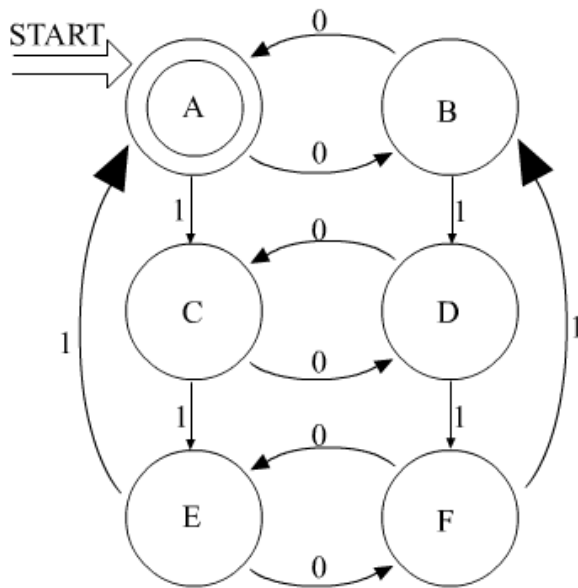


Homework 12

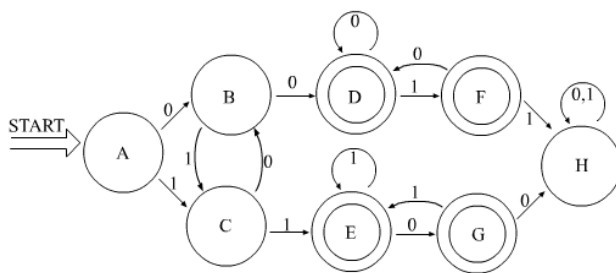
Sun Kai

5110309061

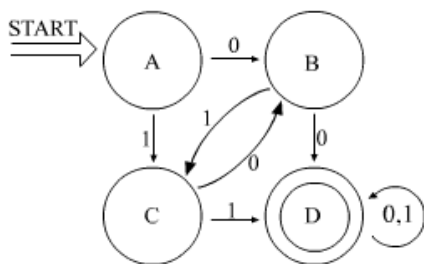
1. 如下图：



2. 对于题目有两种不同的理解。若自动机并不接受同时包含 00 和 11 的字符串，
则自动机如下图：



如果自动机也接受同时包含 00 和 11 的字符串，则自动机如下图：



3. 对于 $M_1 = (Q_1, \Sigma_1, \delta_1, q_{0_1}, F_1)$, $M_2 = (Q_2, \Sigma_2, \delta_2, q_{0_2}, F_2)$, 则令

$$Q = Q_1 \cap Q_2 , \Sigma = \{(x, y) | x \in \Sigma_1, y \in \Sigma_2\} , \delta((x, y), z) = (\delta_1(x, z), \delta_2(y, z))$$

$$q_0 = (q_{0_1}, q_{0_2}) , F = \{(x, y) | x \in F_1, y \in F_2\}$$

则 $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ 可以接受的语言为 $L(M_1) \cap L(M_2)$

4. 要证 M 接受所有长度为奇数的由 0 组成的字符串 , 只须证明命题 $P(n)$: “ 在输入的由 0 组成的字符串的长度为 $2n$ 时 , M 最终处于状态 A , 长度为 $2n+1$ 时 , M 最终处于状态 B ” 对于任意 $n \in \mathbb{N}$ 成立。

(1) 易见输入为 ϵ 时 M 最终处于状态 A , 输入为 0 时 M 最终处于状态 B 。即

$P(0)$ 正确。

(2) 假设 $n=k$ 时 ($k \geq 0$) , $P(n)$ 正确 , 即有 “ 输入的由 0 组成的字符串长度为

$2k$ 时 , M 最终处于状态 A , 长度为 $2k+1$ 时 , M 最终处于状态 B ” 成立 ,

则 $n=k+1$ 时 , 对于输入的由 0 组成的字符串 , 若其长度为 $2(k+1)$, 则

\therefore 自动机 M 处理完前 $2k+1$ 个字符后 , 处于状态 B

又 $\therefore \delta(B, 0) = A$

\therefore 最终处于状态 A

若其长度为 $2(k+1)+1$, 则

\therefore 自动机 M 处理完前 $2k+2$ 个字符后 , 处于状态 A

又 $\therefore \delta(A, 0) = B$

\therefore 最终处于状态 B

由(1)(2)可证命题 $P(n)$ 对于任意 $n \in \mathbb{N}$ 成立 , 从而命题得证。