Computabilidad y Complejidad
Práctica 2

1) Construir MT:
a) Construir una máquina de Turing que haga un corrimiento a derecha de la cadena binaria en la cinta, marcando con un símbolo especial '#' la celda que corresponde al primer símbolo desplazado. $\Gamma = \{B, \#, 0, 1\}$.
b) Y otra que haga un corrimiento a izquierda.

2) Construir MT:
a) Construir una máquina de Turing M tal que $L(M) = \{0^n 1^n \ / \ n \geq 1\}$ y mostrar la traza de computación de M para las entradas $w_1 = 0011$ y $w_2 = 011$.
b) Construir una máquina de Turing que busque en la cinta el patrón "abab" y se detenga si y sólo si encuentra ese patrón. $\Gamma = \{a, b, c, B\}$

3) Construir máquinas de Turing para computar las siguientes funciones:
a) Suma unaria. $\Sigma = \{+, 1\}$.
b) Resta unaria $a - b$ con $a > b$ $\Sigma = \{-, 1\}$.
c) Calcular el complemento a 2 de un número binario de 8 bits $\Sigma = \{0, 1\}$

4) Sea $\Sigma = \{a\}$ y $w = a$. Decir cuáles son las palabras que se obtienen como resultado de aplicar las siguientes operaciones: ww, www, w^3, w^5, w^0 ¿Cuáles son sus longitudes? Definir Σ^*.

5) Idem al ejercicio anterior, pero con $\Sigma = \{a, b\}$ y $w = aba$.

6) Sea $\Sigma = \{a, b, c\}$, escriba las 13 cadenas más cortas de Σ^*.

7) Dar tres ejemplos de lenguajes basados en el alfabeto $\{0,1\}$

8) ¿Cuántas cadenas de longitud 3 hay en $\{0,1, 2\}^*$, y cuántas de longitud n?

9) Explicar la diferencia -si la hay- entre los lenguajes L_1 y L_2.

a) $L_1 = \varnothing$	$L_2 = \{\lambda\}$
b) $L_1 = \Sigma^* \cup \{\lambda\}$	$L_2 = \varnothing \cup \Sigma^*$
c) $L_1 = \Sigma^* - \varnothing$	$L_2 = \Sigma^*$
d) $L_1 = \Sigma^* - \{\lambda\}$	$L_2 = \Sigma^*$

10) Mostrar que Σ^* es infinito contable.

11) Indicar cuál es el lenguaje que se obtiene al intersectar los siguientes lenguajes:
a) $L_1 = \{a^n c^m d^n \ / \ n \geq 0, m \geq 0\}$ con $L_2 = \{ c^n \ / \ n \geq 0\}$
b) $L_1 = \{a^n c^m d^n \ / \ n > 0, m \geq 0\}$ con $L_2 = \{ c^n \ / \ n \geq 0\}$
c) $L_1 = \{a^n c^m d^n \ / \ n \geq 0, m > 10\}$ con $L_2 = \{ c^n \ / \ n > 5\}$
d) $L_1 = \{1^n 2^m \ / \ n, m \geq 0, n \text{ par}, m \text{ impar}\}$ con $L_2 = \{ 2^n \ / \ n \geq 0\}$
e) $L_1 = \{1^n 2^m \ / \ n, m \geq 0, n \text{ par}, m \text{ impar}\}$ con $L_2 = \{ 1^n \ / \ n \geq 0\}$

12) Encontrar si es posible un lenguaje L_1 que cumpla:

a) $L_1 \cap \{1^k 2^m 3^n \,/\, m = k+n+1 \text{ y } n, k \geq 0\} = \{1^n 2^{n+1} \,/\, n \geq 0\}$

b) $L_1 \cap \{1^n 2^m \,/\, n \neq m \text{ y } n, m \geq 0\} = \{1^n 2^n \,/\, n > 0\}$

13) Conteste las siguientes preguntas sobre Máquinas de Turing

a) ¿Puede el alfabeto de la cinta (Γ) ser el mismo que el alfabeto de entrada (Σ)?

b) ¿Puede una máquina de Turing tener un único estado?

c) ¿Cuántos lenguajes existen definidos sobre el alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$? ¿y sobre $\Sigma = \{1\}$?

d) ¿Cuáles de los siguientes conjuntos son lenguajes definidos sobre Σ?

$\varnothing$, Σ, Σ^*, $\{\lambda\}$, $\{\lambda\} \cup \Sigma$, $\{\varnothing\}$

e) Sea la siguiente máquina de Turing:

$M = < Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R>$

Con $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\Gamma = \{a, b, c, B\}$ y $\delta(q, s) = (q', s', m)$ tq

$q \in Q$ $\quad q' \in Q \cup \{q_R\}$ $\quad s, s' \in \Gamma$ $\quad m \in \{D, I\}$

¿Reconoce el lenguaje $\{\lambda\}$? Si no es así indique cuál es el lenguaje que reconoce

14) Sea $M = <Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R>$, en cada caso asumir que los $\delta(\ )$ no especificados son los que hacen detener la MT en q_R, determinar $L(M)$

a) $Q = \{q_0, q_1\}$; $\Sigma = \{0,1\}$; $\Gamma = \{0, 1, B\}$

$\delta(q_0, 0) = (q_0, 0, I)$

$\delta(q_0, B) = (q_0, B, D)$

$\delta(q_0, 1) = (q_1, 1, D)$

b) $Q = \{q_0, q_1\}$; $\Sigma = \{0,1\}$; $\Gamma = \{0, 1, B\}$

$\delta(q_0, 0) = (q_1, B, D)$

$\delta(q_1, B) = (q_A, B, D)$

$\delta(q_1, 0) = (q_A, 0, D)$

$\delta(q_1, 1) = (q_A, 1, D)$

c) $Q = \{q_0, q_1\}$; $\Sigma = \{0,1\}$; $\Gamma = \{0, 1, B\}$

$\delta(q_0, 0) = (q_0, 0, I)$

$\delta(q_0, B) = (q_0, B, D)$

$\delta(q_0, 1) = (q_1, 1, D)$

$\delta(q_1, 0) = (q_0, B, I)$

$\delta(q_1, B) = (q_0, B, D)$

d) $Q = \{q_0\}$; $\Sigma = \{0,1\}$; $\Gamma = \{0, 1, B\}$

$\delta(q_0, 1) = (q_0, B, I)$

$\delta(q_0, 0) = (q_A, B, I)$

$\delta(q_0, B) = (q_0, B, D)$

e) $Q = \{q_0, q_1\}$; $\Sigma = \{0,1\}$; $\Gamma = \{0, 1, B\}$

$\delta(q_0, 0) = (q_1, B, D)$

$\delta(q_1, 0) = (q_1, 1, D)$

$\delta(q_1, 1) = (q_1, 0, D)$

$\delta(q_1, B) = (q_A, 1, D)$