HW12

PB17111614
王嵘晟

1、∵ $X^{(0)}=(1,1)^T$ ∴计算 $X^{(k)}=AX^{(k-1)}$ 如下表：

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_1^{(k)}/x_1^{(k-1)}$	$x_2^{(k)}/x_2^{(k-1)}$
0	1	1		
1	3	6	3	6
2	15	18	5	3
3	51	90	3.4	5
4	231	306	4.529412	3.4
5	843	1386	3.649351	4.529412.

∴取 $\lambda_1=4.529412$

$V_1\approx X^{(5)}=(843,1386)^T$

2、使用带原点移动的反幂法计算公式：

$$\begin{cases} Y^{(k)}=X^{(k)}/\|X^{(k)}\|_\infty \\ (A-pI)X^{(k+1)}=Y^{(k)} \end{cases} \quad k=0,1,\cdots$$

可求得特征值从，则离 α 最近的 A 的特征根为 $\lambda=\alpha+\frac{1}{u}$

3、~~$p=1, q=2$~~ 记 $A^{(0)}=A$，令 $p=1, q=2$ $a_{pq}^{(0)}=a_{12}^{(0)}=1$

$\therefore s=\frac{a_{22}^{(0)}-a_{11}^{(0)}}{2a_{12}^{(0)}}=-\frac{3}{2}$ $t^2+2st-1=0$

$\therefore t=\frac{3-\sqrt{13}}{2}$

$\therefore \cos\theta=(1+t^2)^{-\frac{1}{2}}=0.957092$ $\sin\theta=t\cos\theta=-0.289784$

$$\therefore Q_1=Q(p,q,\theta)=\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta & 0\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.957092 & -0.289784 & 0\\ 0.289784 & 0.957092 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$\therefore A^{(1)}=Q_1^T A^{(0)} Q_1=\begin{pmatrix}7.302775 & 0 & 1.914184\\ 0 & 3.697224 & -0.579568\\ 1.914184 & -0.579568 & 3\end{pmatrix}$$