

# Análisis de Algoritmos

2. Barómetro

3. Promedio

4. Amortizado



# Análisis de Algoritmos

- (1) Estructuras de control
  - (2) Barómetro
  - (3) Análisis del caso promedio
  - (4) Análisis amortizado
  - (5) Recurrencias
  - (6) No veremos análisis asociados a algoritmos específicos *de* estructuras de datos
  - (7) Diseño + análisis
- Usualmente aplicado a peor caso, son “en detalle”
- Usualmente dependiente del “tipo de entrada”
- ¿? Un tipo específico de algoritmos
- Greedy  
Divide-and-Conquer  
Dynamic programming  
Algoritmos probabilísticos



## 2. Instrucción Barómetro

- Una instrucción barómetro es la que se ejecuta al menos tantas veces como cualquier otra excepto quizás una cantidad constante (acotada) de veces.
- Si  $t(n)$  es el tiempo del algoritmo a analizar,  $t(n)$  es  $\Theta(f(n))$  donde  $f(n)$  es la cantidad de veces que se ejecuta la instrucción barómetro



## 2. Instrucción Barómetro

- A tener en cuenta/conocer:
  - Instrucción barómetro
  - Encontrar  $f(n)$
  - Se usan los principios de las estructuras de control para determinar la cantidad de veces que se ejecuta la instrucción barómetro



## 2. Instrucción Barómetro

- Ej:

Function select\_sort( $T[1\dots n]$ ) // n pasadas

For  $i \leftarrow 1$  to  $n-1$  Do

$\text{minj} \leftarrow i$ ;  $\text{minx} \leftarrow T[i]$

For  $j \leftarrow i+1$  to  $n$  Do

    If  $T[j] < \text{minx}$  Then

$\text{minj} \leftarrow j$

$\text{minx} \leftarrow T[j]$

$T[\text{minj}] \leftarrow T[i]$

$T[i] \leftarrow \text{minx}$



## 2. Instrucción Barómetro

- Ej:

Function select\_sort( $T[1...n]$ ) // n pasadas

For  $i \leftarrow 1$  to  $n-1$  Do

$minj \leftarrow i$ ;  $minx \leftarrow T[i]$

    For  $j \leftarrow i+1$  to  $n$  Do

        If  $T[j] < minx$  Then

$minj \leftarrow j$

$minx \leftarrow T[j]$

$T[minj] \leftarrow T[i]$

$T[i] \leftarrow minx$



## 2. Instrucción Barómetro

- Resumen
  - Identificación de barómetro
  - Cantidad de veces  $\Leftrightarrow$  Estructuras de contr.
  - $t(n) \in \Theta(f(n))$ 
    - No se tiene  $t(n) \dots$



### 3. Caso Promedio

- Uso implícito/explicito de distribución de probabilidades de las instancias de tamaño  $n$
- En principio, para ordenar vectores, el tiempo de las  $n!$  posibles dividido  $n!$
- Asumir que son todas igualmente probables y usar esto en el análisis





### 3. Caso Promedio

- Ej. de insertion sort, Brassard/Bratley (p. 62, 111)
- En este caso específico, se tiene en cuenta la distribución de probabilidad de los números del arreglo en partes cada vez menores del mismo.
- Es complementaria al análisis de estructuras de control o barómetro (casos)



# 4. Análisis Amortizado

- Para los casos en los que
  - Es muy poco probable que en todas las llamadas se tenga siempre el peor caso
  - La cantidad de operaciones está relacionada con una secuencia de uso de un algoritmo
  - Ej: estructuras de datos, inserción en un grafo
  - Ej: IncBin a continuación



## 4. Análisis Amortizado

- IncBin

Procedure IncBin(Cntr[1...m]) // Cntr[i]  $\in \{0, 1\}$

$j \leftarrow m+1$

  Repeat

$j \leftarrow j - 1$

$C[j] \leftarrow 1 - C[j]$

  Until ( $C[j] = 1$ ) Or ( $j = 1$ )

- Se tiene el peor caso solamente 1 vez cada ...



# 4. Análisis Amortizado

- IncBin

Errores en la explicación de la diapositiva anterior:

- Los bits no se incrementan, se invierten (es lo necesario para incrementar el contador binario representado con un array de bits)
- Los bits se invierten de derecha a izquierda, no de izquierda a derecha, es correcta la expresión “menos a más significativos”, es incorrecto “de izquierda a derecha”



## 4. Análisis Amortizado

- Promedio de  $t(n)$  en llamadas sucesivas, no independientes
- Tres métodos {
  - Agregado
  - Contable
  - Potencial
- Sería
  - Solo para algunos casos/algoritmos
  - Alternativo a casos mejor/peor/probabilístico

