 \le n \le 10^5$ °
- $1 \le q \le 10^5$ °
- $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ \circ
- $op \in \{1, 2\}$ °
- $1 \le x \le n$ °
- $v \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ •
- $1 \leq r_1, r_2 \leq 2$ °
- $1 \le c_1, c_2 \le n + 1$ °

輸入範例1

- 3 3
- 4 4 4
- 2 1 1 2 4
- 1 2 2
- 2 1 1 2 4

輸出範例1

1

輸入範例 2

- 3 1
- 3 1 3
- 2 1 1 2 4

輸出範例 2

2

2020年國際資訊奧林匹亞研習營:第一次模擬測驗



評分説明

本題共有4組測試題組,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該組所有測 試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1		$n \le 5 \perp q \le 100 \circ$
2	19	$n \le 10^5$ 且 $q \le 10^5$,輸入保證至多只有 100 次詢問。
3	22	$n \le 30000 \; \text{\text{$\subset}} \; q \le 30000 \; \circ$
4	41	無額外限制。