

## Practica 3

1) Construir máquinas de Turing que acepten los siguientes lenguajes

a)  $L1 = \Sigma^*$

$$\delta = \{ (q0, n) \rightarrow (qA, n, S) / n \in \Gamma \}$$

b)  $L2 = \{\lambda\}$

$$\delta = \{ (q0, B) \rightarrow (qA, B, S), \\ (q0, n) \rightarrow (qR, n, S) / n \in \Sigma \}$$

c)  $L3 = \emptyset$

$$\delta = \{ (q0, n) \rightarrow (qR, n, S) / n \in \Gamma \}$$

d)  $L4 = \{0^n 1^{2n} / n \geq 0\}$

$q0, 0$

$q1, B, D$

$q1, 0$

$q1, 0, D$

$q1, 1$

$q1, 1, D$

$q1, B$

$q2, B, I$

$q2, 1$

$q3, B, I$

$q2, 0$

$qR, 0, S$

$q2, B$

$qR, B, S$

q3, 1

q4, B, I

q3, 0

qR, 0, S

q3, B

qR, B, S

q4, 1

q4, 1, I

q4, 0

q4, 0, I

q4, B

q0, B, D

q0, B

qA, B, S

q0, 1

qR, 1, S

e)  $L5 = \{a^n b^n c^n / n \geq 0\}$

q0, a, B

q1, a, D, a,D

q1, a, B

q1, a,D, a,D

q1, b, B

q2, b,S, B,I

q2, b, a

q2, b,D, a,I

q2, b, B  
qR, b,S,B,S

q2, c,B  
q3,c,S,B,S

q2,c,a  
qR,c,S,a,S

q3, c, B  
q4, c,S,B,D

q4, c, a  
q4, c,D,a,D

q4, B, a  
qR, B,S,a,S

q4, B, B  
qA, B,S, B,S

q4, c, B  
qR, c,S,B,D

f)  $L6 = \{ a^n b^m c^k / k = n + m, n, m \geq 1 \}$

q0, B, B  
qR, B,S, B,S

q0, a, B  
q1, a,D, a,D

q0, b, B  
qR, b,S, B,S

q1, b, B

q1, b,D, b,D

q1, a, B

q1, a,D, b,D

q1, B, B

qR, B,S, B,S

q1, c, B

q2, c,S, B,l

q2, c, b

q2, c,D, b,l

q2, c, a

q2, c,D, a,l

q2, B, B

qA, B,S, B,S

q2, c, B

qR, c,S, B,S

q2, B, a

qR, B,S, a,S

q2, B, b

qR, B,S, b,S

g)  $L7 = \{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$ , donde  $w^R$  es el reverso de  $w$

q0, 0

q1, B, D

q0, B

qR, B, D

q0, 1  
q2, B, D

q1, 0  
q1, 0 , D

q1, 1  
q1, 1 , D

q2, 0  
q2, 0 , D

q2, 1  
q2, 1 , D

q1, B  
q3, B, I

q2, B  
q4, B, I

q4, 0  
qR, 0,S

q4, 1  
q10, B,I

q4, B  
qR, B, S

q10, 1  
q10, 1, I

q10, 0  
q10,0, I

q10, B

q11, B, D

q3, 1

qR, 1, S

q3, 0

q10, B, I

q3, B

qR, B, S

q10, 1

q10, 1, I

q10, 0

q10, 0, I

q10, B

q11, B, D

q11, 0

q1, B, D

q11, 1

q2, B, D

q11, B

qA, B, S

h)  $L_8 = L_7 \cup \{w^0 w^R \mid w \in \{0, 1\}^*\} \cup \{w^1 w^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

q0, 1, B

q0, 1, D, 1, D

q0, 0, B

q0, 0, D, 0, D

q0, B, B

q1, B,I, B,I

q1, 0, 0

q1, 0,S, 0,I

q1, 1, 1

q1, 1,S, 1,I

q1, 0, 1

q1, 1,S, 1,I

q1, 1, 0

q1, 1,S, 0,I

q1, 1, B

q2, 1,S, B,D

q1, 0, B

q2, 0,S, B,D

q2, 1, 1

q2, 1,I,1,D

q2, 0, 0

q2, 0,I,0,D

q2, 1, 0

qR, 1,S,0,S

q2, 0, 1

qR, 0,S,1,S

q2, B, B

qA, B,S,B,S

- 2) Construya una Máquina de Turing de 2 cintas que implemente un contador binario en la segunda cinta para contabilizar la cantidad de letras "a" que aparecen en el input de la primera cinta. Con  $\Sigma = \{a, b\}$ ;  $\Gamma = \{a, b, 0, 1, B\}$

q0, a, B

q1, a, S, B, S

q0, a, 0

q1, a, S, 0, S

q0, a, 1

q1, a, S, 1, S

q0, b, B

q0, b, D, B, S

q0, b, 1

q0, b, D, 1, S

q0, b, 0

q0, b, D, 0, S

q0, B, B

qd, B, S, B, S

q0, B, 0

qd, B, S, 0, S

q0, B, 1

qd, B, S, 1, S

q1, a, B

q0, a, D, 1, S

q1, a, 0

q0, a, D, 1, S



q1, a, 1

q2, a, S, 0, l

q2, a, 1

q2, a, S, 0, l

q2, a, 0

q3, a, S, 1, D

q2, a, B

q3, a, S, 1, D

q3, a, 0

q3, a, S, 0, D

q3, a, B

q0, a, D, B, l

- 3) Sea  $M$  una máquina de Turing del modelo "D-I-S" (Derecha, Izquierda, Estático). ¿Existe una máquina de Turing  $M'$  equivalente a  $M$  que comience con el cabezal apuntando a cualquier celda de la cinta? Note que  $M'$  puede apuntar a una celda no ocupada por el input. ¿Qué puede decir al respecto si se sabe que  $\lambda \notin L(M)$ ? Justifique su respuesta.

Si  $\lambda$  pertenece a  $L(M)$ , entonces cuando  $M'$  comienza su ejecución en cualquier celda de la cinta, no puede determinar de inmediato si la cadena de entrada es vacía o no. Esto puede llevar a que  $M'$  quede en un bucle infinito si se tratara de que la entrada fuera  $\lambda$ , lo que implicaría que  $M'$  estaría rechazando a  $\lambda$  mientras que  $M$  la estaría aceptando, lo que hace que  $M$  y  $M'$  no sean equivalentes en este caso.

Por otro lado, si  $\lambda$  no pertenece a  $L(M)$ , sí es posible crear una máquina de Turing  $M'$  equivalente a  $M$ . En este caso, podemos encontrar la cadena original (si es que no caemos dentro) haciendo un movimiento de derecha a izquierda a través de la cinta escribiendo una cadena especial que sirva como marcador para determinar las celdas por las que ya hemos pasado y las que no. Luego, borramos la cadena generada durante el proceso de recorrido y posicionamos

el cabezal en la posición inicial de la cadena para que comience la ejecución. A partir de esta instancia,  $M'$  utiliza las transiciones originales de  $M$  para procesar la entrada y simular su comportamiento.

- 4) Probar que para toda máquina de Turing  $M$  reconocedora del modelo DIS, existe una máquina de Turing  $M'$  equivalente con la restricción que no puede cambiar el símbolo de la cinta y mover el cabezal simultáneamente, es decir:
- $$\delta'(q_i, a_k) = (q_j, a_l, X), \text{ si } a_k \neq a_l \text{ entonces } X=S$$

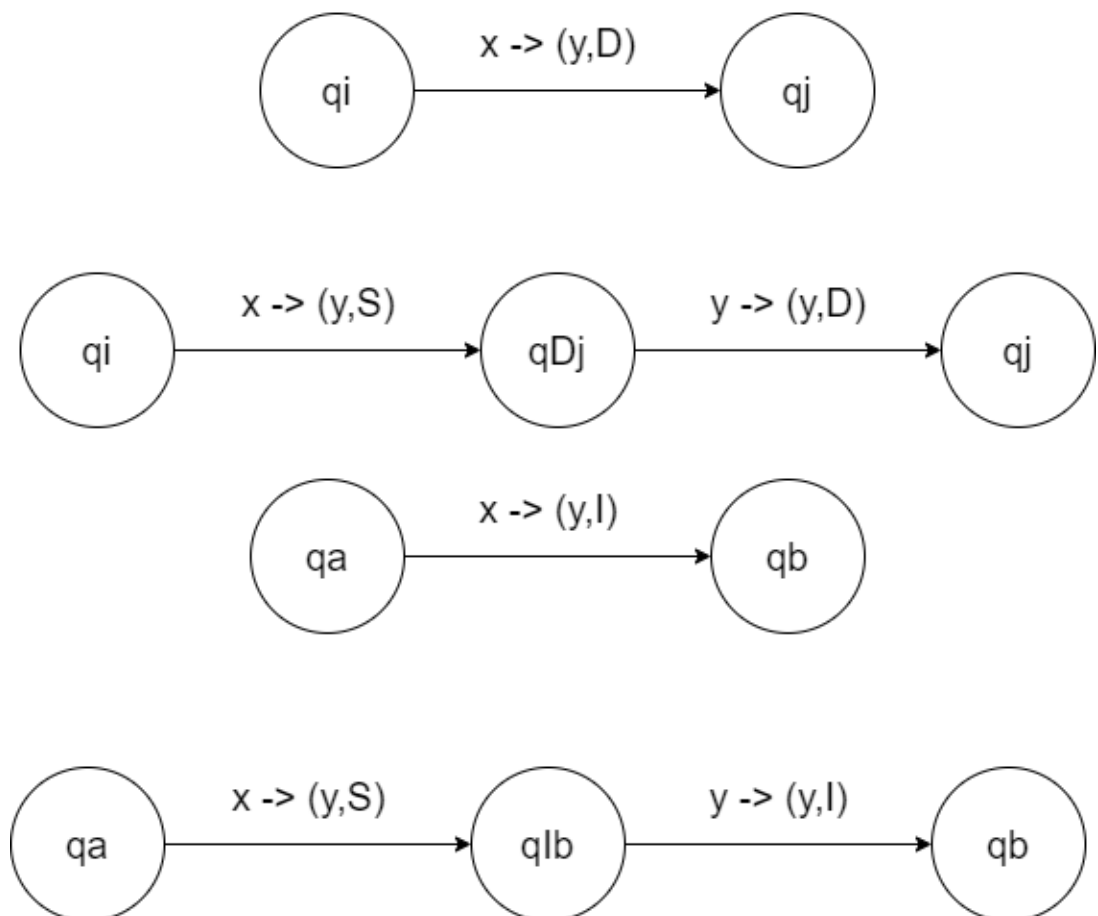
$M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R \rangle$

$M' = \langle Q', \Sigma, \Gamma, \delta', q_0, q_A, q_R \rangle$

$\delta': Q' \times \Gamma \rightarrow Q' \cup \{q_A, q_R\} \times \Gamma \times \{D, I, S\}$

- a) Ambos empiezan en el estado  $q_0$ .  $x, y, a, b \in \Gamma$ .  $a \neq b$ .  $x \neq y$ .  $q_D, q_I \in Q'$ ,  
b) Se agregan las siguientes transiciones (solo reemplazan a las transiciones de  $M$  que rompen con la regla de  $M'$ )

Cuando se quiere cambiar el símbolo y mover el cabezal:



Básicamente hay un estado intermedio que depende de la dirección a donde me quiero mover y del estado al cual voy a pasar (para poder recordar a donde debo ir). Como el símbolo lo cambio antes de pasar a ese estado intermedio, no hace falta recordarlo. Va a haber tantos estados intermedios como direcciones y estados debo recordar.

La demostración que  $L(M) = L(M)'$  es muy similar a lo visto en la teoría.

- 5) Probar que para toda máquina de Turing  $M$  reconocedora del modelo DIS, existe una máquina de Turing  $M'$  equivalente con la restricción que no puede cambiar de estado y mover el cabezal simultáneamente, es decir:

$$\delta'(q_i, a_k) = (q_j, a_l, X), \text{ si } X \in \{D, I\} \text{ entonces } i=j$$

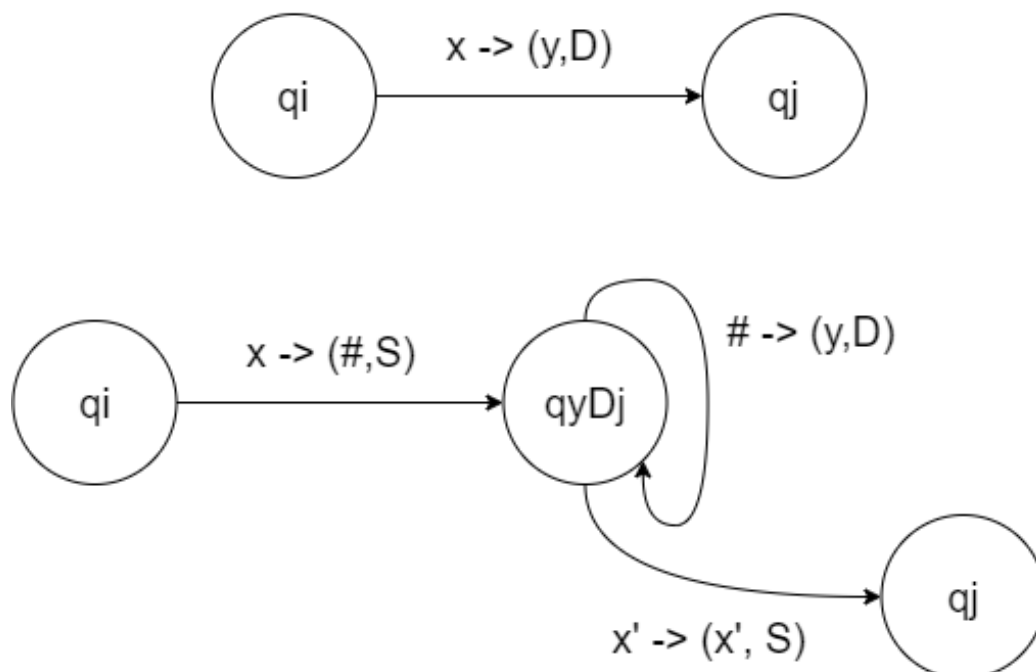
$$M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R \rangle$$

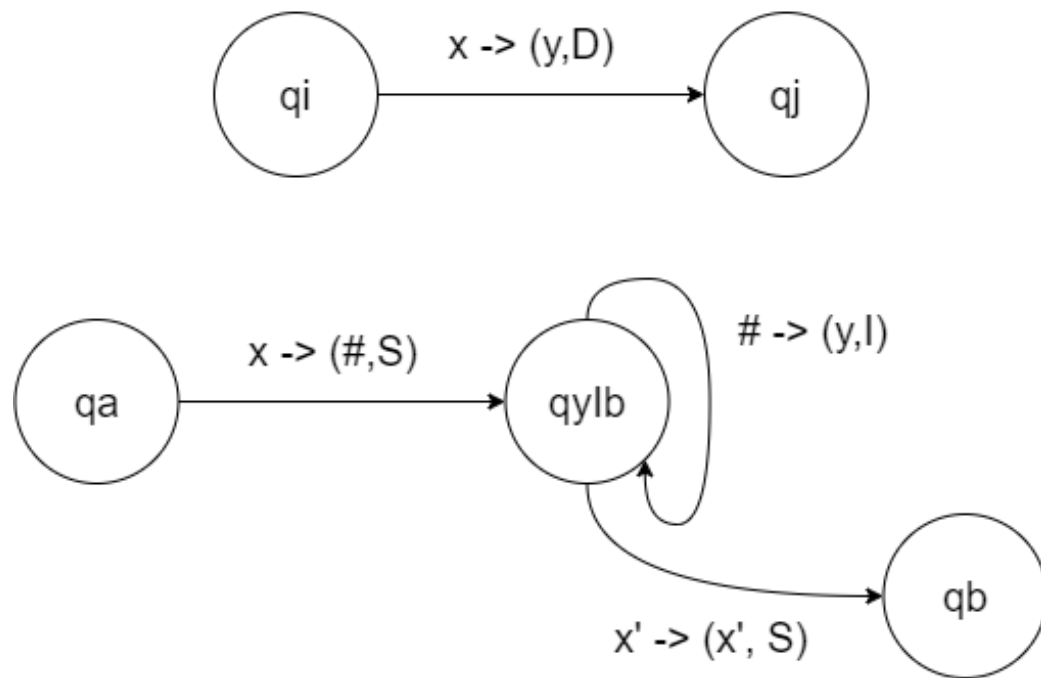
$$M' = \langle Q', \Sigma, \Gamma', \delta', q_0, q_A, q_R \rangle$$

$$\delta': Q' \times \Gamma \rightarrow Q' \cup \{q_A, q_R\} \times \Gamma \times \{D, I, S\}$$

- a) Ambos empiezan en  $q_0$ .  $x, y, a, b, x' \in \Gamma$ .  $qyDj, qylb \in Q'$ .  $\# \in \Gamma'$ .
- b) Se agregan las siguientes transiciones (solo reemplazan a las transiciones de  $M$  que rompen con la regla de  $M'$ )

Si se quiere cambiar de estado y mover el cabezal.





La demostración que  $L(M) = L(M)'$  es muy similar a lo visto en la teoría.