

Practica 3

1) Construir máquinas de Turing que acepten los siguientes lenguajes

a) $L1 = \Sigma^*$

$$\delta = \{ (q0, n) \rightarrow (qA, n, S) / n \in \Gamma \}$$

b) $L2 = \{\lambda\}$

$$\delta = \{ (q0, B) \rightarrow (qA, B, S), \\ (q0, n) \rightarrow (qR, n, S) / n \in \Sigma \}$$

c) $L3 = \emptyset$

$$\delta = \{ (q0, n) \rightarrow (qR, n, S) / n \in \Gamma \}$$

d) $L4 = \{0^n 1^{2n} / n \geq 0\}$

$q0, 0$

$q1, B, D$

$q1, 0$

$q1, 0, D$

$q1, 1$

$q1, 1, D$

$q1, B$

$q2, B, I$

$q2, 1$

$q3, B, I$

$q2, 0$

$qR, 0, S$

$q2, B$

qR, B, S

q3, 1

q4, B, I

q3, 0

qR, 0, S

q3, B

qR, B, S

q4, 1

q4, 1, I

q4, 0

q4, 0, I

q4, B

q0, B, D

q0, B

qA, B, S

q0, 1

qR, 1, S

e) $L5 = \{a^n b^n c^n / n \geq 0\}$

q0, a, B

q1, a, D, a,D

q1, a, B

q1, a,D, a,D

q1, b, B

q2, b,S, B,I

q2, b, a

q2, b,D, a,I

q2, b, B
qR, b,S,B,S

q2, c,B
q3,c,S,B,S

q2,c,a
qR,c,S,a,S

q3, c, B
q4, c,S,B,D

q4, c, a
q4, c,D,a,D

q4, B, a
qR, B,S,a,S

q4, B, B
qA, B,S, B,S

q4, c, B
qR, c,S,B,D

f) $L6 = \{ a^n b^m c^k / k = n + m, n, m \geq 1 \}$

q0, B, B
qR, B,S, B,S

q0, a, B
q1, a,D, a,D

q0, b, B
qR, b,S, B,S

q1, b, B

q1, b,D, b,D

q1, a, B

q1, a,D, b,D

q1, B, B

qR, B,S, B,S

q1, c, B

q2, c,S, B,l

q2, c, b

q2, c,D, b,l

q2, c, a

q2, c,D, a,l

q2, B, B

qA, B,S, B,S

q2, c, B

qR, c,S, B,S

q2, B, a

qR, B,S, a,S

q2, B, b

qR, B,S, b,S

g) $L7 = \{ww^R / w \in \{0,1\}^*\}$, donde w^R es el reverso de w

q0, 0

q1, B, D

q0, B

qR, B, D

q0, 1

q2, B, D

q1, 0

q1, 0, D

q1, 1

q1, 1, D

q2, 0

q2, 0, D

q2, 1

q2, 1, D

q1, B

q3, B, I

q2, B

q4, B, I

q4, 0

qR, 0, S

q4, 1

q10, B, I

q4, B

qR, B, S

q10, 1

q10, 1, I

q10, 0

q10, 0, I

q10, B

q11, B, D

q3, 1

qR, 1, S

q3, 0

q10, B, I

q3, B

qR, B, S

q10, 1

q10, 1, I

q10, 0

q10, 0, I

q10, B

q11, B, D

q11, 0

q1, B, D

q11, 1

q2, B, D

q11, B

qA, B, S

h) $L_8 = L_7 \cup \{w^0 w^R \mid w \in \{0, 1\}^*\} \cup \{w^1 w^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

q0, 1, B

q0, 1, D, 1, D

q0, 0, B

q0, 0, D, 0, D

q0, B, B

q1, B,I, B,I

q1, 0, 0

q1, 0,S, 0,I

q1, 1, 1

q1, 1,S, 1,I

q1, 0, 1

q1, 1,S, 1,I

q1, 1, 0

q1, 1,S, 0,I

q1, 1, B

q2, 1,S, B,D

q1, 0, B

q2, 0,S, B,D

q2, 1, 1

q2, 1,I,1,D

q2, 0, 0

q2, 0,I,0,D

q2, 1, 0

qR, 1,S,0,S

q2, 0, 1

qR, 0,S,1,S

q2, B, B

qA, B,S,B,S

- 2) Construya una Máquina de Turing de 2 cintas que implemente un contador binario en la segunda cinta para contabilizar la cantidad de letras "a" que aparecen en el input de la primera cinta. Con $\Sigma = \{a, b\}$; $\Gamma = \{a, b, 0, 1, B\}$

q0, a, B

q1, a,S,B,S

q0, a, 0

q1, a,S,0,S

q0, a, 1

q1, a,S,1,S

q0, b, B

q0, b,D,B,S

q0, b, 1

q0, b,D,1,S

q0, b, 0

q0, b,D,0,S

q0, B,B

qd, B,S,B,S

q0, B,0

qd, B,S,0,S

q0, B,1

qd, B,S,1,S

q1, a, B

q0, a,D,1,S

q1, a, 0

q0, a,D,1,S

q1, a, 1

q2, a, S, 0, l

q2, a, 1

q2, a, S, 0, l

q2, a, 0

q3, a, S, 1, D

q2, a, B

q3, a, S, 1, D

q3, a, 0

q3, a, S, 0, D

q3, a, B

q0, a, D, B, l

- 3) Sea M una máquina de Turing del modelo "D-I-S" (Derecha, Izquierda, Estático). ¿Existe una máquina de Turing M' equivalente a M que comience con el cabezal apuntando a cualquier celda de la cinta? Note que M' puede apuntar a una celda no ocupada por el input. ¿Qué puede decir al respecto si se sabe que $\lambda \notin L(M)$? Justifique su respuesta.

Si λ pertenece a $L(M)$, entonces cuando M' comienza su ejecución en cualquier celda de la cinta, no puede determinar de inmediato si la cadena de entrada es vacía o no. Esto puede llevar a que M' quede en un bucle infinito si se tratara de que la entrada fuera λ , lo que implicaría que M' estaría rechazando a λ mientras que M la estaría aceptando, lo que hace que M y M' no sean equivalentes en este caso.

Por otro lado, si λ no pertenece a $L(M)$, sí es posible crear una máquina de Turing M' equivalente a M . En este caso, podemos encontrar la cadena original (si es que no caemos dentro) haciendo un movimiento de derecha a izquierda a través de la cinta escribiendo una cadena especial que sirva como marcador para determinar las celdas por las que ya hemos pasado y las que no. Luego, borramos la cadena generada durante el proceso de recorrido y posicionamos

el cabezal en la posición inicial de la cadena para que comience la ejecución. A partir de esta instancia, M' utiliza las transiciones originales de M para procesar la entrada y simular su comportamiento.

- 4) Probar que para toda máquina de Turing M reconocedora del modelo DIS, existe una máquina de Turing M' equivalente con la restricción que no puede cambiar el símbolo de la cinta y mover el cabezal simultáneamente, es decir:
- $$\delta'(q_i, a_k) = (q_j, a_i, X), \text{ si } a_k \neq a_i \text{ entonces } X=S$$

$$M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R \rangle$$

$$M' = \langle Q', \Sigma, \Gamma, \delta', q_0, q_A, q_R \rangle \text{ con } Q' = Q \cup \{q_k\} \text{ y } q_k \notin Q$$

$$\delta': Q' \times \Gamma \rightarrow Q' \cup \{q_A, q_R\} \times \Gamma \times \{D, I, S\}$$

a) Ambos empiezan en el estado q_0 , $n, m \in \Gamma$, $n \neq m$, $X \in (D, I)$

b) Se agregan las siguientes transiciones:

Cuando se quiere cambiar el símbolo y mover el cabezal:

$$\delta'(q_i, n) = (q_k, n, X) \text{ (primero muevo)}$$

$$\delta'(q_k, m) = (q_j, m, S) \text{ (cambio símbolo)}$$

Se debe probar que $L(M) = L(M)'$ para esto:

despues lo hago

- 5) Probar que para toda máquina de Turing M reconocedora del modelo DIS, existe una máquina de Turing M' equivalente con la restricción que no puede cambiar de estado y mover el cabezal simultáneamente, es decir:

$$\delta'(q_i, a_k) = (q_j, a_l, X), \text{ si } X \in \{D, I\} \text{ entonces } i=j$$

$$M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R \rangle$$

$$M' = \langle Q', \Sigma, \Gamma, \delta', q_0, q_A, q_R \rangle$$

$$\delta': Q' \times \Gamma \rightarrow Q' \cup \{q_A, q_R\} \times \Gamma \times \{D, I, S\}$$

a) Ambos empiezan en q_0 , $X \in \{D, I\}$, $n \in \Gamma$, $q_kd, q_kl \in Q'$, $\# \notin \Gamma$

b) Se agregan las siguientes transiciones:

Si se quiere cambiar de estado y mover a la derecha

$\delta'(q_i, n) = (q_{kd}, \#, S)$ (cambio a estado auxiliar)

$\delta'(q_{kd}, \#) = (q_{kd}, n, D)$ (muevo derecha)

$\delta'(q_{kd}, n) = (q_j, n, S)$ (cambio estado)

Si se quiere cambiar de estado y mover a la izquierda

$\delta'(q_i, n) = (q_{kl}, \#, S)$ (cambio a estado auxiliar)

$\delta'(q_{kl}, \#) = (q_{kl}, n, I)$ (muevo izquierda)

$\delta'(q_{kl}, n) = (q_j, n, S)$ (cambio estado)

Se debe probar que $L(M) = L(M)'$ para esto:

despues lo hago