计算方法 Lab3

王嵘晟　PB1711614

1　实验结果：

对于 $f(x) = 2x^4 + 24x^3 + 61x^2 - 16x + 1 = 0$

(1). 牛顿迭代法：

当取初值 $x_0 = 0$ 时：

表 1: Newton 迭代结果 1

迭代步数 k	x_k	$f(x_k)$
0	$0.0000000000E + 000$	$1.0000000000E + 000$
1	$6.2500000000E - 002$	$2.4417114258E - 001$
2	$9.2675144823E - 002$	$6.0357821710E - 002$
3	$1.0750916023E - 001$	$1.4994760152E - 002$
4	$1.1485323376E - 001$	$3.7248898748E - 003$
5	$1.1848368152E - 001$	$9.1626064336E - 004$
6	$1.2024260677E - 001$	$2.1577268802E - 004$
7	$1.2102581790E - 001$	$4.2847681852E - 005$
8	$1.2128383271E - 001$	$4.6530959359E - 006$
9	$1.2131962667E - 001$	$8.9569062833E - 008$
10	$1.2132034327E - 001$	$3.5900726836E - 011$

当取初值 $x_0 = 3$ 时：

表 2: Newton 迭代结果 2

迭代步数 k	x_k	$f(x_k)$
0	$3.0000000000E+000$	$1.3120000000E+003$
1	$1.9192751236E+000$	$3.9180729077E+002$
2	$1.1936133228E+000$	$1.1368262566E+002$
3	$7.3112145458E-001$	$3.1859876182E+001$
4	$4.5362080609E-001$	$8.6190504416E+000$
5	$2.9663693142E-001$	$2.2633471161E+000$
6	$2.1197535112E-001$	$5.8197426653E-001$
7	$1.6779403531E-001$	$1.4770709460E-001$
8	$1.4519438879E-001$	$3.7206334228E-002$
9	$1.3376760731E-001$	$9.3253679860E-003$
10	$1.2803649704E-001$	$2.3222638207E-003$
11	$1.2519603327E-001$	$5.6755417123E-004$
12	$1.2383872242E-001$	$1.2927049695E-004$
13	$1.2327102895E-001$	$2.2587102744E-005$
14	$1.2311856261E-001$	$1.6284754711E-006$
15	$1.2310571808E-001$	$1.1556329893E-008$
16	$1.2310562562E-001$	$5.9885429948E-013$

(2). 弦截法:

取初值 $x_0 = 0, x_1 = 0.5$ 时:

表 3: 弦截法迭代结果 1

迭代步数 k	x_k	$f(x_k)$
0	$0.0000000000E+000$	$1.0000000000E+000$
1	$5.0000000000E-001$	$1.1375000000E+001$
2	$-4.8192771084E-002$	$1.9100839450E+000$
3	$-1.5882177241E-001$	$4.9849583298E+000$
4	$2.0528956326E-002$	$6.9745241532E-001$
5	$4.9704099508E-002$	$3.5839401507E-001$
6	$8.0543024888E-002$	$1.1965360731E-001$
7	$9.5999095782E-002$	$4.7582804260E-002$
8	$1.0620354980E-001$	$1.7777847602E-002$
9	$1.1229022963E-001$	$6.8102183582E-003$
10	$1.1606968076E-001$	$2.5795784215E-003$
11	$1.1837415259E-001$	$9.7415265691E-004$
12	$1.1977247782E-001$	$3.6072356011E-004$
13	$1.2059475518E-001$	$1.2741741436E-004$
14	$1.2104383231E-001$	$3.9878767168E-005$
15	$1.2124841215E-001$	$9.3453570276E-006$
16	$1.2131102788E-001$	$1.1695181286E-006$
17	$1.2131998479E-001$	$4.4816937383E-008$
18	$1.2132034170E-001$	$2.3240176450E-010$

取初值 $x_0 = 0.1, x_1 = 1.5$ 时：

表 4: 弦截法迭代结果 2

迭代步数 k	x_k	$f(x_k)$
0	$1.0000000000E-001$	$3.4200000000E-002$
1	$1.5000000000E+000$	$2.0537500000E+002$
2	$9.9766826661E-002$	$3.4920022729E-002$
3	$9.9528703766E-002$	$3.5662994682E-002$
4	$1.1095871197E-001$	$8.7722830757E-003$
5	$1.1468740718E-001$	$3.8969392942E-003$
6	$1.1766781216E-001$	$1.3876451955E-003$
7	$1.1931598272E-001$	$5.3099453171E-004$
8	$1.2033760050E-001$	$1.9023231922E-004$
9	$1.2090792407E-001$	$6.3397280115E-005$
10	$1.2119299484E-001$	$1.7038550552E-005$
11	$1.2129776891E-001$	$2.8550135170E-006$
12	$1.2131885895E-001$	$1.8556909953E-007$
13	$1.2132032505E-001$	$2.3119210990E-009$
14	$1.2132034354E-001$	$1.9196866319E-012$

2 算法分析：

使用 C 语言编写程序，分别实现了对于多项式方程的 Newton 迭代法和弦截法通用求解。

对于牛顿迭代，使用公式为:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

对于弦截法，使用公式:

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k)\frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

经过多次迭代之后，直到误差小于 ϵ 为止，即 $|f(x_k)| < 1e-9$

3 结果分析：

四种求解方式的最终结果如下表：

表 5: 迭代计算结果

迭代方法	初值	迭代次数 k	x_k	$f(x_k)$
Newton	0	10	$1.2132034327E-001$	$3.5900726836E-011$
Newton	3	16	$1.2310562562E-001$	$5.9885429948E-013$
弦截法	0,0.5	18	$1.2132034170E-001$	$2.3240176450E-010$
弦截法	0.1,1.5	14	$1.2132034354E-001$	$1.9196866319E-012$

所以根据迭代计算结果可得：f(x)=0 有两个根，分别在 0.121 附近和 0.123 附近

4 实验小结：

本次实验由于需要编写通用程序，相较以往的实验在代码编写上复杂度有所提升。使用 Newton 迭代和弦截法迭代时，使用不同的初值迭代到同一个误差范围下的迭代次数是不同的。相对来说 Newton 法迭代次数更少。选择好的初值可以减少迭代次数。