

## A. 字串解壓縮

### 問題描述

運行長度編碼 (run-length encoding) 為一字串壓縮方式，針對一給定的原始字串  $S$ ，若  $S$  中有一子字串由  $t$  個字元  $x$  構成且該子字串的前一個與後一個字元皆非  $x$ ，則會以  $tx$  表示該子字串。若要壓縮的子字串僅為一個字元 (即  $t = 1$ )，則會將 1 省略以讓儲存空間更節省。舉例來說，aaabcccccccccccbaba 從最前面開始 a 連續出現 3 次，b 出現 1 次，c 出現 11 次...，因此經過長度編碼後可以表示為 3ab11cbaba。假設構成原始字串的字元僅有 26 個小寫英文字母，請撰寫一解碼器，將長度編碼過後的字串  $C$  還原為原始字串  $S$ 。

### 輸入格式

輸入為一行字串  $C$  代表長度編碼過後的字串，長度至多 1000。原始字串僅由 26 個小寫英文字母構成，每個字母連續出現的次數至多 100。

### 輸出格式

輸出一行字串  $S$ ，為輸入運行長度編碼對應的原始字串，測資保證解壓縮後的字串長度不超過  $10^5$ 。

### 測資限制

- $1 \leq |C| \leq 1000$ 。
- $C$  僅由小寫英文字母 a-z 以及字元 0-9 組成。
- $C$  是一個合法的長度編碼字串，意即  $C$  是由  $S$  經過長度編碼壓縮所得的結果。
- $S$  僅由字元 a-z 組成。
- $S$  中任意字母連續出現次數不超過 100。

### 範例測試

Sample Input	Sample Output
mi4si2si3pi	mississippi
14ops	ooooooooooooops

## 評分說明

本題共有二組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	40	編碼前字串每個字元連續出現的次數至多為 9。
2	60	無額外限制。

## B. 建設人工島

### 問題描述

棕櫚島是杜拜城著名的人工島，也是世界知名的觀光勝地，島的形狀就像一棵棕櫚樹，每年都吸引了上千萬人前往旅遊。為了促進觀光產業的發展，踢歐埃大公國也計畫建立一座人工島，叫做「樹狀結構島」。整座島是由  $n$  個景點及  $n - 1$  條互不相交的雙向平面道路連接起來，每條道路連接兩個相異的景點。若把這些景點當成節點且道路當成邊來看的話，可以發現整個島恰是一個樹狀結構的圖。也就是說，任兩點之間都是連通的，並且其間只存在唯一一條路徑。並且兩景點間的距離，定義為其間路徑的長度（即該路徑上所有道路的長度總和）。

為了發展觀光產業，人工島預計要將某些道路改建成高速公路，使得這些道路串連後恰好是連接某兩個最遠景點的路徑。然而因為經濟的動蕩，要搭建時發現預算不足，無法建立太長的高速公路，因此踢歐埃大公國決定建立一條高速公路連結島上「次遠」的兩景點。所謂「次遠」的兩景點是指一對景點，其間的距離為「比最遠距離小」的所有可能裡最大的。以下面的範例測試一為例，所有景點對的距離由大至小排列為 2, 2, 2, 1, 1, 1，所求之次遠距離為 1。

請寫一支程式，幫助踢歐埃大公國，計算樹狀結構島上次遠的兩點距離。

### 輸入格式

輸入共  $n$  行，第一行有一個正整數  $n$  代表樹狀結構島上景點的個數；景點編號由 0 至  $n - 1$ 。接下來有  $n - 1$  行輸入，每一行有 3 個整數  $u_i$ 、 $v_i$ 、 $w_i$ ，代表景點  $u_i$  與景點  $v_i$  之間有一條雙向道路連接，且這條道路的長度為  $w_i$ 。同一行的連續兩整數間以一個空白分隔。

### 輸出格式

輸出為一正整數，代表所求之次遠距離。

### 測資限制

- $3 \leq n \leq 10^5$ ，且  $n$  為整數。
- 對所有  $1 \leq i \leq n - 1$ ，滿足  $u_i, v_i$  為 0 到  $n - 1$  之間的整數。
- 對所有  $1 \leq i \leq n - 1$ ，滿足  $w_i$  為整數，且  $1 \leq w_i \leq 100$ 。
- 給定的圖為一棵樹。

## 範例測試

Sample Input	Sample Output
4 0 1 1 0 2 1 0 3 1	1
8 7 0 2 0 1 8 0 5 6 6 5 10 2 4 10 3 4 18 5 4 2	30
4 0 1 1 1 2 2 3 2 3	5

## 評分說明

本題共有三組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	19	$n \leq 100$
2	34	任意 $w_i = 1$ 。
3	47	無額外限制。

## C. 銀河捷運

### 問題描述

在某個不知名的外星王國中，外星人發展了一套獨特的數字系統與銀河捷運系統。根據科學家的研究，外星人的數字系統可對應到我們所使用的「模  $M$  運算」，其中  $M$  為一個質數。以下用模運算的術語來描述外星人的數字系統。以  $M = 7$  為例，下列的算式在外星球的數學系統是成立的：

- $2 \times 3 = 6$
- $2 \times 5 = 3$
- $2 + 3 = 5$
- $2 + 6 = 1$
- $3 - 1 = 2$
- $3 - 5 = 5$

我們的研究人員還發現了銀河捷運系統與他們的數字系統存在著高度的關聯。首先，銀河捷運系統和我們在地球上常見的直線形軌道或是環形軌道不一樣，外星人自己有一套獨特的站台分佈機制以及捷運運行技術。再來，我們發現銀河捷運系統的每一條路線都可以用一個方程式  $y^2 = x^3 + ax + b$  和一質數  $M$  來表示，而這個方程式上的每個整數點  $(x, y)$  都分別代表一個這條路線上的站台。以下面這條捷運路線為例：

$$y^2 = x^3 - x + 1, M = 13$$

座標  $(3, 8)$  是這條路線的站台，因為  $8^2 \equiv (3^3 - 3 + 1) \equiv 12 \pmod{13}$ 。除此之外， $(0, 1), (1, 1), (3, 5)$  也是這條路線上的站台。

外星王國中對直線的定義也和我們類似，例如在地球上，我們說三個  $x$  座標相異的點  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$  共線代表他滿足：

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3}$$

雖然我們並不知道外星人是如何做除法的，但我們知道交叉相乘的法則仍然通用。因此外星球中三點共線的條件可以寫成：

$$(y_1 - y_2)(x_2 - x_3) \equiv (y_2 - y_3)(x_1 - x_2) \pmod{M}$$

外星人要搭乘銀河捷運的時候，要先輸入自己所在的站台座標  $(x_1, y_1)$ ，接著輸入另外一個站台的

座標  $(x_2, y_2)$  作為參考值，並再找出第三個站台座標  $(x_3, y_3)$ ，使得這三個點共線。這第三站台就是外星人要前往的地方。

在給出站台座標  $(x_1, y_1)$  與參考值站台座標  $(x_2, y_2)$  的情況下，研究人員告訴我們一個可以求出目的地座標  $(x_3, y_3)$  的方法：首先我們可以假設一條直線  $y \equiv mx + k \pmod{M}$  作為同時通過三個點的直線方程，直線方程式中的斜率  $m$  可以利用費馬小定理  $x \cdot x^{M-2} \equiv 1 \pmod{M}$  得出  $m \equiv (y_2 - y_1) \cdot (x_2 - x_1)^{M-2} \pmod{M}$  的結論。接著，將這條直線方程代進捷運路線的方程式可以得到  $(mx + k)^2 \equiv x^3 + ax + b \pmod{M}$ 。並且從根與係數的法則可以得出  $x_1 + x_2 + x_3 \equiv m^2 \pmod{M}$  進而求出目的地的  $x$  及  $y$  座標。

給定一條銀河捷運路線的參數  $a, b, M$  以及外星人的出發站台和中間所有的參考站台之座標，請撰寫一支程式算出最後外星人所抵達站台的座標。

### 輸入格式

輸入第一行有一個正整數  $t$ ，代表測資的筆數。接下來  $t$  行每行有 7 個整數  $M, a, b, x_1, y_1, x_2, y_2$ 。其中  $M$  為模數， $a$  和  $b$  為捷運路線方程式的二參數， $(x_1, y_1)$  及  $(x_2, y_2)$  分別為起點及參考點的座標。同一行的兩數字間以一空白分隔。

### 輸出格式

對於每筆測資請輸出一行含兩數字  $x_3, y_3$ ，以一空白分隔。 $x_3$  與  $y_3$  皆為 0 以上  $M - 1$  以下 (包含 0 與  $M - 1$ ) 的整數，代表外星人將前往的站台座標。

### 測資限制

- $1 \leq t \leq 10^5$ ，且  $t$  為整數。
- $a, b, x_1, y_1, x_2, y_2$  都是 0 以上  $M - 1$  以下 (包含 0 與  $M - 1$ ) 的整數。
- $x_1 \neq x_2$ 。
- $2 \leq M < 2^{31}$ ， $M$  為一質數。
- 保證存在第三個站台  $(x_3, y_3)$ ，使得  $x_3 \neq x_1$  且  $x_3 \neq x_2$ ，並且與  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$  共線。

**範例測試**

Sample Input	Sample Output
3	6 1
13 1 0 4 4 2 7	7 12
13 3 1 0 12 6 12	12 6
13 3 1 7 12 10 11	

**評分說明**

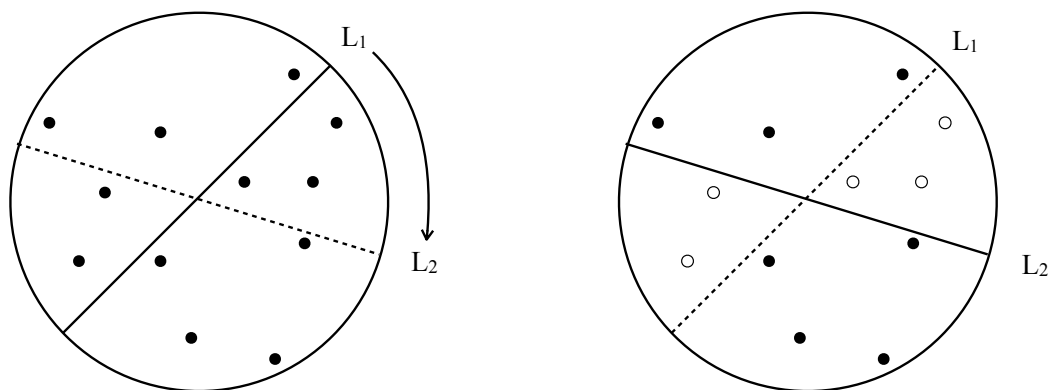
本題共有三組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	36	$t \leq 100, M \leq 100$ 。
2	32	$t \times M \leq 10^5$ 。
3	32	無額外限制。

## D. 質感測試

### 問題描述

法國設計師「西當·普里斯」設計了一款新潮的燈具，這盞燈具的造型是一個圓盤，上面佈設了許多單顆的 LED 燈泡，開啟燈具上 LED 的方式，是利用一支與圓盤直徑等長的棒狀感應器，此感應器的中心點固定於圓盤圓心，且可順時針以圓心為固定點旋轉，旋轉時它所接觸到的 LED 皆會被開啟。以下圖為例，黑點代表未開啟的燈泡，開關由  $L_1$  移動至  $L_2$  後，燈泡開啟的狀況如右。



每次開啟的 LED 燈泡會落在棒狀感應器經過的兩個扇形區域。另外，我們假設旋轉開始或結束時，若感應器下方有 LED 燈泡，則它們也會被開啟。

然而，廠商在製造燈具時沒有控管材料，做出來的燈具上所佈設的 LED 亮度與顏色不一，導致整體的整體質感受到了影響。西當普里斯請廠商把每顆 LED 開啟時的呈現的質感量化為一個整數，稱為質感係數；整盞燈具的質感可由開啟的 LED 之質感係數加總而得，若一個 LED 都沒有開啟，則質感為 0。已知我們可以選擇感應器初始擺放的角度，在初始所有 LED 燈泡皆是關閉的狀態下，請寫程式幫助西當普里斯，計算這盞燈具最大可能的質感。

### 輸入格式

輸入共  $n + 1$  行，第一行有一個整數  $n$ ，表示 LED 燈泡的個數。假設圓心位於原點  $(0, 0)$ 。接下來  $n$  行，第  $i$  行有三個整數  $x_i, y_i, w_i$ ，其中  $(x_i, y_i)$  表示第  $i$  個 LED 燈泡的座標，任二 LED 燈泡的座標皆不同且燈泡座標不會在原點上， $w_i$  表示該燈泡的質感係數。



**輸出格式**

輸出為一整數，表示此燈具的最大質感。

**測資限制**

- $1 \leq n \leq 3 \times 10^5$ ，且  $n$  為整數。
- $x_i, y_i$  皆為  $-10^5$  到  $10^5$  之間的整數 (包含  $-10^5$  與  $10^5$ )。
- $-1000 \leq w_i \leq 1000$ ，且  $w_i$  為整數。
- 對所有  $1 \leq i < j \leq n$ ，滿足  $x_i \neq x_j$  或  $y_i \neq y_j$ 。
- 對所有  $1 \leq i \leq n$ ，滿足  $x_i \neq 0$  或  $y_i \neq 0$ 。

**範例測試**

Sample Input	Sample Output
4 2 1 -1 -5 1 3 -3 1 -2 0 1 4	6
7 1 -1 -1 1 3 1 0 -1 -4 0 4 5 -1 1 1 -1 -3 1 -2 2 -2	3

**評分說明**

本題共有四組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	21	所有 LED 燈泡的 $y$ 座標相同， $n \leq 100$ 。
2	35	所有 LED 燈泡的 $y$ 座標相同， $n \leq 10^4$ 。
3	11	$n \leq 10^4$ 。
4	33	無額外限制。

## E. 鋪地磚

### 問題描述

開心國的歡樂市正在進行都市更新，其中的愉快路旁的人行道有一項重鋪地磚的工程。愉快路附近的住戶希望鋪設好的人行道能夠展現地方特色，所以委託都市規畫的設計團隊進行人行道的設計。設計團隊在這條人行道預留了一列共  $n$  塊地磚的空格，打算鋪設一些顏色獨特的地磚。獨特的地磚顏色有紅色、綠色以及藍色，三種顏色的地磚分別以  $r$ 、 $g$ 、 $b$  表示。設計團隊將這  $n$  個空格由左而右依序編號為 1 至  $n$ ，每一種可能的地磚鋪法可用一長度為  $n$  的字串  $S$  表示，字串的第  $i$  個字元  $S[i]$  代表第  $i$  個空格要鋪設的地磚顏色。

為了顧及群眾的喜好，歡樂市長蒐集了愉快路附近居民的意見，並彙整成一份「美觀意見」清單，清單裡共有  $k$  項美觀意見。其中第  $i$  項美觀意見由一個「美觀顏色組合」 $c_i$  和「美觀加權」 $w_i$  組成， $c_i$  是一個由  $rgb$  三種字元所組成的字串， $w_i$  是一個正整數。

我們可以根據這個清單為每一種地磚鋪法評定一個「美觀總分」 $t$ ，定義為

$$t = \sum_{i=1}^k (\text{count}(S, c_i) \times w_i)$$

其中  $\text{count}(x, y)$  代表字串  $y$  在字串  $x$  中出現的次數，例如  $\text{count}(\text{aaabaa}, \text{aa}) = 3$ ，因為由  $\text{aaaba}$  中的第 1、2、5 個字元分別作為字串開頭，都能找出子字串  $\text{aa}$ ；故  $\text{aa}$  在  $\text{aaaba}$  中共出現三次。由上式可得知總分  $t$  會等於所有「美觀顏色組合  $c_i$  在鋪法字串  $S$  中出現的次數乘上該項美觀加權」的總和。

此外，某些地磚的顏色已經被附近的住戶指定，這些地磚的顏色將不能被改變。顏色指定的狀況同樣能以一長度為  $n$  的字串  $T$  表示；若第  $i$  個空格的地磚顏色尚未被指定，則  $T[i] = \text{x}$ ；若第  $i$  個空格的地磚顏色已經被指定，則  $T[i]$  將會是  $rgb$  三個字元其中之一，代表此格地磚被指定的顏色。

請你寫一個程式來協助設計團隊鋪設地磚，使得美觀總分最大。

### 輸入格式

輸入共  $k + 2$  行。第一行為兩個正整數  $n$  與  $k$ ，以一個空白分隔，分別表示待鋪設的地磚數以及美觀意見有幾項。

接下來有  $k$  行，其中第  $i$  行 ( $1 \leq i \leq k$ ) 有一字串  $c_i$  及一正整數  $w_i$ ，兩者間以一個空白分隔，分別代表第  $i$  個美觀意見的「美觀顏色組合」及「美觀加權」。

最後一行有一個長度為  $n$  的字串  $T$ ，由  $rgb\text{x}$  四種字元組成，表示目前街上地磚的指定狀況。

**輸出格式**

輸出一個整數，代表不違反住戶要求的前提下，最大可能的「美觀總分」。

**測資限制**

- $1 \leq n \leq 10000$ ，且  $n$  為整數。
- $1 \leq k \leq 100$ ，且  $k$  為整數。
- 任意美觀顏色組合字串  $c_i$ ，滿足  $c_i$  長度在 1 到 2000 之間 (包含 1 與 2000)，且  $c_i$  僅由 **rgb** 三種字元組成。
- 所有美觀顏色組合字串  $c_i$  的長度加總小於等於 2000。
- 對所有  $1 \leq i \leq n$ ，滿足  $w_i$  為整數，且  $1 \leq w_i \leq 200$ 。
- 對所有  $1 \leq i < j \leq k$ ，滿足  $c_i \neq c_j$ 。
- $T$  的長度恰為  $n$ ，且  $T$  僅由 **rgbx** 四種字元組成。

**範例測試**

Sample Input	Sample Output
7 1 rgbr 1 rxbxgxx	2
18 4 rr 6 gg 5 b 1 rbg 2 xxgxxxxxxxxxxxxgxx	86

**評分說明**

本題共有四組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	16	$n \leq 8$ 。
2	21	住戶的要求字串中沒有 <b>x</b> 字元。
3	45	$c_i$ 長度至多為 7。
4	18	無額外限制。