第四題:資料匿名化 (Anonymize)

問題敘述

在現今數位化的時代,有許許多多的資料,這些資料因為研究或其他需求常常需要公開,但是資料可能涉及個人隱私,因此,資料的公開與個人隱私保護這兩者經常是相互衝突的。資料在公開之前,會先刪去某些內容屬性,以便保護個人隱私,但是這樣做還是不夠的。資料如果太獨特,他人就比較容易就可以從資料來推斷資料屬於何人,因此,發布資料前會先進行匿名化的工作。

為方便起見,本題的每一份資料是 N 個非負整數所形成的序列 $\{A[i]: 0 \leq i \leq N-1\}$ 。對於一個正整數 K,一份資料中,如果每個出現的數字都至少出現 K 次,則該資料就被稱為滿足「K-匿名性」。例如, $\{1,5,1,3,3,3,5\}$ 這個序列滿足「2-匿名性」,但不滿足「3-匿名性」。所謂「K-匿名化」是將一個序列 $\{A[i]: 0 \leq i \leq N-1\}$ 修改成為一個滿足「K-匿名性」的序列 $\{B[i]: 0 \leq i \leq N-1\}$,而「K-匿名成本」則定義為每一項變動量的總和,也就是 $\sum_{i=0}^{N-1} |A[i] - B[i]|$ 。由於我們希望資料變動越小越好的情況下將資料匿名化,因此,給定序列 A 與整數 K,我們的目標是計算出最小的 K-匿名成本。

舉例來說,A 序列是 $\{1,4,2,3,3,3,5\}$ 而 K=2,我們可以將資料修改為 $\{1,5,1,3,3,3,5\}$,此時的匿名成本為 2;我們可以很容易看出來,如果修改成 $\{2,5,2,3,3,3,5\}$,此時的匿名成本也是 2,但我們找不到成本小於 2 的方法,因此,最低的匿名成本就是 2。對於相同的序列但是 K=3,將資料 A 修改成 $\{3,4,3,3,3,4,4\}$ 的匿名成本是 5;修改成 $\{2,4,2,2,4,4,4\}$ 或 $\{2,3,2,2,3,3,3\}$ 的匿名成本也都是 5,同時,也找不到比 5 更小成本的修改方式,所以最小匿名成本是 5。

輸入格式

輸入第一行為兩個正整數 N 與 K,其意義如上所述。第二行有 N 個不超過 10^7 的非負整數,這些整數為資料內容,同一行的數值間以空白隔開。

輸出格式

請輸出最小的 K-匿名成本。請留意,本題的答案可能超過 2^{31} 但不會超過 2^{60} 。

輸入範例1	輸出範例 1
7 3	5
1 4 2 3 3 3 5	
1 4 2 3 3 3 3	

2018 年國際資訊奧林匹亞研習營:第二次模擬測驗

評分說明

本題共有 4 組測試題組,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該組所有 測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	9	$N \leq 100$, $K > N/2$,也就是將所有資料修改成相同值。
2	12	$K \le N \le 1,000$ °
3	23	$N \le 50,000 \cdot K \le 100 \circ$
4	56	<i>K</i> ≤ <i>N</i> ≤ 300,000 ∘