

## Homework 10

Sun Kai

5110309061

1. (1)  $(x \rightarrow y) \rightarrow y$  与  $x, y$  的关系如下:

x \ y	False	True
False	False	True
True	True	True

- (2)  $(x \rightarrow y) \rightarrow x$  与  $x, y$  的关系如下:

x \ y	False	True
False	False	False
True	True	True

2. (a) {NOR}

NOR (或非) 函数定义如下:

x \ y	False	True
False	True	False
True	False	False

因为  $\text{NOT } X = X \text{ NOR } X$ ,  $\text{OR} = \text{NOT } (X \text{ NOR } Y)$ , 所以可以用 NOR 表示 NOT 和 OR, 所以 {NOR} 是 universal, 同时显然 {NOR} 是一个 minimal universe set. 所以 {NOR} 满足题设。

- (b) {NAND}

NAND (与非) 函数定义如下:

x \ y	False	True
False	True	True
True	False	False

False	True	True
True	True	False

因为  $\text{NOT } X = X \text{ NAND } X$ ,  $X \text{ AND } Y = \text{NOT } (X \text{ NAND } Y)$ , 所以可以用 NAND 表示 NOT 和 AND, 所以 {NAND} 是 universal, 同时显然 {NAND} 是一个 minimal universe set. 所以 {NAND} 满足题设。

(a) {OR, XOR}

XOR ( 异或 ) 函数定义如下 :

x \ y	False	True
False	False	True
True	True	False

因为  $\text{NOT } X = X \text{ XOR True}$ , 所以可以用 OR 与 XOR 表示 NOT 和 OR, 所以 {OR, XOR} 是 universal, 同时易证 {OR, XOR} 的 proper subset 均非 universe set, 所以 {OR, XOR} 是一个 minimal universe set. 所以 {OR, XOR} 满足题设。

3.  $2^{2^n}$

4. (a) 不能判定 A, 可以判定 B 说假话。因为以下两种情况都满足条件 :

i. A 说真话, B 说假话

ii. A 说假话, B 说假话

所以不能判定 A, 但是假如 B 说真话, 则由 A 的话可以推断出 A 既不可能说真话, 也不可能说假话, 所以 B 说假话。

(b) 可以判定 A 说假话, B 说真话。因为若 A 说真话, 则与 B 的话矛盾。由于 A 说假话, 所以 B 的话是真的, 所以 B 说真话。

(c)不能判定 A,B ,但是可以得到 A 与 B 要么都说真话,要么都说假话。

5. 若  $x$  假,  $y$  假, 则  $\bar{x}$ 真,  $\bar{y}$ 真, 易见此时  $x \rightarrow y$ 真,  $\bar{y} \rightarrow \bar{x}$ 真;

若  $x$  假,  $y$  真, 则  $\bar{x}$ 真,  $\bar{y}$ 假, 易见此时  $x \rightarrow y$ 真,  $\bar{y} \rightarrow \bar{x}$ 真;

若  $x$  真,  $y$  真, 则  $\bar{x}$ 假,  $\bar{y}$ 假, 易见此时  $x \rightarrow y$ 真,  $\bar{y} \rightarrow \bar{x}$ 真;

若  $x$  真,  $y$  假, 则  $\bar{x}$ 假,  $\bar{y}$ 真, 易见此时  $x \rightarrow y$ 假,  $\bar{y} \rightarrow \bar{x}$ 假。

由此可见  $x \rightarrow y$ 与  $\bar{y} \rightarrow \bar{x}$ 真假性一致, 从而可知  $x \rightarrow y$ 等价于  $\bar{y} \rightarrow \bar{x}$ 。

6. (a) One ace and one eight.

解释: 如果我有两个 aces, 则 Bob 可以推理得到自己的手牌。如果我有两个 eights 则 Alice 可以推理得到自己的手牌。所以我有 1 个 ace 和 1 个 eight。

(b) One ace and one eight.

解释: 如果我有两个 aces, 则 Bob 可以推理得到自己的手牌。又因为我也可能有两个 eights, 所以我有 1 个 ace 和 1 个 eight。