

Homework 13

Sun Kai

5110309061

1. $(0+1)^*(1(0+1)^*0+0(0+1)^*1)(0+1)^*$
2. $(1+\epsilon)(11+111+0)^*(1+\epsilon)$
3. $0^*1^+0^+1^+0^*$
4. $\epsilon, 01, 10, 0101, 0110, 1001, 1010$

包含所有长度为偶数的，且第 $2n$ 位与第 $2n+1$ 位奇偶性不同的 01 字符串。

5. 题目：对于任意一个包含有限个有限长度字符串(其中包括空串 ϵ)的集合 S ，证明 S^* 是满足以下条件的最小集合：a. 包含 S 中所有元素 b. 在连接操作 (concatenation，下用 \cdot 表示) 下封闭。

(1) 首先证明 S^* 满足 a, b 条件：

显然 S^* 包含 S 中所有元素，往证 S^* 在连接操作下封闭。

对于任意 $x_1 \in S^*$ ，由 S^* 定义可知存在 n_1 使得 $x_1 \in S^{n_1}$ ，同理对于任意 $x_2 \in S^*$ ，存在 n_2 使得 $x_2 \in S^{n_2}$ ，则 $x_1 \cdot x_2 \in S^{n_1+n_2} \subseteq S^*$ ，所以 S^* 在连接操作下封闭。

(2) 然后证明 S^* 是满足 a, b 条件的最小集合：

设集合 T 满足 a, b 条件，由条件可知 $\{\epsilon\} = S^0 \subseteq T$ ， $S^1 \subseteq T$ ， $S \cdot S = S^2 \subseteq T \dots$

即对于任意 n 均有 $S^n \subseteq T$ 成立，所以 $S^* \subseteq T$ ，所以 S^* 是满足 a, b 条件的最小集合。