если в первых двух уровни и температуры жидкостей поддерживаются постоянными.

**9.** Газ в цилиндрическом сосуде закрыт поршнем и разделен подвижной перегородкой на объёмы $V_1 = 10$ *л* и $V_2 = 15$ *л* (см. рис. 5). На какую величину сместится перегородка, если поршень изометрически сместили на $\Delta x = 1$ *см*?

**10.** Оцените, во сколько раз среднее расстояние между молекулами воды меньше среднего расстояния между молекулами водяного пара при нормальных условиях.

**11.** Имеется выключатель (ключ), набор различных сопротивлений н лампочек накаливания. Составьте схему, содержащую ключ, две лампочки и, возможно, некоторые сопротивления, так, чтобы при замкнутом ключе горела одна лампочка, а при разомхнутом — только вторая.

**12.** Исследуйте экспериментально характер двнжения катушки по шероховатой поверхности, возникающего при сматывании нити с катушки (рис. 6). Для прозедения исследования сделайте катушку, у которой возможно изменение большого радиуса. Например, такую катушку можно изготовить из бутылки и картонных или фанерных съемных колец.

Как зависит направление движения катушки от величины угла $\alpha$?

Постройте на основании экспериментальных данных трафик зависимости угла, при котором катушка вращается на месте, от величины отношения $R/r$. Угол $\alpha$ можно измерять с помощью транспортира и отвеса. Опишите вашу экепериментальную установку. Как вы производили измерения? Какие погрешности могли исказить полученный трафик? Как можно эти погрешности уменьшить?

**Математика**

Задачи 1—5 — для седьмого класса, 4—10 — для восьмого, 7—13 — для девятого:

**1.** Упростить выражение:

$$\left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2}\right) : \left(\sum \frac{2a}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b-2a}\right)$$

**2.** На школьной викторине было предложено 30 вопросов. За каждый правильный ответ участнику засчитывали 7 очков, а за

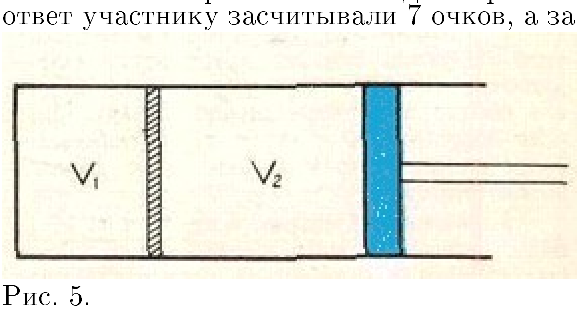


Рис. 5.

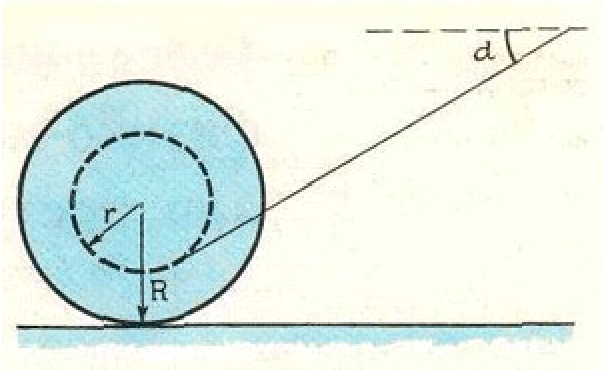


Рис. 6.

неправильный ответ с него списывалось 12 очков. Сколько верных ответов дал ученик, если он набрал 77 очков?

**3.** Построить прямоугольный треугольник по катету и гипотенузе (с помощью циркуля и линейки).

**4.** Найти натуральные значения $n$ такие, чтобы числа $n$, $n+10$, $n+14$ все были простыми.

**5.** Между числами 1, 2, 3, 4, 5, 6 7, 8, 9 поставить вместо запятых пять знаков плюс и три знака минус так, чтобы получилось число 21. Сколько решений имеет задача?

**6.** Какое из чисел больше: $\frac{3\sqrt{7}+5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ или 6?

**7.** В равнобедренном треугольнике центр вписанного круга делит высоту в отношении 12:5, а боковая сторона равна 60 *см*. Определить основание.

**8.** Из пункта $A$ в пункт $B$ выехал мотоциклист, а одновременно навстречу ему из пункта $B$ в пункт $A$выехал велосепидист. Мотоциклист прибыл в пункт В через два часа после встречи с велосипидистом, а велосипедист прибыл в пункт $A$ через 4,5 часа после встречи с мотоциклистом. Сколько часов были в пути мотоциклист и велосипедист?

**9.** Основания трапеции равны $6\sqrt{2}$ *см* и $8\sqrt{2}$ *см*. Определить длину отрезка, параллельного им и делящего площадь трапеции пополам.

**10.** В шахматном турнире участвовало $k$ человек — школьники и студенты. После окончания турнира оказалось, что каждый участник набрал половину своих очков в партиях против студентов. Доказать, что $k$ — полный квадрат.

**11.** Построить ромб, зная его диагональ и радиус вписанной окружности.

**12.** Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 7\sqrt[3]{xy} - 3\sqrt[3]{xy} = 4, \\ x + y = 20. \end{cases}$$

**13.** Упростить выражение:

$$\sqrt{a + 2m\sqrt{a - m^2}} + \sqrt{a - 2m\sqrt{a - m^2}}.$$

————————————

Нумерация интервалов теперь будет зависеть от знака $a$: при $a > 0$ они нумеруются номерами левых концов, при $a < 0$ — номерами правых концов; $y$ — число целочисленных точек в интервалах с нечетными номерами. Если мы увеличим $p$ на $4al$, то вкаждый интервал добавится точно $2l$ целых точек. Это следует из того, что при сдвиге интервала на целое число количество челых точек в нем не меняется, а на любом отрезке целочисленной длины $n$ или интервале длины $n$ с нецелочисленными концами имеется ровно $n$ целых точек (докажите!). Итак, при изменении $p$ на $p+4al$ величина $v$ изменится на четное число, а $(-1)^v$ не изменится. Значит, для всех $p$ в арифметической прогрессии $p = 4aq + r$ значение $(-1)^v$ — одно и то же, и гипотеза Эйлера доказана.

Одноверменно указан некоторый способ выяснить, является ли $a$ квад-

——————————————————-

скольку в остальных случаях арифметическая прогрессия не будет содержать простых чисел. Как видно из рис. 3, число 2 является квадратичным вычетом для

$p = 8q + 1, p = 8q + 7$, то есть $p = 8q \pm 1$.

Упражнение. Покажите, что —2 есть квадратичный вычет для $p = 8q + 1, p = 8q + 3$

Аналогично рассматривается случай $a = \pm 3$. Приведем итоги вычислений (таблица для v):

| a \ r | 1 | 5 | 7 | 11 |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 0 | 1 | 1 | 2 |
| −3 | 0 | 1 | 2 | 3 |