

云南大学数学与统计学院

上机实践报告

课程名称：数据结构与算法实验	年级：2013	考试成绩：
指导教师：陆正福	姓名：金洋	
上机实践名称：DS&A 期中考试实验	学号：20131910023	
分组成员（学号-姓名）：20131910023-金洋 2013190069-王涵		
组号：4		

一、实验目的

应用所学数据结构与算法的基本知识和技能，完成从基本数据类型到抽象数据类型、复杂数据结构和算法的设计。分组完成实验，题目分配参见题号分配表。

二、实验内容

第 1 题：

- (1) 以整型数 (int) 为基础，设计任意长度整数的大整数运算系统（记为 MyBigInt）。
- (2) 以上述的 MyBigInt 型整数运算系统为基础，设计以 MyBigInt 型整数为系数的多项式运算系统（记为 MyPolyBigInt）。
- (3) 以 MyPolyBigInt 为基础，设计有理分式运算系统(记为 MyRatPolyBigInt)。

要求完成：

- A. ADT 设计；
- B. 选择合适的存储结构；
- C. 关键算法的设计；
- D. 基于 Java interface 的 ADT 表示（上机完成）；
- E. 基于 Java class 的具体实现（上机完成）。

三、实验平台

个人计算机； Oracle/Sun Java 7 SE 或 EE

四、实验记录与实验结果分析

（注意记录实验中遇到的问题。实验报告的评分依据之一是实验记录的细致程度、实验过程的真实性、实验结果的解释和分析。如果涉及实验结果截屏，应选择白底黑字。）

1.以整型数 (int) 为基础，设计任意长度整数的大整数运算系统（记为 MyBigInt）。

本题要求设计任意长度的整数运算系统，对于 java 中的 int，取值为-2147483638~2147483637，长度 10 位；对于 long，取值为-9223372036854775808~9223372036854775807，长度 19 位；倘若需要计算的数的长度超过 19 位，想要得到精确值，java 本身存有的基本数据类型不再适合。

因此，我们需要构造一个新的数据结构，使其满足任意长度的整数的存储要求。

为此定义一个 `BigNumStruct` 类。

存储大数有链式和顺序存储方式两种方法。链式可以适应不定长度的大整数，但由于存储空间是离散的，故随机访问效率不高；顺序存储主要是数组方式，也是 `BigNumStruct` 类采用的存储大数的结构，其存储空间是连续的，随机访问率高，同时为了使数组适应不定长度的大整数，`BigNumStruct` 开辟的数组长度并不是固定的，而是根据输入的参与运算的参数的长度，再开辟相应长度的数组来存储大数。

`BigNumStruct` 包括如下属性：

`protected static final int STEP=9,MAX_INT=1000000000;` //STEP 为每个数组单元中能存的最大位数，`MAX_INT` 为每个数组单元中能存的最大数

`protected StringBuffer strBI;` //字符串型大整数，含符号；由于要处理符号和开头的 0 所以设为可变字符串型

`protected byte sign;` //大整数的正负性，正数和零时 `sign=' '`；负数时，`sign='-'`；

`protected int size;` //无符号大整数的长度

`protected int arrayLen;` //记录实际数组长度，因为用 `Arrays.length` 得到的可能会比实际存储了数的数组长度多一位，所以必须再设一个变量 `arrayLen`；

`protected int[] array;` //存储大整数，以数组形式存储，不含符号位

`BigNumStruct` 类含 3 中构造方法，一种为无参构造方法；一种是参数为输入的字符串的构造方法，用于参与运算的参数的存储构造；一种是参数为大整数长度的构造方法，用于为结果开辟存储空间；

`BigNumStruct` 该类将一个大整数的分段存储在一个 `int` 型数组中，为了充分利用空间，采用了 1,000,000,000 进制，即每九位为一个单元。按照笔算的习惯，我们将大数按照从低位到高位依次存储在数组中；

有了 `BigNumStruct` 结构来存储大数，就可以来实现 `MyBigInt`，其主要要实现的功能为加减乘数四个运算，各运算基本思路如下：

(1) 加法 add:

加法可分为，符号相同的两数、符号不同的两数的加法：

符号相同的两数，长度相同部分相加，另一数的剩余长度直接放到结果中；

符号不同的两数加法，亦可以说是减法；由于不知道哪个加数大，做完减法可能会出现高位是负数的问题；为了减少对可能结果的分类讨论，我们先将两个加数的无符号位进行比较，大的作为被减数，小的作为减数，这样做完减法不会出现高位为负数的问题；而结果的符号和被减数的符号一致；

(2) 减法 minus:

减法只需将减数的符号乘-1，再调用加法即可

(3) 乘法 multiply:

同笔算乘法，`bigInt2` 从低位开始遍乘 `bigInt1` 的每一位，`bigInt1[i]` 与 `bigInt2[j]` 的结果累加在 `ansBigInt[i+j]` 中；

(4) 除法 devide:

除法比较复杂，一种思路是被除数连续减除数，差作为新的被除数，直到被减数<减数；但当两数的长度相差很大时，其时间效率很低；

另一个思路先估商，采用二分法试商，下界为 1，上界为被除数，每次求出上下界平均数 mid:

mid*除数>被除数：上界=mid-1;

mid*除数<被除数：下界=mid+1;

mid*除数=被除数：商=mid，余数=0;

(5) 带小数的除法:

带小数的除法，商分为整数位和小数点位，在调用完 divide 后，商和余数均已求出，整数位即为商；

对于小数位，只需将余数的末尾补 0 至与除数一样长度，保留 k 位小数，则继续在末尾添 k 个 0，将添完 0 后的余数作为新的被除数，除数不变，再调用 divide，结果的商即为小数位；（考虑到本实验要求设计整数运算系统，本实验报告并未将带小数的除法基于 Java class 的具体实现代码附上）

基于 Java interface 的 ADT 表示和 基于 Java class 的具体实现如下:

IMyBigInt.java

```
package Midterm;
public interface IMyBigInt {

    //比较两个无符号大整数的大小
    public byte compare(BigNumStruct bigInt1,BigNumStruct bigInt2);

    //加法计算
    public BigNumStruct add(BigNumStruct bigInt1,BigNumStruct bigInt2);

    //减法计算
    public BigNumStruct minus(BigNumStruct bigInt1,BigNumStruct bigInt2);

    //乘法计算
    public BigNumStruct multiply(BigNumStruct bigInt1,BigNumStruct bigInt2);

    //除法计算，产生商和余数
    public void divide(BigNumStruct bigInt1,BigNumStruct bigInt2)
        throws ArithmeticException;

    //求两数中值
    public BigNumStruct half(BigNumStruct a,BigNumStruct b);

    //求出大数的数组的实际长度
    public void changArrayLen(BigNumStruct ans);

    //将结果转化为字符串
    public String getAns(BigNumStruct ansBigInt);

    //调用除法过后，再用 getQuoBigInt()可得到商;
    public BigNumStruct getQuoBigInt();
```

```

        //调用除法过后，再用 getRemBigInt()可得到余数；
        public BigNumStruct getRemBigInt();
    }

```

BigNumStruct.java

```

package Midterm;
import java.util.Arrays;
/*
 * Java 中，int 范围为-2147483648~2147483648，为了充分利用空间，本算法采用 1,000,000,000 进制；输入的运算参数的存储使用 int 型数组；
 */
public class BigNumStruct implements Cloneable{
    protected static final int STEP=9,MAX_INT=1000000000; //STEP 为每个数组单元中能存的最大位数，MAX_INT 为每个数组单元中能存的最大数
    protected StringBuffer strBI; //字符串型大整数，含符号；由于要处理符号和开头的 0 所以设为可变字符串型
    protected byte sign; //大整数的正负性，正数和零时 sign='+';负数时，sign='-';
    protected int size; //无符号大整数的长度
    protected int arrayLen; //记录实际数组长度，因为用 Arrays.length 得到的可能会比实际存储了数的数组长度多一位，所以必须再设一个变量 arrayLen;
    protected int[] array; //存储大整数，以数组形式存储，不含符号位

    //无参构造方法，不在此处对开辟指定长度的数组
    public BigNumStruct(){
        strBI=new StringBuffer();
        sign=1;
        size=1;
        arrayLen=1;
        //cloneFlag=0;
    }

    //有参构造方法，输入时为字符串，根据字符串来构造
    public BigNumStruct(StringBuffer s){
        strBI=s;
        if (strBI.indexOf("-")==0){
            sign=-1;
            strBI.replace(0,1,""); //将负号拿掉，使得字符串变为无符号整数
        }
        else sign=1;
        //清除开头的无效 0
        while ((strBI.indexOf("0")==0)&&(strBI.length()>1) )
            strBI.replace(0,1,"");

        size=strBI.length();

        //根据输入的大整数长度，开辟指定长度的数组
        array=new int[(size-1)/STEP+1]; //例如数字 9876543210，需用两个 int 单

```

元；故开辟的长度为 $(size-1)/STEP+1$

```

        //stringToArray
        int i=0,l,r;//i 指向数组;
        r=size;
        l=r-STEP>0?r-STEP:0;
        while (r>0){
            //substring()取出下标为  $l \leq index < r$  之间的子串; parseInt()使得数字字
            符串转为 int 型
            array[i]=Integer.parseInt(strBI.substring(l,r));
            r=r-STEP;
            l=r-STEP>0?r-STEP:0;
            i++;
        }

        //记录数组长度
        arrayLen=i;
    }

    //有参构造方法, 开辟指定长度的数组, 一般为存储结果来开辟
    public BigNumStruct(int length){
        strBI=new StringBuffer("");
        array=new int[length];
        arrayLen=length;
        sign=1;
        size=1;
        Arrays.fill(array, 0);
        //cloneFlag=0;
    }

    public StringBuffer getStrBI(){
        return strBI;
    }
    public byte getSign(){
        return sign;
    }
    public int size(){
        return size;
    }
    public int getArrayLen(){
        return arrayLen;
    }
    public int getArray(int i){
        return array[i];
    }
    public int[] getArray(){
        return array;
    }

    public void appendStrBI(int newInt){
        strBI.append(newInt);
    }

```

```

}
public void setSign(byte newSign){
    sign=newSign;
}
public void setSize(int newSize){
    size=newSize;
}
public void setArrayLen(int newLen){
    arrayLen=newLen;
}
public void setArray(int i,int newEle){
    array[i]=newEle;
}
/*public void setCloneFlag(byte newCF){
    cloneFlag=newCF;
}*/

```

//用来比较 StringBuffer 与 String 是否相等（如判断输入的是否为 0），因为 StringBuffer 类未重写 equals()方法，比较的是地址是否相等；故此处重写 StringBuffer 类的 equals()方法

```

public boolean equals(String s2){
    String s1=new String(strBI);
    return s1.equals(s2);
}

```

//大数运算结果存储在数组中，arrayToString()可以将数组中的数提取出来转化为字符串

```

public String arrayToString(){
    strBI.replace(0,size,"");
    if (getSign()=='-') strBI.append('-');
    int i=arrayLen-1;
    strBI.append(array[i]); //首位数直接复制到字符串

    i--;
    //十亿进制，不足位需要补零；
    for (;i>=0;i--){
        if (getArray(i)<100000000) strBI.append(0);
        if (getArray(i)<10000000) strBI.append(0);
        if (getArray(i)<1000000) strBI.append(0);
        if (getArray(i)<100000) strBI.append(0);
        if (getArray(i)<10000) strBI.append(0);
        if (getArray(i)<1000) strBI.append(0);
        if (getArray(i)<100) strBI.append(0);
        if (getArray(i)<10) strBI.append(0);
        appendStrBI(getArray(i));
    }
    size=strBI.length();
    return strBI.toString();
}

//克隆，为了不改变原数
public BigNumStruct clone(){

```

```

        BigNumStruct bI = null;
        try {
            bI=(BigNumStruct)super.clone();
        }
        catch (CloneNotSupportedException e) {
            e.printStackTrace();
        }

        return bI;
    }
}

```

MyBigInt 的实现:

MyBigInt.java

```

package Midterm;
public class MyBigInt implements IMyBigInt {
    protected static final int MAX_INT=1000000000;//MAX_INT 为每个数组单元中能存
    的最大数
    protected BigNumStruct bigInt1, bigInt2;//为两个参数
    protected BigNumStruct quoBigInt, remBigInt;//由于除法有两个返回值：商，余数，
    故除法方法不能为函数方法，将两个结果设为全局变量

    public MyBigInt(){}/**/

    //有些大数计算只有一个参数，如阶乘
    public MyBigInt(StringBuffer para1){
        bigInt1=new BigNumStruct(para1);
    }

    //大数计算的构造方法，二元参数，如加减乘除
    public MyBigInt(StringBuffer para1,StringBuffer para2){
        bigInt1=new BigNumStruct(para1);
        bigInt2=new BigNumStruct(para2);
    }

    public BigNumStruct getBigInt1(){
        return bigInt1;
    }
    public BigNumStruct getBigInt2(){
        return bigInt2;
    }
    public BigNumStruct getQuoBigInt(){
        return quoBigInt;
    }
}

```

```

    }
    public BigNumStruct getRemBigInt(){
        return remBigInt;
    }

    //比较两个无符号大整数的大小
    //bigInt1>bigInt2 返回 1; bigInt1<bigInt2 返回-1; bigInt1=bigInt2 返回 0;
    public byte compare(BigNumStruct bigInt1,BigNumStruct bigInt2){
        if (bigInt1.getArrayLen()>bigInt2.getArrayLen()) return 1;
        if (bigInt1.getArrayLen()<bigInt2.getArrayLen()) return -1;
        for (int i=bigInt1.getArrayLen()-1; i>=0; i--){
            if (bigInt1.getArray(i)>bigInt2.getArray(i)) return 1;
            if (bigInt1.getArray(i)<bigInt2.getArray(i)) return -1;
        }
        return 0;
    }

    //加法分为符号相同的加法：符号不同的加法
    public BigNumStruct add(BigNumStruct bigInt1,BigNumStruct bigInt2) {
        BigNumStruct ansBigInt=new BigNumStruct();

        //如果 bigInt1<bigInt2,则交换(引用的交换，时间复杂度仅为 O(1)),
        //保证无符号位 bigInt1>bigInt2,可以减少代码的书写量，作用在后面会介绍
        Byte ansCompare;
        ansCompare=compare(bigInt1,bigInt2);
        if (ansCompare<0) {BigNumStruct bigIntTemp =
bigInt1;bigInt1=bigInt2;bigInt2=bigIntTemp;}

        //如果其中一数为 0，则结果等于另一数，返回
        if (bigInt2.equals("0")){
            ansBigInt=bigInt1.clone();
            //ansBigInt.setCloneFlag((byte)(1));
            return ansBigInt;
        }

        //符号相同的加法,如 a+b, (-a)+(-b), (a≥0, b≥0)；两数的相同长度进行相
        加，较大数的剩余长度直接放入结果里
        if (bigInt1.getSign()==bigInt2.getSign()){

            //存储结果的数据结构
            ansBigInt=new BigNumStruct(bigInt1.getArrayLen()+1);
            ansBigInt.setSign(bigInt1.getSign());

            //由于已经保证了无符号位 bigInt1>bigInt2；先进行长度较短的 bigInt2
            一段长度的相加
            int carry=0,tempSum=0,i;//carry 记录进位，tempSum 为每一个数组单元
            的临时和，i 为指向数组的下标
            for(i=0;i<bigInt2.getArrayLen();i++){
                tempSum=bigInt1.getArray(i)+bigInt2.getArray(i)+carry;
                ansBigInt.setArray(i,tempSum % MAX_INT);
            }
        }
    }

```



```

        carry=tempSum /MAX_INT;
    }
    //处理 bigInt1 剩余长度的计算
    for (;i<bigInt1.getArrayLen();i++){
        tempSum=bigInt1.getArray(i)+carry;
        ansBigInt.setArray(i,tempSum % MAX_INT);
        carry=tempSum /MAX_INT;
    }
    if (carry!=0){
        ansBigInt.setArray(i,carry);
        i++;
    }
    //记录实际数组长度
    ansBigInt.setArrayLen(i);
    return ansBigInt;
}

```

//符号不同的加法,如 $a+(-b)$, $(-a)+b$, ($a>0$, $b>0$)

else{

//符号不同的两数的加法,亦可以说是减法;

//由于不知道哪个加数大,做完减法可能会出现高位是负数的问题;为了减少对可能结果的分类讨论,我们已经将两个加数的无符号位进行比较,大的作为被减数,小的作为减数,这样做完减法不会出现高位为负数的问题;

//两者相等,则结果为 0,直接返回

```

    if (ansCompare==0){
        ansBigInt=new BigIntStruct(1);
        return ansBigInt;
    }

```

//存储结果的数据结构

```

    ansBigInt=new BigIntStruct(bigInt1.getArrayLen());
    ansBigInt.setSign(bigInt1.getSign());//结果的符号一定与被减数的

```

符号相同

//先进行 bigInt2 一段长度的相减

int borrow=0,tempResult=0,i;//borrow 记录借位, tempResult 为每一个数组单元的临时差, i 为指向数组的下标

```

    for(i=0;i<bigInt2.getArrayLen();i++){
        tempResult=bigInt1.getArray(i)-bigInt2.getArray(i)-
        borrow;

```

```

        if (tempResult<0) {
            borrow=1;//借位
            tempResult+=MAX_INT;
        }

```

```

        else borrow=0;
        ansBigInt.setArray(i, tempResult);
    }

```

//处理 bigInt1 剩余长度的计算

```

        for (;i<bigInt1.getArrayLen();i++){
            tempResult=bigInt1.getArray(i)-borrow;
            if (tempResult<0) {
                borrow=1;//借位
                tempResult+=MAX_INT;
            }
            else borrow=0;
            ansBigInt.setArray(i, tempResult);
        }

        this.changArrayLen(ansBigInt);
        return ansBigInt;
    }
}

```

//减法，只需改动减数的符号，再按照加法进行

```

public BigNumStruct minus(BigNumStruct bigInt1,BigNumStruct bigInt2){

    bigInt2.setSign((byte) -bigInt2.getSign());
    return(this.add(bigInt1,bigInt2));
}

```

//乘法，如同笔算乘法；

//两重循环，bigInt1[i]与 bigInt2[j]的结果累加在 ansBigInt[i+j]中

```

public BigNumStruct multiply(BigNumStruct bigInt1,BigNumStruct bigInt2){
    BigNumStruct ansBigInt=new BigNumStruct();

```

```

        ansBigInt=new
BigNumStruct(bigInt1.getArrayLen()+bigInt2.getArrayLen()); //积的长度最大为两个因数的
        长度和

```

//有一个为 0，则结果为 0

```

if (bigInt1.equals("0")){
    ansBigInt=bigInt1.clone();
    //ansBigInt.setCloneFlag((byte)(1));
    return ansBigInt;
}
else if (bigInt2.equals("0")){
    ansBigInt=bigInt2.clone();
    //ansBigInt.setCloneFlag((byte)(1));
    return ansBigInt;
}

```

```

        ansBigInt.setSign((byte) (bigInt1.getSign()*bigInt2.getSign())); //结
        果的符号；两个 byte 型相乘结果为 int，需强制转换

```

//两数相乘+进位+已有积，这个结果是否需要 long 型临时变量？考虑极端情况：两数相乘+进位+已有积= $(10^9-1)*(10^9-1)+(10^9-1)+(10^9-1)=10^{18}-1 > \text{Integer.MAX_VALUE}$ ， \therefore 需要

```

        long carry=0,tempResult=0;
        int i,j;//i,j 为两个因数的数组的下标
        for (i=0;i<bigInt1.getArrayLen();i++){

```

```

        carry=0;
        for (j=0;j<bigInt2.getArrayLen();j++){

            tempResult=(long)(bigInt1.getArray(i))*(long)(bigInt2.getArray(j))+carry+(
long)(ansBigInt.getArray(i+j));//两数相乘+进位+已有积,必须强制转换
            carry=tempResult /MAX_INT;
            ansBigInt.setArray(i+j,(int) (tempResult % MAX_INT));

        }
        if (carry!=0)
            ansBigInt.setArray(i+j,(int) (carry));
    }

    this.changArrayLen(ansBigInt);
    return ansBigInt;
}

//除法
public void devide(BigNumStruct bigInt1,BigNumStruct bigInt2) throws
ArithmeticException{

    if (bigInt2.equals("0")) throw new ArithmeticException("除数为 0, 请严
谨一点好吗? ");
    StringBuffer ze=new StringBuffer("0");
    BigNumStruct zero=new BigNumStruct(ze);//BigNumStruct 的零;

    //被除数为 0, 则商为 0, 余数等于除数
    if (bigInt1.equals("0")){

        quoBigInt=zero.clone();
        remBigInt=bigInt2.clone();
        //remBigInt.setCloneFlag((byte)(1));
        return;
    }

    //除数为±1, 商等于被除数, 余数为 0;
    if (bigInt2.equals("1")){

        quoBigInt=bigInt1.clone();
        quoBigInt.setSign((byte)
(bigInt1.getSign()*bigInt2.getSign()));
        remBigInt=zero.clone();
        return;
    }

    quoBigInt=new BigNumStruct(bigInt1.getArrayLen()-
bigInt2.getArrayLen()+1);//商的长度
    quoBigInt.setSign((byte) (bigInt1.getSign()*bigInt2.getSign()));//两
数同号, 商为正, 否则为负
    remBigInt=new BigNumStruct(bigInt2.getArrayLen());//余数的长度总≤除数

```

```

remBigInt.setSign((byte) (bigInt1.getSign())); //余数的符号和被除数相同

//二分法找出商
//由于余数和商的符号已经确定，剩下的除法为无符号运算
bigInt1.setSign((byte) 1);
bigInt2.setSign((byte) 1);

StringBuffer oneS=new StringBuffer("1");
BigNumStruct one=new BigNumStruct(oneS);
BigNumStruct low=one.clone();//下界为1
BigNumStruct high=bigInt1.clone();//上界为被除数
BigNumStruct mid=new BigNumStruct();
BigNumStruct tempBigInt1=new BigNumStruct(bigInt1.getArrayLen());//
用于与被除数比较

do{
    mid=half(low,high).clone();//mid 为此时求出的商
    tempBigInt1=multiply(mid,bigInt2).clone();

    int ansCompare=compare(tempBigInt1,bigInt1);
    if (ansCompare==0){
        quoBigInt.array=mid.getArray().clone();//**/

        remBigInt=zero.clone();
        return;
    }
    else if (ansCompare<0)
        low=this.add(mid,one.clone());//由于参数传递的是地址，后期
        减法操作会改变 one（单位 1 的大数形式）的符号值，为了使 one 不变，使用 clone()方法;
    else
        high=this.minus(mid,one.clone());
}while (compare(low,high)<=0);

tempBigInt1=multiply(mid,bigInt2);//mid 为经过二分法，此时最接近商的数
//试得商正合适
if (compare(tempBigInt1,bigInt1)<=0){
    quoBigInt=mid.clone();
    remBigInt=minus(bigInt1,tempBigInt1.clone());
}
//试得的商过大，需减一
else{
    quoBigInt=minus(mid,one.clone());
    remBigInt=minus(bigInt1,minus(tempBigInt1,bigInt2.clone()));//
    ‘过大的临时被除数’-除数=真实商*除数，
}

this.changArrayLen(quoBigInt);
this.changArrayLen(remBigInt);
}

//求中值

```

```

public BigNumStruct half(BigNumStruct a,BigNumStruct b){
    BigNumStruct temp=add(a,b);
    int i=temp.getArrayLen()-1,t=0;
    for (;i>0;i--){
        t=temp.getArray(i);
        temp.setArray(i, t/2);
        if (t%2==1) temp.setArray(i-1, temp.getArray(i-1)+MAX_INT);
    }
    temp.setArray(0,temp.getArray(0)/2);

    //实际长度
    this.changArrayLen(temp);
    return temp;
}

//求出大数的数组的实际长度
public void changArrayLen(BigNumStruct ans){
    int i;
    i=ans.getArrayLen()-1;
    while(ans.getArray(i)==0 && i>0) i--;
    ans.setArrayLen(i+1);
}

//将结果转化为字符串
public String getAns(BigNumStruct ansBigInt){
    return ansBigInt.arrayToString();
}
}

```

测试 MyBigInt:

TestMyBigInt.java

```

package Midterm;
import java.io.*;

public class TestMyBigInt {

    public static void main(String[] args) throws IOException {

        String ope=new String();
        StringBuffer para1;
        StringBuffer para2;
        int operator;

        do{
            MyBigInt BI;/**/

```

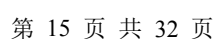
```

System.out.println("1.加法    2.减法3.乘法4.除法");
System.out.println("请选择要进行的运算: ");
BufferedReader input=new BufferedReader(new
InputStreamReader(System.in));

ope=input.readLine();
operator=Integer.parseInt(ope);

switch (operator){
    case 1:
        System.out.println("请输入加数: ");
        ope=input.readLine();
        para1 = new StringBuffer(ope);
        System.out.println("请输入加数: ");
        ope=input.readLine();
        para2 = new StringBuffer(ope);
        BI=new MyBigInt(para1,para2);
        System.out.println("
和:"+BI.getAns(BI.add(BI.getBigInt1(),BI.getBigInt2())));
        break;
    case 2:
        System.out.println("请输入被减数: ");
        ope=input.readLine();
        para1 = new StringBuffer(ope);
        System.out.println("请输入减数: ");
        ope=input.readLine();
        para2 = new StringBuffer(ope);
        BI=new MyBigInt(para1,para2);
        System.out.println("
差:"+BI.getAns(BI.minus(BI.getBigInt1(),BI.getBigInt2())));
        break;
    case 3:
        System.out.println("请输入因数: ");
        ope=input.readLine();
        para1 = new StringBuffer(ope);
        System.out.println("请输入因数: ");
        ope=input.readLine();
        para2 = new StringBuffer(ope);
        BI=new MyBigInt(para1,para2);
        System.out.println("
积:"+BI.getAns(BI.multiply(BI.getBigInt1(),BI.getBigInt2())));
        break;
    case 4:
        System.out.println("请输入被除数: ");
        ope=input.readLine();
        para1 = new StringBuffer(ope);
        System.out.println("请输入除数: ");
        ope=input.readLine();
        para2 = new StringBuffer(ope);
        BI=new MyBigInt(para1,para2);

```



[illegible][illegible]

[illegible]

(2) 以上述的 MyBigInt 型整数运算系统为基础, 设计以 MyBigInt 型整数为系数的多项式运算系统 (记为 MyPolyBigInt)

本题要求设计多项式运算系统（按一元多项式考虑），且多项式的系数为 `MyBigInt` 型整数，多项式的项数未知，且用户输入的多项式每一项无序，故对本题采用单链表数据结构（`PolySLink` 类），且其含有头节点 `head`。

一元多项式每一项分为指数、系数、x，故在定义单链表的节点类型时，新建一个 PolyNode 类，存储了系数域和指数域。

单链表中的节点按照指数递减排列。构造单链表时，用户每输入一项，将该新节点 v 插入（该方法 $\text{insert}(v)$ ）到单链表中。插入的时候从 head 节点开始，遇到指数相同的，则将该新节点与已有的节点系数相加即可（相当于合并同类项）；若没有指数相同的，则作为新节点链接到相应位置，并保证单链表按指数从高到低排列：

有了合适的数据结构 (PolyNode、PolySLink)，用户输入的两个多项式，构造完后成为两个单链表——PolySLink fx, PolySLink gx;

对于 `MyPolyBigInt`, 我们实现了多项式的加减乘功能 (设结果为 `ansSLink`):

(1) 加法 addPoly:

先将 `ansSLink` 赋值为 `fx`，用一工作指针 `PolyNode gxCurrent` 分别指向 `gx` 的每一项，只需将 `gxCurrent` insert 到 `ansSLink` 中即可，如同在一开始接受用户的输入后构造多项式的每一项一样：

(2) 減法 minusPoly:

只需将 `gx` 每一项系数符号*-1, 调用 `addPoly` 即可;

(3) 乘法:

将 gx 与 fx 的每一项相乘, 得出的结果 `insert` 入 `ansSLink` 即可;

基于 Java `interface` 的 ADT 表示和 基于 Java `class` 的具体实现如下:

IMyPolyBigInt.java

```
package Midterm;
```

```
public interface IMyPolyBigInt {
    //返回结果
    public PolySLink getAnsSLink();

    //多项式加法
    public void addPoly(PolySLink fx, PolySLink gx);

    //多项式减法
    public void minusPoly(PolySLink fx, PolySLink gx);

    //多项式乘法
    public void multiplyPoly(PolySLink fx, PolySLink gx);
}
```

PolyNode.Java

//节点类

```
package Midterm;
public class PolyNode {
    protected BigNumStruct coe; //系数
    protected long exp; //指数
    PolyNode next;
    public PolyNode(StringBuffer s, long newExp){

        coe=new BigNumStruct(s);
        exp=newExp;
        next=null;
    }
    public PolyNode(){
        coe=null;
        exp=0;
        next=null;
    }
    public BigNumStruct getCoe() {
        return coe;
    }
    public long getExp() {
```

```

        return exp;
    }
    public PolyNode getNext() {
        return next;
    }

    public void setCoe(BigNumStruct newCoe){
        coe=newCoe;
    }

    public void setExp(long newExp){
        exp=newExp;
    }
    public void setNext(PolyNode newNext)
    {
        next=newNext;
    }

    //改变符号
    public void opposeSign(){
        coe.setSign((byte) (-1*coe.getSign()));
    }
}

```

IPolySLink.java

```

package Midterm;
//多项式链表结构
public interface IPolySLink {
    //链表是否为空
    public boolean isEmpty();

    public PolyNode getHead();

    public long getSize();

    //在 prePolyNode 后增加节点 newPolyNode
    public void addAfter(PolyNode prePolyNode, PolyNode newPolyNode);

    //将一个新节点 newPolyNode 插入到单链表中,按照指数从高到低排列
    public void insert(PolyNode newPolyNode);

    //将链表转化为多项式形式的字符串
    public String toString();
}

```

PolySLink.java

```

package Midterm;
public class PolySLink extends MyBigInt implements IPolySLink {

```

```

protected PolyNode head;//头节点
protected long size;//链表长度

public PolySLink(){
    head=new PolyNode();
    size=0;
}
//链表是否为空
public boolean isEmpty(){
    return size==0;
}

public PolyNode getHead(){
    return head;
}

public long getSize(){
    return size;
}

//在 prePolyNode 后增加节点 newPolyNode
public void addAfter(PolyNode prePolyNode,PolyNode newPolyNode){
    newPolyNode.setNext(prePolyNode.getNext());
    prePolyNode.setNext(newPolyNode);
    size++;
}

//将一个新节点 newPolyNode 插入到单链表中,按照指数从高到低排列
public void insert(PolyNode newPolyNode){
    PolyNode p,r;
    r=head;//r 为 p 的前驱节点
    p=head.getNext();//p 指向为当前节点
    long e=newPolyNode.getExp();
    while ((p!=null)&&(p.getExp()>=e)){
        r=p;
        p=p.getNext();
    }

    //系数相等,则指数相加,不产生新节点
    if ((e==r.getExp())&&(r!=head))
        r.setCoe(add(r.getCoe(),newPolyNode.getCoe().clone()));
    //否则插到 r 之后
    else {
        addAfter(r,newPolyNode);
    }
}

public String toString()
{
    String s=new String();
    PolyNode p=head.getNext();

```

```

while (p!=null){
    //系数不为0 需要输出
    if (!p.getCoe().equals("0")){
        //常数项和非常数项分别操作
        //非常数项
        if (p.getExp()!=0){
            //先输符号
            if (p.getCoe().getSign()==1) s=s+" ";
            //非常数项的系数 1 不必输出
            if (!p.getCoe().equals("1"))
s=s+p.getCoe().arrayToString();
            s=s+"x";
            //指数为 1,1 不必输出
            if (p.getExp()!=1) s=s+"^"+p.getExp();

        }
        //常数项
        else{
            if (p.getCoe().getSign()==1) s=s+" ";

            s=s+p.getCoe().arrayToString();
        }
    }
    p=p.getNext();
}
if (s.equals("")) return "0";
//首项+号不输出
if (s.charAt(0)=='+') return s.substring(1,s.length());
else return s;
}
}

```

MyPolyBigInt.java

```

package Midterm;
public class MyPolyBigInt extends MyBigInt implements IMyPolyBigInt{

    protected PolySLink ansSLink;

    public MyPolyBigInt(){
        ansSLink=new PolySLink();
    }

    public PolySLink getAnsSLink(){

```

```

        return ansSLink;
    }

    //多项式加法
    public void addPoly(PolySLink fx, PolySLink gx){
        ansSLink=fx;
        PolyNode gxCurrent=gx.getHead().getNext(); //gxCurrent 为 g(x)中的第一
项

        while (gxCurrent!=null){
            ansSLink.insert(gxCurrent);
            gxCurrent=gxCurrent.getNext();
        }
    }

    //多项式减法
    public void minusPoly(PolySLink fx, PolySLink gx){
        ansSLink=fx;
        PolyNode gxCurrent=gx.getHead().getNext(); //gxCurrent 为 g(x)中的当前
项

        while (gxCurrent!=null){
            gxCurrent.opposeSign(); //改变 g(x)每一项系数的符号
            ansSLink.insert(gxCurrent);
            gxCurrent=gxCurrent.getNext();
        }
    }

    //多项式乘法
    public void multiplyPoly(PolySLink fx, PolySLink gx){
        PolyNode fxCurrent=fx.getHead().getNext(); //fxCurrent 为 f(x)中的当前
项

        PolyNode gxCurrent=gx.getHead().getNext(); //gxCurrent 为 g(x)中的当前
项

        while (fxCurrent!=null){
            gxCurrent=gx.getHead().getNext();
            while (gxCurrent!=null){
                PolyNode tempAnsNode=new PolyNode(); //临时存储 f(x),g(x)的
各项相乘结果

                tempAnsNode.setCoe(multiply(fxCurrent.getCoe(),gxCurrent.getCoe()));

                tempAnsNode.setExp(fxCurrent.getExp()+gxCurrent.getExp());
                ansSLink.insert(tempAnsNode);
                gxCurrent=gxCurrent.getNext();
            }
            fxCurrent=fxCurrent.getNext();
        }
    }
}

```

测试的主函数如下：

TestMyPolyBigInt.java

```
package Midterm;
import java.io.BufferedReader;
import java.io.*;
public class TestMyPolyBigInt {

    public static void main(String[] args) throws IOException {
        String ope=new String();
        long n;//n 为项数
        long exp;//exp 代表输入的指数
        long i;
        int operator;//进行的运算类型
        PolySLink fx;
        PolySLink gx;
        MyPolyBigInt MPBI;

        BufferedReader input=new BufferedReader(new
InputStreamReader(System.in));
        do{
            //构造 f(x);
            System.out.println("请输入一元多项式 f(x)的项数: ");
            fx=new PolySLink();
            ope=input.readLine();
            n=Integer.parseInt(ope);
            for (i=0;i<n;i++){
                System.out.println("系数: ");
                ope=input.readLine();
                StringBuffer coe = new StringBuffer(ope);
                System.out.println("指数: ");
                ope=input.readLine();
                exp=Integer.parseInt(ope);
                PolyNode newPN=new PolyNode(coe,exp);//构造输入的这一节点
                fx.insert(newPN);//将新输入的项插入到 fx 单链表中
            }
            System.out.println("f(x)="+fx.toString());

            //构造 g(x);
            System.out.println("请输入一元多项式 g(x)的项数: ");
            gx=new PolySLink();
            ope=input.readLine();
            n=Integer.parseInt(ope);
            for (i=0;i<n;i++){
                System.out.println("系数: ");
                ope=input.readLine();
                StringBuffer coe = new StringBuffer(ope);
                System.out.println("指数: ");
                ope=input.readLine();
                exp=Integer.parseInt(ope);
```

```

newPN
        PolyNode newPN=new PolyNode(coe,exp);//构造输入的这一节点
        gx.insert(newPN);//将新输入的项插入到 fx 单链表中
    }
    System.out.println("g(x)="+gx.toString());

    System.out.println("1.加法    2.减法3.乘法4.除法");
    System.out.println("请选择要进行的一元多项式运算: ");

    ope=input.readLine();
    operator=Integer.parseInt(ope);

    MPBI=new MyPolyBigInt();
    switch (operator){
        case 1:
            MPBI.addPoly(fx,gx);

            System.out.println("f(x)+g(x)="+MPBI.getAnsSLink().toString());
            break;
        case 2:
            MPBI.minusPoly(fx,gx);
            System.out.println("f(x)-
g(x)="+MPBI.getAnsSLink().toString());
            break;
        case 3:
            MPBI.multiplyPoly(fx,gx);

            System.out.println("f(x)*g(x)="+MPBI.getAnsSLink().toString());
            break;

        case 4:
            MyRatPolyBigInt MRPBI=new MyRatPolyBigInt();
            MRPBI.devidePoly(fx, gx);
            System.out.println("f(x)/g(x):");
            System.out.println("商式
="+MRPBI.getQuoSLink().toString());
            System.out.println("余式
="+MRPBI.getRemSLink().toString());
            break;
    }

    System.out.println("是否继续进行计算 Y/N:");
    ope=input.readLine();
    }while (ope.equals("Y"));
    }
}

```

测试结果:


```
Console
TestMyPolyBigInt (1) [Java Application] D:\Java\bin\javaw.exe (2015年5月28日 下午1:41:23)
3
系数:
2342121342435234
指数:
3
系数:
67351247192349810327408912
指数:
2
系数:
67
指数:
0
f(x)=2342121342435234x^3+67351247192349810327408912x^2+67
请输入一元多项式g(x)的项数:
2
系数:
2
指数:
1
系数:
5
指数:
0
g(x)=2x+5
1.加法 2.减法 3.乘法 4.除法
请选择要进行的一元多项式运算:
1
f(x)+g(x)=2342121342435234x^3+67351247192349810327408912x^2+2x+134
是否继续进行计算Y/N:
<
```

TestMyPolyBigInt (1) [Java Application] D:\Java\bin\javaw.exe (2015年5月28日 下午1:43:16)

请输入一元多项式 $f(x)$ 的项数:

3

系数:

1

指数:

2

系数:

2

指数:

1

系数:

4

指数:

0

$f(x)=x^2+2x+4$

请输入一元多项式 $g(x)$ 的项数:

2

系数:

71285648735124123754

指数:

132

系数:

2

指数:

0

$g(x)=71285648735124123754x^{132}+2$

1.加法 2.减法 3.乘法 4.除法

请选择要进行的一元多项式运算:

1

$f(x)+g(x)=71285648735124123754x^{132}+2x^2+4x+8$

是否继续进行计算Y/N:

```
Console
TestMyPolyBigInt (1) [Java Application] D:\Java\bin\javaw.exe (2015年5月28日 下午1:44:14)
请输入一元多项式f(x)的项数:
2
系数:
124123523637568
指数:
2
系数:
4375613478567813
指数:
1
f(x)=124123523637568x^2+4375613478567813x
请输入一元多项式g(x)的项数:
2
系数:
21141324
指数:
4
系数:
2
指数:
0
g(x)=21141324x^4+2
1.加法 2.减法 3.乘法 4.除法
请选择要进行的一元多项式运算:
2
f(x)-g(x)=-21141324x^4-248247047275136x^2-8751226957135626x
是否继续进行计算Y/N:
<
```

```

Console
TestMyPolyBigInt (1) [Java Application] D:\Java\bin\javaw.exe (2015年5月28日 下午1:45:14)
请输入一元多项式f(x)的项数:
2
系数:
213
指数:
2
系数:
2123
指数:
1
f(x)=213x^2+2123x
请输入一元多项式g(x)的项数:
2
系数:
1324124
指数:
2
系数:
1234123
指数:
1
g(x)=1324124x^2+1234123x
1.加法 2.减法 3.乘法 4.除法
请选择要进行的一元多项式运算:
3
f(x)*g(x)=282038412x^4+3073983451x^3+2620043129x^2
是否继续进行计算Y/N:

```

(3) 以 MyPolyBigInt 为基础, 设计有理分式运算系统(记为 MyRatPolyBigInt)。

数据结构同 MyPolyBigInt, 只要需要实现分式运算系统即可, 同时在做分式运算的同时会用到多项式的减法、乘法, 故 MyRatPolyBigInt 需要继承 MyPolyBigInt;

由于需要返回商式和余式, 在 MyRatPolyBigInt 增加两个全局变量 PolySLink quoSLink, remSLink, 分别存储商式和余式;

分式运算系统具体实现如同笔算多项式的除法:

1. 若被除式的最高项 fxCurrent 次数大于等于除式的最高项 gxCurrent 系数, 则新建一个 PolyNode tempQuoNode, 其系数为 fxCurrent 和 gxCurrent 的系数之商, 其次数为 fxCurrent 和 gxCurrent 的次数之差;

2. 新建一条 PolySLink tempSLink, 只含 head 和 tempQuoNode 两个节点的临时链, 调用 multiplyPoly 方法, 使得 tempQuoNode 遍乘除式 gx 的每一项, 并得到一个临时积;

3. 被除式与临时积之差作为新的被除式 fx ，重复 1；
4. 结束 while 循环后， fx 即为余式， $quoSLink$ 即为商式；

（程序中对于系数相除采用了 MyBigInt 的 **public void** `divide(BigNumStruct bigInt1,BigNumStruct bigInt2)`，并未使用带小数的除法）：

基于 Java interface 的 ADT 表示和 基于 Java class 的具体实现如下：

IMyRatPolyBigInt.java

```
package Midterm;
public interface IMyRatPolyBigInt {
    //得到商式
    public PolySLink getQuoSLink();

    //得到余式
    public PolySLink getRemSLink();

    //多项式除法运算
    public void dividePoly(PolySLink fx,PolySLink gx);
}
```

MyRatPolyBigInt.java

```
package Midterm;
public class MyRatPolyBigInt extends MyPolyBigInt{
    protected PolySLink quoSLink,remSLink;

    public MyRatPolyBigInt(){
        quoSLink=new PolySLink();
        remSLink=new PolySLink();
    }
    //得到商式
    public PolySLink getQuoSLink(){
        return quoSLink;
    }
    //得到余式
    public PolySLink getRemSLink(){
        return remSLink;
    }

    //多项式除法运算
    public void dividePoly(PolySLink fx,PolySLink gx){

        PolyNode fxCurrent=fx.getHead().getNext();//fxCurrent 为 f(x)中的当前
        PolyNode gxCurrent=gx.getHead().getNext();//gxCurrent 为 g(x)中的当前
    }
}
```

项
项

```

//PolyNode quoCurrent=quoSLink.getHead();//quoCurrent 为商的当前项

PolyNode tempQuoNode;//临时存储商的一项
MyBigInt BI=new MyBigInt();
while (fxCurrent.getExp()>=gxCurrent.getExp()){
    tempQuoNode=new PolyNode();
    BI.devide(fxCurrent.getCoe(),gxCurrent.getCoe());
    tempQuoNode.setCoe(BI.getQuoBigInt());//被除式的最高项系数除以除
    式的最高项系数为商的最高项系数
    tempQuoNode.setExp(fxCurrent.getExp()-gxCurrent.getExp());//被
    除式的最高项指数减去除式的最高项指数为商的最高项指数
    quoSLink.insert(tempQuoNode);//将该临时点放入商中

    //构造一条只含 head 和 tempQuoNode 的单链表
    PolySLink tempSLink = new PolySLink();
    tempSLink.insert(tempQuoNode);

    //临时商遍乘除数
    super.ansSLink=new PolySLink();
    super.multiplyPoly(gx, tempSLink);

    //使用 tempProduct 存储遍乘结果
    PolySLink tempProduct=new PolySLink();
    tempProduct=super.getAnsSLink();

    //当前被除式-遍乘结果=新的被除式
    super.ansSLink=new PolySLink();
    super.minusPoly(fx,tempProduct);
    fx=super.getAnsSLink();//新的被除式
    fxCurrent=fx.getHead().getNext();//新的被除式的第一项，但此项的系
    数一定为 0;

    while ((fxCurrent!=null) &&
    fxCurrent.getCoe().arrayToString().equals("0") )
    fxCurrent=fxCurrent.getNext();//系数为 0，则后移
        if (fxCurrent==null) break;
    }
    remSLink=fx;
}
}

```

测试的主函数同（2）题中的 TestMyPolyBigInt.java;

测试结果:



```

TestMyPolyBigInt (1) [Java Application] D:\Java\bin\javaw.exe (2015年5月28日 下午4:45:24)
2
指数:
1
系数:
1
指数:
0
f(x)=x^2+2x+1
请输入一元多项式g(x)的项数:
2
系数:
1
指数:
1
系数:
1
指数:
0
g(x)=x+1
1.加法 2.减法 3.乘法 4.除法
请选择要进行的一元多项式运算:
4
f(x)/g(x):
商式=x+1
余式=0
是否继续进行计算Y/N:

```

五、实验体会

1. 大整数的运算基本思路即为将大整数分段，这样每一段都为基本类型，对每一段没名分别进行运算，再将计算出的每一段结果合并即为最终结果；
2. 存储大数有链式和顺序存储方式两种方法。链式可以适应不定长度的大整数，但由于存储空间是离散的，故随机访问效率不高；顺序存储主要是数组方式，其存储空间是连续的，随机访问率高，一般数组在定义的时候即为其分配指定长度的内存空间，同时为了使数组适应不定长度的大整数，我们可以根据输入的参与运算的参数的长度，再开辟相应长度的数组来存储大数。
3. 将大整数分段后，对每一段储存，一般使用数组储存，可以每一个数组单元储存一个十进制位，但这样对空间利用率和时间效率上都不高。本实验报告中采用了十亿进制，每九位储存在一个数组单元中，提高了空间利用率和时间效率；

另外也有采用计算机的字长进制数组来存储大数，如 2^{16} 进制， 2^{32} 进制，这样通过移位操作能达到基本运算的目的，时间效率会高很多，但是涉及到进制转换会稍复杂；

4. 在对大数结果进行输出时，对每一个数组单元的内容进行输出，但往往会出项里面的内容不足位，例如本实验报告采用的是十亿进制，一数组单元存储着 4587，则输出时并不直接输出 4587，而应输出 000004587；

5. 用户输入的大整数我们使用字符串储存，后期对字符串需要改动（如清 0、替换、改动符号等），而 String 为 final 类，对其改动是不可行的，故在存储大整数的字符串形式时，我们使用了可变字符串类型 StringBuffer 类，对 StringBuffer 类操作不像 String 直接，往往要 StringBuffer 的方法；

4. 对两个对象间用 “=” 赋值，一般不是内容的复制，而是地址的赋值，使两个对象指向的是同一个内存地址，一者对该内存内容进行了改动，另一对象中访问该内容，会发现同时发生了变动。所以有时为了实现内容的复制，需要使用 clone（）方法；

6. 对于结果是带小数的除法，结果分为整数位和小数点位，在调用完 MyBigInt 类的 divide 方法后，商和余数均已求出，整数位即为商；

对于小数位，只需将余数的末尾补 0 至与除数一样长度，保留 k 位小数，则继续在末尾添 k 个 0，将添完 0 后的余数作为新的被除数，除数不变，再调用 MyBigInt 类的 divide 方法，结果的商即为小数位；

7. 多项式的存储使用了单链表，是考虑到用户输入时的无序性；而通过使用 insert（v）方法，可实现合并同类项的功能或新增节点的功能；

8. 多项式的计算上，分为指数的操作和系数的操作，指数由于为基本数据类型，可直接进行基本运算，而系数为大数类型，应当按照 MyBigInt 类中的对应方法来进行运算；

六、参考文献

1. 主讲课英文教材 **Goodrich, Tamassia: Data Structures and Algorithms in Java, 5th Edition International Student Version chapter 3**

2. 实验教材：汪萍，陆正福等编著 数据结构与算法的问题与实验 第 1 章

3. (如有其它参考文献，请列出)