

# Нелинейные методы строительной механики

Расчёт методом линейного программирования

СМиМ  
ЗабГУ

2019

# Outline

Введение

Линейное программирование

Расчёт балки методом линейного программирования

Ссылки

# Введение

- ▶ Определение предельной силы подразумевает рассмотрение нескольких схем образования пластических шарниров.
- ▶ В сложных схемах, не всегда возможно определить направление предельных моментов в пластических шарнирах.
- ▶ Поэтому для каждой схемы образования пластических шарниров нужно рассматривать различные варианты направления предельных моментов в пластических шарнирах.
- ▶ Это увеличивает число рассматриваемых схем.

# Введение

- ▶ Однако задачу определения предельной нагрузки можно переформулировать в задачу поиска максимума нагрузки.
- ▶ При этом должны выполняться ограничения: ни один момент не может превышать предельного значения.

# Введение

- ▶ Однако задачу определения предельной нагрузки можно переформулировать в задачу поиска максимума нагрузки.
- ▶ При этом должны выполняться ограничения: ни один момент не может превышать предельного значения.
- ▶ Задачи такого характера решаются методами линейного программирования.

# Outline

Введение

Линейное программирование

Расчёт балки методом линейного программирования

Ссылки

# Линейное программирование

**Линейное программирование** — математическая дисциплина, посвящённая теории и методам решения экстремальных задач на множествах  $n$ -мерного векторного пространства, задаваемых системами линейных уравнений и неравенств.

# Линейное программирование

## Задача

- ▶ Найти минимум (максимум) линейной функции (**целевой функции**)

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \rightarrow \min$$

- ▶ При заданных линейных **ограничениях**

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m$$

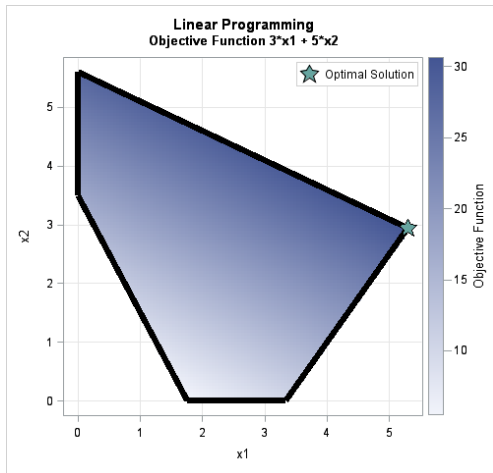
В дополнение (или вместо) неравенств могут использоваться и ограничения-равенства.

- ▶ Решение задачи – минимальное (максимальное) значение целевой функции и набор значений  $x_1, x_2, \dots, x_n$



# Линейное программирование

## Пример 1



- ▶ Чёрные линии – ограничения-неравенства (точка должна лежать ниже или выше этих линий)
- ▶ Область допустимых значений  $x_1x_2$  закрашена синим.
- ▶ Значения целевой функции отмечены оттенками синего

# Линейное программирование

## Пример 2

- ▶ Для откорма животных на ферме в их еженедельный рацион необходимо включать не менее 33 ед. питательного вещества А, 23 ед. питательного вещества В и 12 ед. питательного вещества С.
- ▶ Разные корма содержат разное количество питательных веществ
- ▶ Используется 3 вида кормов
- ▶ Содержание питательных веществ и стоимость одной весовой единицы каждого из кормов известны
- ▶ Составить наиболее дешёвый рацион, при котором каждое животное получало бы необходимые количества питательных веществ А, В, С

# Линейное программирование

## Пример 2

Таблица с ценами за корм и содержанием питательных веществ

	A	B	C	Стоимость 1 ед.
В 1 ед. корма 1	4 ед.	3 ед.	1 ед.	20 руб.
В 1 ед. корма 2	3 ед.	2 ед.	1 ед.	20 руб
В 1 ед. корма 3	2 ед.	1 ед.	2 ед.	10 руб

# Линейное программирование

## Пример 2

Таблица с ценами за корм и содержанием питательных веществ

	A	B	C	Стоимость 1 ед.
В 1 ед. корма 1	4 ед.	3 ед.	1 ед.	20 руб.
В 1 ед. корма 2	3 ед.	2 ед.	1 ед.	20 руб
В 1 ед. корма 3	2 ед.	1 ед.	2 ед.	10 руб

Как формализовать задачу?

- ▶  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  - количество закупаемых кормов 1, 2 и 3 соответственно. Это искомые переменные
- ▶  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$  - стоимость кормов 1, 2 и 3 соответственно.
- ▶ Цена закупаемого корма должна быть минимальна:

$$x_1 c_1 + x_2 c_2 + x_3 c_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 c_1 + x_2 c_2 + x_3 c_3 \rightarrow \min$$

Как учесть ограничения на количество питательных веществ?

$$x_1 c_1 + x_2 c_2 + x_3 c_3 \rightarrow \min$$

Как учесть ограничения на количество питательных веществ?

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 33$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 23$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 12$$

Таким образом нужно минимизировать значение линейной функции, при заданных линейных ограничениях для переменных.

# Outline

Введение

Линейное программирование

Расчёт балки методом линейного программирования

Ссылки

# Расчёт рамы методом линейного программирования

## Пример 3

- ▶ **Неизвестные - силы и моменты**



# Расчёт рамы методом линейного программирования

## Пример 3

- ▶ Известные - силы и моменты
- ▶ Целевая функция – максимум активной силы
- ▶ Ограничения
  - ▶ Уравнения равновесия
  - ▶ Уравнения состояния
  - ▶ Ограничения вида  $N \leq N_{max}$  для искомых сил и моментов

# Линейное программирование

## Пример 3

Пример решения задачи линейного программирования на языке Python [ссылка](#)

# Outline

Введение

Линейное программирование

Расчёт балки методом линейного программирования

Ссылки

# Ссылки

