

63

$$1) y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$$

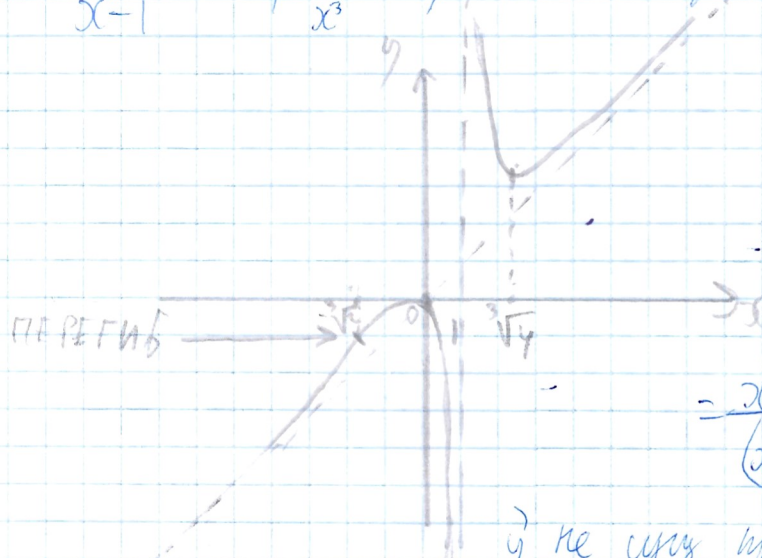
$$x \neq 1$$

$$\text{при } x=0: y=0$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^4}{x^3 - 1} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -0} \frac{x^4}{x^3 - 1} = -\infty$$

 $x=1$ — асимптота

$$\frac{x^4}{x^3 - 1} = \frac{x}{1 - \frac{1}{x^3}} \quad \text{при } x \rightarrow \infty \text{ ведёт себя как } y=x \text{ (линейная асимптота)}$$



$$y' = \frac{4x^3(x^3 - 1) - 3x^2 \cdot x^4}{(x^3 - 1)^2} =$$

$$= \frac{4x^6 - 4x^3 - 3x^6}{(x^3 - 1)^2} =$$

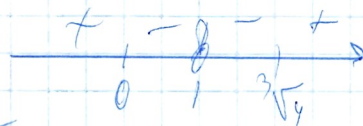
$$= \frac{-x^6 - 4x^3}{(x^3 - 1)^2} = \frac{-x^3(x^3 + 4)}{(x^3 - 1)^2}$$

$$y' \text{ не существует при } x=1; \quad y'=0 \text{ при } x=0, x=\sqrt[3]{4}$$

$$y' > 0 \text{ при } [x < \sqrt[3]{4}]$$

$$y' < 0 \text{ при } [1 < x < \sqrt[3]{4}]$$

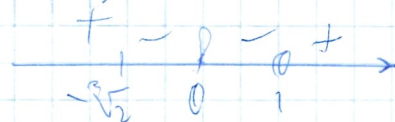
$$y(\sqrt[3]{4}) = \frac{4\sqrt[3]{4}}{4-1} = \frac{4}{3}\sqrt[3]{4}$$



$$y'' = \frac{(6x^5 - 12x^2)(x^3 - 1)^2 - 2(x^3 - 1) \cdot 3x^2(x^6 - 4x^3) - (6x^5 - 12x^2)(x^3 - 1) - 6x^2(x^6 - 4x^3)}{(x^3 - 1)^3} =$$

$$= \frac{6x^2(x^3 + 2)}{(x^3 - 1)^3}$$

$$y'' \text{ не существует при } x=1; \quad y''=0 \text{ при } x=0, x=-\sqrt[3]{2}$$



$$y'' > 0 \text{ при } [x < -\sqrt[3]{2}]$$

$$y'' < 0 \text{ при } [0 < x < 1]$$

$$y(-\sqrt[3]{2}) = \frac{2\sqrt[3]{2}}{-2-1} = -\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}$$