

THUPC2022 众数

ltst

THU IIIS

2023 年 2 月 25 日

简要题意

找到一个序列，其中有 a_i 个 $i (1 \leq i \leq n)$ ，且前缀众数和尽可能大。

$$1 \leq a_i, n \leq 10^5$$

解法

直观的想法是，让 n 在尽可能多的前缀中是众数，其次让 $n - 1$ 在尽可能多的前缀中是众数，以此类推。

那么一个很显然的贪心是，先放 a_n 个 n ，然后把其他数放到 $\min(a_n, a_i)$ 个；然后再放 a_{n-1} ，再把其他数放到 $\min(\max(a_n, a_{n-1}), a_i)$ 个，以此类推。

解法

直观的想法是，让 n 在尽可能多的前缀中是众数，其次让 $n - 1$ 在尽可能多的前缀中是众数，以此类推。

那么一个很显然的贪心是，先放 a_n 个 n ，然后把其他数放到 $\min(a_n, a_i)$ 个；然后再放 a_{n-1} ，再把其他数放到 $\min(\max(a_n, a_{n-1}), a_i)$ 个，以此类推。

如上直接做是平方的。上面的贪心策略实际上跟这样的贪心策略是等价的：先从大到小将每个数的第一次出现放入序列，然后将它们的第二次出现放入序列，以此类推。

故可以枚举这个第几次出现，然后用最大值乘元素个数贡献答案。用 set 维护，复杂度 $\tilde{O}(\max a_i + n)$ 。

解法

直观的想法是，让 n 在尽可能多的前缀中是众数，其次让 $n - 1$ 在尽可能多的前缀中是众数，以此类推。

那么一个很显然的贪心是，先放 a_n 个 n ，然后把其他数放到 $\min(a_n, a_i)$ 个；然后再放 a_{n-1} ，再把其他数放到 $\min(\max(a_n, a_{n-1}), a_i)$ 个，以此类推。

如上直接做是平方的。上面的贪心策略实际上跟这样的贪心策略是等价的：先从大到小将每个数的第一次出现放入序列，然后将它们的第二次出现放入序列，以此类推。

故可以枚举这个第几次出现，然后用最大值乘元素个数贡献答案。用 set 维护，复杂度 $\tilde{O}(\max a_i + n)$ 。

如上贪心算法的正确性证明，可以考虑众数 $\geq i$ 的前缀个数最多为多少，并发现如上构造方法达到了该上界。