Пусть $\lim\limits_{x\to 0}(\cos\frac{1}{x})=L$. Тогда: $\forall \varepsilon>0\ \exists\ \delta>0$: $|x|<\delta \Rightarrow |f(x)-L|<\varepsilon$.
$(f(x)=\cos\frac{1}{x})$

возьмём x_1, x_2: $|x_1|<\delta$, $|x_2|<\delta$. Тогда
$|f(x_1)-L|<\varepsilon$, $|f(x_2)-L|<\varepsilon$. $|f(x_1)-f(x_2)|=$
$=|f(x_1)-L+L-f(x_2)|<|f(x_1)-L|+|f(x_2)-L|=2\varepsilon$.

т.е. $|f(x_1)-f(x_2)|<2\varepsilon$. ε - любое. Пусть $\varepsilon=\frac{1}{2}$, т.е.
$|f(x_1)-f(x_2)|<2\cdot\frac{1}{2}=1$. Однако, для $\forall\delta>0\ \exists\ n\in N$:
$x_1=\frac{1}{2n\pi}$ и $x_2=\frac{1}{(2n+1)\pi}$, $|x_1|<\delta$, $|x_2|<\delta$. Тогда
$|f(x_1)-f(x_2)|=|\cos(2\pi n)-\cos(2\pi n+\pi)|=|1-(-1)|=2$.

но $|f(x_1)-f(x_2)|<1$: противоречие $\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0}(\cos\frac{1}{x})$ не существует,
а значит $\lim\limits_{x\to 0}(2x\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x})$ тоже не существует. Т.е.
при $x\to 0$ $f'(x)=2x\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}$ - разрывная.

992. $f(x)=x^n\sin\frac{1}{x}$ $(x\neq 0)$ $f(0)=0$.

а) если $n>0$: $|x^n\sin\frac{1}{x}|\le|x|^n\xrightarrow[\text{при } x\to 0]{}0$, т.е. $f(x)\xrightarrow[\text{при } x\to 0]{}0 \Rightarrow$ при $n>0$
$f(x)$ непрерывна при $x=0$.

если $n<0$: $x_k=\frac{1}{2\pi k+\frac{\pi}{2}}$. $x_k\to 0$ при $k\to\infty$.

$f(x_k)_{k\to\infty}=\left(\frac{1}{2\pi k+\frac{\pi}{2}}\right)^n\underbrace{\sin(2\pi k+\frac{\pi}{2})}_{=1}=\left(2\pi k+\frac{\pi}{2}\right)^{-n}\to\infty$, т.е. при $n<0$ $f(x)$
разрывная при $x=0$.

если $n=0$: $x_k=\frac{1}{2\pi k+\frac{\pi}{2}}$. $x_k\xrightarrow[\text{при } k\to\infty]{}0$ $f(x_k)_{k\to\infty}=\sin(2\pi k+\frac{\pi}{2})=1$ т.е. $\cancel{\neq}\ 0$
при $n=0$ $f(x)$ разрывная при $x=0$.

Итого: ответ для а) при $n>0$.