

### 第三題：網路佈線問題 (Network)

#### 問題敘述

小明在天龍市的資訊處打工，協助市內網路光纖佈線的業務，最近他在幫一社區規劃新一代的網路架構。為方便起見，以  $1, 2, \dots, N$  表示各網路設備的編號，並以 1 表示總機房的設備，若設備  $i$  與設備  $j$  ( $1 \leq i, j \leq N$ ) 之間有直接連接的線路管溝時，令  $A_{i,j}$  表示它們之間的距離，兩個相鄰網路設備可以透過管溝鋪設光纖直接連結起來。不相鄰的網路設備則可經由幾個設備連結起來，其距離為所經過的管溝距離總和。

小明希望能使用最少的光纖（也就是少任何一條光纖都會使得某兩個設備無法直接或間接連結）、與盡量短的光纖（也就是光纖總長度盡量短）將各個網路設備連結起來，另外小明也希望，在查線時沿著所佈的光纖由總機房走到各個網路設備的距離越短越好。

給定兩個正整數  $a$  和  $b$ ，我們令一個實數參數  $K = a/b$ 。給定一網路架構圖，定義  $\text{dist}(i)$  代表按照所規劃網路佈線的方式，由設備 1 到設備  $i$  的距離長度，並定義  $\text{dist}'(i)$  代表把所有管溝全部都鋪設光纖的情境下，由設備 1 到設備  $i$  的最短路徑長度。令能將所有網路設備直接或連接起來所需要的最短光纖總長度為  $MST$ ，請寫一程式幫小明規劃網路佈線的方式，滿足以下三個條件：

1. 實際佈線光纖數量恰好為  $N-1$  條；
2. 實際佈線光纖總長度不超過  $(1+2/K)MST$ ；
3. 對所有  $i$  必須滿足  $\text{dist}(i) \leq (1+K) \text{dist}'(i)$ 。

你可以假設，輸入所提供之管溝資訊，必定存在一種滿足上述條件的佈線方式。

#### 輸入格式

輸入的第一列包含四個正整數  $N, M, a, b$  ( $2 \leq N \leq 2048$ 、 $N-1 \leq M \leq 10^5$ 、 $1 \leq a, b \leq 10$ )，其中  $N$  與  $M$  分別代表網路設備的數量與可鋪設光纖的管溝數量。其中  $a, b$  則用來定義問題敘述裡的參數。

接下來有  $M$  列，每一列有三個正整數  $i, j$  和  $A_{i,j}$ ，代表設備  $i$  與設備  $j$  的管溝距離為  $A_{i,j}$ 。所有輸入的數值都不超過  $10^6$ 。輸入的管溝保證能夠讓所有的設備直接或間接連在一起。任何兩個設備之間至多只有一個管溝。

#### 輸出格式

輸出  $N-1$  列，代表任何一種滿足條件的網路佈線方式：每一列包含兩個正整數  $i, j$ ，表示要在設備  $i$  與設備  $j$  之間的管溝佈線。

|  |                      |
|--|----------------------|
| 輸入範例 1<br>3 3 1 1<br>1 2 1<br>1 3 5<br>2 3 1 | 輸出範例 1<br>1 2<br>2 3 |
|--|----------------------|

|   |                             |
|---|-----------------------------|
| 輸入範例 2<br>4 5 1 10<br>1 2 2<br>1 3 2<br>1 4 2<br>2 3 1<br>3 4 1 | 輸出範例 2<br>1 2<br>1 3<br>1 4 |
|---|-----------------------------|

### 評分說明

本題共有 4 個子任務，條件限制如下所示。每個子任務可能有一筆或多筆測試資料，該子任務所有測試資料皆須答對才會獲得該子任務的分數。

| 子任務 | 分數 | 額外輸入限制   |
|-----|----|--|
| 1   | 10 | $N = 10$ ， $M = N$ ，每個設備直接與另外兩個設備相連。                     |
| 2   | 25 | $2 \leq N \leq 50$ ， $N-1 \leq M \leq 100$ ，最多只有兩種管溝的長度。 |
| 3   | 39 | $2 \leq N \leq 256$ ， $N-1 \leq M \leq 1000$ 。           |
| 4   | 26 | 無額外限制  |