Artificial Intelligence HW7

王嵘晟　PB1711614

14.12

a.

(ii) (iii) 都可以

b.

(ii) 更好，因为结构更简便，所需要的参数更少

c.

由贝叶斯公式：

$$P(M_1|N) = P(M_1|N, F_1)P(F_1|N) + P(M_1|N, \neg F_1)P(\neg F_1|N)$$

$$P(M_1|N) = P(M_1|N, F_1)P(F_1) + P(M_1|N, \neg F_1)P(\neg F_1)$$

所以经过计算得下表：

M_1\P(M_1|N)\N	1	2	3
0	f+(1-f)e	f	f
1	(1-f)(1-2e)	(1-f)e	0
2	(1-f)e	(1-f)(1-2e)	(1-f)e
3	0	(1-f)e	(1-f)(1-2e)
4	0	0	(1-f)e

14.13

$$P(N|M_1=2,M_2=2)=\alpha\sum_{F_1,F_2}P(N,F_1,F_2,M_1=2,M_2=2)$$

$$=\alpha\sum_{F_1,F_2}P(F_1)P(F_2)P(N)P(M_1=2|F_1,N)P(M_2=2|F_2,N)$$

由于 $N\in 1,2,3$ 所以当望远镜对焦不准确时看不到恒星。所以 $P(F_1)=P(F_2)=1-f$。令 $P(N=1)=p_1,P(N=2)=p_2,P(N=3)=p_3$ 所以由枚举算法：

$$P(N|M_1=2,M_2=2)=\alpha(1-f)(1-f)<p_1,p_2,p_3><e,(1-2e),e><e,(1-2e),e>$$

$$=\alpha(1-f)^2<p_1e^2,p_2(1-2e)^2,p_3e^2>$$

$$=\alpha'<p_1e^2,p_2(1-2e)^2,p_3e^2>$$

14.15

a.

$$P(B,|j,m)=\alpha P(B)\sum_e P(E)\sum_a P(a|B,e)P(j|a)P(m|a)$$

$$=\alpha P(B)\sum_e P(E)(\begin{pmatrix}.95 & .29\\ .94 & .001\end{pmatrix}\times .90\times .70+\begin{pmatrix}.05 & .71\\ .06 & .999\end{pmatrix}\times .05\times .01)$$

$$=\alpha P(B)\sum_e P(E)\begin{pmatrix}0.598525 & 0.183055\\ 0.59223 & 0.0011295\end{pmatrix}$$

$$=\alpha P(B)\times(.002\times\begin{pmatrix}0.598525\\ 0.183055\end{pmatrix}+.998\times\begin{pmatrix}0.59223\\ 0.0011295\end{pmatrix})$$

$$=\alpha\begin{pmatrix}.001\\ .999\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0.59224259\\ 0.001493351\end{pmatrix}$$

$$=\alpha\begin{pmatrix}0.00059224259\\ 0.0014918576\end{pmatrix}$$

$$\approx<0.284,0.716>$$

计算结果与使用枚举法所得结果一致，所以正确。

b.

考虑最终求出具体概率比值，使用了 16 次乘法，7 次加法，2 次除法。枚举算法由于有 j 道 m 的重复路径，所以会多出来 2 次额外的乘法。

c.

使用枚举算法时，会生成两颗结构相似的完全二叉树，X_1 节点的深度为 n-1，所以复杂度为 $O(2^{n-1})$

使用变量消元法时，有：

$$P(X_1|X_n = true) = P(X_1)...\sum_{X_{n-2}} P(X_{n-2}|X_{n-3}) \sum_{X_{n-1}} P(X_{n-1}|X_{n-2})P(X_n = true|X_{n-1})$$

所以每一次消元需要处理的节点只有 X_i 和 X_{i-1}，$1 < i < n$ 所以可以在线性时间内完成。复杂度为 $O(n)$