3) попробуем доказать, что f дифференцируема в $(0,0)$, чтобы убедиться в обратном.

проверим непрерывность частных производных.

$\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}} f'_x = \lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}} \dfrac{y^3}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}} = \begin{vmatrix} \text{переход} \\ \text{к поляр.} \\ \text{коорд.} \end{vmatrix} = \lim\limits_{r\to0} \dfrac{r^3\sin^3\varphi}{r^2|r|} = \sin^3\varphi \cdot \lim\limits_{r\to0} \dfrac{r}{|r|}.$

$\lim\limits_{r\to0^+} = \sin^3\varphi$; $\lim\limits_{r\to0^-} = -\sin^3\varphi$, т.е. $\lim\limits_{r\to0}$ не сущ., т.е. f'_x – разрывная.

аналогично, f'_y – разрывная, т.е. f недифференцируема в $(0,0)$.