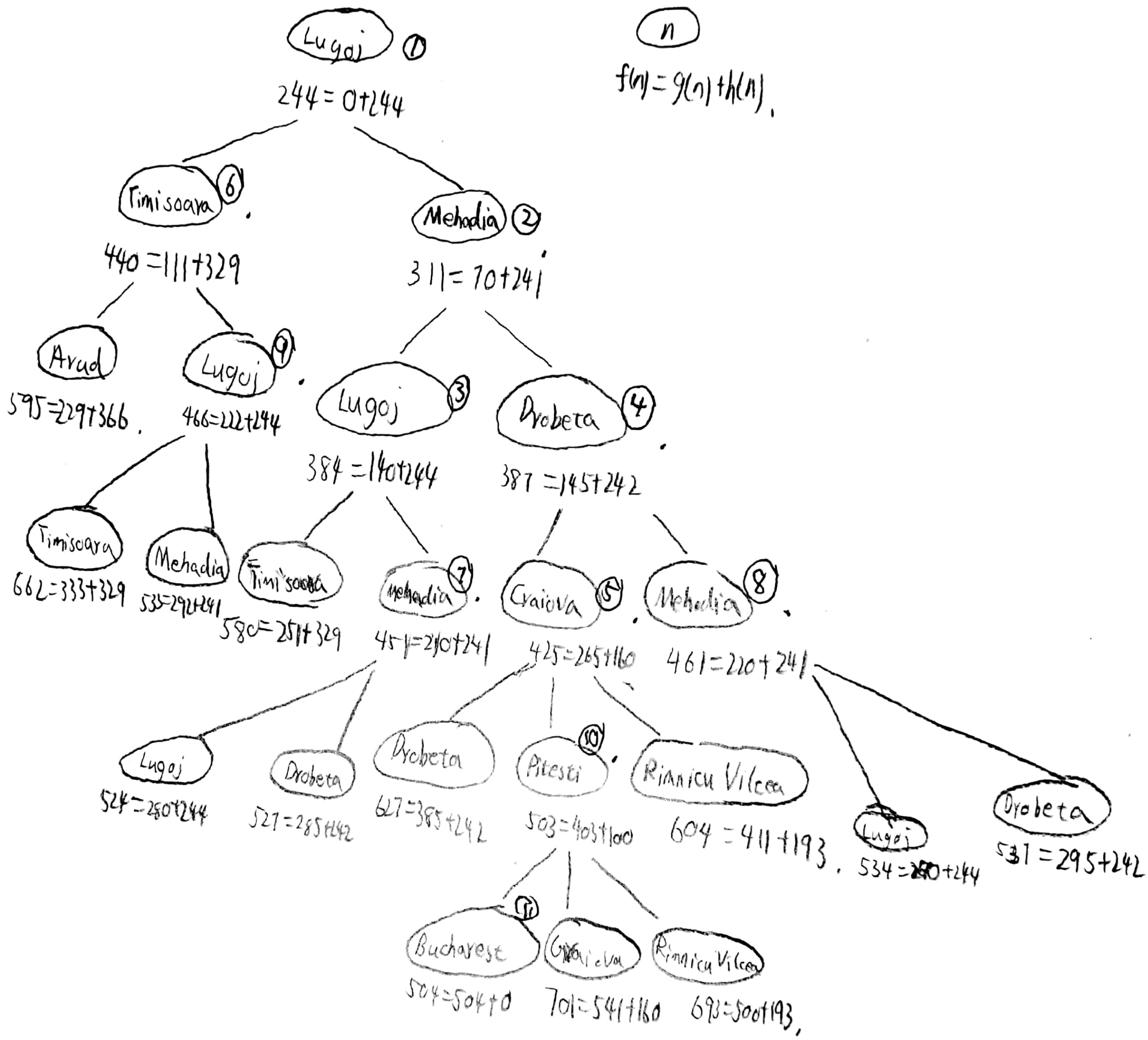
HW2

3.23



3.25

由于启发式路径算法的评估函数f(n)=(2-ω)g(n)+ωh(n)，所以当0≤ω≤2时，该式子都是成立的，因而此时启发式路径算法完备。根据均值不等式，当(2-ω)g(n)=ωh(n)时，f(n)最小。所以ω=$2g(n)\over g(n)+h(n)$即对于不同的n而言，ω的值做相应变化使得算法最优。当ω=0时，f(n)=2g(n)，这时属于代价一致搜索算法。当ω=1时，f(n)=g(n)+h(n)，是A^*算法。当ω=2时，f(n)=2h(n)，是贪心最佳优先搜索算法。

3.28

用$h=h_1+h_2$来作为启发式函数，它在八数码问题中有时会估计过高。当此启发式函数对于最优路径上的结点估计过高时，会导致产生非最优解，即可能是次优解。

考虑在八数码边界上的最优路径上的结点n，由于h被高估的部分不超过c，所以由A^*算法，$f(n)=g(n)+h(n) \le C^* +c$成立，即此时A算法返回的解代价比最优解代价多出的部分不会超过c。

假设次优结点G_2在边界上，假设G_2被高估部分超过c，即$g(G_2) > C^*+ c$，这时对于任意一个结点n来说：

$$f(n)=g(n)+h(n)\ \qquad \qquad \le g(n)+h^{}(n)+c\ \le C^{*}+c\ \lt g(G_{2})$$

显然最优解扩展前不能扩展G_2，因此对于任何一个结点，h被高估的部分不超过c，A*算法返回的解代价比最优解代价多出来的部分也不超过c。

3.29

由数学归纳法：当启发式是一致的时，$h(n)\le c(n,a,n')+h(n')$。令G为目标结点，则$h(G)=0$，$h(n)\le c(n,a,G)+0$成立，这时是可采纳的。假设距离目标结点G为k的结点n_k，满足A*的定义且是可采纳的，则对距离为k+1的结点n_{k+1}：

$$h(n_{k+1})\le c(n_{k+1},a,n_{k})+h(n_{k})$$

由于

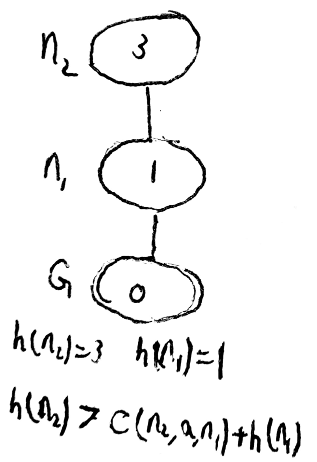
$$h(n_{k}) \le h^{}(n_{k})$$

所以

$$h(n_{k+1}) \le h^{}(n_{k+1})$$

对于距离目标结点G为k+1的结点n_{k+1}，满足A*的定义且是可采纳的。所以启发式是一致的则一定可采纳得证。

非一致的可采纳启发式：



6.5

首先选取变量X_3的值，X_3的值域为{0,1}。由于$X_3=F$，$F\neq 0$，所以$X_3=1$。这时对于F，取值只能是F=1。选择变量X_2，对于前向检验，X_2的取值范围{0,1}都可以取到。所以这时候令$X_2=0$，则X_1有最小约束值。选取X_1的值为0，所以由于 $O+O=R+10X_{1}$ 且 $X_{2}+T+T=O+10X_{3}$，说明O必须为偶数，且取值小于等于4，所以令O=4，则R、T都有唯一取值，R=8，T=7。由于$X_{2}+W+W=U+10*X_{3}$，可见U是一个小于9的偶数，由于约束性，U只能取值为6，W=3。这时完成求解密码算术问题。F=1 T=7 U=6 W=3 R=8 O=4 $X_1=0$ $X_2=0$ $X_3=1$。

6.11

当{WA=red,V=blue}时，对于AC3算法中while循环的每次迭代做检验：
Remove SA-WA,删除SA的red;
Remove SA-V,删除SA的blue,所以SA着色green；
Remove NT-WA,删除NT的red;
Remove NT-SA,删除NT的green,所以NT着色blue；
Remove NSW-SA,删除NSW的green；
Remove NSW-V,删除NSW的blue,所以NSW着色red；
Remove Q-NT,删除Q的blue；
Remove Q-SA,删除Q的green；
Remove Q-NSW,删除Q的red,此时Q无法用三种颜色中任意一种着色，说明原赋值不相容。

6.12

在树结构的CSP中，设变量最大值域为d个元素，二元约束即弧数为c等于树的边数，则由于树的性质，AC3算法最坏情况下的时间复杂度为O(dc)。