

если в первых двух уровни и температуры жидкостей поддерживаются постоянными.

9. Газ в цилиндрическом сосуде закрыт поршнем и разделен подвижной перегородкой на объёмы $V_1 = 10 \text{ л}$ и $V_2 = 15 \text{ л}$ (см. рис. 5). На какую величину сместится перегородка, если поршень изометрически сместили на $\Delta x = 1 \text{ см}$?

10. Оцените, во сколько раз среднее расстояние между молекулами воды меньше среднего расстояния между молекулами водяного пара при нормальных условиях.

11. Имеется выключатель (ключ), набор различных сопротивлений и лампочек накаливания. Составьте схему, содержащую ключ, две лампочки и, возможно, некоторые сопротивления, так, чтобы при замкнутом ключе горела одна лампочка, а при разомкнутом — только вторая.

12. Исследуйте экспериментально характер движения катушки по шероховатой поверхности, возникающего при сматывании нити с катушки (рис. 6). Для проведения исследования сделайте катушку, у которой возможно изменение большого радиуса. Например, такую катушку можно изготовить из бутылки и картонных или фанерных съёмных колец.

Как зависит направление движения катушки от величины угла α ?

Постройте на основании экспериментальных данных график зависимости угла, при котором катушка вращается на месте, от величины отношения R/r . Угол α можно измерять с помощью транспортира и отвеса. Опишите вашу экспериментальную установку. Как вы проводили измерения? Какие погрешности могли исказить полученный график? Как можно эти погрешности уменьшить?

Математика

Задачи 1—5 — для седьмого класса, 4—10 — для восьмого, 7—13 — для девятого:

1. Упростить выражение:

$$\left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2} \right) : \left(\frac{2a}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b-2a} \right)$$

2. На школьной викторине было предложено 30 вопросов. За каждый правильный ответ участнику засчитывали 7 очков, а за

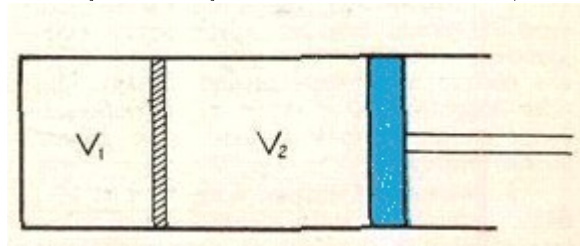


Рис. 5.

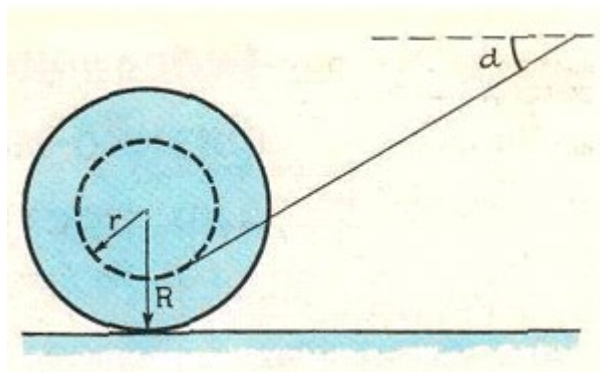


Рис. 6.

неправильный ответ с него списывалось 12 очков. Сколько верных ответов дал ученик, если он набрал 77 очков?

3. Построить прямоугольный треугольник по катету и гипотенузе (с помощью циркуля и линейки).

4. Найти натуральные значения n такие, чтобы числа $n, n+10, n+14$ все были простыми.

5. Между числами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 поставить вместо запятой пять знаков плюс и три знака минус так, чтобы получилось число 21. Сколько решений имеет задача?

6. Какое из чисел больше: $\frac{3\sqrt{7}+5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ или 6?

7. В равнобедренном треугольнике центр вписанного круга делит высоту в отношении 12:5, а боковая сторона равна 60 см. Определить основание.

8. Из пункта А в пункт В выехал мотоциклист, а одновременно навстречу ему из пункта В в пункт А выехал велосипедист. Мотоциклист прибыл в пункт В через два часа после встречи с велосипедистом, а велосипедист прибыл в пункт А через 4,5 часа после встречи с мотоциклистом. Сколько часов были в пути мотоциклист и велосипедист?

9. Основания трапеции равны $6\sqrt{2} \text{ см}$ и $8\sqrt{2} \text{ см}$. Определить длину отрезка, параллельного им и делящего площадь трапеции пополам.

10. В шахматном турнире участвовало k человек — школьники и студенты. После окончания турнира оказалось, что каждый участник набрал половину своих очков в партиях против студентов. Доказать, что k — полный квадрат.

11. Построить ромб, зная его диагональ и радиус вписанной окружности.

12. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 7\sqrt[3]{xy} - 3\sqrt[3]{xy} = 4, \\ x + y = 20. \end{cases}$$

13. Упростить выражение:

$$\sqrt{a+2m\sqrt{a-m^2}} + \sqrt{a-2m\sqrt{a-m^2}}.$$

Нумерация интервалов теперь будет зависеть от знака a : при $a > 0$ они нумеруются номерами левых концов, при $a < 0$ — номерами правых концов; y — число целочисленных точек в интервалах с нечетными номерами. Если мы увеличим p на $4al$, то в каждый интервал добавится точно $2l$ целых точек. Это следует из того, что при сдвиге интервала на целое число количество целых точек в нем не меняется, а на любом отрезке целочисленной длины n или интервале длины n с нецелочисленными концами имеется ровно n целых точек (докажите!). Итак, при изменении p на $p + 4al$ величина v изменится на четное число, а $(-1)^v$ не изменится. Значит, для всех p в арифметической прогрессии $p = 4aq + r$ значение $(-1)^v$ — одно и то же, и гипотеза Эйлера доказана.

Одновременно указан некоторый способ выяснить, является ли a квад-

скольку в остальных случаях арифметическая прогрессия не будет содержать простых чисел. Как видно из рис. 3, число 2 является квадратичным вычетом для

$$p = 8q + 1, p = 8q + 7, \text{ то есть } p = 8q \pm 1.$$

Упражнение. Покажите, что -2 есть квадратичный вычет для $p = 8q + 1, p = 8q + 3$

Аналогично рассматривается случай $a = \pm 3$. Приведем итоги вычислений (таблица для v):

a \ r				
	1	5	7	11
3	0	1	1	2
-3	0	1	2	3