Practica 2

1) Construir MT:
   a) Construir una máquina de Turing que haga un corrimiento a derecha de la cadena binaria en la cinta, marcando con un símbolo especial '#' la celda que corresponde al primer símbolo desplazado. Γ = {B, #, 0, 1}.

      q0, 0
      q1, #, D

      q0, 1
      q2, #, D

      q0, B
      qd, B, D

      q1, 1
      q2, 0, D

      q1, 0
      q1, 0, D

      q1, B
      qd, 0, D

      q2, 0
      q1, 1, D

      q2, 1
      q2, 1, D

      q2, B
      qd, 1, D

   b) Y otra que haga un corrimiento a izquierda.

      q0, 0
      q0, 0, D

q0, 1
q0, 1, D

q0, B
q1, B, I

q1, 0
q2, #, I

q1, 1
q3, #, I

q2, 0
q2, 0, I

q2, 1
q3, 0, I

q2, B
qd, 0, I

q3, 1
q3, 1, I

q3, 0
q2, 1, I

q3, B
qd, 1, I

2) Construir MT:
   a) Construir una máquina de Turing M tal que L(M) = {0n1 n / n ≥ 1} y mostrar la traza de computación de M para las entradas w1 = 0011 y w2 = 011.

q0, 1

qR, 1, S

q0, 0
q1, B, D

q0, B
qR, B, D

q1, 0
q1, 0, D

q1, 1
q11, 1, D

q1, B
qR, B, S

q11, 1
q11, 1, D

q11, 0
qR, 0, S

q11, B
q10, B, I

q10, 1
q12, B, I

q12, 1
q12, 1, I

q12, 0
q2, 0, I

q12, B
q5, B, D

q2, 0
q2, 0, I

q2, B
q0, B, D

q11, 0
qR, 0, S

q5, B
qA, B, S

q5, 1
qR, 1, S

a) Traza

w0 = 0011

$q_0 0011 \vdash Bq_1 011 \vdash^* B01q_{11}1 \vdash B011q_{11}B \vdash B01q_{10}1B \vdash B0q_{12}1BB \vdash Bq_{12}01BB \vdash q_2 B01BB \vdash Bq_0 01BB \vdash BB\,q_1 1BB \vdash BB1q_{11}BB \vdash BBq_{10}1BB \vdash B\,q_{12}BBBB \vdash BB\,q_5 BBB \vdash BB\,q_A\,BBB$

w0 = 011

$q_0 011 \vdash Bq_1 11 \vdash B1q_{11}1B \vdash B11\,q_{11}B \vdash B1q_{10}1B \vdash Bq_{12}1BB \vdash q_{12}B1BB \vdash Bq_5 1BB \vdash Bq_R 1BB$

b) Construir una máquina de Turing que busque en la cinta el patrón “abab” y se detenga si y sólo si encuentra ese patrón. Γ = {a, b, c, B}

q0, a
q1, a, D

q1, b
q2, b, D

q2, a
q3, a, D

q3, b
qA, b, S

q0, b
q0, b, D

q0, c
q0, c, D

q1, a
q0, a, D

q1, c
q0, c, D

q2, b
q0, b, D

q3, a
q0, a, D

q3, c
q0, c, D

q0, B
qR, B, S

q1, B
qR, B, S

q2, B
qR, B, S

q3, B
qR, B, S

3) Construir máquinas de Turing para computar las siguientes funciones:
   a) Suma unaria. Σ = {+, 1}.

      q0, 1
      q0, 1, D

      q0, +
      q1, 1, I

      q1, 1
      q1, 1, I

      q1, B
      q2, B, D

      q2, 1
      q0, B, D

      q0, B
      qd, B, S

   b) Resta unaria a - b con a > b Σ = {-, 1}.

      q0, 1
      q0, 1, D

      q0, -
      q5, -, D

      q5, B
      q5, B, I

      q5, -
      qd, B, S

q5, 1
q1, 1, S

q0, B
qd, B, S

q1, 1
q1, 1, D

q1, B
q2, B, I

q2, 1
q3, B, I

q2, -
q3, -, I

q3, 1
q3, 1, I

q3, -
q3, -, I

q3, B
q4, B, D

q4, 1
q0, B, D

c) Calcular el complemento a 2 de un número binario de 8 bits $\Sigma = \{0, 1\}$
q0, 1
q0, 1, D

q0, 0
q0, 0, D

q0, B
q1, B, I

q1, 0
q1, 0, I

q1, 1
q2, 1, I

q2, 0
q2, 1, I

q2, 1
q2, 0, I

q2, B
qd, B, S

4) Sea $\Sigma = \{a\}$ y $w = a$. Decir cuáles son las palabras que se obtienen como resultado de aplicar las siguientes operaciones: ww, www, w^3 , w^5 , w^0 ¿Cuáles son sus longitudes? Definir Σ^*.

ww = aa. Longitud 2
www = aaa. Longitud 3
w^3 = aaa. Longitud 3
w^5 = aaaaa. Longitud 5
$w^0 = \lambda$. Longitud 0
$\Sigma^* = \{ \lambda$, a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, …$\}$

5) Idem al ejercicio anterior, pero con $\Sigma = \{a, b\}$ y w = aba.

ww = abaaba. Longitud 6
www = abaabaaba. Longitud 9
w^3 = abaabaaba. Longitud 9
w^5 = abaabaabaabaaba. Longitud 15
$w^0 = \lambda$. Longitud 0

$\Sigma^*= \{ \lambda, a, b, aa, bb, ab, ba, aaa, bbb, abb, aab, \ldots\}$

6) Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, escriba las 13 cadenas más cortas de Σ^*.

λ, a, b, c, aa, bb, cc, ab, ba, ac, ca, cb, bc

7) Dar tres ejemplos de lenguajes basados en el alfabeto {0,1}.

$\emptyset$ $\Sigma*$ $\{\lambda\}$

8) ¿Cuántas cadenas de longitud 3 hay en {0,1, 2}*, y cuántas de longitud n?

Hay 3^3 cadenas de longitud 3 y 3^n de longitud n

9) Explicar la diferencia -si la hay- entre los lenguajes L1 y L2.

a) $L1 = \emptyset$ $L2 = \{\lambda\}$

   L1 es un conjunto vacio (sin elementos) y L2 es el conjunto cuyo elemento es una cadena vacia (que es un elemento valido)

b) $L1 = \Sigma^* \cup \{\lambda\}$ $L2 = \emptyset \cup \Sigma^*$

   Son iguales ya que Σ^* contiene a λ y $\Sigma^* \cup \emptyset$ es igual a Σ^*

c) $L1 = \Sigma^* – \emptyset$ $L2 = \Sigma^*$

   Σ^* - $\emptyset$ sigue siendo Σ^*, por lo que L1 y L2 son iguales

d) $L1 = \Sigma^* – \{\lambda\}$ $L2 = \Sigma^*$

   Son distintas ya que si a L1 no tiene la cadena vacia y L2 si

10) Mostrar que Σ^* es infinito contable.

$|\Sigma^*| <= |N|$ se puede probar con la función inyectiva $f: \Sigma^* \rightarrow N$ en donde se le asigna a cada cadena de Σ^* a un número natural ordenándolas primero por su longitud y luego enumerando las cadenas de la misma longitud en orden lexicográfico (orden alfabético).