HW11

PB17111614
王嵘晟

1.

1. $y(x_n+h)$ 在 x_n 点展开：

$$y(x_n+h)=y(x_n)+hy'(x_n)+\frac{h^2}{2}y''(x_n)+O(h^3)$$

$K_2=f(x_n+2h,\ y_n+2hk_1)$ 在 (x_n,y_n) 展开：

$$f(x_n+2h,\ y_n+2hk_1)=f(x_n,y_n)+2hf'_x(x_n,y_n)+2hk_1f'_y(x_n,y_n)+O(h^2)$$

$$\therefore y_{n+1}=y_n+\frac{h}{4}(3k_1+k_2)$$

$$=y_n+\frac{h}{4}\left[3f(x_n,y_n)+f(x_n,y_n)+2hf'_x(x_n,y_n)+2hk_1f'_y(x_n,y_n)+O(h^2)\right]$$

$$=y_n+hf(x_n,y_n)+\frac{h^2}{2}f'_x(x_n,y_n)+O(h^3).$$

$$\therefore T_{n+1}=y(x+h)-y_{n+1}=O(h^3).$$

$\therefore$ 精度为二阶。

2.

2、将梯形格式用作常微 $\frac{dy}{dx}=\lambda y$ 得：

$$y_{n+1}=y_n+\frac{h}{2}[\lambda y_n+\lambda y_{n+1}]$$

特征方程：$\rho(\xi)=(1-\frac{1}{2}\lambda h)\xi-(1+\frac{1}{2}\lambda h)$

根为 $\xi=\frac{2+\lambda h}{2-\lambda h}=-1+\frac{4}{2-\lambda h}$

$\therefore$ 当 $0<\frac{4}{2-\lambda h}<2$ 时，$|\xi|<1$

$\therefore$ 当 $\lambda<\frac{2}{h}$ 时，$|\xi|<1$，对任意 $h>0$ 成立

$\therefore$ 梯形格式的绝对稳定区域为复平面中直线 $\frac{2}{h}$ 左面