

# Contraste de hipótesis

## Ejercicio 1

Se quiere saber si existen diferencias significativas en la facturación de dos tiendas de joyería de una misma cadena. Para ello se eligieron al azar 11 días en los que se contabilizaron las ventas en la joyería A y otros 10 días en la joyería B. Los datos obtenidos se encuentran en el archivo "Ventas.txt".

- Con un nivel de significación del 5%, ¿se puede afirmar que las desviaciones típicas de las ventas son iguales?
- Con un nivel de significación del 1%, ¿se puede afirmar que las medias de las ventas son iguales?

## Ejercicio 2

La resistencia del material que suministra un fabricante sigue una distribución normal. Se cree que la media es de 220 y la desviación típica de 7.75. Para comprobar dichas afirmaciones se ha tomado una muestra de nueve elementos.

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 203 | 229 | 215 |
| 220 | 223 | 233 |
| 208 | 228 | 209 |

- Contrasta que la media de la población es 220 (siendo la desviación típica cualquiera), con un nivel de significación de 0.05
- Contrasta que la desviación típica de la población es como mucho de 7.75 (siendo la media cualquiera), con un nivel de significación de 0.05

## Ejercicio 3

Para comprobar que una moneda es adecuada (probabilidad de lograr cara 0.5) se ha considerado la siguiente hipótesis:

*"Si tras lanzar la moneda 100 veces la cantidad de caras logradas se encuentra entre 40 y 60 (ambos incluidos) se considera que la moneda es adecuada"*

- Calcula la probabilidad de rechazar la hipótesis nula  $H_0$  siendo cierta.

- b) Representa la región crítica del caso anterior.
  - c) Calcula la probabilidad de cometer el error de tipo II siendo  $p=0.7$
  - d) Calcula la probabilidad de obtener en 100 lanzamientos al menos 55 caras.
- 

#### **Ejercicio 4**

La cantidad de piezas defectuosas producidas por una máquina en 12 turnos distintos es la siguiente: 15,11,16,14,13,12,16,10,9,11,14,15

Supongamos que la producción de piezas defectuosas sigue una distribución normal.

- a) Con un nivel de significación del 5%, ¿es admisible la afirmación de que la desviación típica de las piezas defectuosas producidas por la máquina es menor que 4?
  - b) ¿Cuál es el nivel de significación mínimo para no aceptar la hipótesis de que la desviación típica es menor que cuatro unidades?
- 

#### **Ejercicio 5**

Un investigador ha puesto en marcha una y otra vez un experimento concreto y ha empleado en la realización del mismo 72 horas de media. Supongamos que la duración del experimento sigue una distribución normal. Para realizar siete experimentos ha empleado el siguiente tiempo (horas):

|      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 78.6 | 65.1 | 55.2 | 80.9 | 57.4 | 55.4 | 62.3 |
|------|------|------|------|------|------|------|

En relación a este tipo de experimento según otro investigador, el tiempo medio de realización no llega a 72 horas.

- a) ¿Qué dirías acerca de esta última afirmación con un nivel de significación del 0.5%?
  - b) Calcula el valor del nivel máximo de significación para aceptar la hipótesis nula.
- 

#### **Ejercicio 6**

En la mezcla para la realización de un experimento químico, la concentración inicial y final de amoníaco (ppm) es crucial. Se han escogido aleatoriamente 6 mezclas y se han medido sus concentraciones de amoníaco.

|                        |     |     |     |     |     |     |
|------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Amoníaco inicial (ppm) | 7.0 | 9.1 | 7.8 | 8.1 | 7.2 | 9.0 |
| Amoníaco final(ppm)    | 7.5 | 8.7 | 7.6 | 8.4 | 7.5 | 9.1 |

Suponiendo que la concentración de amoniaco sigue una distribución normal y con un nivel de significación del 1%, ¿es aceptable la hipótesis de que la concentración de amoniaco al inicio y al final es la misma?

---

### **Ejercicio 7**

Un fabricante de vigas de acero asegura que al menos el 95% de las vigas que construye no sufren corrosión al cabo de 5 años. Con objeto de probar tal aseveración se han sometido a análisis 120 vigas, encontrándose que, después de 5 años de funcionamiento, 104 de ellas no presentaban signos de deterioro. Con un nivel de significación del 5%:

- a) ¿Hay pruebas de que el fabricante estaba en lo cierto?
  - b) Calcula el valor del nivel máximo de significación para aceptar la hipótesis nula.
- 

### **Ejercicio 8 (ejercicio de examen escrito)**

Para comprobar la eficacia de un compresor de imágenes, se guardaron 6 imágenes en archivos sin comprimir y otras 5 imágenes fueron comprimidas tras haberlas guardado. El tamaño de los archivos en kb es el siguiente:

|               |      |      |      |      |      |      |
|---------------|------|------|------|------|------|------|
| Sin comprimir | 20.4 | 62.5 | 61.3 | 44.2 | 11.1 | 23.7 |
| Comprimido    | 1.2  | 6.9  | 38.7 | 20.4 | 17.2 |      |

Supóngase que el tamaño de las imágenes sigue una distribución normal de parámetros desconocidos.

- a) Con un nivel de significación del 10%, ¿se puede afirmar que las varianzas de las poblaciones son iguales?
  - b) Represente la región crítica del apartado anterior.
  - c) Con un nivel de significación del 5%, ¿se puede afirmar que el compresor de imágenes es eficaz a la hora de reducir el tamaño de las mismas?
- 

### **Ejercicio 9 (ejercicio de examen)**

La fábrica de cementos de Leona ha desarrollado un nuevo tipo de cemento. Según los investigadores de la fábrica, este cemento en su composición tiene un 5% en peso de cal siendo la desviación típica un 0.8%. Para comprobar esta afirmación, se han recogido datos de la

concentración de cemento durante 140 días de producción. Estos datos se hallan en el archivo Cemento.txt. Suponga que la concentración de cal sigue una distribución normal.

- a) Con un nivel de significación del 15%, y atendiendo a los datos de la muestra, ¿Se puede afirmar que la concentración máxima de dicho tipo de cemento es de un 5%?
- b) Represente la región crítica del caso anterior
- c) Con un nivel de significación del 2%, ¿puede afirmarse que la desviación típica es de un 0.8%? (Suponga que no se conoce la media de la población)
- d) Después de un tratamiento novedoso la concentración de cal se ha reducido en un 2.5% en cada una de las 140 mediciones realizadas. ¿Puede afirmarse que tras este tratamiento y de nuevo con un nivel de significación del 15%, que la concentración máxima de cal en el cemento es de un 5%?

---

#### **Ejercicio 10 (ejercicio de examen)**

En una empresa maderera se procesa el mismo tipo de madera mediante dos métodos distintos. Se desea verificar que mediante el segundo método el procesado de la madera es más rápido. Para ello, se han medido los tiempos de procesado de diferentes ensayos empleando ambos métodos. Se considera que las dos distribuciones son independientes. Los datos recogidos, en minutos, se encuentran en el archivo Madera.txt.

- a) Realice una estimación puntual de la media y la varianza del tiempo de procesado para cada método.
- b) Si la varianza del tiempo de procesado con el primer método es de  $11 \text{ min}^2$  y con el segundo de  $21 \text{ min}^2$ , con un nivel de significación del 3%, ¿puede afirmarse que el tiempo de procesado con el segundo método es menor que con el primero?
- c) ¿Cuál es el nivel máximo de significación para el apartado anterior?
- d) Represente la región crítica para el caso anterior (b).

---

#### **Ejercicio 11 (ejercicio de examen)**

Una empresa ubicada en la región alemana de Baviera desea comercializar un nuevo medicamento como remedio para los casos de hipernatremia (alta concentración de sodio en sangre). Para ello, antes debe realizar ensayos clínicos en 150 pacientes aquejados de dicha enfermedad. Los datos recogidos de los pacientes sobre las concentraciones de sodio en sangre

(mEq/L) antes de comenzar el tratamiento y a los 4 meses de comenzar el tratamiento se encuentran en el archivo Hipernatremia.txt.

- a) Con un nivel de significación del 5%, atendiendo a los datos muestrales, ¿puede afirmarse que la ingesta del medicamento reduce el nivel de sodio en la sangre?
- b) Calcule y represente la región crítica para el caso anterior.
- c) Para que el medicamento tenga el visto bueno de la agencia europea de medicamentos, el promedio de la concentración de sodio en sangre tras el tratamiento debe ser menor a 147 mEq/L. Con un 10% de nivel de significación, ¿recibirá el medicamento el visto bueno de la agencia europea?
- d) Las concentraciones de sodio en sangre se han medido de forma errónea y en todos los datos recogidos se ha de hacer una corrección de -5.1 mEq/L de sodio. ¿Tendrá esta corrección algún efecto respecto al visto bueno de la agencia europea de medicamentos? (nivel de significación del 10%)

## **Contrastes de hipótesis no paramétricos**

### **Ejercicio 12**

En la última década, para reducir el vertido de contaminantes al río Bidasoa, las fábricas han instalado filtros en sus instalaciones. Estos filtros pueden ser de dos tipos: ultrafiltros o nanofiltros. No obstante, aun habiendo instalado los filtros, algunas fábricas han tenido que pagar multas por el vertido de contaminantes. En la siguiente tabla se muestran los datos sobre el pago de multas y el tipo de filtro instalado de 250 fábricas escogidas al azar.

|                   | Nanofiltro | Ultrafiltro | TOTAL |
|-------------------|------------|-------------|-------|
| Multa recibida    | 34         | 92          | 126   |
| Multa no recibida | 22         | 102         | 124   |
| TOTAL             | 56         | 194         | 250   |

Con un nivel de significación del 2%, ¿existe independencia entre recibir la multa por el vertido y el tipo de filtro instalado?

### **Ejercicio 13 (ejercicio de examen escrito)**

En el cuestionario de aprobación de los nuevos Estatutos de Trabajo, las respuestas en dos departamentos han sido las siguientes:

|                  | Departamento de producción | Departamento comercial |
|------------------|----------------------------|------------------------|
| <b>A favor</b>   | 80                         | 85                     |
| <b>En contra</b> | 40                         | 60                     |
| <b>En blanco</b> | 10                         | 15                     |

Con un nivel de significación del 1%, ¿es admisible la hipótesis de que la proporción de trabajadores a favor de los nuevos Estatutos se reparte de forma homogénea?