Computabilidad y Complejidad

Práctica 4

1) Construir una máquina de Turing que escriba en la primera cinta las palabras de $\{0,1\}^*$ en orden canónico separadas por un símbolo ";". Obviamente esta máquina nunca se detiene.

2) Sean $\Sigma = \{a,b\}$ y $\mathcal{L}$ el conjunto de todos los lenguajes definidos sobre Σ. Diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

$\mathcal{L} - R = \varnothing$	$\Sigma^* \in R$	$ab \in \Sigma^*$
$RE - R \neq \varnothing$	$\varnothing \in RE$	$CO\text{-}R \subset CO\text{-}RE$
$\{\lambda\} \in (\mathcal{L} - CO\text{-}RE)$	$CO\text{-}RE = RE$	$a \in R$
$RE \cup R = \mathcal{L}$	$(\mathcal{L} - RE) = CO\text{-}RE$	$\{a\} \in RE$

3) Si $L \in (RE - R)$

a) ¿Existirá alguna máquina de Turing que rechace parando en q_R si su entrada está en L y rechace loopeando si su entrada no está en L?

b) ¿Existirá alguna máquina de Turing que rechace loopeando si su entrada está en L y rechace parando en q_R si su entrada no está en L?

c) De existir, que lenguaje reconocería esta máquina de Turing.

4) Sea $L = \{w \mid \text{Existe alguna Máquina de Turing M que acepta } w\}$

¿$L \in R$? Justifique.

5) Conteste y justifique:

a) ¿$\mathcal{L}$ es un conjunto infinito contable?

b) ¿RE es un conjunto infinito contable?

c) ¿$\mathcal{L} - RE$ es un conjunto infinito contable?

d) Existe algún lenguaje $L \in \mathcal{L}$, tal que L sea infinito no contable

6) Sea L un lenguaje definido sobre Σ. Demostrar que:

a) $\overline{L} \notin R \Rightarrow L \notin R$

b) $(L_1 \in RE)$ AND $(L_2 \in RE) \Rightarrow L_1 \cap L_2 \in RE$

c) $(L_1 \in RE)$ AND $(L_2 \in RE) \Rightarrow L_1 \cup L_2 \in RE$

d) La unión de un número finito de lenguajes recursivamente enumerables es un lenguaje recursivamente enumerable.

7) Para los casos a), b) y c) del punto anterior ¿valen las recíprocas? Justifique.

8) Si L es un subconjunto de un lenguaje recursivamente enumerable, ¿Puede afirmarse entonces que L es recursivamente enumerable? Justifique.

9) Dado L_1, un lenguaje recursivo cualquiera

$L_2 = \{<M> \mid L(M) = \overline{L_1}\}$

$L_3 = \{<M> \mid L(M) = \overline{L_1}$ y M siempre se detiene$\}$

Determine si $(L_2 - L_3) = \varnothing$. Justifique su respuesta.

10) Sean los lenguajes $L = \{<M> \mid$ M siempre se detiene$\}$ y $L_R = \{<M> \mid L(M) \in R\}$. Cuál es la afirmación correcta:

a) $L \subset L_R$, b) $L \supset L_R$, c) $L = L_R$

11) Encuentre una justificación para cada una de las siguientes afirmaciones

a) $\varnothing \in RE$

b) Si L es un lenguaje formado por una sola palabra, entonces $L \in R$

c) Si L es un lenguaje finito, entonces $L \in R$

12) Demuestre que si el Halting Problem (HP) es un lenguaje recursivo entonces podría construirse una máquina de Turing que acepte el lenguaje universal L_u, y que se detenga para todo $w \in \Sigma^*$ ¿Qué puede decir entonces sobre la recursividad de HP?

$L_u = \{(<M>, w) / M \text{ acepta } w\}$

$HP = \{(<M>, w) / M \text{ se detiene con input } w\}$

13) Demuestre que $L_{NV} \in RE$

$L_{NV}=\{(<M>)/L(M) \neq \varnothing\}$