

## Practica 1

- 1) Probar la siguiente ley distributiva  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Sea  $X \in A \cup (B \cap C)$

$\Leftrightarrow x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C)$  def. unión e intersección.

$\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \in C)$  distribuyo la disyunción  $x \in A$  sobre la conjunción  $x \in B \wedge x \in C$ . Lógica prop.

$\Leftrightarrow x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$  def. unión e intersección

[https://www.youtube.com/watch?v=E0oZCUld4\\_s](https://www.youtube.com/watch?v=E0oZCUld4_s)

- 2) Probar la siguiente ley de Morgan: El Complemento de A unión B es igual al complemento de A intersección el complemento de B

Sea  $X \in (A \cup B)^c$

$\Leftrightarrow X \notin (A \cup B)$  def. unión.

$\Leftrightarrow (X \notin A) \wedge (X \notin B)$  Lógica prop.

$\Leftrightarrow X \in A^c \wedge X \in B^c$

$\Leftrightarrow X \in (A^c \cap B^c)$  def. intersección.

<https://www.youtube.com/watch?v=rvoHLxCPohc>

<https://www.youtube.com/watch?v=Qne9XD0FAI8>

- 3) Probar que el complemento del complemento de A es igual a A

Sea  $X \in (A^c)^c$

$\Leftrightarrow X \notin A^c$

$\Leftrightarrow X \in A$

<https://www.youtube.com/watch?v=jVtSJSRwLxg>

- 4) Sea A el conjunto de los números naturales tales que, si son mayores que 5 o bien terminan en 5, entonces contienen algún dígito 1 ó 2

| $X > 5$ o X<br>termina<br>en 5<br>(p) | X<br>contiene<br>algún<br>dígito 1 o<br>2<br>(q) | $p \rightarrow q$ |
|---------------------------------------|--|-------------------|
| V                                     | V  | V                 |
| V                                     | F  | F                 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| F | V | V |
| F | F | V |

a) Cuáles de los siguientes números pertenecen a A: 3, 5, 10, 15, 30, -10

3:  $X > 5$  o  $X$  termina en 5 **FALSO**  $X$  contiene algún dígito 1 o 2 **FALSO**. 3 pertenece a A (cuarta columna tabla)

5:  $X > 5$  o  $X$  termina en 5 **VERDADERO**  $X$  contiene algún dígito 1 o 2 **FALSO**. 5 no pertenece a A (segunda columna tabla)

10:  $X > 5$  o  $X$  termina en 5 **VERDADERO**  $X$  contiene algún dígito 1 o 2 **VERDADERO**. 10 pertenece a A (primera columna tabla)

15:  $X > 5$  o  $X$  termina en 5 **VERDADERO**  $X$  contiene algún dígito 1 o 2 **VERDADERO**. 15 pertenece a A (primera columna tabla)

30:  $X > 5$  o  $X$  termina en 5 **VERDADERO**  $X$  contiene algún dígito 1 o 2 **FALSO**. 30 no pertenece a A (segunda columna tabla)

-10: No es un número natural

Por lo tanto pertenecen a A: 3 10 15

b) Expresar el enunciado como una fórmula proposicional donde  $m$  significa "mayores que 5",  $t$  es "terminan en 5",  $u$  es "contiene algún dígito 1" y  $d$  es "contiene algún dígito 2"

$$(m \vee t) \rightarrow (u \vee d)$$

c) Transformar la fórmula del inciso anterior de manera que no tenga una implicación y aplicar una ley de Morgan al resultado. Expresarlo en una frase.

$$(m \vee t) \rightarrow (u \vee d)$$

$$\Leftrightarrow \sim((m \vee t) \wedge \sim(u \vee d)) \text{ Morgan}$$

$$\Leftrightarrow \sim((m \vee t) \wedge (\sim u \wedge \sim d)) \text{ Morgan}$$

$$\Leftrightarrow \sim(m \vee t) \vee \sim(\sim u \wedge \sim d) \text{ Morgan}$$

$$\Leftrightarrow (\sim m \wedge \sim t) \vee (u \vee d)$$

*Números naturales tales que no sean mayores que 5 y no terminen en 5 o que contengan algún dígito 1 o 2. (3, 10 y 15)*

5) Sean:

$$X = \{x / x \in \mathbb{N}, x \text{ es impar}\}$$

$$Y = \{y / y \in \mathbb{N}, y \text{ es primo}\}$$

$$Z = \{z / z \in \mathbb{N}, z \text{ es múltiplo de 3}\}$$

Describir cada uno de los siguientes conjuntos:

- a)  $X \cap Y = Y$  (todos los primos son impares)
- b)  $X \cap Z = \{w/ w \in \mathbb{N}, w = 3x, x \in \mathbb{N}, x = 2 \cdot k + 1, k \in \mathbb{N}\}$  (los números impares y múltiplos de 3 son aquellos que son el resultado de una multiplicación de 3 con un número impar ej.: 3, 9, 15, 21, 27, ...)
- c)  $Y \cap Z = \{3\}$
- d)  $Z - Y = Z - \{3\}$  (el único múltiplo de 3 que es primo es el 3)
- e)  $X - (Y \cap Z) = X - \{3\}$
- f)  $(Y \cap Z) - X = \{3\} - X = \emptyset$  (el número 3 es impar, si al conjunto con el elemento 3 le saco los impares me queda vacío)
- g)  $X \cup Y = X$  (todos los números primos son impares, Y es un subconjunto de X)

6) Calcular los conjuntos de partes en los siguientes casos:

- a)  $\emptyset$   
 $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- b)  $\{a, b, c\}$   
 $P(\{a, b, c\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$
- c)  $\{\emptyset\}$   
 $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- d)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$   
 $P(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) = \{\emptyset, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \emptyset\}\}$
- e)  $\{a, \{b, c\}\}$   
 $P(\{a, \{b, c\}\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{\{b, c\}\}, \{a, \{b, c\}\}\}$

7) Presentar una lista con todos los elementos en cada uno de los conjuntos siguientes:

- a)  $\{x, y\} \times \{a, b, c\}$

$$A = \{x, y\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$A \times B = \{(w, z) / w \in A \wedge z \in B\} = \{(x, a), (x, b), (x, c), (y, a), (y, b), (y, c)\}$$

- b)  $\{a, b, c\} \times \{x, y\}$

$$A = \{a, b, c\}$$

$$B = \{x, y\}$$

$$A \times B = \{(w, z) / w \in A \wedge z \in B\} = \{(a, x), (a, y), (b, x), (b, y), (c, x), (c, y)\}$$

- c)  $\{x, y\} \times \{y, x\}$

$$A = \{x, y\}$$

$$B = \{y, x\}$$

$$A \times B = \{(w, z) / w \in A \wedge z \in B\} = \{(x, y), (x, x), (y, y), (y, x)\}$$

- d)  $\{x, y\}^2 \times \{\} = \{\}$

- e)  $\{\}^{10} \times \{2, 3, 4\}^{20} = \{\}$

f)  $\{1\}^5$

$$A = \{1\}$$

$$A^5 = \{(1,1,1,1,1)\}$$

g)  $\{1, 2\} \times \{a\} \times \{a, b\}$

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{a\}$$

$$C = \{a, b\}$$

$$A \times B \times C = \{(w, z, j) / w \in A \wedge z \in B \wedge j \in C\} = \{(1, a, a), (1, a, b), (2, a, a), (2, a, b)\}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=byvH5CDWS30>

[https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Combinatoria\\_y\\_Matematicas\\_Discretas/Estructuras\\_Discretas\\_Aplicadas\\_\(Doerr\\_y\\_Levasseur\)/01%3A\\_Teor%C3%ADa\\_de\\_Conjuntos/1.03%3A\\_Productos\\_cartesianos\\_y\\_conjuntos\\_de\\_potencia](https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Combinatoria_y_Matematicas_Discretas/Estructuras_Discretas_Aplicadas_(Doerr_y_Levasseur)/01%3A_Teor%C3%ADa_de_Conjuntos/1.03%3A_Productos_cartesianos_y_conjuntos_de_potencia)

8) ¿Cuál es el cardinal de  $A \times B$  si  $|A| = n$  y  $|B| = m$ ?

$$|A \times B| = n \times m$$