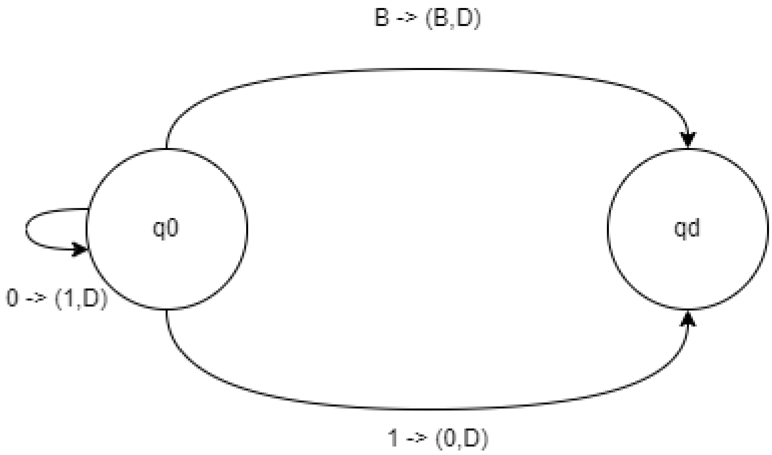
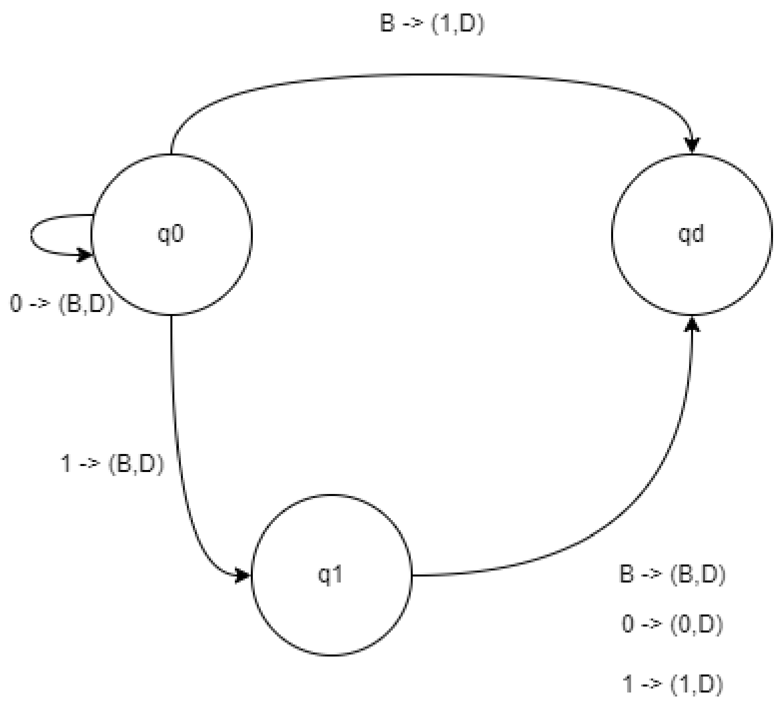
Practica 5

1) Sean L1 y L2, dos lenguajes definidos sobre {0,1}*
   L1 = $\{0^n 1 | n \geq 0\}$
   L2 = $\{1^n 0 | n \geq 0\}$
   a) Demuestre que existe una reducción (L1 α L2)



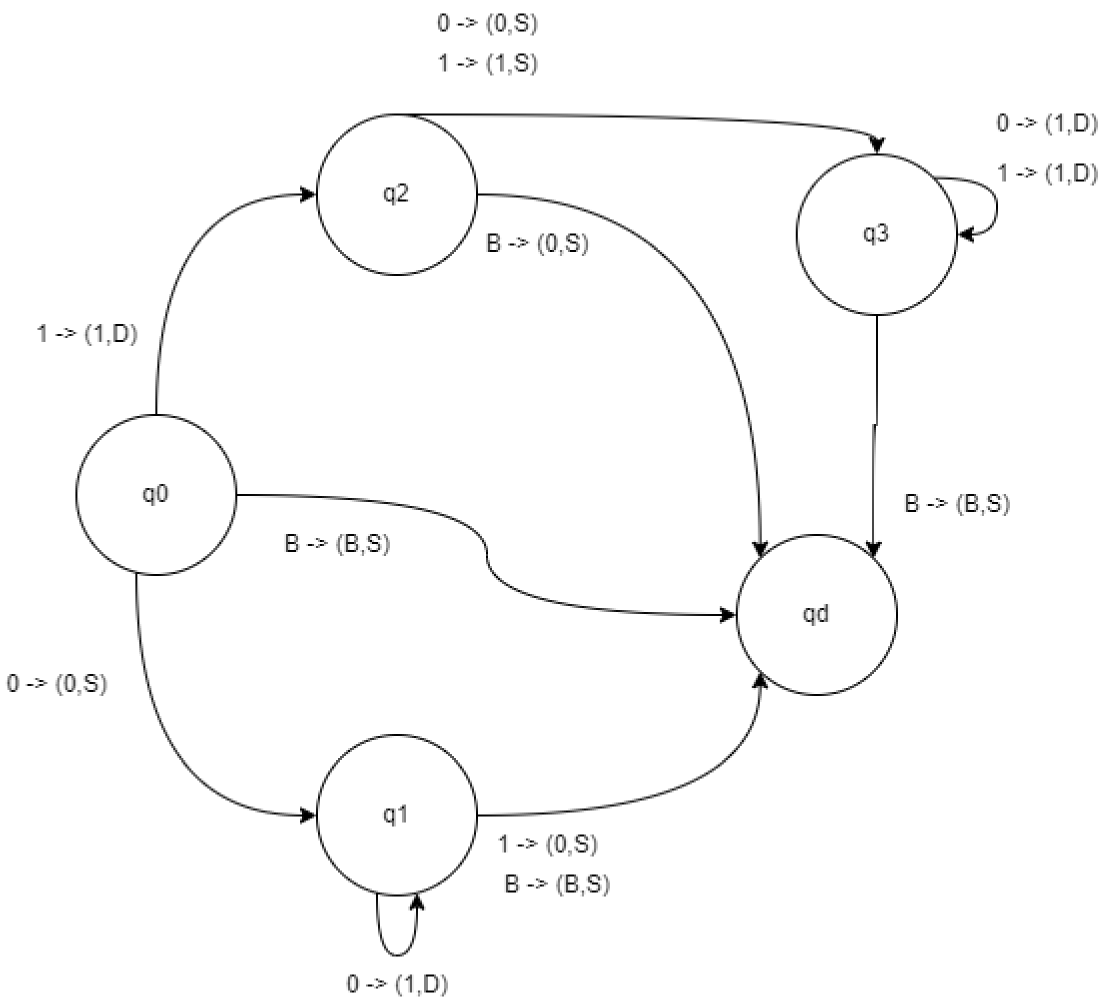
1. Mf siempre se detiene, ya que el alfabeto es finito.
2. w ∈ L1 ⇔ Mf (w) ∈ L2, se puede ver observando la MT
   a. sí w ∈ L1 ⇒ empieza con una cierta cantidad de 0 y tiene solamente un 1 al final ⇒ Mf (w) los 0 pasan a ser 1 y se tiene un 0 al final ⇒ Mf (w) ∈ L2
   b. sí w ∉ L1 ⇒ Mf (w) ∉ L2 como los 0 pasan a ser 1 y si hay un 1 va a pasar a ser 0 si w no pertenecía L1 Mf(w) no va a pertenecer a L2

   b) Idem para L2 = {λ}



1. Mf siempre se detiene, ya que el alfabeto es finito.
2. $w \in L1 \Leftrightarrow Mf(w) \in L2$, se puede ver observando la MT
    a. sí $w \in L1 \Rightarrow$ empieza con una cierta cantidad de 0 y tiene solamente un 1 al final $\Rightarrow$ Mf (w) los 0 antes del 1 pasan a ser B y el 1 del final pasa a ser B $\Rightarrow Mf(w) \in L2$
    b. sí $w \notin L1 \Rightarrow Mf(w) \notin L2$ como los 0 que están antes del 1 pasan a ser B y el primer 1 pasa a ser B, si después de ese 1 sigue habiendo más símbolos (1 o 0), van a quedarse igual, por lo que $Mf(w) \neq \lambda$. En el caso de que w sea λ, se va a agregar un 1 para que Mf (w) = 1 y por lo tanto $\notin L$

c) Idem para $L2 = \{1^n 0 | n > 0\}$



q0, 0
q1, 0, S

q0, 1
q2, 1, D

q0, B
qd, B, S

q1, 0
q1, 1, D

q1, 1
qd, 0, S

q1, B
qd, B, S

q2, B
qd, 0, S

q2, 1
q3, 1, S

q2, 0
q3, 0, S

q3, 0
q3, 1, D

q3, 1
q3, 1, D

q3, B
qd, B, S

1. Mf siempre se detiene, ya que el alfabeto es finito.
2. w ∈ L1 ⇔ Mf (w) ∈ L2, se puede ver observando la MT
    a. sí w ∈ L1 ⇒ empieza con una cierta cantidad de 0 y tiene solamente un 1 al final ⇒ Mf (w) los 0 pasan a ser 1 y el 1 del final pasa a ser 0. En el caso que w = 1, se agregara un 0 atrás ⇒ Mf (w) ∈ L2
    b. sí w ∉ L1 ⇒ Mf (w) ∉ L2
        w ∉ L1 puede pasar en 3 situaciones:
        1) sí comienza con 0s, y no tiene un 1 final, esos 0 van a ser transformados a 1 ⇒ Mf (w) ∉ L2 ya que quedaran siempre todos 1
        2) sí comienza con 0, tiene un 1, pero luego del 1 hay más símbolos, los 0 van que están antes del primer 1 van a ser transformados a 1, lo que esta después del primer 1 se va a ignorar ⇒ Mf (w) ∉ L2 ya que el primer 0 no será el último símbolo
        3) sí se comienza con un 1, pero después de ese 1 hay más símbolos, todos estos símbolos van a ser pasados a 1 ⇒ Mf (w) ∉ L2 ya que quedaran siempre todos 1.

(intentar justificar mejor el a y el b)

2) Sean L1 y L2, dos lenguajes tales que existe una reducción (L1 α L2)

    a) Qué se puede afirmar de L1 si se sabe que L2 ∈ R

    Se pude afirmar que L1 ∈ R (teorema 1 visto en teoría 10, la demostración está en las diapositivas)

    b) Qué se puede afirmar de L1 si se sabe que L2 ∈ (CO-RE - RE)

    Se sabe que L2 ∈ (CO-RE - RE)
    ⇒ L2 ∈ CO-RE ^ L2 ∉ RE
    ⇒ (definición CO-RE) $L2^C$ ∈ RE
    ⇒ (sabiendo que para que se cumpla L1 α L2 es necesario que w ∉ L1 ⇒ f(w) ∉ L2 y siguiendo el teorema 2) $L1^C$ ∈ RE

$\Rightarrow$ (definición CO-RE) L1 $\in$ CO-RE
$\Rightarrow$ L1 $\notin$ RE (corolario teoría 10)
$\Rightarrow$ Podemos afirmar que L1 $\in$ (CO-RE – RE)

c) Qué se puede afirmar de L2 si se sabe que L1 $\in$ R

Nada, ya que no sabemos si L2 α L1.

d) Qué se puede afirmar de L2 si se sabe que L1 $\in$ (CO-RE – RE)

Si sabemos que L1 $\in$ (CO-RE – RE), sabemos que L1 $\notin$ RE, y por definición L1 $\notin$ R, por las contrarrecíprocas del teorema 1 y del teorema 2 podemos determinar que

L1 $\notin$ R $\Rightarrow$ L2 $\notin$ R
L1 $\notin$ RE $\Rightarrow$ L2 $\notin$ RE

(consultar)

3)