1427.

а) $f(x)=e^{-\frac{1}{|x|}}\left(\sqrt{2}+\sin\frac{1}{x}\right)$ при $x\neq 0$, $f(0)=0$.

$f'(0)$: $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{|t|}}\left(\sqrt{2}+\sin\frac{1}{t}\right)}{t}$. $\sqrt{2}-1\leq\sqrt{2}+\sin\frac{1}{t}\leq\sqrt{2}+1$.

$\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{|t|}}}{t}=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\frac{1}{t}}{e^{\frac{1}{|t|}}}$.

$\lim\limits_{t\to 0+0}\dfrac{\frac{1}{t}}{e^{\frac{1}{|t|}}}=\lim\limits_{t\to 0+0}\dfrac{\frac{1}{t}}{e^{\frac{1}{t}}}=\lim\limits_{t\to 0+0}\dfrac{-\frac{1}{t^2}}{e^{\frac{1}{t}}\left(-\frac{1}{t^2}\right)}=\lim\limits_{t\to 0+0}\dfrac{1}{e^{\frac{1}{t}}}=0$.

$\lim\limits_{t\to 0-0}\dfrac{\frac{1}{t}}{e^{\frac{1}{|t|}}}=\lim\limits_{t\to 0-0}\dfrac{\frac{1}{t}}{e^{-\frac{1}{t}}}=\lim\limits_{t\to 0-0}\dfrac{-\frac{1}{t^2}}{e^{-\frac{1}{t}}\cdot\frac{1}{t^2}}=\lim\limits_{t\to 0-0}\dfrac{-1}{e^{-\frac{1}{t}}}=0$, т.е.

$\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{|t|}}}{t}=0$, т.е. $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{|t|}}\left(\sqrt{2}+\sin\frac{1}{t}\right)}{t}=0$, т.е. $f'(0)=0$.

$\underset{(x>0)}{f'(x)}=e^{-\frac{1}{x}}\cdot\frac{1}{x^2}\left(\sqrt{2}+\sin\frac{1}{x}\right)-e^{-\frac{1}{x}}\cos\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{x^2}=\frac{1}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}\left(\sqrt{2}+\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}\right)$

$\underset{(x<0)}{f'(x)}=\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}\left(-\sqrt{2}-\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}\right)$.

Заметим, что $\sqrt{2}\geq\pm\sin t\pm\cos t$ при $\forall t$, т.е. $f'(x)\geq 0$ при $x>0$ и $f'(x)\leq 0$ при $x<0$. $f'(0)=0$, т.е.

$f'(x)\geq 0$ при $x\geq 0$; $f'(x)\leq 0$ при $x\leq 0$ $\Rightarrow$ минимум при $x=0$.

Других экстремумов нет, т.к. $f'(x)$ не меняет знак при $x\neq 0$.

б) $f(x)=e^{-\frac{1}{|x|}}\left(\sqrt{2}+\cos\frac{1}{x}\right)$ при $x\neq 0$, $f(0)=0$

всё аналогично пункту а):

$f'(0)$: $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{e^{-\frac{1}{|t|}}\left(\sqrt{2}+\cos\frac{1}{t}\right)}{t}$ $\sqrt{2}-1\leq\sqrt{2}+\cos\frac{1}{t}\leq\sqrt{2}+1$, т.е. $f'(0)=0$.

$\underset{x>0}{f'(x)}=\frac{1}{x^2}\cdot e^{-\frac{1}{x}}\left(\sqrt{2}+\cos\frac{1}{x}+\sin\frac{1}{x}\right)$

$\underset{x<0}{f'(x)}=\frac{1}{x^2}\cdot e^{\frac{1}{x}}\left(\sin\frac{1}{x}-\cos\frac{1}{x}-\sqrt{2}\right)$

$\sqrt{2}\geq\pm\sin t\pm\cos t$, т.е. $f'(x)\geq 0$ при $x>0$; $f'(x)\leq 0$ при $x<0$.

т.е. $f'(x)\geq 0$ при $x\geq 0$, $f'(x)\leq 0$ при $x\leq 0$ $\Rightarrow$ минимум при $x=0$.