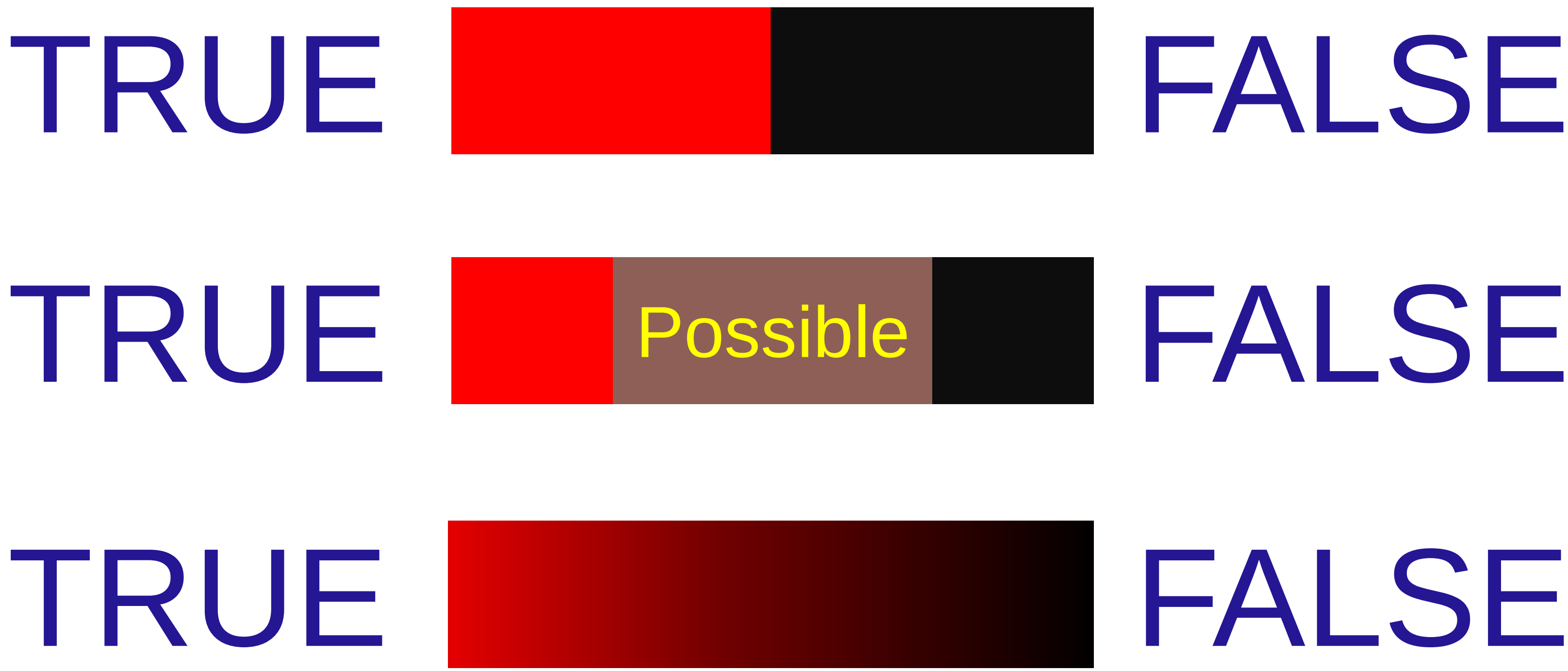
模糊控制导论

苏临之
sulinzhi029@nwu.edu.cn

模糊控制导论纲要

- 模糊控制基本概念
- 模糊集合及其运算
- 模糊关系的数学表示和运算
- **模糊控制逻辑基础与推理运算**
- 模糊C均值聚类法
- 科技文献书写和阅读

模糊逻辑发展历史



命题连接词和复合命题

- 命题连接词有五种：否定、合取、析取、蕴含和等价。它们使得一个或多个简单命题成为了复合命题。

否定	$\bar{P}$	非P
合取	$P \wedge Q$	P且Q
析取	$P \vee Q$	P或Q
蕴含	$P \rightarrow Q$	若P则Q
等价	$P \leftrightarrow Q$	P、Q等价

命题逻辑的真值表

- 命题逻辑真值表列如下：

$T(P)$	$T(Q)$	$T(\bar{P})$	$T(P \wedge Q)$	$T(P \vee Q)$	$T(P \rightarrow Q)$	$T(P \leftrightarrow Q)$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

命题逻辑的真值的数学表示

- 这些真值用数学的方式表示：

$$T(\overline{P}) = 1 - T(P)$$
$$T(P \wedge Q) = T(P) \wedge T(Q)$$
$$T(P \vee Q) = T(P) \vee T(Q)$$
$$T(P \to Q) = T(\overline{P}) \vee (T(P) \wedge T(Q)) = T(\overline{P}) \vee T(Q)$$

条件命题

- 条件命题$P\rightarrow Q$除了可以表示真实的条件关系以外，还可以表示让步、虚拟假设、演绎推理等很多关系，在自然语言中可以找到很对与之对应的说法。

- 从数学的角度讲，将上述规则加以抽象并统一加以归纳，就可以得到条件命题。即**假命题可以推出一切命题**。

条件命题的两种基本形式

- 假设有三个命题A、B和U，则条件命题的两种基本形式是：① 若A则U；② 若A且B则U。 两者真值公式如下：

$$T(A \to U) = T(\overline{A}) \vee T(U)$$

$$T((A \wedge B) \to U) = T(\overline{A}) \vee T(\overline{B}) \vee T(U)$$

自然语言的模糊集合表示

- 自然语言中凡事含有表数量、程度概念的词语描述，可以用模糊集合表示，以方便计算机利用数学的方法来处理自然语言。
- 例如“接近”这个词语就具有模糊性，如果在论域{-3,-2,-1,0,1,2,3}上表示“接近0”这个概念，则这个模糊集合A可以用Zadeh法如下表示：

$$A=\frac{0}{-3}+\frac{0.3}{-2}+\frac{0.6}{-1}+\frac{1}{0}+\frac{0.6}{1}+\frac{0.3}{2}+\frac{0}{3}$$

模糊算子

模糊算子

- 否定修饰词
- 连接词
- 语气算子

否定修饰词

- 否定修饰词即“非”或“不”，例如“大”“接近”“冷”加上否定修饰词就变成了“不大”“不接近”“不冷”。
- 需要特别注意的是，否定不等于另一个极端的词语。比如“冷”加上否定修饰词是“不冷”，绝不是“热”。

连接词

- 连接词包括了“与”和“或”，对应于模糊集合的交集和并集。具体是交集还是并集，必须通过实际情况来分析。
- 例如“中老年”是“中年”和“老年”两个模糊集合的并集；“品学兼优”是“品德好”和“学习优秀”的交集。对于词语的描述，一定要弄清楚究竟是用哪个连接词。

语气算子

- 自然语言中“很”“有点”“稍微”“特别”等词语可以调整语义的程度。对应到模糊集合中即所谓的语气算子。设不带语气算子的模糊集合是A，带有语气算子的模糊集合是B，则两者隶属度函数用语气算子λ如下**指数**联系：

$$B(x) = A^{\lambda}(x) = [A(x)]^{\lambda}$$

语气算子

- 当λ>1时，使得原词义集中化；当λ<1时，使得原词义散漫化。根据日常经验可以总结出以下表格：

语气词	极	很	相当	(无)	较	略	稍微
λ	4	2	1.25	1	0.75	0.5	0.25

- 这个表格的内容并非绝对，具有一定的主观性，以符合实际需求为准。

语气算子

例1：设论域U={-3,-2,-1,0,1,2,3}，模糊集合A表示“接近0”这个概念，请用Zadeh法表示“很接近0”和“较接近0”这两个概念，并用MATLAB画图实现。

$$A=\frac{0}{-3}+\frac{0.3}{-2}+\frac{0.6}{-1}+\frac{1}{0}+\frac{0.6}{1}+\frac{0.3}{2}+\frac{0}{3}$$

$$A^2=\frac{0}{-3}+\frac{0.09}{-2}+\frac{0.36}{-1}+\frac{1}{0}+\frac{0.36}{1}+\frac{0.09}{2}+\frac{0}{3}$$

$$A^{0.75}=\frac{0}{-3}+\frac{0.41}{-2}+\frac{0.68}{-1}+\frac{1}{0}+\frac{0.68}{1}+\frac{0.41}{2}+\frac{0}{3}$$

语气算子

```
clc;clear all;close all;
tic;
x=[-3,-2,-1,0,1,2,3];
A=[0,0.3,0.6,1,0.6,0.3,0];%A是“接近0”
B=A.^2;%B是“很接近0”
C=A.^0.75;%C是“较接近0”
t=[-3.2,3.2,0,1.05];
figure;stem(x,A);axis(t);box off;
figure;stem(x,B);axis(t);box off;
figure;stem(x,C);axis(t);box off;
toc;
```

模糊命题

- 如果一个命题中的真值取值范围由{0,1}扩展到[0,1]，那么这个命题就是一个模糊命题。例如命题“*a*接近于0”就是一个模糊命题。
- 一般用小写字母表示命题中的主项变量，对应大写字母表示命题本身的描述。比如说“*a*接近于0”这个命题中，主项变量就是*a*，而“接近于0”就用*A*来表示。因此这个命题可以写成类似于隶属度函数的形式，即$A(a)$。

模糊命题

例2：设有模糊集合A表示“接近0”，模糊集合B表示“接近1”，请说出A^{C}、$A\cap B$和$A\cup B$的意义，并给出主词元素a对应的隶属度值。

$$A^{C}(a)=1-A(a)$$

$$(A\cap B)(a)=A(a)\wedge B(a)$$

$$(A\cup B)(a)=A(a)\vee B(a)$$

模糊条件命题

- 设有两个模糊命题$A(a)$和$B(b)$，则两者的复合条件命题可以写作“若a是A，则b是B”，数学上表示为$A \rightarrow B$。其真值可以表示为$R(a, b)=A(a) \rightarrow B(b)$。
- 可见模糊条件命题的真值$R(a, b)$是一个二元函数，它反映了由A到B的一种变化，被称作模糊蕴涵关系。目前其算法有Zadeh法、Mamdani法、有界和法、Larson法、Mizumoto-s法和Mizumoto-g法等等。本课程重点学习Mamdani法。

模糊条件命题真值Zadeh算法

- $R(a, b)=A(a)\to B(b)$的真值计算，可以把二值命题的真值原始公式$T(A\to B)=(1-T(A))\vee(T(A)\wedge T(B))$进行推广，这就得到了最基本的Zadeh算法。

$$R(a,b)=(1-A(a))\vee(A(a)\wedge B(b))$$

从Zadeh算法到Mamdani算法

- Zadeh算法中共有两项相取大。当$A(a)$值很小时，$1-A(a)$这一项在公式中占主导地位；而$A(a)$值很小又意味着$A \to B$成立的基础非常薄弱，整个条件命题就会没有太多的意义。因此往往忽略$1-A(a)$这一项，得到应用广泛的Mamdani算法。

$$
\begin{aligned}
R(a,b) &= (1 - A(a)) \vee (A(a) \wedge B(b)) \\
&\approx A(a) \wedge B(b)
\end{aligned}
$$

Mamdani算法公式

- 设有两个模糊命题$A(a)$和$B(b)$，模糊蕴含关系真值关系理论上$R(a, b)$可以按照Mamdani算法表达如下：

$$R(a,b)=(A\to B)(a,b)=A(a)\wedge B(b)$$

Mamdani算法公式

- Mamdani算法中，***A*对应论域里的每一个元素都要和*B*对应论域中的每一个元素进行取小操作**，因此实际上需要计算一个关系矩阵$\boldsymbol{R}(a,\ b)$，这就需要利用两个模糊集合的二元模糊关系矩阵的求法。
- 具体操作时，将***A***变为列向量，***B***变为行向量，然后进行合成即可得到模糊蕴涵关系矩阵***R***：

$$\boldsymbol{R} = \vec{\boldsymbol{A}} \circ \boldsymbol{B}$$

Mamdani算法举例

例3：两个论域X={1,2,3}，Y={4,5}。设$A \in \mathscr{F}(X)$，$B \in \mathscr{F}(Y)$，请用Mamdani算法求出$A \rightarrow B$的蕴涵关系R。

$$A = \frac{0.3}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.8}{3} \qquad B = \frac{0.5}{4} + \frac{0.7}{5}$$

Mamdani算法举例

- $A \to B$的蕴涵关系R需要使X中的每一个元素到Y的每一个元素之间建立可推导真值。因此把A和B写成向量形式，然后把A变成列向量，求相关关系。

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.8 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.7 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{R} = \vec{\boldsymbol{A}} \circ \boldsymbol{B} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \circ \boldsymbol{B}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.6 \\ 0.8 \end{bmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.7 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 \\ 0.5 & 0.6 \\ 0.5 & 0.7 \end{bmatrix}$$

Mamdani算法举例

- 三个步骤：① 向量化；② 拉成一列；③ 合成运算。注意应用运算技巧（什么技巧？）。

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0.3 & 0.6 & 0.8\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0.5 & 0.7\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}=\vec{\boldsymbol{A}}\circ\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\circ\boldsymbol{B}$$

$$=\begin{bmatrix}0.3\\0.6\\0.8\end{bmatrix}\circ\begin{pmatrix}0.5 & 0.7\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}0.3 & 0.3\\0.5 & 0.6\\0.5 & 0.7\end{bmatrix}$$

Mamdani算法举例

例4：设电机电压控制论域$X=\{1,2,3,4\}$（单位hV），转速论域$Y=\{1,2,3,4,5\}$（单位kr/min）。设$A\in\mathscr{F}(X)$，代表“电压高”；$B\in\mathscr{F}(Y)$，代表“转速快”。请说明$A\rightarrow B$的意义，并用Mamdani算法求出其蕴涵关系R。

$$A=\frac{0.4}{3}+\frac{1}{4} \quad B=\frac{0.5}{4}+\frac{1}{5}$$

Mamdani算法举例

- $A \to B$的意义是“若电压高，则转速快”。

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.4 & 1 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}(a,b) = \vec{\boldsymbol{A}} \circ \boldsymbol{B} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \circ \boldsymbol{B}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.4 \\ 1 \end{bmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

Mamdani算法举例

例5：设孵化场温度控制论域X={36,37,38,39,40}，孵化率论域Y={0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1} 。设$A\in\mathscr{F}(X)$，代表“温度适中”；$B\in\mathscr{F}(Y)$，代表“孵化率高”。请说明$A\to B$的意义，并用Mamdani算法求出其蕴涵关系R。

$$A=\frac{0.2}{36}+\frac{0.6}{37}+\frac{1}{38}+\frac{0.6}{39}+\frac{0.2}{40}$$

$$B=\frac{0.3}{0.7}+\frac{0.6}{0.8}+\frac{0.9}{0.9}+\frac{1}{1}$$

Mamdani算法举例

- $A \rightarrow B$的意义是“若温度适中，则孵化率高”。

$$\boldsymbol{A} = (0.2 \quad 0.6 \quad 1 \quad 0.6 \quad 0.2) \quad \boldsymbol{B} = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.3 \quad 0.6 \quad 0.9 \quad 1)$$

$$\boldsymbol{R}(a,b) = \vec{\boldsymbol{A}} \circ \boldsymbol{B} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \circ \boldsymbol{B}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.6 \\ 1 \\ 0.6 \\ 0.2 \end{bmatrix} \circ (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.3 \quad 0.6 \quad 0.9 \quad 1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 & 0.9 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$$

经典推理的“三段论”

- 经典推理一般采用一种逻辑演绎的方法来进行的，可以俗称“三段论”。它由大前提、小前提和结论三部分构成，每一部分都是一个可以确定真假的命题。

经典推理的“三段论”

- 经典推理一般采用一种逻辑演绎的方法来进行的，可以俗称“三段论”。它由大前提、小前提和结论三部分构成，每一部分都是一个可以确定真假的命题。

因为金属可以导电，而铝是金属，故铝能导电。

经典推理的“三段论”

- 经典推理一般采用一种逻辑演绎的方法来进行的，可以俗称“三段论”。它由大前提、小前提和结论三部分构成，每一部分都是一个可以确定真假的命题。

因为**金属可以导电**，而**铝是金属**，故**铝能导电**。

大前提	小前提	结论
$A \rightarrow B$	A^*	B^*

模糊推理的“三段论”

- 模糊推理也般采用“三段论”。如以下模糊推理：

西红柿变红时就熟了：$A(a) \rightarrow B(b)$

如果西红柿有点红：$A^*(a)$

那么西红柿有点熟：$B^*(b)$

模糊推理的“三段论”

- 模糊推理也般采用“三段论”。如以下模糊推理：

  西红柿变红时就熟了：$A(a) \rightarrow B(b)$

  如果西红柿有点红：$A^*(a)$

  那么西红柿有点熟：$B^*(b)$

- 通式：已知$A(a) \rightarrow B(b)$，若$A^*(a)$，则$B^*(b)$。推理的目的是根据两个前提来通过数学计算得出结论。

Mamdani-Zadeh模糊推理公式

- 已知$A(a)\rightarrow B(b)$，若有$A^*(a)$，则求对应$B^*(b)$的可以利用Zadeh给出的算法。

$$\boldsymbol{B}^*(b)=\boldsymbol{A}^*(a)\circ\boldsymbol{R}(a,b)$$

Mamdani-Zadeh模糊推理公式

- 已知$A(a)\to B(b)$，若有$A^*(a)$，则求对应$B^*(b)$的可以利用Zadeh给出的算法。

$$\boldsymbol{B}^*(b)=\boldsymbol{A}^*(a)\circ\boldsymbol{R}(a,b)$$

- $\boldsymbol{R}(a,b)$是由大前提给出的，代入Mamdani算法即可得出Mamdani-Zadeh（MZ）模糊推理公式：

$$\boldsymbol{B}^*(b)=\boldsymbol{A}^*(a)\circ\boldsymbol{R}(a,b)=\boldsymbol{A}^*(a)\circ\left(\vec{\boldsymbol{A}}(a)\circ\boldsymbol{B}(b)\right)$$

模糊推理举例

例6：两个论域$X=\{1,2,3\}$，$Y=\{4,5\}$，设A, $A^* \in \mathscr{F}(X)$，B, $B^* \in \mathscr{F}(Y)$。已知大前提是$A \to B$，现利用MZ模糊推理法则求在A^*的小前提下得出的结论B^*。

$$A = \frac{0.3}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.8}{3} \quad B = \frac{0.5}{4} + \frac{0.7}{5}$$

$$A^* = \frac{0.6}{1} + \frac{0.9}{2} + \frac{0.1}{3}$$

模糊推理举例

- 利用MZ模糊推理法则进行推理分两步。第一步先按照Mamdani算法求出蕴涵关系***R***。

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0.3 & 0.6 & 0.8\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0.5 & 0.7\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}=\vec{\boldsymbol{A}}\circ\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.3\\0.6\\0.8\end{bmatrix}\circ\begin{pmatrix}0.5 & 0.7\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}0.3 & 0.3\\0.5 & 0.6\\0.5 & 0.7\end{bmatrix}$$

模糊推理举例

- 第二步按照Zadeh算法求出$\boldsymbol{B}^*$，然后写出B^*。

$$\boldsymbol{B}^* = \boldsymbol{A}^* \circ \boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.9 & 0.1 \end{pmatrix} \circ \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 \\ 0.5 & 0.6 \\ 0.5 & 0.7 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$B^* = \frac{0.5}{4} + \frac{0.6}{5}$$

模糊推理的简便运算

- 进一步观察MZ法则的公式，可以发现B^*实际上是三项内容的结合运算。根据合成运算的结合律，这个公式可以用如下的方式简便运算。

$$\boldsymbol{B}^* = \boldsymbol{A}^* \circ \boldsymbol{R} = \boldsymbol{A}^* \circ \left(\vec{\boldsymbol{A}} \circ \boldsymbol{B}\right)$$
$$= \left(\boldsymbol{A}^* \circ \vec{\boldsymbol{A}}\right) \circ \boldsymbol{B} = \lambda \wedge \boldsymbol{B}$$

模糊推理的简便运算

- 例如刚才的例子中，第一步可以先计算常数λ。

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0.3 & 0.6 & 0.8\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0.5 & 0.7\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}^{*}=\begin{pmatrix}0.6 & 0.9 & 0.1\end{pmatrix}$$

$$\lambda=\boldsymbol{A}^{*}\circ\overrightarrow{\boldsymbol{A}}=\begin{pmatrix}0.6 & 0.9 & 0.1\end{pmatrix}\circ\begin{bmatrix}0.3\\0.6\\0.8\end{bmatrix}=0.6$$

模糊推理的简便运算

- 而实际上，λ就是两个向量对应元素取小再取大，所以可以先求出取小向量***F***，再求***F***的最大值。

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0.3 & 0.6 & 0.8\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0.5 & 0.7\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}^{*}=\begin{pmatrix}0.6 & 0.9 & 0.1\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}=\min\left(\boldsymbol{A}^{*},\boldsymbol{A}\right)=\begin{pmatrix}0.3 & 0.6 & 0.1\end{pmatrix}$$

$$\lambda=\boldsymbol{F}_{\max}=0.6$$

模糊推理的简便运算

- 第二步求出$\boldsymbol{B}^*$，然后写出B^*，和刚才的结果一样。实际上，B^*是B和λ的数积。

$$\boldsymbol{B}^* = \lambda \wedge \boldsymbol{B} = 0.6 \wedge \begin{pmatrix} 0.5 & 0.7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.5 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$B^* = \frac{0.5}{4} + \frac{0.6}{5}$$

模糊推理举例

例7：设电机电压控制论域X={1,2,3,4}（单位hV），电机转速论域Y={1,2,3,4,5}（单位kr/min）。设$A\in\mathscr{F}(X)$，代表“电压高”；$B\in\mathscr{F}(Y)$，代表“转速快”。现在已知电压高则转速快，请利用Mamdani-Zadeh模糊推理法说明：当电压不高时转速如何？

$$A=\frac{0.4}{3}+\frac{1}{4}\quad B=\frac{0.5}{4}+\frac{1}{5}$$

模糊推理举例

- 首先明确并抽象出大前提，小前提和结论。

已知电压高则转速快：$A(a) \rightarrow B(b)$

若电压不高：$A^*(a) = A^C(a)$

则转速如何：$B^*(b)$

模糊推理举例

- 然后利用M-Z算法的简便运算求出常数λ。

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 0.5\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0.5 & 1\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}^{*}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{C}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0.4 & 1\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}=\min\left(\boldsymbol{A}^{*},\boldsymbol{A}\right)=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0.4 & 0.5\end{pmatrix}$$

$$\lambda=\boldsymbol{F}_{\max}=0.5$$

模糊推理举例

- 最后求出$\boldsymbol{B}^*$，并写出B^*。

$$\boldsymbol{B}^* = \lambda \wedge \boldsymbol{B} = 0.5 \wedge \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$B^* = \frac{0.5}{4} + \frac{0.5}{5}$$

模糊推理举例

- 可以看出，当电压不高时候，转速有一定下降。

$$B=\frac{0.5}{4}+\frac{1}{5} \qquad B^{*}=\frac{0.5}{4}+\frac{0.5}{5}$$

模糊推理举例

例8：设孵化场温度控制论域X={36,37,38,39,40}，孵化率论域Y={0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1} 。设$A\in\mathscr{F}(X)$，代表“温度适中”；$B\in\mathscr{F}(Y)$，代表“孵化率高”。现在已知温度适中则孵化率高，请利用Mamdani-Zadeh模糊推理法说明：当温度偏高（A^*）时孵化率（B^*）如何？

$$A=\frac{0.2}{36}+\frac{0.6}{37}+\frac{1}{38}+\frac{0.6}{39}+\frac{0.2}{40}\qquad B=\frac{0.3}{0.7}+\frac{0.6}{0.8}+\frac{0.9}{0.9}+\frac{1}{1}$$

$$A^*=\frac{0.1}{36}+\frac{0.3}{37}+\frac{0.6}{38}+\frac{0.9}{39}+\frac{1}{40}$$

模糊推理举例

- 明确并抽象出大前提，小前提和结论。

已知温度适中则孵化率高：$A \rightarrow B$

若温度偏高：A^*

则孵化率如何：B^*

模糊推理举例

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0.2 & 0.6 & 1 & 0.6 & 0.2\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 & 0.9 & 1\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}^{*}=\begin{pmatrix}0.1 & 0.3 & 0.6 & 0.9 & 1\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}=\min\left(\boldsymbol{A}^{*},\boldsymbol{A}\right)=\begin{pmatrix}0.1 & 0.3 & 0.6 & 0.6 & 0.2\end{pmatrix}$$

$$\lambda=\boldsymbol{F}_{\max}=0.6$$

$$\boldsymbol{B}^{*}=\lambda\wedge\boldsymbol{B}=0.6\wedge\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 & 0.9 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 & 0.6 & 0.6\end{pmatrix}$$

$$B^{*}=\frac{0.3}{0.7}+\frac{0.6}{0.8}+\frac{0.6}{0.9}+\frac{0.6}{1}$$

作业

1、设论域U={-3,-2,-1,0,1,2,3}，A表示“接近0”，B表示“接近1”，求以下概念的集合表示（小数点后2位）：

① 很接近0且略接近1；② 稍微接近0或相当接近1；

③ 不接近于0或稍微接近1；④较接近0或不接近1；

$$A=\frac{0.1}{-3}+\frac{0.3}{-2}+\frac{0.6}{-1}+\frac{1}{0}+\frac{0.6}{1}+\frac{0.3}{2}+\frac{0.1}{3}$$

$$B=\frac{0}{-3}+\frac{0.1}{-2}+\frac{0.3}{-1}+\frac{0.6}{0}+\frac{1}{1}+\frac{0.6}{2}+\frac{0.3}{3}$$

语气词	极	很	相当	较	略	稍微
λ	4	2	1.25	0.75	0.5	0.25

作业

2、设有两个论域$X=\{1,2,3,4,5\}$， $Y=\{6,7,8\}$， 现有A, $A^* \in \mathscr{F}(X)$，B, $B^* \in \mathscr{F}(Y)$。已知大前提是$A \to B$，现利用MZ模糊推理法则求在A^*的小前提下得出的结论B^*。

$$A = \frac{0.3}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.7}{4} + \frac{0.4}{5} \quad B = \frac{0.8}{6} + \frac{0.3}{7} + \frac{0.5}{8}$$

$$A^* = \frac{0.2}{1} + \frac{0.3}{2} + \frac{0.8}{3} + \frac{0.6}{5}$$

作业

3、（选做）使用MATLAB编写基于MZ公式的推理子程序MZ_inference，可以使用现有子程序syn.m。要求该子程序输出1个结论，输入大前提的两个命题以及小前提（共计3个输入）。并使用上题的例子编写主程序调用此子程序求出B^*。

THANK YOU !