Многопоточное программирование

Моделирование и Анализ Параллельных Вычислений

План лекции

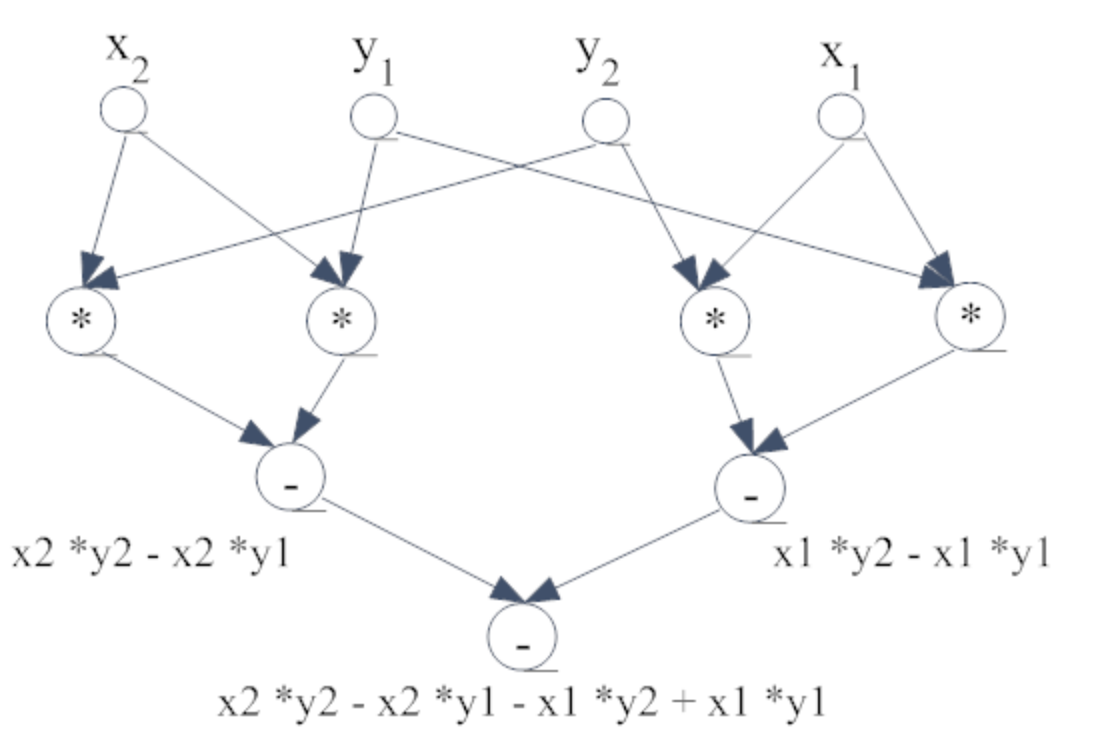
- Анализ внутренней структуры алгоритма
- Модель параллельного алгоритма
- Показатели качества параллельного алгоритма
- Законы Амдала и Густафсона
- Оценка коммуникационной способности

Модель «операции - операнды»

Ориентированный ациклический граф G(V,R)

- V — множество вершин, выполняемые операции
- R — дуги графа. r(i,j) принадлежит графу, если j использует результаты операции i

Пример графа



Модель операции-операнды

Решение квадратного уравнения

Расписание

- P — количество процессоров
- Расписание

$$H_p = \{(i, P_i, t_i) : i \in V\}$$

Расписание

- P — количество процессоров
- Расписание

$$H_p = \{(i, P_i, t_i) : i \in V\}$$

- Условия реализуемости

$$\forall i, j \in V : t_i = t_j \Rightarrow P_i \neq P_j$$
$$\forall (i, j) \in R : t_j >= t_i + 1$$

Расписание

- P — количество процессоров
- Расписание

$$H_p = \{(i, P_i, t_i) : i \in V\}$$

- Условия реализуемости

$$\forall i, j \in V : t_i = t_j \Rightarrow P_i \neq P_j$$
$$\forall (i, j) \in R : t_j >= t_i + 1$$

- Модель параллельного алгоритма $A_p(G, H_p)$,

Упрощения

- Время выполнения каждой операции 1
- Накладные расходы на передачу данных между процессорами отсутствуют (происходят мгновенно)

Время выполнения параллельного алгоритма алгоритма

- Время выполнения параллельного алгоритма

$$T_p(G, H_p) = \max_{i \in V}(t_i + 1)$$

Время выполнения параллельного алгоритма алгоритма

- Время выполнения параллельного алгоритма

$$T_p(G, H_p) = \max_{i \in V}(t_i + 1)$$

- Время выполнения с оптимальным расписанием

$$T_p(G) = \min_{H_p} T_p(G, H_p)$$

Время выполнения параллельного алгоритма алгоритма

- Время выполнения параллельного алгоритма

$$T_p(G, H_p) = \max_{i \in V}(t_i + 1)$$

- Время выполнения с оптимальным расписанием

$$T_p(G) = \min_{H_p} T_p(G, H_p)$$

- Время выполнения наилучшей вычислительной схемой

$$T_p = \min_{G} T_p(G)$$

Время выполнения параллельного алгоритма алгоритма

- Время выполнения параллельного алгоритма

$$T_p(G, H_p) = \max_{i \in V}(t_i + 1)$$

- Время выполнения с оптимальным расписанием

$$T_p(G) = \min_{H_p} T_p(G, H_p)$$

- Время выполнения наилучшей вычислительной схемой

$$T_p = \min_{G} T_p(G)$$

- Минимально возможное время выполнения

$$T_\infty = \min_{p>=1} T_p$$

$$T_\infty(G) = d(G)$$

Время выполнения последовательного алгоритма

- Время выполнения для заданное схемы

$$T_1(G) = |V|$$

Время выполнения последовательного алгоритма

- Время выполнения для заданное схемы

$$T_1(G) = |V|$$

- Врем выполнения алгоритма

$$T_1 = \min_G T_1(G)$$

Время выполнения последовательного алгоритма

- Время выполнения для заданное схемы

$$T_1(G) = |V|$$

- Врем выполнения алгоритма

$$T_1 = \min_G T_1(G)$$

- Время последовательного решения задачи

$$T_1^* = \min T_1$$

Показатели эффективности

Ускорение (speedup)

$$S_p(n) = \frac{T_1^*(n)}{T_p(n)}$$

Эффективность (efficiency)

$$E_p(n) = \frac{S_p(n)}{p} = \frac{T_1(n)}{pT_p(n)}$$

Показатели эффективности

- S=p Идеальный случай

Показатели эффективности

- S=p Идеальный случай

- S < p
  - Последовательные части алгоритма
  - Накладные расходы
  - Координация

Показатели эффективности

- $S=p$ Идеальный случай
- $S < p$
  - Последовательные части алгоритма
  - Накладные расходы
  - Координация
- $S > p$

Показатели эффективности

- S=p Идеальный случай

- S < p
  - Последовательные части алгоритма
  - Накладные расходы
  - Координация

- S > p
  - Сверхлинейное ускорение
  - Увеличения кэша и оперативной памяти
  - Нелинейная зависимость сложности решения от объема входных данных
  - Различные вычислительные схемы

Ускорение и Эффективности

- Часто бывают противоречивыми

Стоимость

- Стоимость

$$C_p = pT_p.$$

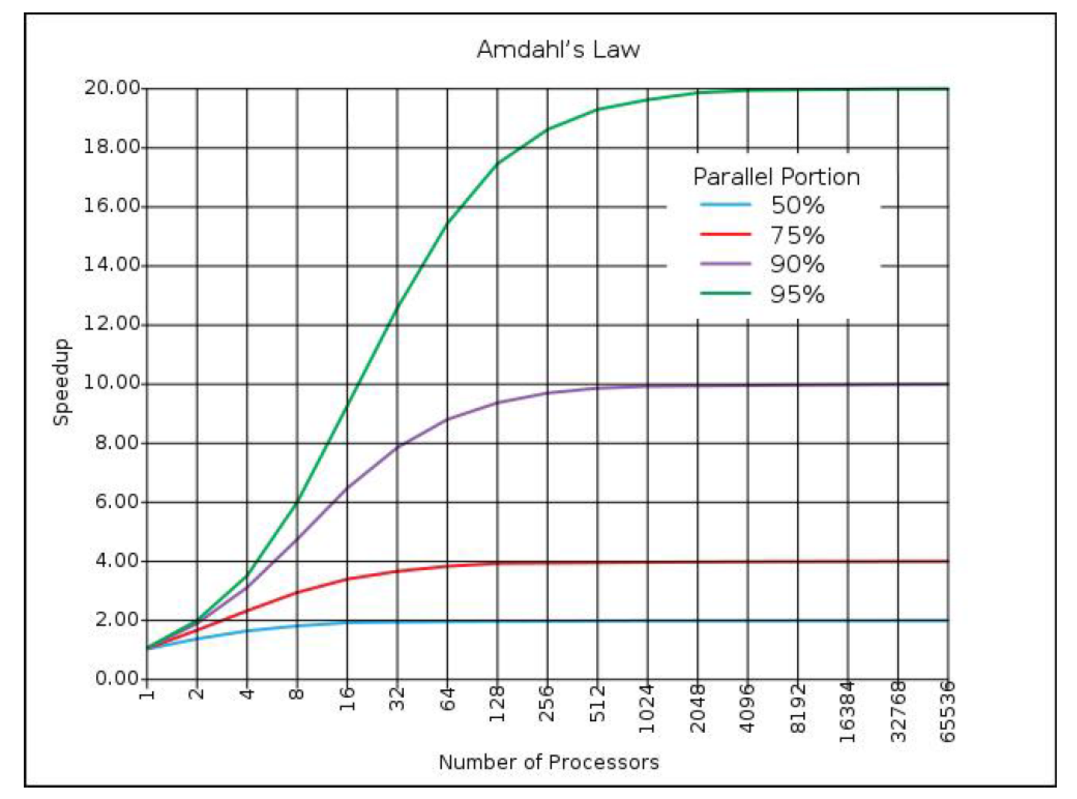
- Стоимостной-оптимальный параллельный алгоритм

Вычисление частных сумм

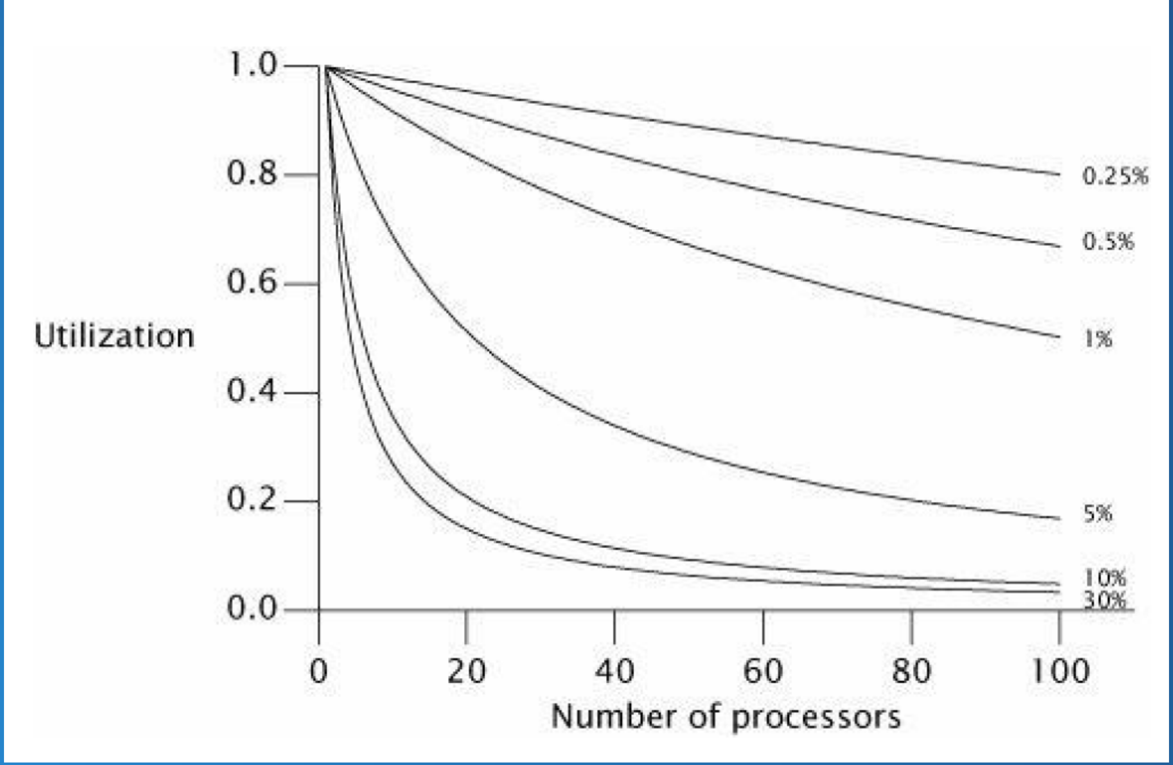
Закон Амдала

- Доля последовательных вычислений $$f = \frac{T_{seq}}{T_1}$$
- Время выполнения параллельного алгоритма $$T_p = fT_1 + \frac{(1-f)T_1}{p}$$
- Ускорение $$S_p = \frac{1}{f + \frac{1-f}{p}}$$
- Максимальное ускорение $$\lim_{p\to\infty} S_p = \frac{1}{f}$$

Закон Амдала



Закон Амдала



Закон Густавсона-Барсиса

$$g = \frac{T_{seq}}{T_{seq} + \frac{T_{par}}{p}}$$

$$T_1 = gT_p + p(1 - g)T_p$$

$$S_p = p + (1 - p)g$$

Вопросы