

计算方法 Lab5

王嵘晟 PB1711614

1 实验结果:

对于 $I(f) = \int_0^8 \sin(x)dx$, 分别使用复化梯形公式和复化 Simpson 公式求数值积分, 按照提议要求取 $N = 2^k$, $k = \{1, 2, \dots, 10\}$ 个等距结点运算, 结果如下:

复化梯形:

程序运行结果截图:

```
PS D:\计算方法\labs\lab5> gcc .\Trapezoid.c -o Trapezoid.exe
PS D:\计算方法\labs\lab5> .\Trapezoid.exe
k=0 e0=2.811932952685E+000
k=1 e1=2.193993521794E+000 d1=0.358003
k=2 e2=4.099829205476E-001 d2=2.419924
k=3 e3=9.708816025468E-002 d3=2.078197
k=4 e4=2.396461540682E-002 d4=2.018390
k=5 e5=5.972370007437E-003 d5=2.004530
k=6 e6=1.491925067877E-003 d6=2.001128
k=7 e7=3.729084041566E-004 d7=2.000282
k=8 e8=9.322254870159E-005 d8=2.000070
k=9 e9=2.330535267947E-005 d9=2.000018
k=10 e10=5.826320388591E-006 d10=2.000004
```

整理成表格后, 结果如下:

表 1: 复化梯形公式运行结果

k	误差 e_k	误差阶 d_k
0	$2.811932952685E + 000$	
1	$2.193993521794E + 000$	0.358003
2	$4.099829205476E - 001$	2.419924
3	$9.708816025468E - 002$	2.078197
4	$2.396461540682E - 002$	2.018390
5	$5.972370007437E - 003$	2.004530
6	$1.491925067877E - 003$	2.001128
7	$3.729084041566E - 004$	2.000282
8	$9.322254870159E - 005$	2.000070
9	$2.330535267947E - 005$	2.000018
10	$5.826320388591E - 006$	2.000004

复化 **Simpson** 公式:

程序运行结果截图:

```
PS D:\计算方法\labs\lab5> gcc .\Simpson.c -o Simpson.exe
PS D:\计算方法\labs\lab5> .\Simpson.exe
k=0 e0=1.492788623854E+000
k=1 e1=3.862635679953E+000 d1=-1.371576
k=2 e2=1.846872798678E-001 d2=4.386429
k=3 e3=7.210093176285E-003 d3=4.678923
k=4 e4=4.098995424702E-004 d4=4.136676
k=5 e5=2.504512568891E-005 d5=4.032669
k=6 e6=1.556578642647E-006 d6=4.008079
k=7 e7=9.715041660030E-008 d7=4.002014
k=8 e8=6.069782898521E-009 d8=4.000503
k=9 e9=3.793254599316E-010 d9=4.000137
k=10 e10=2.370836860166E-011 d10=3.999968
```

整理成表格后，结果如下：

表 2: 复化 **Simpson** 公式运行结果

k	误差 e_k	误差阶 d_k
0	$1.492788623854E + 000$	
1	$3.862635679953E + 000$	-1.371576
2	$1.846872798678E - 001$	4.386429
3	$7.210093176285E - 003$	4.678923
4	$4.098995424702E - 004$	4.136676
5	$2.504512568891E - 005$	4.032669
6	$1.556578642647E - 006$	4.008079
7	$9.715041660030E - 008$	4.002014
8	$6.069782898521E - 009$	4.000503
9	$3.793254599316E - 010$	4.000137
10	$2.370836860166E - 011$	3.999968

算法分析：

使用 C 语言编程，分别用复化梯形公式

$$I_n = h\left(\frac{1}{2}f(a) + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + \frac{1}{2}f(b)\right)$$

和复化 Simpson 公式

$$I_n = \frac{h}{3}(f(a) + 4 \sum_{i=0}^{m-1} f(x_{2i+1}) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} f(x_{2i}) + f(b))$$

来计算 $I(f) = \int_0^8 \sin(x)dx$ ，并由此得到计算误差。时间复杂度为 $O(n)$ ，其中 n 为节点数量

结果分析：

通过比较两种方法计算积分得到的误差 e_k 与误差阶 d_k ，可以发现：在节点数相同的情况下，使用复化 Simpson 公式计算积分的误差更小，但误差阶更大。这是因

为随着节点数增加，复化 Simpson 公式计算的误差减小地更快。

实验小结：

本次实验使用 C 语言编写了复化梯形公式和复化 Simpson 公式求积分的程序，通过比较结果的误差，可以发现当取相同数量的节点时，复化 Simpson 公式的误差更小，计算更精确。