模糊控制导论

苏临之

sulinzhi029@nwu.edu.cn

自然语言的模糊集合表示

- 自然语言中凡含有表数量、程度概念的词语描述，可以用模糊集合表示。如论域U={-3,-2,-1,0,1,2,3}，A={接近0}，用Zadeh法如下表示：

$$A=\frac{0}{-3}+\frac{0.3}{-2}+\frac{0.6}{-1}+\frac{1}{0}+\frac{0.6}{1}+\frac{0.3}{2}+\frac{0}{3}$$

模糊算子

模糊算子
- 否定修饰词
- 连接词
- 语气算子

语气算子

- 自然语言中调整语义的程度的词语对应到模糊集合中即所谓的语气算子。当$\lambda>1$时，使得原词义集中化；当$\lambda<1$时，使得原词义散漫化。

$$B(x)=A^{\lambda}(x)=[A(x)]^{\lambda}$$

语气词	极	很	相当	较	略	稍微
λ	4	2	1.25	0.75	0.5	0.25

模糊命题

- 如果一个命题中的真值取值范围由{0,1}扩展到[0,1]，那么这个命题就是一个模糊命题。例如命题“a接近于0”就是一个模糊命题。
- 一般用小写字母表示命题中的主项变量，对应大写字母表示命题本身的描述。比如说“a接近于0”这个命题中，主项变量就是a，而“接近于0”就用A来表示。因此这个命题可以写成类似于隶属度函数的形式，即$A(a)$。

模糊条件命题和Mamdani算法

- 设有两个模糊命题$A(a)$和$B(b)$，则两者的复合条件命题可以写作“若a是A，则b是B”，数学上表示为$A \to B$，其真值可以表示为$R(a, b)=A(a) \to B(b)$。
- 应用Mamdani算法具体操作时，将$\boldsymbol{A}$变为列向量，$\boldsymbol{B}$变为行向量，然后进行合成即可得到模糊蕴涵关系矩阵$\boldsymbol{R}$：

$$\boldsymbol{R} = \vec{\boldsymbol{A}} \circ \boldsymbol{B}$$

经典推理的“三段论”

- 经典推理由大前提、小前提和结论三部分构成，每一部分都是一个可以确定真假的命题。

因为**金属可以导电**，而**铝是金属**，故**铝能导电**。

大前提	小前提	结论
$A \to B$	A^*	B^*

模糊推理的“三段论”

- 模糊推理也般采用“三段论”。如以下模糊推理：

  西红柿变红时就熟了：$A(a)\rightarrow B(b)$

  如果西红柿有点红：$A^*(a)$

  那么西红柿有点熟：$B^*(b)$

- 通式：已知$A(a)\rightarrow B(b)$，若$A^*(a)$，则$B^*(b)$。推理的目的是根据两个前提来通过数学计算得出结论。

基本MZ模糊推理公式

- 已知$A\rightarrow B$，若有A^*，则求对应B^*的可以利用Zadeh给出的算法。代入Mamdani算法即可得出MZ模糊推理公式，进一步使用合成运算结合律可得到简便算法。

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{B}^* &= \boldsymbol{A}^* \circ \boldsymbol{R} = \boldsymbol{A}^* \circ \left(\vec{\boldsymbol{A}} \circ \boldsymbol{B}\right) \\
&= \left(\boldsymbol{A}^* \circ \vec{\boldsymbol{A}}\right) \circ \boldsymbol{B} = \left(\min\left(\boldsymbol{A}^*, \boldsymbol{A}\right)\right)_{\max} \wedge \boldsymbol{B} \\
&= \boldsymbol{F}_{\max} \wedge \boldsymbol{B} = \lambda \wedge \boldsymbol{B}
\end{aligned}$$

基本MZ模糊推理

- 已知若A则B；现有A^*，求B^*：

$$\boldsymbol{B}^* = \left(\min\left(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{A}^*\right)\right)_{\max} \circ \boldsymbol{B} = \left(\boldsymbol{F}\right)_{\max} \circ \boldsymbol{B} = \lambda \wedge \boldsymbol{B}$$

- 步骤：

1. $\boldsymbol{F} = \min\left(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{A}^*\right) \quad \lambda = \left(\boldsymbol{F}\right)_{\max}$
2. $\boldsymbol{B}^* = \lambda \wedge \boldsymbol{B}$

MZ模糊推理举例

例1：使用MATLAB编写基于M-Z公式的推理子程序MZ_inference。该子程序输出1个结论，输入大前提的两个命题以及小前提（3个输入）。然后使用上题的例子编写主程序调用此子程序求出B^*。

$$A=\frac{0.2}{36}+\frac{0.6}{37}+\frac{1}{38}+\frac{0.6}{39}+\frac{0.2}{40} \quad B=\frac{0.3}{0.7}+\frac{0.6}{0.8}+\frac{0.9}{0.9}+\frac{1}{1}$$

$$A^*=\frac{0.1}{36}+\frac{0.3}{37}+\frac{0.6}{38}+\frac{0.9}{39}+\frac{1}{40}$$

MZ模糊推理举例

```
function b=MZ_inference(A,B,a)

lambda=max(min(a,A));
b=min(lambda,B);


clc;clear all;close all;
tic;
A=[.2,.6,1,.6,.2];B=[0,0,0,.3,.6,.9,1];
a=[.1,.3,.6,.9,1];
b=MZ_inference(A,B,a);
toc;
```

MZ模糊推理举例

```
function b=MZ_inference(A,B,a)

lambda=max(min(a,A));
b=min(lambda,B);


clc;clear all;close all;
tic;
A=[.2,.6,1,.6,.2];B=[0,0,0,.3,.6,.9,1];
a=[.1,.3,.6,.9,1];
b=MZ_inference(A,B,a);
toc;
```

- min函数输入将一个数和一个矩阵时，表示这个数和矩阵里的每一个元素分别取小。max函数同理。

复合Mamdani算法

- 考虑复合命题“若$A(a)$且$B(b)$，则$C(c)$”，用数学表达就是“$A \wedge B \to C$”。对应Mamdani公式如下：

$$R(a,b,c) = (A \wedge B \to C)(a,b,c) = A(a) \wedge B(b) \wedge C(c)$$

- 具体使用合成运算时，需要按照以下两步走。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R}(a,b,c) &= \boldsymbol{A}(a) \wedge \boldsymbol{B}(b) \wedge \boldsymbol{C}(c) \\ &= \left(\overrightarrow{\vec{\boldsymbol{A}}(a) \circ \boldsymbol{B}(b)} \right) \circ \boldsymbol{C}(c) = \vec{\boldsymbol{D}}(a,b) \circ \boldsymbol{C}(c) \end{aligned}$$

复合Mamdani算法应用举例

例2：三个论域$X=\{1,2,3\}$，$Y=\{4,5\}$，$Z=\{6,7,8,9\}$。设$A\in\mathscr{F}(X)$，$B\in\mathscr{F}(Y)$，$C\in\mathscr{F}(Z)$，请用Mamdani算法求出$A\wedge B\rightarrow C$的蕴涵关系R。

$$A=\frac{0.3}{1}+\frac{0.6}{2}+\frac{0.8}{3}\qquad B=\frac{0.5}{4}+\frac{0.7}{5}$$

$$C=\frac{0.1}{6}+\frac{0.9}{7}+\frac{0.2}{8}+\frac{0.8}{9}$$

复合Mamdani算法应用举例

- 第一步，先求出中间矩阵***D***。

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0.3 & 0.6 & 0.8\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0.5 & 0.7\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}=\vec{\boldsymbol{A}}\circ\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.3\\0.6\\0.8\end{bmatrix}\circ\begin{pmatrix}0.5 & 0.7\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}0.3 & 0.3\\0.5 & 0.6\\0.5 & 0.7\end{bmatrix}$$

复合Mamdani算法应用举例

- 第二步，将矩阵***D***按行拉成一列，和***C***求合成。

$$\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}0.1 & 0.9 & 0.2 & 0.8\end{pmatrix}$$

$$\vec{\boldsymbol{D}}=\overrightarrow{\begin{bmatrix}0.3 & 0.3\\0.5 & 0.6\\0.5 & 0.7\end{bmatrix}}=\begin{bmatrix}0.3\\0.3\\0.5\\0.6\\0.5\\0.7\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}=\vec{\boldsymbol{D}}\circ\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}0.1 & 0.3 & 0.2 & 0.3\\0.1 & 0.3 & 0.2 & 0.3\\0.1 & 0.5 & 0.2 & 0.5\\0.1 & 0.6 & 0.2 & 0.6\\0.1 & 0.5 & 0.2 & 0.5\\0.1 & 0.7 & 0.2 & 0.7\end{bmatrix}$$

第I类复合M-Z推理法则

- 已知$A(a)\wedge B(b)\to C(c)$，若有$A^*(a)\wedge B^*(b)$，则求对应$C^*(c)$可以按照复合MZ法则如下：

$$
\boldsymbol{C}^* = \left(\boldsymbol{A}^* \wedge \boldsymbol{B}^*\right)\circ \boldsymbol{R} = \left(\overrightarrow{\vec{\boldsymbol{A}}^* \circ \boldsymbol{B}^*}\right)^{\mathrm{T}} \circ \boldsymbol{R}
$$

$$
= \left(\overrightarrow{\vec{\boldsymbol{A}}^* \circ \boldsymbol{B}^*}\right)^{\mathrm{T}} \circ \left(\overrightarrow{\vec{\boldsymbol{A}} \circ \boldsymbol{B}}\right)\circ \boldsymbol{C} = \left(\vec{\boldsymbol{D}}^*\right)^{\mathrm{T}} \circ \vec{\boldsymbol{D}} \circ \boldsymbol{C}
$$

$$
= \left(\left(\vec{\boldsymbol{D}}^*\right)^{\mathrm{T}} \circ \vec{\boldsymbol{D}}\right)\circ \boldsymbol{C} = \lambda \wedge \boldsymbol{C}
$$

λ的简便求法

- 实际上，λ有更简便的求法。这里$\boldsymbol{D}^*$和$\boldsymbol{D}$两个大小相等，设为$m \times n$，如下：

$$\boldsymbol{D}^* = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{m1} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{m1} & \cdots & y_{mn} \end{bmatrix}$$

λ的简便求法

- 于是根据按行拉成一列的运算，有：

$$\left(\vec{\boldsymbol{D}}^{*}\right)^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} & x_{21} & \cdots & x_{2n} & \cdots & x_{m1} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\vec{\boldsymbol{D}} = \begin{pmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1n} & y_{21} & \cdots & y_{2n} & \cdots & y_{m1} & \cdots & y_{mn} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

λ的简便求法

- 于是根据按行拉成一列的运算，有：

$$\left(\vec{\boldsymbol{D}}^{*}\right)^{\mathrm{T}}=\begin{pmatrix}x_{11} & \cdots & x_{1n} & x_{21} & \cdots & x_{2n} & \cdots & x_{m1} & \cdots & x_{mn}\end{pmatrix}$$

$$\vec{\boldsymbol{D}}=\begin{pmatrix}y_{11} & \cdots & y_{1n} & y_{21} & \cdots & y_{2n} & \cdots & y_{m1} & \cdots & y_{mn}\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

- 将两者进行合成运算得到λ，可以看出是角标相同的元素之间先取小，最后统一取大。而角标就是该元素在矩阵中的位置。

$$\lambda=\left(\vec{\boldsymbol{D}}^{*}\right)^{\mathrm{T}}\circ\vec{\boldsymbol{D}}=\left(x_{11}\wedge y_{11},\cdots,x_{mn}\wedge y_{mn}\right)_{\max}$$

λ的简便求法

- 这说明λ的值和矩阵是否拉成向量无关，只需要对应元素分别取小再统一取大即可。

$$\lambda = \left(\vec{\boldsymbol{D}}^{*}\right)^{\mathrm{T}} \circ \vec{\boldsymbol{D}} = \left(x_{11} \wedge y_{11}, \cdots, x_{mn} \wedge y_{mn}\right)_{\max}$$

$$= \begin{bmatrix} x_{11} \wedge y_{11} & \cdots & x_{1n} \wedge y_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{m1} \wedge y_{m1} & \cdots & x_{mn} \wedge y_{mn} \end{bmatrix}_{\max}$$

$$= \left(\min\left(\boldsymbol{D}^{*}, \boldsymbol{D}\right)\right)_{\max} = \left(\boldsymbol{F}\right)_{\max}$$

λ的简便求法

- 因此，可以先求出两个中间矩阵的取小矩阵$\boldsymbol{F}$，然后再求出$\boldsymbol{F}$的最大值即为λ。这和之前基本M-Z推理时有类似的地方。

$$\boldsymbol{F} = \min\left(\boldsymbol{D}^{*}, \boldsymbol{D}\right)$$

$$\lambda = \boldsymbol{F}_{\max}$$

第I类复合MZ模糊推理步骤

- 已知若A且B则C；现有A^*且B^*，求C^*：

$$C^* = \left(\overrightarrow{\vec{A}^* \circ B^*}\right)^{\mathrm{T}} \circ \left(\overrightarrow{\vec{A} \circ B}\right) \circ C$$

$$= \left(\min\left(D, D^*\right)\right)_{\max} \circ C = \left(F\right)_{\max} \circ C = \lambda \wedge C$$

- 步骤：1. $D = \vec{A} \circ B$

2. $D^* = \vec{A}^* \circ B^*$

3. $F = \min\left(D^*, D\right) \quad \lambda = \left(F\right)_{\max}$

4. $C^* = \lambda \wedge C$

第I类复合MZ推理法则举例

例3：三个论域X={1,2,3}，Y={4,5}，Z={6,7,8,9}。设A、$A^*\in\mathscr{F}(X)$，B、$B^*\in\mathscr{F}(Y)$，C、$C^*\in\mathscr{F}(Z)$，已知$A\wedge B\rightarrow C$，那么利用Mamdani-Zadeh法则求若$A^*\wedge B^*$时的结果C^*。

$$A=\frac{0.3}{1}+\frac{0.6}{2}+\frac{0.8}{3} \quad B=\frac{0.5}{4}+\frac{0.7}{5} \quad A^*=\frac{0.1}{1}+\frac{0.5}{2}+\frac{1}{3}$$

$$C=\frac{0.1}{6}+\frac{0.9}{7}+\frac{0.2}{8}+\frac{0.8}{9} \quad B^*=\frac{0.5}{4}+\frac{0.8}{5}$$

第I类复合MZ推理法则举例

- 第一步，求矩阵***D***

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0.3 & 0.6 & 0.8\end{pmatrix}\quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0.5 & 0.7\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}=\vec{\boldsymbol{A}}\circ\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.3 & 0.3\\ 0.5 & 0.6\\ 0.5 & 0.7\end{bmatrix}$$

第I类复合MZ推理法则举例

- 第二步，求矩阵$\boldsymbol{D}^*$

$$\boldsymbol{A}^* = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.5 & 1 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}^* = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.8 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}^* = \vec{\boldsymbol{A}}^* \circ \boldsymbol{B}^* = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.8 \end{bmatrix}$$

第I类复合MZ推理法则举例

- 第三步，求常数λ

$$\boldsymbol{D}^{*}=\begin{bmatrix}0.1 & 0.1\\ 0.5 & 0.5\\ 0.5 & 0.8\end{bmatrix}\qquad \boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}0.3 & 0.3\\ 0.5 & 0.6\\ 0.5 & 0.7\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}=\min\left(\boldsymbol{D}^{*},\boldsymbol{D}\right)=\begin{bmatrix}0.1 & 0.1\\ 0.5 & 0.5\\ 0.5 & 0.7\end{bmatrix}\qquad \lambda=\boldsymbol{F}_{\max}=0.7$$

第I类复合MZ推理法则举例

- 第四步，用λ和$\boldsymbol{C}$取小得到$\boldsymbol{C}^*$，然后得到C^*

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.9 & 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}^* = \lambda \wedge \boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.7 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$$

$$C^* = \frac{0.1}{6} + \frac{0.7}{7} + \frac{0.2}{8} + \frac{0.7}{9}$$

第I类复合MZ推理法则举例

例4：设孵化场温度论域X={36,37,38,39,40}，湿度论域Y={60,61,62,63,64,65}，孵化率论域Z={0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1}。设模糊集合$A\in\mathscr{F}(X)$，代表“温度适中”；$B\in\mathscr{F}(Y)$，代表“湿度适中”；$C\in\mathscr{F}(Z)$，代表“孵化率高”。已知温湿度均适中则孵化率高，现在请利用MZ模糊推理法说明：若温度偏高（A^*）且湿度偏低（B^*），孵化率（C^*）如何？

$$A=\frac{0.2}{36}+\frac{0.6}{37}+\frac{1}{38}+\frac{0.6}{39}+\frac{0.2}{40}$$

$$B=\frac{0.8}{60}+\frac{0.9}{61}+\frac{1}{62}+\frac{1}{63}+\frac{0.9}{64}+\frac{0.8}{65}$$

$$C=\frac{0.3}{0.7}+\frac{0.6}{0.8}+\frac{0.9}{0.9}+\frac{1}{1}$$

$$A^*=\frac{0.1}{36}+\frac{0.3}{37}+\frac{0.6}{38}+\frac{0.9}{39}+\frac{1}{40}$$

$$B^*=\frac{0.7}{60}+\frac{0.6}{61}+\frac{0.5}{62}+\frac{0.4}{63}+\frac{0.3}{64}+\frac{0.2}{65}$$

第I类复合MZ推理法则举例

- 第一步，求矩阵***D***。

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0.2 & 0.6 & 1 & 0.6 & 0.2\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0.8 & 0.9 & 1 & 1 & 0.9 & 0.8\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}=\vec{\boldsymbol{A}}\circ\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2\\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6\\ 0.8 & 0.9 & 1 & 1 & 0.9 & 0.8\\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6\\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2\end{bmatrix}$$

第I类复合MZ推理法则举例

- 第二步，求矩阵$\boldsymbol{D}^*$。

$$\boldsymbol{A}^* = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.6 & 0.9 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}^* = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.6 & 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}^* = \vec{\boldsymbol{A}}^* \circ \boldsymbol{B}^* = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.6 & 0.6 & 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.7 & 0.6 & 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.7 & 0.6 & 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

第I类复合MZ推理法则举例

- 第三步，求常数λ。

$$\boldsymbol{F}=\min\left(\boldsymbol{D}^{*},\boldsymbol{D}\right)=\begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.6 & 0.6 & 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.6 & 0.6 & 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$\lambda=\boldsymbol{F}_{\max}=0.6$$

第I类复合MZ推理法则举例

- 第四步，求$\boldsymbol{C}^*$，然后得到C^*。

$$\lambda = 0.6$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 & 0.9 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}^* = \lambda \wedge \boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$C^* = \frac{0.3}{0.7} + \frac{0.6}{0.8} + \frac{0.6}{0.9} + \frac{0.6}{1}$$

第I类复合MZ推理子程序

- MATLAB实现第I类复合推理，只需根据刚才的步骤进行编程即可。

```
function c=MultiMZ_inference1(A,B,C,a,b)
A=A';a=a';
D=syn(A,B);
d=syn(a,b);
lambda=max(max(min(D,d)));
c=min(lambda,C);
```

- 请思考：这个程序中max/min函数有多少种用法？

第II类复合MZ模糊推理

- MZ复合推理的另一种形式是：已知若A_1则B_1，若A_2则B_2；现有A^*，求B^*。这样大前提其实是$A_1 \to B_1$和$A_2 \to B_2$的并，所以其结果也是两者的并。因此先求出B_1^*和B_2^*这两个分项结果，然后取并集。

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{B}^* &= \boldsymbol{B}_1^* \cup \boldsymbol{B}_2^* = \\
&= \left(\left(\min\left(\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{A}^*\right)\right)_{\max} \circ \boldsymbol{B}_1\right) \cup \left(\left(\min\left(\boldsymbol{A}_2, \boldsymbol{A}^*\right)\right)_{\max} \circ \boldsymbol{B}_2\right) \\
&= \left(\left(\boldsymbol{F}_1\right)_{\max} \circ \boldsymbol{B}_1\right) \cup \left(\left(\boldsymbol{F}_2\right)_{\max} \circ \boldsymbol{B}_2\right) \\
&= \left(\lambda_1 \wedge \boldsymbol{B}_1\right) \cup \left(\lambda_2 \wedge \boldsymbol{B}_2\right)
\end{aligned}
$$

第II类MZ模糊推理步骤总结

- 已知若A_1则B_1，若A_2则B_2；现有A^*，求B^*：

$$1.\ \boldsymbol{F}_1 = \min\left(\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{A}^*\right) \quad \lambda_1 = \left(\boldsymbol{F}_1\right)_{\max}$$

$$2.\ \boldsymbol{F}_2 = \min\left(\boldsymbol{A}_2, \boldsymbol{A}^*\right) \quad \lambda_2 = \left(\boldsymbol{F}_2\right)_{\max}$$

$$3.\ \boldsymbol{B}_1^* = \lambda_1 \wedge \boldsymbol{B}_1 \quad \boldsymbol{B}_2^* = \lambda_2 \wedge \boldsymbol{B}_2$$

$$4.\ \boldsymbol{B}^* = \boldsymbol{B}_1 \cup \boldsymbol{B}_2$$

第II型复合MZ推理举例

例 5： 三 个 论 域 $X=\{1,2,3\}$， $Y=\{4,5\}$。 设 A_1、 A_2、 $A^* \in \mathscr{F}(X)$，B_1、B_2、$B^* \in \mathscr{F}(Y)$，已知若A_1则B_1，若A_2则B_2，利用M-Z法则求在A^*条件下的结果B^*。

$$A_1 = \frac{0.3}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.8}{3} \quad A_2 = \frac{0.6}{1} + \frac{0.8}{2} + \frac{0.5}{3}$$

$$B_1 = \frac{0.2}{4} + \frac{0.4}{5} \quad B_2 = \frac{0.9}{4} + \frac{0.1}{5}$$

$$A^* = \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.7}{3}$$

第II型复合MZ推理举例

- 计算λ_1和λ_2：

$$\boldsymbol{A}^* = (1 \quad 0.5 \quad 0.7) \quad \boldsymbol{A}_1 = (0.3 \quad 0.6 \quad 0.8)$$

$$\boldsymbol{F}_1 = \min\left(\boldsymbol{A}^*, \boldsymbol{A}_1\right) = (0.3 \quad 0.5 \quad 0.7) \quad \lambda_1 = (\boldsymbol{F}_1)_{\max} = 0.7$$

$$\boldsymbol{A}^* = (1 \quad 0.5 \quad 0.7) \quad \boldsymbol{A}_2 = (0.6 \quad 0.8 \quad 0.5)$$

$$\boldsymbol{F}_2 = \min\left(\boldsymbol{A}^*, \boldsymbol{A}_2\right) = (0.6 \quad 0.5 \quad 0.5) \quad \lambda_2 = (\boldsymbol{F}_2)_{\max} = 0.6$$

第II型复合MZ推理举例

- 计算$\boldsymbol{B}_1^*$和$\boldsymbol{B}_2^*$，然后得出$\boldsymbol{B}^*$，进一步得出B^*：

$$\boldsymbol{B}_1=\begin{pmatrix}0.2 & 0.4\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}_1^*=\lambda_1\wedge\boldsymbol{B}_1=\begin{pmatrix}0.2 & 0.4\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_2=\begin{pmatrix}0.9 & 0.1\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}_2^*=\lambda_2\wedge\boldsymbol{B}_2=\begin{pmatrix}0.6 & 0.1\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}^*=\boldsymbol{B}_1^*\cup\boldsymbol{B}_2=\begin{pmatrix}0.6 & 0.4\end{pmatrix}$$

$$B^*=\frac{0.6}{4}+\frac{0.4}{5}$$

第II型复合MZ推理举例

例6：三个论域X={1,2,3}，Y={4,5}。设A、$A^* \in \mathscr{F}(X)$，B_1、B_2、$B^* \in \mathscr{F}(Y)$，已知若A则B_1，否则B_2，利用M-Z法则求在A^*条件下的结果B^*。

$$A = \frac{0.6}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.8}{3}$$

$$B_1 = \frac{0.2}{4} + \frac{0.4}{5} \quad B_2 = \frac{0.9}{4} + \frac{0.1}{5}$$

$$A^* = \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.7}{3}$$

- “否则B_2”意思就是“若A^C则B_2”

第II型复合MZ推理举例

- 计算λ_1和λ_2：

$$\boldsymbol{A}^* = \begin{pmatrix}1 & 0.5 & 0.7\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{A} = \begin{pmatrix}0.6 & 0.6 & 0.8\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}_1 = \min\left(\boldsymbol{A}^*, \boldsymbol{A}\right) = \begin{pmatrix}0.6 & 0.5 & 0.7\end{pmatrix} \quad \lambda_1 = \left(\boldsymbol{F}_1\right)_{\max} = 0.7$$

$$\boldsymbol{A}^* = \begin{pmatrix}1 & 0.5 & 0.7\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{A}^{\mathrm{C}} = \begin{pmatrix}0.4 & 0.4 & 0.2\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}_2 = \min\left(\boldsymbol{A}^*, \boldsymbol{A}^{\mathrm{C}}\right) = \begin{pmatrix}0.4 & 0.4 & 0.2\end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \left(\boldsymbol{F}_2\right)_{\max} = 0.4$$

第II型复合MZ推理举例

- 计算$\boldsymbol{B}_1^*$和$\boldsymbol{B}_2^*$，然后得出$\boldsymbol{B}^*$，进一步得出B^*：

$$\boldsymbol{B}_1 = \begin{pmatrix}0.2 & 0.4\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}_1^* = \lambda_1 \wedge \boldsymbol{B}_1 = \begin{pmatrix}0.2 & 0.4\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_2 = \begin{pmatrix}0.9 & 0.1\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{B}_2^* = \lambda_2 \wedge \boldsymbol{B}_2 = \begin{pmatrix}0.4 & 0.1\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}^* = \boldsymbol{B}_1^* \bigcup \boldsymbol{B}_2^* = \begin{pmatrix}0.4 & 0.4\end{pmatrix}$$

$$B^* = \frac{0.4}{4} + \frac{0.4}{5}$$

第II型复合MZ推理举例

例7：设孵化场温度控制论域X={36,37,38,39,40}，孵化率论域Y={0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1}。设$A\in\mathscr{F}(X)$，代表“温度适中”；B_1、$B_2\in\mathscr{F}(Y)$，代表“孵化率高”和“孵化率低”。现在已知温度适中则孵化率高，否则孵化率低，请利用MZ模糊推理法说明：当温度偏高（A^*）时孵化率（B^*）如何？

$$A=\frac{0.2}{36}+\frac{0.6}{37}+\frac{1}{38}+\frac{0.6}{39}+\frac{0.2}{40}$$

$$B_1=\frac{0.3}{0.7}+\frac{0.6}{0.8}+\frac{0.9}{0.9}+\frac{1}{1}\quad B_2=\frac{1}{0.4}+\frac{1}{0.5}+\frac{0.9}{0.6}+\frac{0.7}{0.7}+\frac{0.5}{0.8}+\frac{0.1}{0.9}$$

$$A^*=\frac{0.1}{36}+\frac{0.3}{37}+\frac{0.6}{38}+\frac{0.9}{39}+\frac{1}{40}$$

第II型复合MZ推理举例

$$\boldsymbol{A}^* = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.6 & 0.9 & 1 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.6 & 1 & 0.6 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}_1 = \min\left(\boldsymbol{A}^*, \boldsymbol{A}\right) = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.6 & 0.6 & 0.2 \end{pmatrix} \quad \lambda_1 = \left(\boldsymbol{F}_1\right)_{\max} = 0.6$$

$$\boldsymbol{A}^* = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.6 & 0.9 & 1 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{A}^{\mathrm{C}} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.4 & 0 & 0.4 & 0.8 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F}_2 = \min\left(\boldsymbol{A}^*, \boldsymbol{A}^{\mathrm{C}}\right) = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 & 0 & 0.4 & 0.8 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \left(\boldsymbol{F}_2\right)_{\max} = 0.8$$

第II型复合MZ推理举例

$$\boldsymbol{B}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 & 0.9 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_1^* = \lambda_1 \wedge \boldsymbol{B}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.5 & 0.1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_2^* = \lambda_2 \wedge \boldsymbol{B}_2 = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.5 & 0.1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}^* = \boldsymbol{B}_1^* \cup \boldsymbol{B}_2^* = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$B^* = \frac{0.8}{0.4} + \frac{0.8}{0.5} + \frac{0.8}{0.6} + \frac{0.7}{0.7} + \frac{0.6}{0.8} + \frac{0.6}{0.9} + \frac{0.6}{1}$$

THANK YOU !