

# Artificial Intelligence HW7

王嵘晟 PB1711614

## 14.12

a.

(ii) (iii) 都可以

b.

(ii) 更好，因为结构更简便，所需要的参数更少

c.

由贝叶斯公式：

$$P(M_1|N) = P(M_1|N, F_1)P(F_1|N) + P(M_1|N, \neg F_1)P(\neg F_1|N)$$

$$P(M_1|N) = P(M_1|N, F_1)P(F_1) + P(M_1|N, \neg F_1)P(\neg F_1)$$

所以经过计算得下表：

$M_i \setminus P(M_i N) \setminus N$	1	2	3
0	$f + (1-f)e$	$f$	$f$
1	$(1-f)(1-2e)$	$(1-f)e$	0
2	$(1-f)e$	$(1-f)(1-2e)$	$(1-f)e$
3	0	$(1-f)e$	$(1-f)(1-2e)$
4	0	0	$(1-f)e$

## 14.13

$$\begin{aligned}
 P(N|M_1 = 2, M_2 = 2) &= \alpha \sum_{F_1, F_2} P(N, F_1, F_2, M_1 = 2, M_2 = 2) \\
 &= \alpha \sum_{F_1, F_2} P(F_1)P(F_2)P(N)P(M_1 = 2|F_1, N)P(M_2 = 2|F_2, N)
 \end{aligned}$$

由于  $N \in 1, 2, 3$  所以当望远镜对焦不准确时看不到恒星。所以  $P(F_1) = P(F_2) = 1 - f$ 。令  $P(N = 1) = p_1, P(N = 2) = p_2, P(N = 3) = p_3$  所以由枚举算法：

$$\begin{aligned}
 P(N|M_1 = 2, M_2 = 2) &= \alpha(1 - f)(1 - f) < p_1, p_2, p_3 > < e, (1 - 2e), e > < e, (1 - 2e), e > \\
 &= \alpha(1 - f)^2 < p_1 e^2, p_2(1 - 2e)^2, p_3 e^2 > \\
 &= \alpha' < p_1 e^2, p_2(1 - 2e)^2, p_3 e^2 >
 \end{aligned}$$

## 14.15

a.

$$\begin{aligned}
 P(B, |j, m) &= \alpha P(B) \sum_e P(E) \sum_a P(a|B, e) P(j|a) P(m|a) \\
 &= \alpha P(B) \sum_e P(E) \left( \begin{pmatrix} .95 & .29 \\ .94 & .001 \end{pmatrix} \times .90 \times .70 + \begin{pmatrix} .05 & .71 \\ .06 & .999 \end{pmatrix} \times .05 \times .01 \right) \\
 &= \alpha P(B) \sum_e P(E) \begin{pmatrix} 0.598525 & 0.183055 \\ 0.59223 & 0.0011295 \end{pmatrix} \\
 &= \alpha P(B) \times (.002 \times \begin{pmatrix} 0.598525 \\ 0.183055 \end{pmatrix} + .998 \times \begin{pmatrix} 0.59223 \\ 0.0011295 \end{pmatrix}) \\
 &= \alpha \begin{pmatrix} .001 \\ .999 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0.59224259 \\ 0.001493351 \end{pmatrix} \\
 &= \alpha \begin{pmatrix} 0.00059224259 \\ 0.0014918576 \end{pmatrix} \\
 &\approx < 0.284, 0.716 >
 \end{aligned}$$

计算结果与使用枚举法所得结果一致，所以正确。

**b.**

考虑最终求出具体概率比值，使用了 16 次乘法，7 次加法，2 次除法。枚举算法由于有  $j$  道  $m$  的重复路径，所以会多出来 2 次额外的乘法。

**c.**

使用枚举算法时，会生成两颗结构相似的完全二叉树， $X_1$  节点的深度为  $n-1$ ，所以复杂度为  $O(2^{n-1})$

使用变量消元法时，有：

$$P(X_1|X_n = true) = P(X_1) \dots \sum_{X_{n-2}} P(X_{n-2}|X_{n-3}) \sum_{X_{n-1}} P(X_{n-1}|X_{n-2}) P(X_n = true|X_{n-1})$$

所以每一次消元需要处理的节点只有  $X_i$  和  $X_{i-1}$ ， $1 < i < n$  所以可以在线性时间内完成。复杂度为  $O(n)$