

# Trabajo final

## Análisis numérico

2018-2

**Instrucciones.** Resuelva los siguientes ejercicios en Fortran 77. Escriba un reporte en Word o LaTeX con las demostraciones y el código.

1. La distribución normal es muy empleada en estadística y está dada por

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right).$$

- (a) La función de error se define por

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

Demuestre que la función de distribución acumulativa para la distribución normal

$$F(x; \mu, \sigma) = \int_{-\infty}^x f(t; \mu, \sigma) dt$$

se puede escribir como

$$F(x; \mu, \sigma) = \frac{1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)}{2}.$$

Sugerencia: Haga un cambio de variable.

- (b) Escriba un programa que calcule la función de distribución acumulativa para una distribución normal para cualquier valor real que sea solicitado al usuario (también se deben dar los valores  $\mu$  y  $\sigma$ ); el programa debe tener una función NCDF para hacer el cálculo y puede hacer uso de la función error integrada ERF.
  - (c) Con ayuda del método de la bisección calcule la inversa de la función de distribución acumulativa; el programa debe tener una función INVNCDF para hacer el cálculo.
2. Demuestre que las dos raíces  $x_1$  y  $x_2$  de  $ax^2 + bx + c = 0$  están dadas por

$$x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{c}{ax_1}.$$

Estas fórmulas se emplean para evitar errores numéricos cuando la diferencia entre  $|b|$  y  $\sqrt{b^2 - 4ac}$  es muy pequeña; en vez de calcular la resta, se emplea la fórmula para  $x_2$ . Escriba un programa que resuelva una ecuación de segundo grado empleando estas fórmulas.

3. ¿Qué dificultades encuentra para resolver

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

cuando emplea el algoritmo de Gauss-Jordan visto en clase? Modifique el algoritmo para que resuelva este sistema correctamente.

4. Deduzca las ecuaciones del algoritmo de Crout y prográmelo.  
5. Haga un programa que resuelva sistemas de ecuaciones sobredeterminados.