

# 模糊控制导论

苏临之

[sulinzhi029@nwu.edu.cn](mailto:sulinzhi029@nwu.edu.cn)

# 冯·诺依曼和图灵

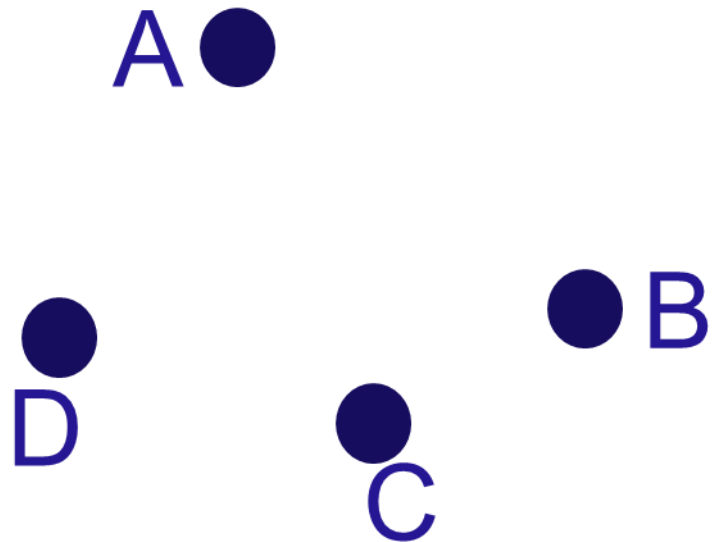




# 图灵测试

- 图灵测试包含一个提问者（Asker）和一个回答者（Respondent）。提问者是人，回答者既可以是人也可以是机器。
- 首先提问者在不知回答者身份情况下提出问题，然后回答者根据提问者的问题来作出相应回复。在回答完一个或几个问题后，提问者来判断对方是人还是机器。图灵认为，一台具备人工智能的机器在特定条件下能像人类一样正常回答问题，这样就会在很长一段时间内被误判为人类。

# 复杂的计算问题：TSP



$$N = n!$$



# 模糊控制导论纲要

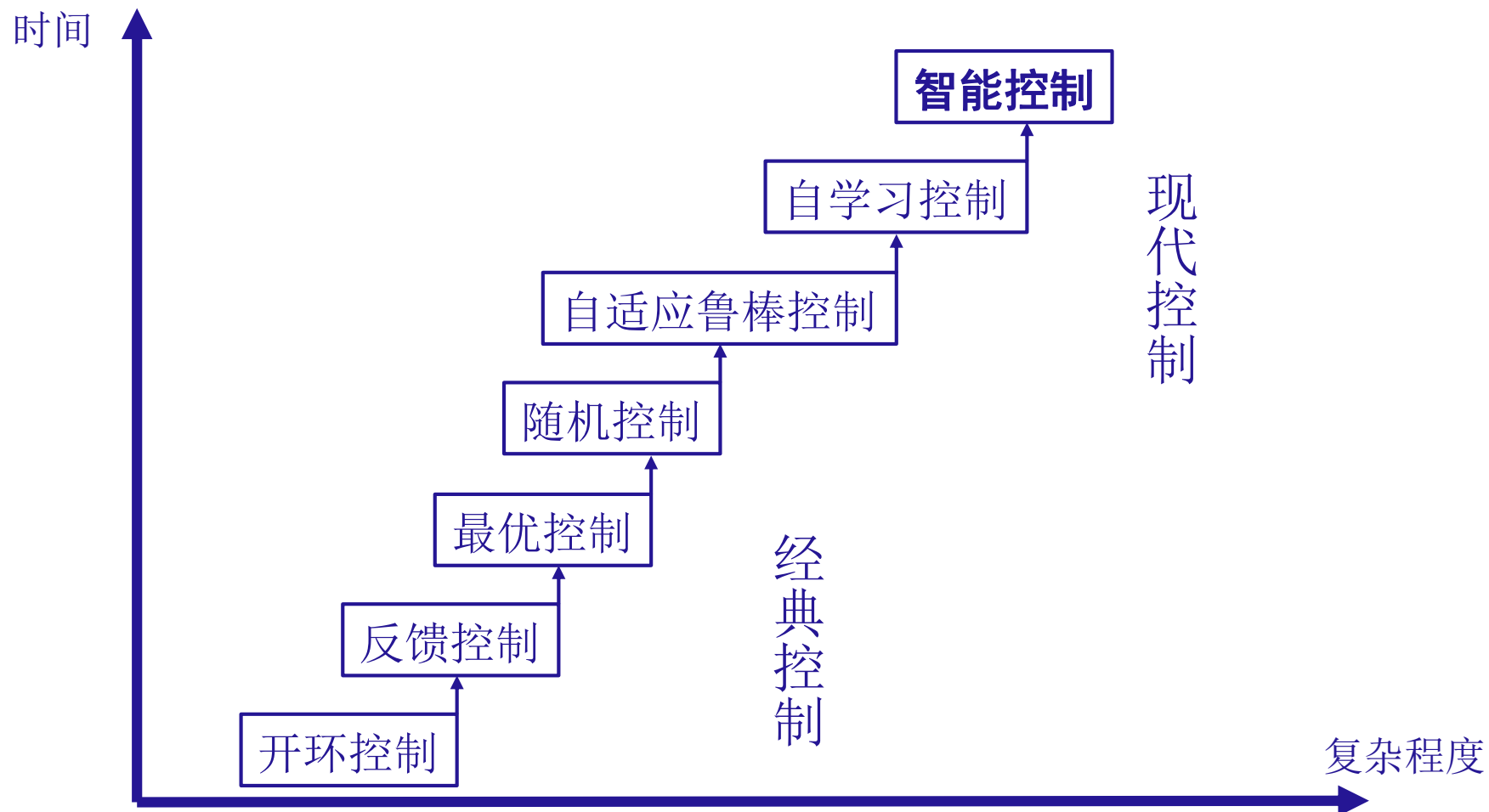
- 模糊控制基本概念
- 模糊集合及其运算
- 模糊关系的数学表示和运算
- 模糊控制逻辑基础与推理运算
- 模糊C均值聚类法
- 科技文献书写和阅读



# 模糊控制导论纲要

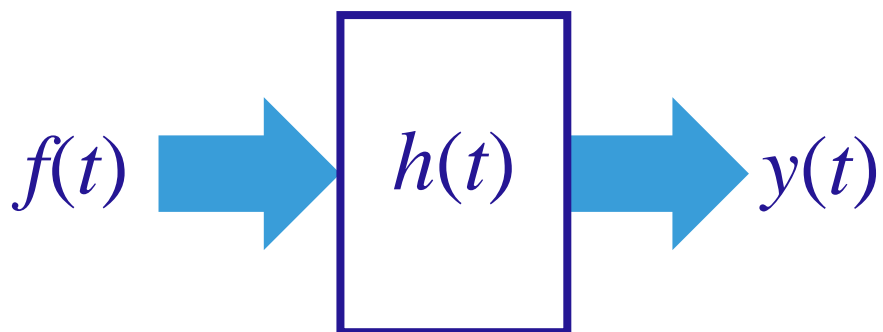
- 模糊控制基本概念
- 模糊集合及其运算
- 模糊关系的数学表示和运算
- 模糊控制逻辑基础与推理运算
- 模糊C均值聚类法
- 科技文献书写和阅读

# 控制理论的发展



# 线性时不变系统数学模型描述

连续系统

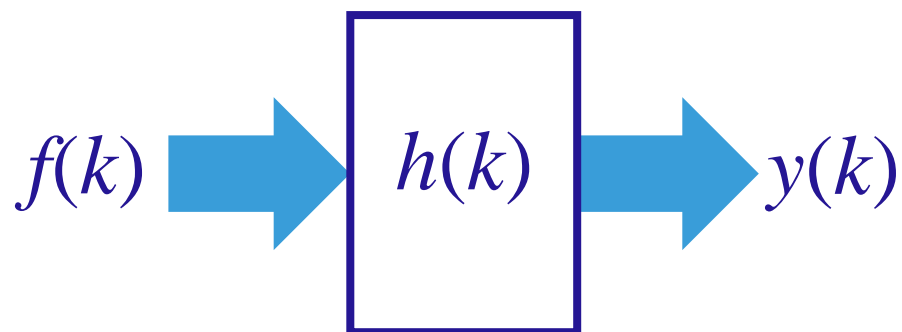


微分方程

$$y(t)=f(t)*h(t)$$

$$Y(s)=F(s)H(s)$$

离散系统



差分方程

$$y(k)=f(k)*h(k)$$

$$Y(z)=F(z)H(z)$$





# 传统模型描述局限性

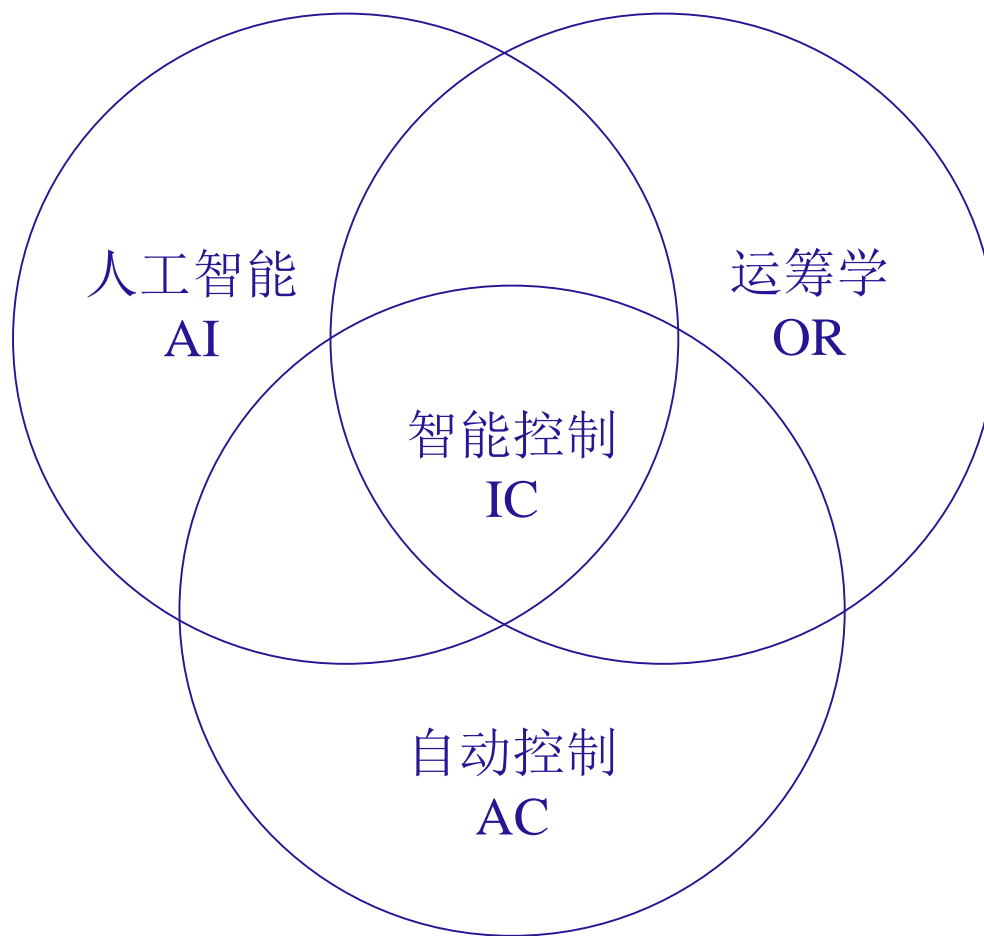
- 非线性系统
- 时变系统
- 非确定系统
- 不完全系统
- 缺陷系统
- 隐藏危险的系统



# 智能控制的诞生

- 1966年，J. M. Mendal首先将人工智能技术应用于飞船系统的设计。
- 1971年，傅京逊首次提出智能控制概念，并归纳了三种类型的智能系统：① 人作为控制器的控制系统；② 人机结合作为控制器的控制系统；③ 无人参与的自主控制系统。
- 1985年，美国电气与电子工程师协会（IEEE）在纽约召开了第一届智能控制学术讨论会；1987年，在美国举行了第一次国际智能控制大会，智能控制领域形成。

# 智能控制三元论





# 智能控制分支

- 专家系统（Expert System）：专家知识体系转换为计算机语言，使得机器代替人解决问题。
- 神经网络控制（Neural Networks Control）：仿照人脑生理结构和神经网络以完成特征提取、非线性函数的映射等任务。
- 模糊控制（Fuzzy Control）：以模糊集合和模糊逻辑推理为基础，将自然语言和思维的模糊性数学化再进行处理。



# 模糊系统

- Fuzzy: Difficult to perceive clearly or understand and explain precisely; indistinct or vague
- 模糊系统：“模糊”是表示技术特征的词语，用来指明系统所使用的技术，并不是说系统本身是不精确描述的。模糊系统是一种基于知识或规则的系统，核心是“IF-THEN规则”所组成的知识库。



# 模糊系统应用实例

- **模糊洗衣机：**模糊系统在家用消费产品中的首次应用。1990年前后首次由日本松下（Panasonic）公司生产，可以根据污染物种类、数量和机器负载量，使用光学传感器建立3输入1输出的模糊系统，自动设定正确的周期。
- **汽车模糊系统：**日产（Nissan）曾经发明了模糊自动化传动杆，可节约12%~17%的燃料。此外，三菱（Mitsubishi）公司在1992年公布了模糊多用系统，可以控制汽车的传动杆、离合器、牵引、四轮方向盘、四轮驱动器及空调。



# 模糊系统应用实例

- **水泥窑模糊系统：**水泥渣块是石灰石、黏土和沙子的混合物经过水泥窑加热制成的。该系统非线性且时变，不能用经典控制系统。20世纪70年代末，丹麦科学家设计出了4输入2输出的模糊系统，改善了人工操作者的工作效果，降低燃料的损耗。
- **城市轨道交通模糊系统：**日本仙台（Sendai）地铁是模糊系统在城市轨道交通领域典型的应用。该系统考虑了4种性能指标：安全性、舒适性、目标速度、停车准确性，使得乘客乘坐体验感变得极为良好。中国国内最新的城市轨道交通系统也属于模糊系统。



# 模糊控制的发展

- 形成期（1974年以前）
- 发展期（1974 ~ 1979年）
- 高性能模糊控制阶段（1979年至今）





# 模糊系统的权威期刊

- IEEE Transactions on Fuzzy Systems (TFS)
- JCR分区：SCI一区期刊

## IEEE TRANSACTIONS ON **FUZZY SYSTEMS**

A PUBLICATION OF THE IEEE COMPUTATIONAL INTELLIGENCE SOCIETY


[www.ieee-cis.org/pubs/tfs](http://www.ieee-cis.org/pubs/tfs)





# 陈述语句中的模糊描述


- 汽车驾驶控制：如果（**IF**）一辆汽车速度快，那么（**THEN**）需要施加给油门的力量较小。
- 上述例子中的“快”就是一个表示速度的模糊描述，而“较小”是一个表示力度的模糊描述。



# 陈述语句中的模糊描述

➤ 以下语句中哪些词汇是对事物性质的模糊描述呢？

- 1、如果电压较低，则灯泡发出的光较暗。
- 2、如果台风中心气压很低，则说明台风非常强。
- 3、某地夏季如果气温越高，则用电量越大。
- 4、如果花蔫得厉害，则需要给它大量浇水。
- 5、 $100\text{M}\Omega$ 的电阻具有极高的阻值。



# 陈述语句中的模糊描述

➤ 以下语句中哪些词汇是对事物性质的模糊描述呢？

- 1、如果电压较低，则灯泡发出的光较暗。
- 2、如果台风中心气压很低，则说明台风非常强。
- 3、某地夏季如果气温越高，则用电量越大。
- 4、如果花蔫得厉害，则需要给它大量浇水。
- 5、100MΩ的电阻具有极高的阻值。



# 模糊控制的特点

1. 设计不依赖于被控对象的精确数学模型
2. 易于被操作人员接受
3. 便于计算机软件实现
4. 鲁棒性和适应性好



# 成对出现的形容词描述

Long

Big

Many

Bright

Quick

Hard

Short

Small

Few

Dark

Slow

Soft



长还是短？

Short —

??? —————

Long —————



# Yes-No模型的局限

- 有很多问题可以单纯使用Yes或No来回答，但有很多问题很难用Yes或No来回答。

**Q1:** Is the two-year-old boy a baby?

**Q2:** Does Friday night belong to weekend?





Baby

Child

Two-year-old boy



# 模糊逻辑发展历史

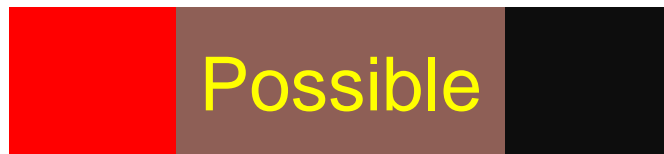
- 传统理论数学的认为，每个命题一定有True和False两个状态，不存在中间的过渡态。这就是传统的“排中律”。

TRUE  FALSE

# 模糊逻辑发展历史

- 但是到了近代，人们认识到有些命题不仅仅是有True和False两个状态。在20世纪初，波兰逻辑学家卢卡西维茨（Lukasiewicz）提出了三值逻辑，也就是在True和False之间存在一个叫做Possible的过渡状态。

TRUE



FALSE

# 模糊逻辑发展历史

- 在20世纪60年代，Zadeh首次系统地提出了模糊逻辑，并在其中引入了模糊集合（Fuzzy Set）和隶属度函数（Membership Function）的概念。这样就使得True和False之间变成了连续的过渡态。

TRUE



FALSE



# 模糊控制导论纲要

- 模糊控制基本概念
- 模糊集合及其运算
- 模糊关系的数学表示和运算
- 模糊控制逻辑基础与推理运算
- 模糊C均值聚类法
- 科技文献书写和阅读



# 基本概念

- 论域
- 经典集合
- 隶属度和隶属度函数
- 从经典集合到模糊集合



# 论域

- 论域（Universe）指的是所谈论事物的特定限定范围，它可以理解为全集。
- 例如，如果谈论某个人是男性还是女性，相应的论域就包含了所有的性别属性；如果谈论一个两岁的人是婴儿还是孩童，相应的论域就包含了人生的各个阶段。



# 集合和经典集合

- 论域中具有某些特征的事物聚在一起就构成了一个定义在该论域上的集合（Set）。目前我们所学过的集合称作经典集合。

Even

Odd

Gas

Liquid

Solid





# 经典集合的运算

- 子集和包含关系
- 集合的相等
- 并集
- 交集
- 差集和补集
- 空集和全集



# 经典集合的性质

分配律

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

De Morgan律

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

互补律

$$A^c \cup A = U$$

$$A^c \cap A = \emptyset$$



# 隶属度

- 隶属度（Membership）：设论域是 $U$ ，对于 $x \in U$ 以及定义在 $U$ 上的集合 $A$ ，如果 $x \in A$ ，则定义 $x$ 对 $A$ 的隶属度是1；如果 $x \notin A$ ，则定义 $x$ 对 $A$ 的隶属度是0。
- 全集 $U=\{1,2,3,4\}$ ， $A=\{1,2\}$ ，则元素1对于 $A$ 的隶属度就是1，而元素3对于 $A$ 的隶属度就是0。
- 全集 $U=\{1,2,3,4\}$ ， $B=\{2,3,4\}$ ，则元素1对于 $B$ 的隶属度就是0，而元素3对于 $B$ 的隶属度就是1。

# 隶属度函数

- 论域里的元素 $x$ 和定义其上集合只有两种关系，从 $x$ 到集合 $\{0,1\}$ 形成的映射关系就是隶属度函数（Membership Function），它的定义域是论域 $U$ ，值域是 $\{0,1\}$ 。

$$U = \{1,2,3,4\} \quad A = \{1,2\} \quad B = \{2,3,4\}$$

$$A(1)=1 \quad A(2)=1 \quad A(3)=0 \quad A(4)=0$$

$$B(1)=0 \quad B(2)=1 \quad B(3)=1 \quad B(4)=1$$

# 隶属度函数

- 对于定义在某一个论域上的不同的集合来说，隶属度函数是不同的，因此描述一个集合除了使用大括号经典法以外，还可以使用隶属度函数来描述，或者说集合的隶属度函数是它的一种特性。

$$U = \{1,2,3,4\} \quad A = \{1,2\} \quad B = \{2,3,4\}$$

$$A(1)=1 \quad A(2)=1 \quad A(3)=0 \quad A(4)=0$$

$$B(1)=0 \quad B(2)=1 \quad B(3)=1 \quad B(4)=1$$



# 隶属度函数

例1：若论域 $U=\mathbf{R}$ ， $A=\{x|x^2+3x+2=0\}$ ，计算以下4个元素1, -2, -1, 3对A的隶属度。



# 隶属度函数

例1：若论域 $U=\mathbf{R}$ ， $A=\{x|x^2+3x+2=0\}$ ，计算以下4个元素1, -2, -1, 3对A的隶属度。

$$A = \{-1, -2\}$$

$$1 \notin A \Rightarrow A(1) = 0$$

$$-2 \in A \Rightarrow A(-2) = 1$$

$$-1 \in A \Rightarrow A(-1) = 1$$

$$3 \notin A \Rightarrow A(3) = 0$$



# 隶属度函数

例2：若论域 $U=\{1,2,3,4,5\}$ ， $A=\{1,3,4\}$ ， $B=\{1,2,3,5\}$ ，请使用隶属度来表示 $A$ 和 $B$ 。



# 隶属度函数

例2：若论域 $U=\{1,2,3,4,5\}$ ， $A=\{1,3,4\}$ ， $B=\{1,2,3,5\}$ ，请使用隶属度来表示 $A$ 和 $B$ 。

$$A(1)=1, A(2)=0, A(3)=1, A(4)=1, A(5)=0$$

$$A = \frac{1}{1} + \frac{0}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{0}{5} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

- 使用隶属度表示集合，可以写成分数求和的形式，分母是元素，分子是对应隶属度，不可有任何化简和计算，隶属度为0的项可以省略

# 隶属度函数

例2：若论域 $U=\{1,2,3,4,5\}$ ， $A=\{1,3,4\}$ ， $B=\{1,2,3,5\}$ ，请使用隶属度来表示 $A$ 和 $B$ 。

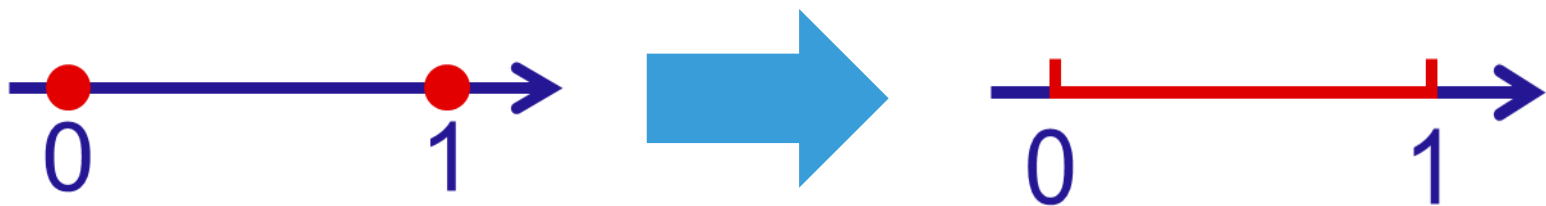
$$B(1)=1, B(2)=1, B(3)=1, B(4)=0, B(5)=1$$

$$B = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0}{4} + \frac{1}{5} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$$

- 使用隶属度表示集合，可以写成分数求和的形式，分母是元素，分子是对应隶属度，不可有任何化简和计算，隶属度为0的项可以省略

# 从经典集合到模糊集合

- 经典集合隶属度函数值域是 $\{0,1\}$ ，如果将其改为 $[0,1]$ ，就构成了模糊集合（Fuzzy Set）。这一改变使得原先表示元素和集合关系的“ $\in$ ”和“ $\notin$ ”不再适用。因此，模糊集合更适合描述日常认知中带有“亦此亦彼”性质的事物。





# 隶属度的直观意义

- 对于模糊集合 $A$ 元素 $x$ 来说，隶属度函数 $A(x)$ 表征了 $x$ 隶属于 $A$ 的程度。例如 $U=\{\text{人}\}$ ， $A=\{\text{高个子}\}$ ，身高1.6m的张三隶属于 $A$ 的程度低，对应隶属度就是一个较低的值；同理，身高1.9m的李四隶属于 $A$ 的程度高，对应隶属度就是一个较高的值。

$$A(\text{Zhang San}) = 0.05$$

$$A(\text{Li Si}) = 0.99$$



# 模糊集合举例

例3：设论域 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，用模糊集 $A$ 表示出模糊概念“大数”。



# 模糊集合举例

例3：设论域 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，用模糊集 $A$ 表示出模糊概念“大数”。

分析：要表示“大数”的概念，就要确认论域中的各个元素的对于“大数”的隶属度。例如5是论域中最大的数，它属于“大数”的隶属度就很高；而1是论域中最小的数，它属于“大数”的隶属度就很低；而对于3来说，它既不大又不小，所以它属于“大数”的隶属度就是中等。

# 模糊集合举例

例3：设论域 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，用模糊集 $A$ 表示出模糊概念“大数”。

$$A = \{\text{大数}\}$$

$$A(1)=0, A(2)=0.25, A(3)=0.5, A(4)=0.75, A(5)=1$$

$$A = \frac{0}{1} + \frac{0.25}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.75}{4} + \frac{1}{5} = \frac{0.25}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.75}{4} + \frac{1}{5}$$

- 这种使用分数求和的形式来表示模糊集合的方法叫做Zadeh法



# 模糊集合的其他表示方法

- 模糊集合的表示方法除了Zadeh法，还有序对法、向量法和函数法等几种方式。
- 序对法将元素和对应隶属度在括号中一一成对列出即可，适用于论域 $U$ 是有限可数集。向量法将元素默认从小到大排列，然后只列出隶属度，类似于一个多维向量，适合于 $U$ 是有限有序集。



# 模糊集合举例

例4：设论域 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，用Zadeh法、序对法和向量法表示模糊集 $A=\{\text{大数}\}$ 。

$$A(1)=0, A(2)=0.25, A(3)=0.5, A(4)=0.75, A(5)=1$$

Zadeh法 
$$A = \frac{0}{1} + \frac{0.25}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.75}{4} + \frac{1}{5} = \frac{0.25}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.75}{4} + \frac{1}{5}$$

序对法 
$$A = \{(1,0), (2,0.25), (3,0.5), (4,0.75), (5,1)\}$$

向量法 
$$\mathbf{A} = (0 \quad 0.25 \quad 0.5 \quad 0.75 \quad 1)$$



**THANK YOU!**