模糊控制导论

苏临之
sulinzhi029@nwu.edu.cn

模糊控制导论纲要

- 模糊控制基本概念
- 模糊集合及其运算
- **模糊关系的数学表示和运算**
- 模糊控制逻辑基础与推理运算
- 模糊C均值聚类法
- 科技文献书写和阅读

经典集合的直积

- 对于经典集合A和B，可以定义两者的直积（笛卡尔积）$A\times B$如下。可见其直积是二维空间（平面）上面的点集。

$$A\times B=\{(x,y)\mid x\in A, y\in B\}$$

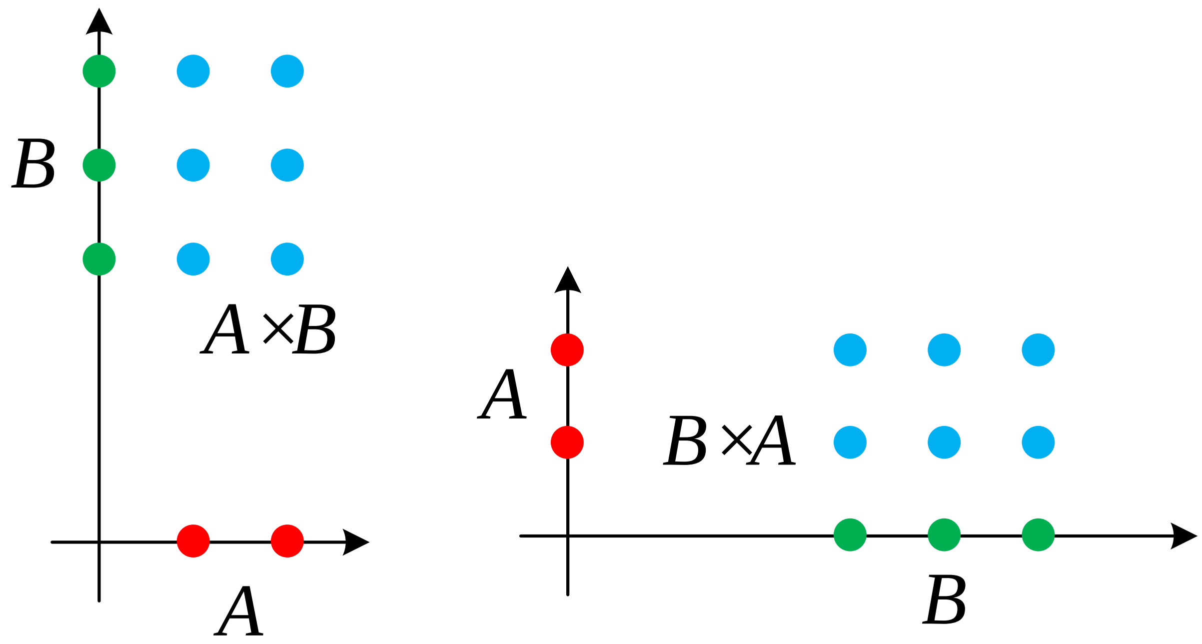
- 比如说$A=\{1,2\}$，$B=\{3,4,5\}$，计算$A\times B$只需要将两者两两组合即可，注意直积乘号有顺序。

$$A=\{1,2\} \quad B=\{3,4,5\}$$

$$\therefore A\times B=\{(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5)\}$$

经典集合的直积

- A={1,2}，B={3,4,5}，那么$A\times B$={(1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,4), (2,5)}，$B\times A$={(3,1), (4,1), (5,1), (3,2), (4,2), (5,2)}，如下图。显然$A\times B \neq B\times A$。



布尔矩阵

- 布尔矩阵是一种二元有向关系的表现。只需要把两个集合先进行直积，然后在对应位置上填写上相应的关系即可形成布尔矩阵。

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

二元模糊关系的定义

- 设A和B是两个非空有限经典集合，R是$A\times B$上的模糊子集。若$R(x,y)\in[0,1]$表示了来自A的x跟来自B的y之间的某种相关程度，则称$R(x,y)$是A到B上的二元模糊关系。

$$R(x,y): A\times B\rightarrow[0,1]$$

- 二元模糊关系的三大基本要素：**元素对，隶属度，方向性**。

模糊矩阵的运算

例1：设$\boldsymbol{A}$和$\boldsymbol{B}$是两个模糊关系矩阵，求$\boldsymbol{A}^{\mathrm{C}}$、$\boldsymbol{B}^{\mathrm{C}}$、$\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B}$和$\boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{B}$。

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0.7 & 0.1\\ 0.3 & 0.9\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.4 & 0.9\\ 0.2 & 0.1\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{C}}=\begin{bmatrix}0.3 & 0.9\\ 0.7 & 0.1\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{B}^{\mathrm{C}}=\begin{bmatrix}0.6 & 0.1\\ 0.8 & 0.9\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.4 & 0.1\\ 0.2 & 0.1\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{A}\cup\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.7 & 0.9\\ 0.3 & 0.9\end{bmatrix}$$

模糊关系的合成

- 设P和Q分别是定义在$X \times Y$和$Y \times Z$上的两个模糊关系矩阵，那么由P和Q合成的R就是定义在$X \times Z$上的模糊关系，记作：

$$R = P \circ Q$$

- 运算口诀：左取行，右取列，对应取小再取大，左行右列定位置。

- 合成运算没有交换律，但是有结合律。

MATLAB子程序编写

- MATLAB子程序第一行格式如下：

```
function [Y1,Y2,…]=fun_name(X1,X2,…)
```

- 子程序编写完毕后，保存时文件名默认为子程序名，**子程序文件名要和子程序名称一模一样**。在主程序中引用子程序时，需要注意实际参数的数量、顺序和类型。

综合练习

1、________被誉为“人工智能之父”。

2、设TSP中共有8个城市，从某一个不确定的城市出发。如果计算和存储每条路径平均需要0.001s的时间，那么使用穷举法一共需要_______s。

3、智能控制三元论的学科包括___、___和_____。

4、设A是模糊数，对于某一常数p来说，数积pA也是模糊数，则p=_______。

综合练习

5、设$A=\{7,4\}$，$B=\{9,0,2\}$，则$A\times B =$ __________。

6、IEEE有关模糊控制的SCI1区（JCR分区）权威期刊英文全称是_______。

7、已知论域$U = \mathbf{R}$，$A(x) = \exp[-(x-3)^2]$，则Supp A =_____，Ker A = ______。

8、如果需要了解MATLAB语言的某个函数用法，则可以键入__________命令来获得帮助。

编程练习1

设论域U=[-5,4]，$A, B\in\mathscr{F}(U)$，隶属度函数如下：

$$A(x)=\begin{cases}\dfrac{x+5}{6}, & -5\le x\le 1\\ 2^{-x+1}, & 1<x\le 4\end{cases}\qquad B(x)=\exp\left(-\frac{|x+1|}{7}\right)$$

请写出完整的MATLAB画图程序，要求如下：

1、程序具有计时功能，并在计时前清屏、清变量和关闭所有窗口；

2、在4个Figure里分别展示：① A和B；② $A\cap B$和$A\cup B$；③ $A\cap A^C$和$A\cup A^C$；④ $B\cap B^C$和$B\cup B^C$。其中第一条画的曲线使用绿色实线，第二条画的曲线使用红色虚线，曲线粗细均为1磅；

3、横轴标签为“x”，左右界即U的范围；纵轴标签为“Membership Function”，上、下界分别是1.05和0；

4、去掉外框，并在窗口的最佳位置展示图例。

编程练习2

已知模糊矩阵***M***、***N***和***R***：

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}0.7 & 0.4 & 0.6\\ 1 & 0.8 & 0.2\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{N}=\begin{bmatrix}0.3 & 0.7 & 0.9\\ 0.1 & 0 & 0.5\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}0.4 & 1 & 0.9\\ 0.1 & 0.5 & 0.3\\ 0.8 & 0.9 & 0\end{bmatrix}$$

编写求$\boldsymbol{X}=[(\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B}^{C})\cup\boldsymbol{A}^{C}]\circ(\boldsymbol{C}^{T}\cap\boldsymbol{C}^{C})$和$\boldsymbol{Y}=(\boldsymbol{B}\cap\boldsymbol{A}^{C})\circ[(\boldsymbol{A}^{T}\circ\boldsymbol{B})\cup\boldsymbol{C}]$的3输入2输出子程序mix_fuzzy_op，其中T代表转置运算，可使用已有子程序syn嵌套。然后利用该子程序编写主程序求：

$\boldsymbol{V}=[(\boldsymbol{M}\cap\boldsymbol{N}^{C})\cup\boldsymbol{M}^{C}]\circ(\boldsymbol{R}^{T}\cap\boldsymbol{R}^{C})$

$\boldsymbol{W}=(\boldsymbol{M}\cap\boldsymbol{N}^{C})\circ[(\boldsymbol{N}^{T}\circ\boldsymbol{M})\cup\boldsymbol{R}]$

编程练习3

已知论域$U=\{1,2,3,4,5\}$，现有A，B，$C\in\mathscr{F}(U)$ 。编写一个子程序fuzzy_func，使其能够求出模糊集合$X=A\cup(B^C\cap C)$，并能够在合适的范围内清楚展示X的图象（去掉边框）。然后编写主程序调用这个子程序，并代入右侧A、B、C的值求X并画出对应图象。

$$A=\frac{0.2}{1}+\frac{0.8}{2}+\frac{1}{3}+\frac{0.8}{4}+\frac{0.2}{5}$$

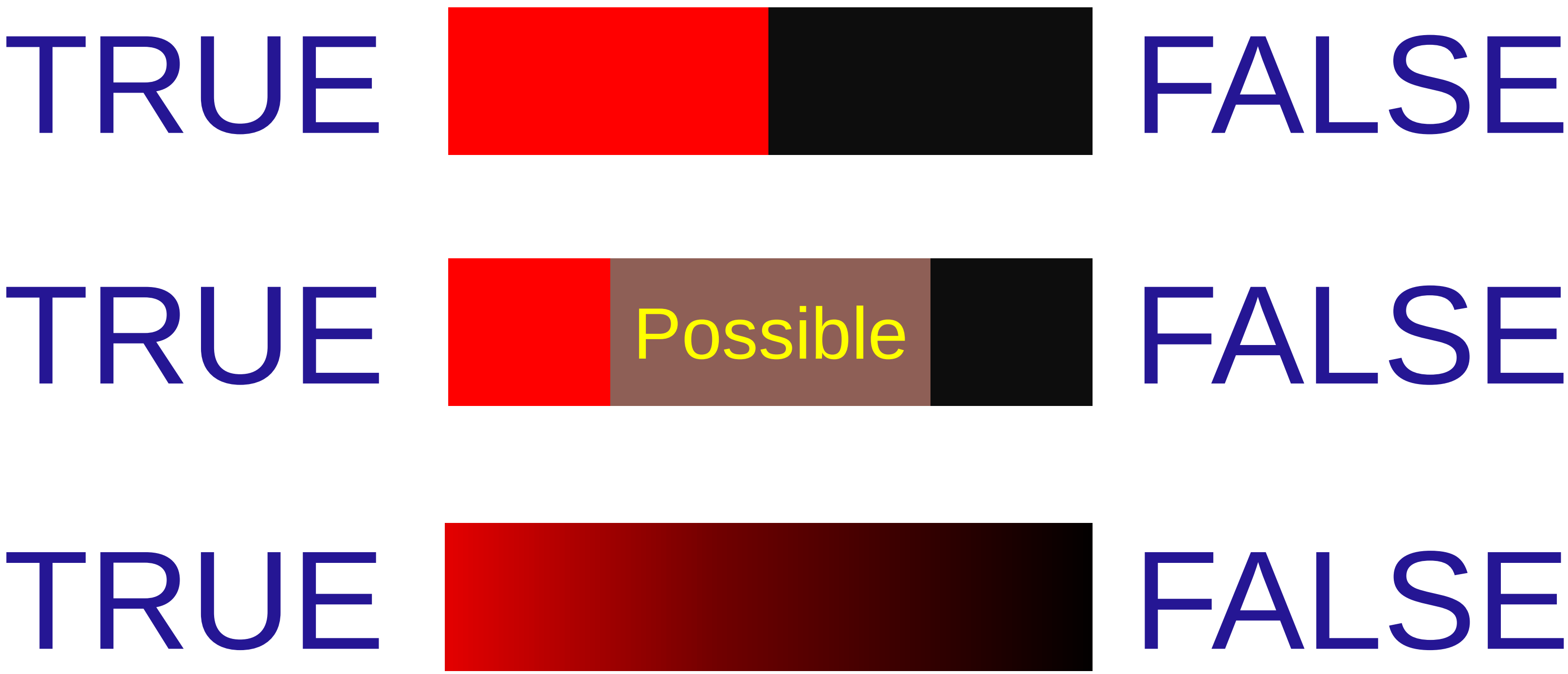
$$B=\frac{0.4}{2}+\frac{0.9}{3}+\frac{0.4}{4}+\frac{0.1}{5}$$

$$C=\frac{1}{1}+\frac{0.5}{2}+\frac{0.5}{4}+\frac{1}{5}$$

模糊控制导论纲要

- 模糊控制基本概念
- 模糊集合及其运算
- 模糊关系的数学表示和运算
- **模糊控制逻辑基础与推理运算**
- 模糊C均值聚类法
- 科技文献书写和阅读

模糊逻辑发展历史



语句、命题和判断

- 语句是语言的基本单位，是由词语或词组按照一定语法规则构成的，包括陈述句、疑问句、祈使句和感叹句等，语句种类视具体语言而定。
- 命题是反应事物情况的思维形态的语句，一定是陈述句。它反映了事物的属性、所处状况以及和其他事物之间的联系。
- 能够被断定者断定真假的命题称为判断，如果一个命题无法确定其真假，则不能成为一个判断。

命题连接词和复合命题

- 命题连接词有五种：否定、合取、析取、蕴含和等价，使得一个或多个简单命题成为了复合命题。

否定	$\bar{P}$	非P
合取	$P \wedge Q$	P且Q
析取	$P \vee Q$	P或Q
蕴含	$P \rightarrow Q$	若P则Q
等价	$P \leftrightarrow Q$	P、Q等价

命题逻辑的真值表

- 命题逻辑真值表列如下：

$T(P)$	$T(Q)$	$T(\bar{P})$	$T(P \wedge Q)$	$T(P \vee Q)$	$T(P \rightarrow Q)$	$T(P \leftrightarrow Q)$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

命题逻辑的真值的数学表示

- 根据真值表，可以把这些真值用数学的方式表示：

$$T\left(\overline{P}\right)=1-T(P)$$

$$T(P\wedge Q)=T(P)\wedge T(Q)$$

$$T(P\vee Q)=T(P)\vee T(Q)$$

$$T(P\rightarrow Q)=T\left(\overline{P}\right)\vee\left(T(P)\wedge T(Q)\right)=T\left(\overline{P}\right)\vee T(Q)$$

蕴含连接词和条件命题

- $P \to Q$称为条件命题。当P为真时，条件命题真假性由Q决定；当P为假时，条件命题恒为真。
- 条件命题中，P和Q可能没有事实上的联系，但将两者相连时，“蕴含”就不仅仅是通过日常的逻辑进行推断，而是从理念上经过千丝万缕连结的结果。这种连结可能是逻辑上直接的联系，也有可能是表面毫无关联的两个事物。但即使没有关联，也总会在某一个情境下出现。

条件命题举例

例1-1：设P =“太阳从东方升起”，Q =“2+2=4”，请说明$P \rightarrow Q$的实际含义和真假性。

- $P \rightarrow Q$的意义理解为“如果太阳从东方升起，那么2+2=4”。也就是说从太阳从东方升起这一点来看，世界上的一切客观的事物都会按照这样客观的规律运行，其中也包括2+2=4。反过来说，假设目前太阳不从东方升起了，那么2+2的结果也就是处于一种混乱状态。此处 $P \rightarrow Q$为真。

条件命题举例

例1-2：设P =“太阳从东方升起”，Q =“2+2=5”，请说明$P \to Q$的实际含义和真假性。

- $P \to Q$的意义理解为“如果太阳从东方升起，那么2+2=5”。从太阳从东方升起这一点来看，世界上的一切客观的事物都应该要按照这样客观的规律运行，而2+2=5破坏了这个规律性，因此$P \to Q$不再成立。这时$P \to Q$为假。

条件命题举例

例1-3：设P =“太阳从西方升起”，Q =“2+2=4”，请说明$P \to Q$的实际含义和真假性。

- $P \to Q$的含义是，如果太阳从西方升起来，那么世界上的诸多规律就会有很多被破坏。但即使如此，也有很多更强的规律还是保持不变，2+2=4就是其中一例。因此$P \to Q$理解为“即使太阳从西方出来，2+2的值仍然等于4”，所以$P \to Q$为真。

条件命题举例

例1-4：设P =“太阳从西方升起”，Q =“2+2=5”，请说明$P \to Q$的实际含义和真假性。

- $P \to Q$的含义是，如果太阳从西方升起来，那么世界上的诸多规律就会有很多被破坏，这里面也包括2+2的值。因此$P \to Q$理解为“要是太阳从西方出来的话，2+2的值就是5了”，所以$P \to Q$为真。

条件命题总结

- 条件命题除了可以表示真实的条件关系以外，还可以表示让步、虚拟假设、演绎推理等很多关系，在自然语言中可以找到很对与之对应的说法。
- 从数学的角度讲，将上述规则加以抽象并统一加以归纳，就可以得到条件命题。**这时候当*P*为真时，就可以推出同样为真的*Q*，但推不出为假的*Q*；而当*P*为假的时候，则无所谓Q的真假都可以推出**。

条件命题的两种基本形式

- 假设有三个命题A、B和U，则条件命题的两种基本形式是：① 若A则U；② 若A且B则U。 两者真值公式如下：

$$T(A \to U) = T(\overline{A}) \vee T(U)$$

$$T((A \wedge B) \to U) = T(\overline{A}) \vee T(\overline{B}) \vee T(U)$$

其他条件命题

- 其他命题有：

③ 若A_1且A_2且…A_n则U。这种情况只需要把②进行扩充即可：

$$T((A_1 \wedge \ldots \wedge A_n) \to U) = T(\overline{A_1}) \vee \ldots \vee T(\overline{A_n}) \vee T(U)$$

④ 若A则U_1，否则U_2。这种情况需要进行如下拆解：

$$T((A \to U_1) \vee (\overline{A} \to U_2)) = T((\overline{A} \vee U_1) \vee (A \vee U_2))$$

其他条件命题

⑤ 若A_1或A_2或…A_n则U。只需要如下拆解即可：

$$T\left(\left(A_1 \vee \ldots \vee A_n\right) \rightarrow U\right) = \left(T\left(\overline{A_1}\right) \wedge \ldots \wedge T\left(\overline{A_n}\right)\right) \vee T(U)$$
$$= \left(T\left(\overline{A_1}\right) \vee T(U)\right) \wedge \ldots \wedge \left(T\left(\overline{A_n}\right) \vee T(U)\right)$$

THANK YOU！