1373.1. $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}, & \text{если } x\neq 0. \\ \frac{1}{2}, & \text{если } x=0. \end{cases}$ $f(x)$ дифференцируема в $x=0$, если

$\lim\limits_{t\to 0}\frac{f(0+t)-f(0)}{t}$ существует и конечен.

$$\lim_{t\to 0}\frac{f(t)-f(0)}{t}=\lim_{t\to 0}\frac{\frac{1}{t}-\frac{1}{e^t-1}-\frac{1}{2}}{t}=\lim_{t\to 0}\frac{\frac{1}{t}-\frac{1}{t+\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{3!}+\frac{t^4}{4!}+\dots}-\frac{1}{2}}{t}=$$

// $e^t-1=0+t+\frac{t^2}{2!}+\frac{t^3}{3!}+\frac{t^4}{4!}+\dots$ //

$$=\lim_{t\to 0}\frac{\frac{t+\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{3!}+\frac{t^4}{4!}+\dots-t}{t(t+\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{3!}+\frac{t^4}{4!}+\dots)}-\frac{1}{2}}{t}=\lim_{t\to 0}\frac{\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{3!}+\frac{t^4}{4!}+\dots-\frac{1}{2}\left(t^2+\frac{t^3}{2}+\frac{t^4}{3!}+\frac{t^5}{4!}+\dots\right)}{t^2\left(t+\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{3!}+\frac{t^4}{4!}+\dots\right)}=$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{t^3\left(\frac{1}{3!}-\frac{1}{4}\right)+t^4\left(\frac{1}{4!}-\frac{1}{2\cdot 3!}\right)+\dots}{t^3+\frac{t^4}{2}+\frac{t^5}{3!}+\dots}=\lim_{t\to 0}\frac{\frac{1}{6}-\frac{1}{4}+t\left(\frac{1}{4!}-\frac{1}{2\cdot 3!}\right)+\dots}{1+\frac{t}{2}+\frac{t^2}{3!}+\dots}=$$

$$=\frac{-\frac{1}{12}+0}{1+0}=-\frac{1}{12}.$$ Ответ: в $x=0$ ф-ция дифференцируема.