2020年國際資訊奧林匹亞研習營:第三次模擬測驗

第二題:信號塔 (Sigtower)



問題敍述

手機在手,信號要有。踢歐埃共和國為了要迎接更新、更快、更全面的 5G 電信網路,他們設置了高達 2ⁿ 座訊號收發使用的**通訊電塔**。這些電塔肩負著廣大的踢歐埃共和國民眾,於日常生活中最不可或缺的部分。因此,為了避免某些通訊過載,平時僅有其中的某些通訊電塔啟動「傳遞遠程訊號」的功能。我們稱啟動傳遞遠程訊號功能的電塔為**信號塔**。除了能夠傳遞遠程訊號的功能外,通訊電塔(包含信號塔)的最主要工作還有被動接收訊號,使得附近的民眾能夠使用。

通訊電塔在建置時即被賦予了編號,依序為 $0,1,\ldots,2^n-1$ 。遠程訊號的傳送與接收,皆會佔據通訊電塔的**頻寬**。有趣的是,踢歐埃共和國當初在賦予電塔編號時做了一個巧妙的設計:若通訊電塔 i 要傳遞遠程訊息給通訊電塔 j,則該訊息佔踞的頻寬為 $(popcount(i \oplus j))^2$ 。

其中 popcount(x) 函數,是指把 x 以二進位表示的時候,數值等於 1 的位元數。此外, \oplus 則是將 i 以及 j 分別以二進位表示以後,逐一將位元以「互斥或」運算(exclusive or)得到的數 值。

對任意一座通訊電塔i,其**接收總頻寬**C(i)等於來自所有信號塔的遠程訊息傳遞佔踞的頻寬總和,即 $C(i) = \sum_{j \stackrel{.}{\Rightarrow} - 6 \stackrel{.}{\bowtie} 1 \stackrel{.}{\bowtie} 1}$ (popcount $(i \oplus j)$) 2 。現在踢歐埃共和國政府想請你協助,模擬啟動傳遞遠程訊號功能的若干電塔,然後對於國境內感興趣的所有通訊電塔,分別找出接收總頻寬。由於感興趣的通訊電塔數量實在太多,你需要將所有答案雜湊之後輸出。請詳閱輸出格式。

輸入格式

輸入的第一列包含三個正整數 n,q,p。

輸入的第二列包含一個長度為 $\lceil 2^n/6 \rceil$ 的 base64 編碼字串 A。解碼後可以得到一個長度至少為 2^n 的二元字串 A',對於所有註標 $0 \le i \le 2^n-1$,位元 A'[i] 等於 1 若且唯若編號為 i 的通訊電塔開啟了傳遞遠程訊號的功能。

輸入的第三列包含一個長度為 $\lceil 2^n/6 \rceil$ 的 base64 編碼字串 B。解碼後可以得到一個長度至少為 2^n 的二元字串 B',對於所有註標 $0 \le i \le 2^n-1$,位元 B'[i] 等於 1 若且唯若踢歐埃共和國政府想知道編號為 i 的通訊電塔的接收總頻寬。

輸出格式

 $\diamondsuit h = \left(\sum_{i=0}^{2^n-1} B'[i] \times C(i) \times q^i\right) \bmod p$ °

請輸出這個整數 h。

Taiwan s

測資限制

- $1 \le n \le 23$ °
- $2 \le q \le 500$ °
- $2 \le p \le 10^9 + 7$ °

輸入範例1

6 123 456 WEQAAAAAAA AAQAAGAAAAA

輸出範例1

180

輸入範例 2

5 123 456 AAAAAA QWERTY

輸出範例 2

0

2020年國際資訊奧林匹亞研習營:第三次模擬測驗



關於 Base64 編碼

這邊採用的是非填充 Base64 編碼。也就是說,編號為 6i+j 的電塔,是由第 i 個字元解碼後寫成二進位時對應至 2^j 這一項的位元。換句話說,解碼後的二元字串,是將每一個字元解碼後以最低有效位(Least Significant Bit, LSB)在前的方式串接起來。以下是擷錄自維基百科的編碼表:

Index	Binary (LSB First)	Char									
0	000000	A	16	000010	Q	32	000001	g	48	000011	w
1	100000	В	17	100010	R	33	100001	h	49	100011	x
2	010000	С	18	010010	S	34	010001	i	50	010011	У
3	110000	D	19	110010	T	35	110001	j	51	110011	z
4	001000	Е	20	001010	U	36	001001	k	52	001011	0
5	101000	F	21	101010	v	37	101001	1	53	101011	1
6	011000	G	22	011010	W	38	011001	m	54	011011	2
7	111000	Н	23	111010	x	39	111001	n	55	111011	3
8	000100	I	24	000110	Y	40	000101	0	56	000111	4
9	100100	J	25	100110	Z	41	100101	р	57	100111	5
10	010100	K	26	010110	а	42	010101	q	58	010111	6
11	110100	L	27	110110	b	43	110101	r	59	110111	7
12	001100	M	28	001110	С	44	001101	s	60	001111	8
13	101100	N	29	101110	d	45	101101	t	61	101111	9
14	011100	0	30	011110	е	46	011101	u	62	011111	+
15	111100	P	31	111110	f	47	111101	v	63	111111	1

評分説明

本題共有3組測試題組,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該組所有測 試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	11	$n \leq 11$ °
2	45	$n \leq 18$ °
3	44	無額外限制。