



# **UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**

**Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”**

**Corso di Laurea in Fisica**

**Tesi di Laurea**

**Ricerca di segnali gravitazionali dovuti alla coalescenza di sistemi  
binari di stelle di neutroni nella fase di post coalescenza**

**Relatrice**

**Dott.ssa Claudia Lazzaro**

**Laureando**

**Aidin Attar**

**Anno Accademico 2020/2021**



# Abstract

La tesi è dedicata allo studio della capacità di rivelazione e di ricostruzione dei segnali di onda gravitazionale generati dalla post-coalescenza di sistemi binari di stelle di neutroni da parte dell'algoritmo Coherent WaveBurst.

Nella prima parte si descrive il fenomeno dello spiraleggiamento di un sistema binario di stelle di neutroni con la conseguente emissione di onde gravitazionali e si descrivono le caratteristiche attese del segnale, anche in relazione alle masse delle stelle progenitrici e all'equazione di stato. Nella seconda parte si ripercorre la prima osservazione di onda gravitazionale da questo tipo di sistemi, GW170817, avvenuta il 17 Agosto 2017, che risulta tutt'oggi il segnale più energetico osservato, e la conseguente ricerca effettuata della fase di post-coalescenza per questo segnale, considerando i limiti sperimentali che non ne permettono l'osservazione.

L'analisi riportata in questa tesi include iniezioni di dati simulati nel contesto della rete di interferometri LIGO-Virgo, secondo le previsioni di sensibilità del run O4. Dopo una breve introduzione sull'algoritmo utilizzato, vengono descritte le simulazioni effettuate. Obiettivo delle simulazioni è stato valutare la capacità di ricostruzione dell'algoritmo per questa tipologia di segnale: si è verificato l'energia persa nella ricostruzione e la corrispondenza del segnale ricostruito rispetto al segnale iniettato e, facendo riferimento alla fase del segnale relativo alla post-coalescenza, si è valutato le principali caratteristiche di quest'ultimo utilizzando un metodo che permette di studiarlo separatamente dal resto del segnale.

La tesi è organizzata nel seguente modo: nel *Capitolo 1* viene introdotta la struttura teorica che regola l'emissione di onde gravitazionali da sistemi binari di stelle di neutroni e i possibili destini di tali complessi, e si ripercorre la rivelazione, da parte della collaborazione LIGO-Virgo, del segnale GW170817; nel *Capitolo 2* si descrive l'algoritmo cWB, con particolare attenzione alle statistiche che verranno utilizzate nell'analisi e infine nel *Capitolo 3* si sviluppa l'analisi e se ne traggono le conclusioni.



# Indice

<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>1 Segnali gravitazionali da coalescenza di sistemi binari di stelle di neutroni</b>	<b>1</b>
1.1 Collasso del sistema binario . . . . .	3
1.1.1 Formazione diretta di un buco nero . . . . .	3
1.1.2 Formazione di una stella di neutroni ipermassiva . . . . .	3
1.1.3 Formazione di una stella di neutroni con lunga vita media . . . . .	3
1.2 Frequenze caratteristiche . . . . .	4
1.3 Osservazioni di onde gravitazionali . . . . .	5
1.3.1 Osservazione della coalescenza di un sistema di stelle di neutroni: GW170817 . . . . .	5
1.3.2 Osservazione del segnale GW190425 . . . . .	8
<b>2 Algoritmo Coherent WaveBurst</b>	<b>9</b>
2.1 Metodologia di analisi per la ricerca di segnali gravitazionali . . . . .	10
2.2 Algoritmo cWB . . . . .	11
2.2.1 Rappresentazione in tempo-frequenza . . . . .	11
2.2.2 Generazione di trigger coerenti . . . . .	11
2.2.3 Selezione dei trigger coerenti . . . . .	12
<b>3 Analisi</b>	<b>13</b>
3.1 Ricostruzione di un evento simulato . . . . .	14
3.2 Caratteristiche degli eventi simulati . . . . .	15
3.3 Analisi degli eventi ricostruiti . . . . .	17
3.4 Caratterizzazione della frequenza della post-coalescenza . . . . .	19
<b>Conclusioni</b>	<b>23</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>25</b>



# Capitolo 1

## Segnali gravitazionali da coalescenza di sistemi binari di stelle di neutroni

La teoria della relatività generale permette di relazionare la curvatura locale dello spazio-tempo con il tensore energia-impulso attraverso le equazioni di Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1.1)$$

con  $R_{\mu\nu}$  e  $R$  rispettivamente tensore di Ricci e scalare di Ricci, legati al tensore di curvatura,  $g_{\mu\nu}$  tensore metrico, simmetrico e non degenere, e  $T_{\mu\nu}$  il tensore energia-impulso che descrive il flusso e la densità di energia e di momento nello spazio-tempo. Tale equazione rappresenta un sistema di 10 equazioni differenziali non lineari, indipendenti, risolvibili solo in casi particolari.

Considerando l'approssimazione di campo debole

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \text{con} \quad |h_{\mu\nu}| \ll \eta_{\mu\nu} \quad (1.2)$$

cioè ponendosi a distanza sufficiente dalla massa da poter considerare lo spazio piatto, è possibile linearizzare le equazioni di Einstein e, sviluppando i calcoli matematici e facendo opportune scelte di gauge, che non vengono qui riportate ma che si possono osservare in [19], è possibile ottenere l'equazione d'onda gravitazionale:

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1.3)$$

con  $\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h$  traccia inversa.

Tra le sorgenti più interessanti di onde gravitazionali vi è la coalescenza di stelle di neutroni. Una stella di neutroni (NS) è la fase finale dell'evoluzione stellare, che segue alla cessazione delle reazioni di fusione nucleare degli elementi leggeri al suo interno, per stelle con massa  $10 M_\odot < M < 25 M_\odot$ . Le densità estremamente alte portano gli elettroni a interagire con i protoni, attraverso il fenomeno della cattura elettronica, con la formazione di neutroni (e neutrini). Date le densità estreme della stella di neutroni, rimane incertezza sulle equazioni di stato della materia nucleare [14]. Una stella di neutroni è resa stabile, contro il collasso dovuto alla forza di gravità, non da pressioni termiche come per il sole, ma da forze legate al principio di esclusione di Pauli e interazioni nucleari tra i neutroni. Queste forze hanno effetti solo sopra le densità nucleari, spiegando perché le NS siano così compatte (una NS ha una massa poco superiore rispetto alla massa solare in un raggio di  $\sim 10$  km) [13]

Un sistema binario di stelle di neutroni (BNS), ovvero una coppia di NS che ruota attorno al centro di massa, legato attraverso la forza di attrazione gravitazionale, emette onde gravitazionali (GW); il processo di coalescenza è costituito da tre fasi: spiraleggiamento, coalescenza e post-coalescenza (Figura 1.1). Si consideri infatti una coppia di stelle con masse  $m_1$  e  $m_2$ , massa totale  $M = m_1 + m_2$  e massa ridotta  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ , in orbita circolare di raggio  $R$  attorno al centro di massa e velocità tangenziale  $v$ : considerando la terza legge di Keplero  $\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{4R^2}$  e definendo la frequenza orbitale  $\Omega = 2\pi/T$ , con  $T$  periodo dell'orbita, si ottiene

$\Omega = \sqrt{\frac{GM}{4R^3}}$ . Definendo il tensore momento di quadrupolo come  $I^{ij} = \int d^3y T^{00} y^i y^j$ , che misura il grado di disomogeneità nella distribuzione della massa, e facendo un'opportuna parametrizzazione delle coordinate delle stelle si ottengono le componenti del tensore:

$$I^{xx} = \mu R^2 \frac{1 - \cos 2\Omega t}{2}, \quad I^{yy} = \mu R^2 \frac{1 + \cos 2\Omega t}{2}, \quad I^{xy} = -\frac{1}{2} \mu R^2 \sin 2\Omega t = I^{yx} \quad (1.4)$$

e quindi a un'onda

$$h_{ij} = \frac{4G\mu\Omega^2 R^2}{r} \begin{bmatrix} \cos 2\Omega t_r & \sin 2\Omega t_r & 0 \\ \sin 2\Omega t_r & -\cos 2\Omega t_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

La frequenza dell'onda gravitazionale emessa da questi sistemi è tale che  $\omega_{GW} = 2\Omega$ . Si può scrivere la potenza irradiata  $P = \frac{32}{5} \frac{c^5}{G} \left( \frac{GM_c \omega_{GW}}{2c^3} \right)^{10/3}$ , con  $M_c = (m_1 m_2)^{3/5} / (m_1 + m_2)^{1/5}$  massa di chirp; con la radiazione di potenza nel sistema c'è perdita di energia, che si può scrivere come  $E_{orbita} = T + U = -\frac{Gm_1 m_2}{R}$ . Per compensare l'energia persa,  $R$  deve decrescere e di conseguenza  $\Omega$  aumentare, andamento che conduce alla coalescenza dei due corpi. A partire dalla legge per la potenza irradiata, è possibile valutare l'evoluzione della frequenza dell'onda gravitazionale

$$\dot{\omega}_{GW} = \frac{12}{5} 2^{1/3} \left( \frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/3} \omega_{GW}^{11/3} \quad (1.6)$$

che integrata restituisce  $\omega_{GW}$ , che formalmente diverge in un tempo finito: si ottiene che la fase di spiraleggiamento è descritta da un andamento a chirp e può essere descritta con un approccio analitico. La divergenza della frequenza non è fisica e compare solo formalmente, a distanze minori di una soglia critica l'approssimazione di corpi puntiformi fatta fin'ora non è più corretta e a dominare sono invece gli effetti di deformazione mareale, tipici di corpi estesi. Questo andamento viene sfruttato da Hulse e Taylor nella scoperta del primo sistema binario, osservando la decadenza dell'orbita a causa dell'emissione di onde gravitazionali. La fase di spiraleggiamento termina con i due oggetti che si scontrano dando inizio alla fase di coalescenza e quindi, dopo la fusione, alla post-coalescenza che, in base alle proprietà iniziali del sistema, può portare a forme d'onda e oggetti diversi. Mentre la fase di coalescenza dura pochi millisecondi, la fase di post-coalescenza genera un segnale quasi-stazionario. Queste due fasi risultano più complesse da modellare, per cui per il loro studio si fa affidamento a metodi numerici. [19]

I sistemi binari di stelle di neutroni, oltre che ottime sorgenti di onde gravitazionali, risultano anche i migliori scenari per spiegare la fenomenologia dei lampi gamma brevi (short gamma ray burst). I lampi gamma consistono nell'emissione di intensi raggi gamma con uno spettro di durate estremamente vario, per cui si distinguono i short gamma ray burst con durata tipica inferiore a 2s e con un energia media dei fotoni superiore, i long gamma ray burst la quale durata è piccata attorno a 30s, fino agli ultra-long gamma ray burst che arrivano a durare diverse ore, mediamente meno energetici. La separazione è legata ai fenomeni fisici che li generano: mentre i GRB lunghi hanno origine nel collasso del nucleo di stelle massive nel fenomeno della post-luminescenza, la comprensione dell'origine di GRB brevi è risultata più complessa. L'osservazione sperimentale ha portato ad escludere il collasso di stelle massive come origine di tali fenomeni. Candidati plausibili sono risultati invece la coalescenza di BNS o di binarie NS-BH, poiché la durata di GRB brevi richiede strutture compatte con caratteristiche sulla scala dei tempi nell'ordine delle decine di millisecondi, compatibili con la coalescenza di un sistema binario di NS, in particolare l'osservazione di GW170817, evento che si approfondirà nella sezione 1.3, mostra come i GRB brevi siano effettivamente legati alla coalescenza di sistemi binari di stelle compatte [20].

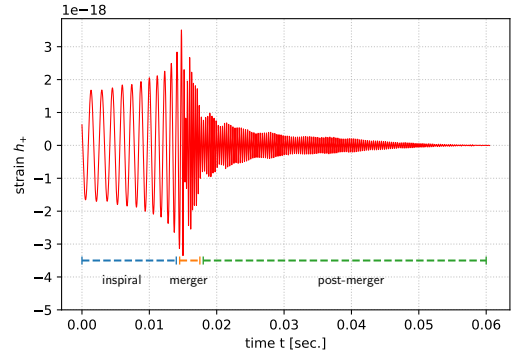


Figura 1.1: Segnale teorico previsto per la coalescenza di una BNS con equazione di stato APR4, con una divisione qualitativa tra le diverse fasi



## 1.1 Collasso del sistema binario

Ci sono quattro possibili risultati della coalescenza di due stelle di neutroni, in base alle masse delle stelle e alle loro equazioni di stato. Data la massa dell'oggetto  $M$ , [23] descrive i possibili stati finali del sistema (Fig.1.2):

- $M \gtrsim 1.5M_{TOV}$ <sup>1</sup>: il sistema collassa immediatamente in un buco nero seguendo il percorso  $A \rightarrow B \rightarrow C$ ;
- $1.2M_{TOV} \lesssim M \lesssim 1.5M_{TOV}$ : l'oggetto rimanente è una stella di neutroni ipermassiva, che collassa in un buco nero in un tempo  $\lesssim 1s$ , seguendo  $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E$ ;
- $M_{TOV} \lesssim M \lesssim 1.2M_{TOV}$ : rimane una stella di neutroni supermassiva che è destinata a collassare in un buco nero in un tempo di  $10 \div 10^4s$ , secondo il percorso  $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G$ ;
- $M \lesssim M_{TOV}$ : rimane una stella di neutroni stabile, secondo il percorso  $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow H$ .

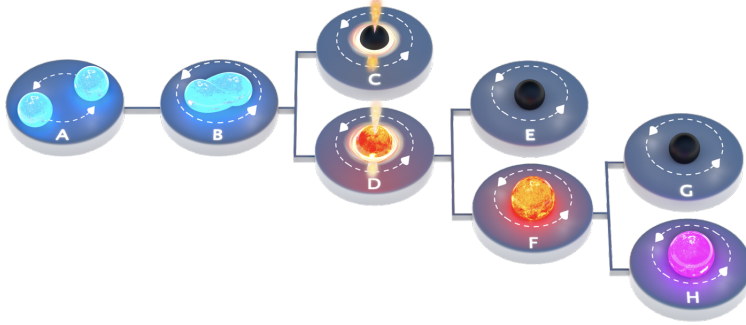


Figura 1.2: Rappresentazione pittorica del destino del corpo celeste formatosi dalla coalescenza di un sistema binario di stelle di neutroni, [23]

### 1.1.1 Formazione diretta di un buco nero

La formazione diretta di un buco nero dopo la coalescenza implica lo spegnimento del segnale, con un collasso quasi sferico che genera delle onde gravitazionali minime [23].

Questo tipo di segnale ha la particolarità, al contrario degli altri casi di post-coalescenza, di ammettere uno studio analitico attraverso metodi perturbativi relativamente semplici (decrescita esponenziale con un tempo caratteristico legato alla massa del buco nero) [20].

### 1.1.2 Formazione di una stella di neutroni ipermassiva

La maggior parte delle coalescenze di stelle di neutroni porta alla formazione di stelle di neutroni ipermassive, supermassive o stabili [23].

Una stella di neutroni ipermassiva è tale da avere una massa superiore al massimo in massa per una stella rotante uniformemente  $M_{TOV}$ , ma non collassa per la rotazione differenziale, cioè il fenomeno per cui le sue diverse parti ruotano con velocità angolare differente che permette una maggiore stabilità rispetto a stelle non rotanti o rotanti uniformemente [8], e per il supporto di gradienti termici. Nel momento in cui la stella rallenta la sua rotazione e/o si raffredda la stella collassa in un buco nero.

L'emissione di GW dalla fase di post-coalescenza è attesa avere una quantità di energia rilasciata sotto forma di GW relativamente ampia e confrontabile con il massimo dello spiraleggiamento [23].

### 1.1.3 Formazione di una stella di neutroni con lunga vita media

Nel caso in cui il corpo celeste formatosi abbia una massa inferiore a  $\sim 1.2M_{TOV}$  sopravvive per un tempo superiore al secondo e viene denominata supermassiva se la massa è superiore al limite definito in precedenza  $M_{TOV}$ , mentre per valori inferiori è detta stabile. È importante osservare in Figura 1.2 che per entrambi i prodotti finali si passa comunque per una fase di forte rotazione differenziale immediatamente successiva alla coalescenza rendendo i metodi di ricerca di segnali di GW non differenti da quelli per il caso di residuo ipermassivo. L'osservazione sperimentale mostra che questo tipo di esito si presenta in un numero non trascurabile di casi [23].

Come detto, le simulazioni mostrano che stelle supermassive generate dalla coalescenza di un sistema binario di stelle di neutroni hanno una vita compresa tra  $\sim 10s$  e  $\sim 10^4s$ . In realtà l'osservazione sperimentale mostra

<sup>1</sup>  $M_{TOV}$  è detta massa di Tolman-Oppenheimer-Volkoff e indica la massa massima che può avere una stella di neutroni non rotante

che queste stelle tendono a collassare in una scala di tempi più breve di quella attesa e tale discrepanza si pensa possa includere eccessi di energia emessa in onde gravitazionali nelle prime fasi, o quark liberi che portano a modifiche nel momento di inerzia della stella rispetto al caso con materia ordinaria [23].

Questi vincoli hanno grande importanza, soprattutto per la ricerca futura: il fatto che le stelle di neutroni nascenti siano composte da quark non confinati suggerisce che vi sia una transizione di fase adrone-quark dipendente dalla temperatura e, comprendere dove avvenga questa transizione nel diagramma di fase nucleare è un'informazione chiave per dedurre informazioni sul comportamento della materia nucleare e di conseguenza sull'equazione di stato (EOS). Il fatto, invece, che le NS supermassive rallentino la rotazione soprattutto a causa dell'emissione di GW ha importanti conseguenze per la dinamica della NS stessa e permette di avere vincoli sull'energia per ricostruire la natura dell'oggetto residuo nelle future analisi [23].

## 1.2 Frequenze di coalescenza e post-coalescenza di un'ipermassiva

A partire dal segnale di GW, in particolare da un'analisi spettrale delle fasi di coalescenza e post-coalescenza, possono essere ottenute informazioni sull'equazione di stato della materia a densità nucleare e sulla deformabilità mareale delle due stelle.

Simulazioni numeriche relativistiche di coalescenza di BNS e post-coalescenza mostrano che l'emissione di GW da un corpo celeste ipermassivo è legata alla EOS e può trovarsi a frequenze comprese tra  $\sim 2$  e  $4$  kHz, ed è fortemente correlato con la compattezza e con la deformabilità mareale delle stelle. Questa correlazione, con quantità calcolate per stelle di neutroni fredde e non rotanti, stato in cui non si trova l'ipermassiva residua, suggerisce come gli effetti dovuti a rotazione e temperatura giochino un ruolo limitato nelle proprietà del segnale di onda gravitazionale e mostra come la misura del modo dominante nella frequenza della post-coalescenza possa portare a una importante misura dell'equazione di stato nucleare [23].

Considerando dunque il segnale gravitazionale dovuto alla coalescenza di due stelle di neutroni, con una differenza di massa inferiore al 20%, si possono riassumere le proprietà fondamentali del segnale immediatamente successivo alla coalescenza come descritto in [22]:

- la frequenza della GW al massimo di ampiezza  $f_{max}$  è legata in modo quasi-universale con la deformabilità mareale delle due stelle;
- le frequenze  $f_1$ ,  $f_{2,i}$  e  $f_3$  rappresentano i picchi principali visibili dall'osservazione della post-coalescenza, tra le quali si ottiene la seguente relazione empirica:  $f_{2,i} \simeq \frac{f_1 + f_3}{2}$ . Il picco  $f_1$  è legato alla compattezza delle stelle, mentre il picco  $f_{2,i}$  è legato al raggio della configurazione non rotante più massiva e corrisponde al modo fondamentale della NS ipermassiva con  $l = 2 = m$ ;
- si identifica in alcuni casi un altro picco  $f_{2-0}$  che si riferisce all'accoppiamento tra il modo fondamentale con  $l = 2 = m$  e il modo con simmetria assiale, cioè con  $l = 2$  e  $m = 0$ ;
- vi è un picco  $f_{spiral}$  associato alla deformazione spiraleggiante dovuta alla rotazione, è però impossibile da misurare in calcoli numerici e si utilizzano dunque i valori prodotti da considerazioni analitiche. Si nota infine che  $f_{spiral}$  coincide per molte EOS (in particolare EOS rigide) con la frequenza  $f_1$ , mentre per altre (EOS morbide) non si ha questa corrispondenza.

Analizzando le frequenze dominanti su scale temporali più lunghe, nei casi in cui il sistema non collassi immediatamente in un buco nero evidenziando nella forma d'onda una fase di ringdown in cui il segnale si spegne, l'unica frequenza a sopravvivere è il picco  $f_2$ , spariscono gli altri picchi, lasciando solo  $f_{2-0}$  a basse energie, come si osserva in Figura 1.3.

È poi possibile trovare diverse relazioni quantitative che legano le frequenze osservate con le proprietà stellari, che risultano particolarmente utili come verifica delle previsioni teoriche.

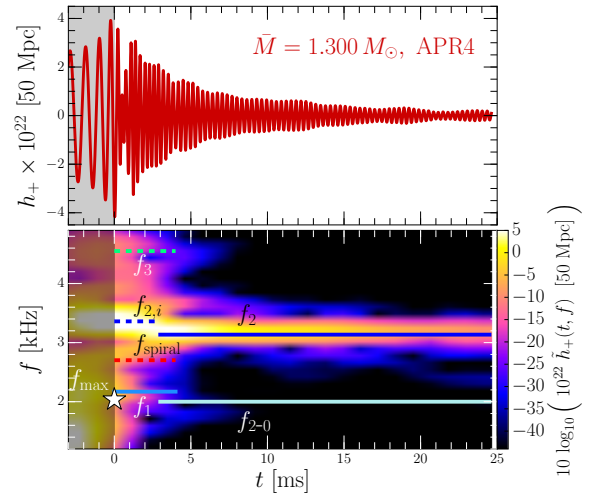


Figura 1.3: Forma d'onda e relativo spettrogramma per la post-coalescenza di una BNS con equazione di stato APR4 (morbida), [22]

### 1.3 Osservazione di onde gravitazionali prodotte da un sistema binario di stelle di neutroni

Gli effetti fisici del passaggio di un'onda gravitazionale si manifestano nell'interazione con le masse, in particolare è necessario considerare sistemi di due o più corpi poiché, non si osserverebbero effetti su corpi singoli: in accordo con il principio di equivalenza, è sempre possibile trovare un sistema di riferimento in cui poter applicare le leggi della relatività speciale: se si studia il moto di un corpo in un sistema di riferimento solidale ad esso, questo rimarrà in quiete indipendentemente dal passaggio di un'onda gravitazionale. Ciò che bisogna considerare è invece l'accelerazione reciproca tra due corpi, in particolare si dimostra che, con il passaggio della GW, la distanza che separa i due corpi subisce periodicamente contrazioni e allungamenti nella direzione della congiungente. È facile dedurre l'effetto che si osserva per sistemi di particelle sia quello di Figura 1.4. Questo effetto può essere usato nella rivelazione.

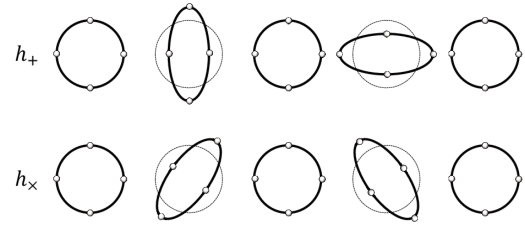


Figura 1.4: Effetto su un sistema di particelle su piano dovuto al passaggio di un'onda gravitazionale che si propaga ortogonalmente al piano, [17]

Il metodo più usato per la rivelazione è quello interferometrico basato sul modello classico dell'interferometro di Michelson: un fascio di luce laser monocromatica viene diviso con l'utilizzo di un separatore con uguale probabilità di trasmettere o riflettere il fascio, in due bracci tra loro perpendicolari; i due fasci vengono poi riflessi ricombinandosi sul separatore e sono quindi raccolti da un fotodiodo che ne misura l'intensità. Il passaggio di un'onda gravitazionale che si muove perpendicolarmente al piano dell'interferometro porta l'allungamento di un braccio e la contrazione dell'altro e quindi a una variazione nella fase tra i due fasci e una variazione della potenza registrata dal fotodiodo.

È possibile massimizzare gli effetti del modello classico dell'interferometro di Michelson con tecniche come cavità ottiche, che permettono di avere bracci "efficaci" di lunghezze non ottenibili altrimenti, oltre che tecniche per ridurre il rumore attraverso l'utilizzo di materiali tali da minimizzare l'assorbimento del fascio.

La rete di interferometri LIGO-Virgo che si utilizza è composta da tre rivelatori (LIGO-Livingston in Louisiana, LIGO-Hanford in Washington e Virgo in Italia) e nel futuro verrà estesa con l'aggiunta di KAGRA in Giappone e LIGO-India in India. L'utilizzo di una rete di rivelatori permette aumentare la capacità di discriminare segnale e rumore analizzando la coincidenza temporale e la coerenza dei segnali nella rete di interferometri, oltre a permettere di aumentare il tempo osservativo.

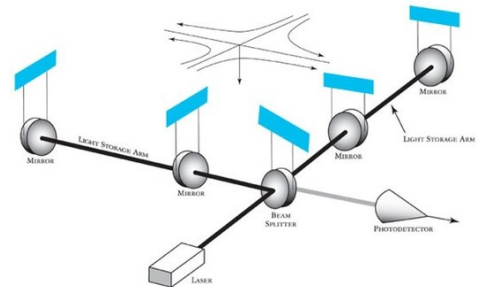


Figura 1.5: Rappresentazione schematica di un interferometro utilizzato per la rivelazione di segnali di onda gravitazionale, [18]

#### 1.3.1 Osservazione della coalescenza di un sistema di stelle di neutroni: GW170817

Rivelato il 17 Agosto 2017 dal network LIGO-Virgo, GW170817 è il primo segnale di onda gravitazionale generato dallo spiraleggiamento di un sistema binario di stelle di neutroni. Il segnale, osservato alla fine del secondo run di misure O2, è tutt'ora il più energetico osservato tra questi tipi di segnale, con un rapporto segnale su rumore (SNR) di 32.4. Oltre al segnale di GW è stato osservato un lampo-gamma, dopo 1.7s dalla coalescenza [2].

Il segnale è chiaramente visibile nella rappresentazione tempo-frequenza dei dati, in Figura 1.6, nei rivelatori LIGO, risulta invece aver un rapporto segnale rumore più basso in Virgo, a causa della minor sensibilità del detector rispetto alla posizione nel cielo della sorgente. La (non) rivelazione risulta comunque utile, soprattutto per permettere l'individuazione della posizione celeste della sorgente.

L'analisi a bassa latenza dell'evento ha mostrato un segnale coerente nei due detector LIGO, grazie al quale si individua la sorgente in una regione del cielo pari a  $31 \text{ deg}^2$ , che a sua volta ha permesso l'identificazione della controparte elettromagnetica GRB170817A.

Valgono le previsioni sulla frequenza fatte ad inizio capitolo per la prima fase di spiraleggiamento. Nelle fasi più avanzate, le orbite si stringono e aumenta la frequenza dell'onda gravitazionale, mentre la fase della GW è sempre più influenzata da effetti relativistici legati al rapporto tra le masse  $q = m_2/m_1$  e agli accoppiamenti spin-orbita e spin-spin. La composizione interna degli oggetti diventa importante quando la distanza tra essi diventa paragonabile alle dimensioni dell'oggetto stesso.

Le proprietà della sorgente di onde gravitazionali sono ottenute dal confronto con le forme d'onda per la fase di spiraleggiamento predette dalla teoria. Viene fatta dunque una analisi Bayesiana nell'intervallo di frequenze 30-2048Hz che include gli effetti dell'incertezza di calibrazione di  $1\sigma$  sul segnale ricevuto.

Per la stima del rumore, le fonti risultano molteplici e data la difficoltà nello stimare il rumore in assenza di sorgenti, non potendo "spegnere" le fonti di onde gravitazionali, la stima viene fatta a partire dai dati di una sessione di misure limitata, che però viene riprodotta e traslata temporalmente tra un rivelatore e l'altro in modo da annullare eventuali coerenze tra i segnali rivelati. In questo modo si possono ottenere migliaia di anni di tempo equivalente per poter stimare il fondo di rumore atteso, a partire dai dati di pochi giorni.

Attraverso un'analisi più approfondita dei dati consolidati, la sorgente viene identificata in una regione celeste di  $28\text{deg}^2$  di area e  $380\text{Mpc}^3$  di volume, utilizzando una combinazione di timing, fase e ampiezza del segnale dei tre detector. La distanza luminosa, la più prossima osservata finora, viene individuata in  $40^{+8}_{-14}\text{Mpc}$ . La massa di chirp del sistema si valuta in  $\mathcal{M} = 1.188^{+0.004}_{-0.002}$ , mentre la valutazione delle masse delle stelle progenitrici dipende dalla prior scelta per l'analisi, legata alla scelta dell'EOS che si considera, si stimano dunque intervalli  $m_1 \in (1.36, 2.26)M_\odot$  e  $m_2 \in (0.86, 1.36)M_\odot$ , che, nonostante la grande imprecisione, costituiscono un'evidenza della natura di stelle di neutroni del sistema binario, escludendo invece la possibilità di buchi neri che prevederebbe range di masse superiori [2].

Nello spiraleggiamento di una BNS il campo gravitazionale di ogni stella induce una deformazione mareale sull'altra. La deformazione mareale può essere descritta quantitativamente da un parametro di deformazione  $\Lambda = \frac{2}{3}k_2C^{-5}$ , con  $C \equiv Gm/(c^2R)$  compattezza e  $k_2$  secondo Love number. La deformazione mareale  $\Lambda$  descrive quanto la stella di neutroni è deformata dal campo dell'altra stella e dipende dall'equazione di stato della materia. La fase della GW è determinata dal parametro

$$\tilde{\Lambda} = \frac{16}{13} \frac{(m_1 + 12m_2)m_1^4\Lambda_1 + (m_2 + 12m_1)m_2^4\Lambda_2}{(m_1 + m_2)^5}.$$

L'analisi che viene fatta, permettendo ai parametri di deformazione di variare in modo indipendente, conduce ad un limite superiore  $\tilde{\Lambda} \leq 800$  con il 90% di credibilità [2].

Oltre al segnale di onda gravitazionale è stato rivelato anche un segnale di short gamma-ray burst dal telescopio spaziale Fermi-GBM,  $1.74 \pm 0.05\text{s}$  dopo l'istante di coalescenza e della durata di circa 2 secondi. Il segnale viene rivelato anche dal telescopio INTEGRAL e la differenza dei tempi di arrivo del segnale sui due telescopi ha permesso di migliorare significativamente l'area di localizzazione del segnale.

In seguito all'osservazione e alla localizzazione del segnale, diversi telescopi, terrestri e spaziali, vengono direzionati in modo tale da poter osservare il corpo celeste formatosi: la prima osservazione viene fatta dai telescopi dell'osservatorio di Las Campas in Cile circa 10h dopo la coalescenza. Osservando le galassie conosciute

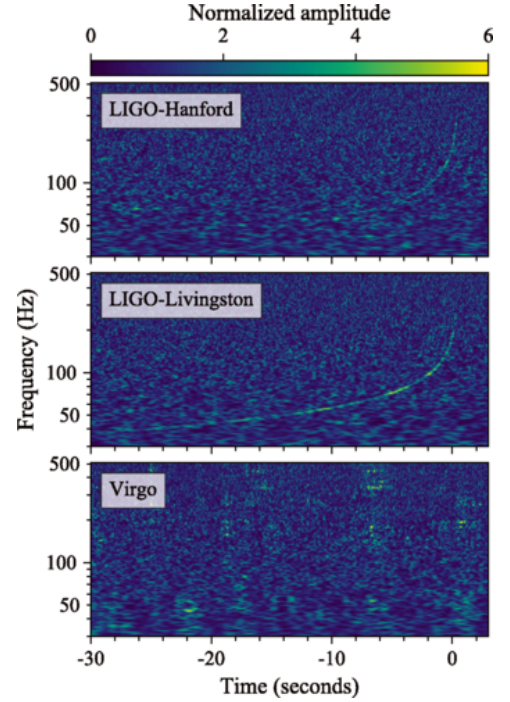


Figura 1.6: Segnali nella mappa tempo frequenza nel network, [2]

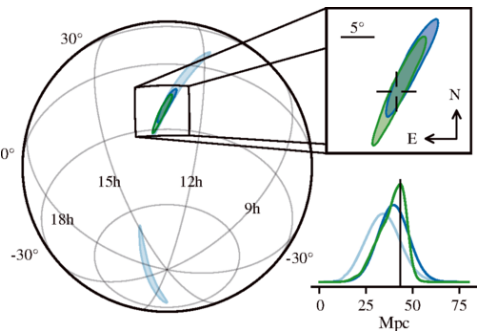


Figura 1.7: Posizione celeste ricostruita per GW170817, nella versione preliminare in azzurro per Hanford-Livingston e in blu per Hanford-Livingston-Virgo, mentre in verde per la versione finale, [1]



viene individuato un unico evento transiente, non corrispondente ad alcun asteroide o supernova conosciuti. Dopo la prima osservazione, altri 5 team registrano l'evento. Queste localizzazioni sono state importanti per identificare con maggior precisione la distanza alla quale è avvenuto l'evento [5].

### Ricerca della post-coalescenza nel segnale GW170817

È stata effettuata un'analisi specifica per ricercare un eventuale segnale nella fase di post-coalescenza che tuttavia non ha portato ad evidenza statisticamente significativa di rivelazione di un segnale nella fase di coalescenza, ma ha permesso di ottenere informazioni sul limite superiore delle ampiezze di strain ed energie di GW osservabili in questa fase del segnale. Gli attuali interferometri infatti non hanno una sensibilità tale da permettere rivelazioni alle alte frequenze della post-coalescenza.

Per la ricerca di segnali con incertezze teoriche così grandi risulta inefficiente l'utilizzo di metodi di ricerca matched-filtering, ovvero metodi che utilizzano segnali di forme conosciute e, attraverso funzioni di filtraggio escludono la componente di rumore, associando la funzione che massimizza il rapporto segnale su rumore (SNR) [19]. Infatti non conoscendo con certezza la forma che deve assumere il segnale questo metodo risulta inefficace per la ricerca della post-coalescenza. Vengono quindi utilizzati algoritmi, definiti non modellati, che non prevedono l'assunzione della morfologia del segnale, che ricercano eccessi di potenza in una mappa tempo-frequenza e, usando metodi di riconoscimento dei pattern, possono identificare la presenza di segnali di GW. In particolare gli algoritmi sono tali da considerare i dati della rete e non dei singoli rivelatori, utilizzando tecniche che permettono di combinare coerentemente i dati dei singoli rivelatori e dare risposte differenti a forme d'onda diverse.

Mentre lo studio del segnale elettromagnetico associato alla GW non permette di escludere nessuno dei possibili stati finali indicati in sezione 1.1, grazie ai valori ottenuti per le masse delle progenitrici date nella sezione 1.3.1 si calcola che per un ampio range di equazioni di stato la coalescenza produce una NS ipermassiva. Questo spiega anche il ritardo del lampo gamma rispetto all'istante di rivelazione del segnale di coalescenza [23].

Come si vedrà nella sezione 3.1 in base alla EOS che si considera si ottiene un contributo diverso nella post-coalescenza che inizia attorno a  $\sim 2$  kHz. Per la rivelazione di questa fase del segnale, anche considerando modelli ottimistici da stati finali di NS ipermassiva o supermassiva, l'SNR atteso per distanze di  $\sim 40$  Mpc è  $\sim 1 - 2$  ordini di grandezza più piccolo di quello rivelabile dalla rete LIGO-Virgo allora utilizzata, facendo uso di algoritmi di confronto con segnali modellati. Come si può osservare in Figura 1.8 i tre rivelatori della rete hanno zone diverse di sensibilità al segnale considerato, in particolare la sensibilità diminuisce significativamente ad alte frequenze. Si ipotizza tuttavia che nei prossimi run la sensibilità del network sarà tale da permettere la rivelazione di queste emissioni [6], e si studierà nel dettaglio nel Capitolo 3.

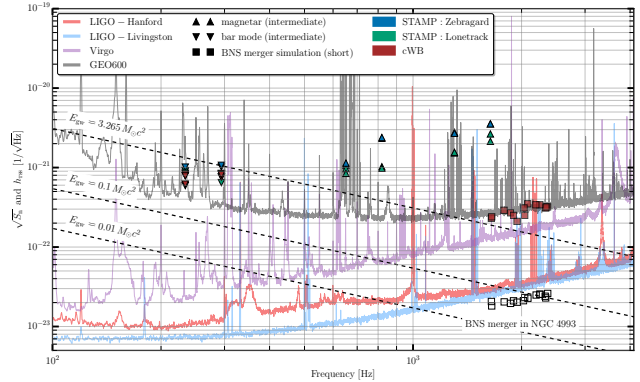


Figura 1.8: Sensibilità al segnale di ciascun rivelatore durante il run O2, indicata dall'ampiezza del rumore di strain in funzione della frequenza, [6]

La ricerca è stata effettuata utilizzando diversi algoritmi, e su diversi range di frequenza. È stato utilizzato l'algoritmo cWB, per la ricerca di segnali di breve durata (fino ai pochi secondi), nel range di frequenza 1024-4096 Hz. Un'ulteriore ricerca è stata effettuata per cercare segnali di più lunga durata (dalla decina alle poche centinaia di secondi) utilizzando l'algoritmo cWB nella banda di frequenza 24-2048 Hz, e STAMP nella banda 24-4000 Hz.

L'analisi dei segnali brevi ad alte frequenze consiste nella ricerca di eccessi di potenza nell'intervallo di 2s che precede il segnale elettromagnetico GRB 170817a, in un intervallo che comprende quindi anche la coalescenza.

È convenzione esprimere la sensibilità della ricerca di una data forma d'onda in  $h_{rss}^{50\%}$ , ovvero la somma in quadratura delle ampiezze di strain di segnali che sono rivelati con un'efficienza del 50%. La quantità  $h_{rss}$  è

definita come

$$h_{rss} = \sqrt{2 \int_{f_{min}}^{f_{max}} df (|\tilde{h}_+(f)|^2 + |\tilde{h}_\times(f)|^2)} \quad (1.7)$$

dove  $f_{min}$  e  $f_{max}$  sono rispettivamente le frequenze minima e massima sulle quali si effettua la ricerca. Il criterio sulla soglia di rivelazione e quindi su  $h_{rss}^{50\%}$  per questo metodo di ricerca è tale da garantire una probabilità di falso allarme di  $10^{-4}$ . Per evitare la possibile perdita di segnali di EOS rigide, la ricerca viene effettuata a partire da 1024Hz, nonostante le previsioni teoriche mostrino una frequenza sempre maggiore.

In conclusione, non viene trovata evidenza di nessun segnale di GW in questa banda di frequenze. L'ampiezza di strain per produrre una probabilità del 50% di rivelazione di un segnale è compresa tra  $2.1 \times 10^{-22} \text{Hz}^{-1/2}$  e  $3.5 \times 10^{-22} \text{Hz}^{-1/2}$ . L'energia irradiata da un sorgente che emette isotropicamente è data da

$$E_{gw}^{iso} = \frac{\pi c^3}{2G} \mathcal{D}^2 \int d\Omega \int_{f_{min}}^{f_{max}} df f^2 (|\tilde{h}_+(f)|^2 + |\tilde{h}_\times(f)|^2) \approx \frac{\pi^2 c^3}{G} \mathcal{D}^2 \bar{f}^2 h_{rss}^2 \quad (1.8)$$

con  $\mathcal{D}$  è la distanza dalla sorgente e  $\bar{f}$  è la frequenza caratteristica data da

$$\bar{f} = \frac{2}{h_{rss}^2} \int_{f_{min}}^{f_{max}} df f (|\tilde{h}_+(f)|^2 + |\tilde{h}_\times(f)|^2) \quad (1.9)$$

In questo modo si ottiene un range di energie rivelabili che, secondo il criterio del  $h_{rss}^{50\%}$ , è dato da  $4.8 - 19.6 M_\odot c^2$ , al di fuori delle masse in gioco per BNS, per cui non è possibile con la rete di interferometri del run O2 rivelare le emissioni di post-coalescenza associate a GW170817.

Per segnali di durata intermedia si utilizzano i due algoritmi cWB e STAMP, concentrando la ricerca in una zona limitata dello spazio, indicata dalla controparte elettromagnetica che permette di evitare trigger accidentali. Mentre l'analisi fatta con l'algoritmo STAMP non viene qui approfondita, l'analisi con cWB è analoga alla precedente, ma considera un intervallo di tempo che parte dalla coalescenza e copre 1000s. Per entrambe le analisi, con probabilità di falso allarme di  $10^{-2}$  per STAMP e di  $10^{-4}$  per cWB, nessun candidato è trovato nella banda di frequenza considerata. È possibile confrontare il range di energie rivelabili in Figura 1.8.

Concludendo, non viene trovata nessuna evidenza di un segnale di post-coalescenza nei dati considerati: se esiste un segnale questo è comunque troppo debole per essere rivelato dai rivelatori nel run O2 [6].

### 1.3.2 Osservazione del segnale GW190425

Il secondo evento rivelato di spiraleggiamento di BNS è GW190425 durante il run O3 del network Virgo-LIGO. In realtà durante l'evento il detector LIGO Hanford era spento, quindi il network contava solo su due rivelatori. Non sono inoltre stati rivelati segnali elettromagnetici associati all'evento.

L'evento ha avuto un SNR di 12.9 per LIGO Livingston mentre di solo 2.5 per Virgo. La differenza tra i due rivelatori è consistente con la differenza di sensibilità tra i due detector [3].

In continuità con le definizioni fatte per le proprietà del segnale GW170817, si riportano brevemente le caratteristiche del segnale GW190425: si individua la sorgente in un'area celeste di  $8284 \text{deg}^2$  al 90% di credibilità (estremamente più impreciso di GW170817) e la distanza viene valutata in  $159_{-71}^{+69} \text{Mpc}$ . La così più grande incertezza rispetto al primo segnale è dovuta al minor numero di detector coinvolti e all'impossibilità di escludere regioni grazie alla controparte elettromagnetica che non viene rivelata in questo caso. La massa di chirp è pari a  $1.44_{-0.02}^{+0.02} M_\odot$ , mentre le masse delle stelle progenitrici sono  $m_1 \in (1.60, 2.52) M_\odot$  e  $m_2 \in (1.46, 1.68) M_\odot$  [3]. In realtà le masse in gioco non permettono di escludere nemmeno la possibilità che uno dei due corpi sia un buco nero [12].

È stata effettuata anche una ricerca di un eventuale segnale di post-coalescenza, supponendo che il sistema non collassi immediatamente in buco nero. La ricerca, effettuata con metodi alternativi a quelli descritti precedentemente, non porta a nessuna evidenza statisticamente significativa di un segnale [3].

## Capitolo 2

# Coherent WaveBurst: algoritmo per la rivelazione e la ricostruzione di segnali di onde gravitazionali

I dati forniti dalla rete di interferometri possono essere scritti come:

$$x(t) = \xi_k(t) + n(t)$$

dove  $\xi_k(t)$  è la risposta del rivelatore al passaggio dell'onda gravitazionale, mentre  $n(t)$  rappresenta il rumore di fondo dello strumento. La risposta al segnale gravitazionale può essere scritta come:

$$\xi_k = F_{+,k}h_+ + F_{\times,k}h_{\times} \quad (2.1)$$

dove  $F_{+,k}(\theta, \phi)$  e  $F_{\times,k}(\theta, \phi)$  sono gli antenna pattern del rivelatore  $k$ -esimo [16]. In particolare gli antenna pattern descrivono la risposta del detector al passaggio dell'onda gravitazionale in funzione dalla posizione della sorgente nel cielo e dall'angolo di polarizzazione.

Per semplicità si introduce la seguente notazione:

$$\mathbf{x}[i, j] = (x_1[i, j], \dots, x_K[i, j]);$$

$$\mathbf{h}[i, j] = (h_+[i, j], h_{\times}[i, j]); \quad \mathbf{f}_{+(\times)}[i, j] = \left( \frac{F_{1+(\times)}[i, j]}{\sigma_1[i, j]}, \dots, \frac{F_{K+(\times)}[i, j]}{\sigma_K[i, j]} \right)$$

dove  $K$  è il numero di rivelatori nella rete,  $x_k[i, j]$  è il campione di dati del rivelatore (l'indice  $i$  itera sui tempi, mentre l'indice  $j$  itera sulle frequenze) [16],  $h_+[i, j]$  e  $h_{\times}[i, j]$  sono le ampiezze delle due polarizzazioni della GW.

L'algoritmo che si utilizza, Coherent WaveBurst<sup>1</sup> (cWB), ricerca eccessi di potenza coerenti fra i rivelatori nella rappresentazione in un piano tempo-frequenza del segnale, attraverso l'utilizzo di una statistica coerente costituita da una analisi della massima verosimiglianza.

L'utilizzo di una statistica costruita coerentemente fra le risposte degli interferometri si dimostra più efficiente dei metodi che impongono la sola coincidenza temporale fra i segnali degli interferometri, si avranno infatti molteplici vantaggi: innanzitutto la sensibilità del metodo non sarà limitata dal rivelatore meno sensibile nella rete, in quanto la verosimiglianza utilizzata nei metodi coerenti rappresenta il rapporto segnale su rumore (SNR) totale del segnale ricostruito dalla rete. Inoltre questo metodo permette di costruire altre statistiche coerenti, come il coefficiente di correlazione fra i rivelatori e la stima della componente coerente e non coerente, per distinguere segnali che effettivamente hanno una controparte fisica rispetto a eccessi di rumore ambientale o strumentale. Infine, è possibile ricostruire la posizione celeste della sorgente [16].

---

<sup>1</sup>L'algoritmo è open source e disponibile in [10]

L'algoritmo cWB viene utilizzato all'interno della collaborazione LIGO-Virgo sia per l'analisi dei segnali in bassa latenza, per identificare e ricostruire candidati significativi e poter, una volta ottenuta una prima stima della posizione celeste della sorgente, condividerla con i telescopi partner per identificare i segnali elettromagnetici legati; sia per l'analisi di dati consolidati, volta a ottenere risultati più approfonditi sull'evento, stabilendo la significanza di quest'ultimo e identificando le stelle progenitrici [15].

## 2.1 Metodologia di analisi per la ricerca di segnali gravitazionali

Per rivelare e ricostruire segnali, la pipeline di cWB utilizza un metodo basato su una statistica di verosimiglianza, definita come il logaritmo del rapporto di verosimiglianza

$$\Lambda(\mathbf{x}, \Omega) = \frac{p(\mathbf{x}|\mathbf{h}(\Omega))}{p(\mathbf{x}|0)} \quad (2.2)$$

dove  $\Omega$  è il set di parametri che descrive il segnale,  $p(\mathbf{x}|0)$  è la probabilità dell'ipotesi nulla  $H_0$ , quindi di solo rumore strumentale, mentre  $p(\mathbf{x}|\mathbf{h})$  è la probabilità dell'ipotesi alternativa  $H_1$ , ovvero la probabilità composta che vi sia un segnale  $\mathbf{h}$  nel campione  $\mathbf{x}$  [15].

Nell'ipotesi idealistica di rumore gaussiano quasi stazionario con deviazione standard  $\sigma$  le densità di probabilità associate alle ipotesi  $H_0$  e  $H_1$  in un piano tempo-frequenza sono

$$p(\mathbf{x}|0) = \prod_{i,j=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2[i,j]}{2\sigma^2}\right) \quad p(\mathbf{x}|\mathbf{h}(\Omega)) = \prod_{i,j=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x[i,j] - \xi[i,j])^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2.3)$$

Il funzionale di verosimiglianza può essere scritto quindi come

$$L = \ln(\Lambda(x)) = \sum_{i,j=1}^N \left[ \frac{1}{\sigma^2} \left( x[i,j]\xi[i,j] - \frac{1}{2}\xi^2[i,j] \right) \right]. \quad (2.4)$$

Estendendo ad una rete di  $K$  rivelatori, supponendo rumore scorrelato tra i vari rivelatori, si avrà

$$\mathcal{L} = \sum_{k=1}^K \sum_{i,j=1}^N \left( \frac{x_k^2[i,j]}{\sigma_k^2[i,j]} - \frac{(x_k[i,j] - \xi_k[i,j])^2}{\sigma_k^2[i,j]} \right) \quad (2.5)$$

Il rumore del rivelatore è anch'esso una funzione sul piano tempo-frequenza ed è caratterizzato dalla deviazione standard  $\sigma_k[i,j]$ , dispersione nella distribuzione gaussiana.

Dunque, al variare di  $h_+[i,j]$  e  $h_\times[i,j]$  varia anche  $\mathcal{L}$ , l'obiettivo è quindi massimizzare il rapporto di verosimiglianza, al variare della possibile posizione nel cielo del segnale. Il segnale viene alla fine ricostruito tramite una trasformazione wavelet inversa nella posizione di massimizzazione della verosimiglianza

Il funzionale rapporto di verosimiglianza in equazione 2.5 si può scrivere come<sup>2</sup>:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_\times = \sum_{\Omega_{TF}} \left[ \mathbf{w} \cdot \mathbf{f}_+ - \frac{1}{2} |\mathbf{f}_+|^2 h_+^2 \right] + \sum_{\Omega_{TF}} \left[ \mathbf{w} \cdot \mathbf{f}_\times - \frac{1}{2} |\mathbf{f}_\times|^2 h_\times^2 \right] \quad (2.6)$$

dove i vettori di antenna pattern  $\mathbf{f}_+$  e  $\mathbf{f}_\times$  sono definiti nel Dominant Polarisation wave Frame (DPF), ovvero il piano in cui entrambi gli antenna pattern sono reali, definiti positivi e vale  $\mathbf{f}_+ \cdot \mathbf{f}_\times = 0$ . Alla luce di questo, per ottenere la massima verosimiglianza si dovrà risolvere le equazioni:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{w}[i,j] \cdot \mathbf{e}_+[i,j]) \\ (\mathbf{w}[i,j] \cdot \mathbf{e}_\times[i,j]) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_+[i,j] & 0 \\ 0 & \mathbf{f}_\times[i,j] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_+[i,j] \\ h_\times[i,j] \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

<sup>2</sup>Si usa la notazione  $\sum_{\Omega_{TF}} = \sum_{i,j=1}^N$ , con  $\Omega_{TF}$  dominio tempo-frequenza.



## 2.2 Algoritmo cWB

L'algoritmo, scritto in C++/ROOT e sviluppato all'interno della collaborazione LIGO-Virgo, ha la caratteristica di non imporre assunzioni (o fare assunzioni minimali) sulla morfologia del segnale.

Vengono descritti i principali step dell'algoritmo: generazione della mappa tempo-frequenza, generazione di trigger coerenti e selezione dei trigger coerenti.

### 2.2.1 Rappresentazione in tempo-frequenza

Le trasformazioni di wavelet, partendo dai dati discreti, producono rappresentazioni tempo-frequenza dei dati dei rivelatori  $w[i, j]$ . Lo spettro di wavelet può essere quindi rappresentato con uno scalogramma tempo-frequenza. La risoluzione nel dominio del tempo  $\Delta t_j(R)$  è determinata dalla frequenza di campionamento  $R$ . Le trasformazioni di wavelet sono costruite in modo da conservare il volume del campione,  $df \times dt = 1/2$  in questo caso.

Si avrà quindi una risoluzione in frequenza  $\Delta f_j$  definita come  $1/(2\Delta t_j)$  che determina la larghezza di banda per l'indice  $j$ . Per ottimizzare la ricerca nel piano, cWB procede con diverse trasformazioni a risoluzioni diverse, che permette di ottenere il grafico in Figura 2.1 [16].

I valori nella mappa tempo-frequenza vengono sbiancati: nella mappa con massima risoluzione in frequenza per ogni banda viene calcolato il valore di scarto quadratico medio del rumore, utilizzando una media mobile. Quindi i dati nel piano tempo-frequenza sono normalizzati rispetto allo scarto quadratico medio attraverso  $w_k[i, j] = x_k[i, j]/\sigma_k[i, j]$  [15].

cWB esegue trasformazioni di wavelet a diverse risoluzioni e per ogni risoluzione seleziona i pixel con eccesso di potenza che saranno utilizzati nel prossimo passo dell'analisi. I pixel con eccesso di potenza sono selezionati in base a una soglia che determina approssimativamente la frazione dei pixel selezionati. Un evento viene quindi definito dall'insieme di pixel contigui selezionati; l'algoritmo permette di scegliere i pixel senza alcuna assunzione, o imponendo assunzioni minime sulla morfologia del segnale, quali ad esempio il fatto che la frequenza aumenti con il tempo come accade per i segnali da coalescenze. La Figura 2.2 riporta le possibili configurazioni nella selezione dei pixel.

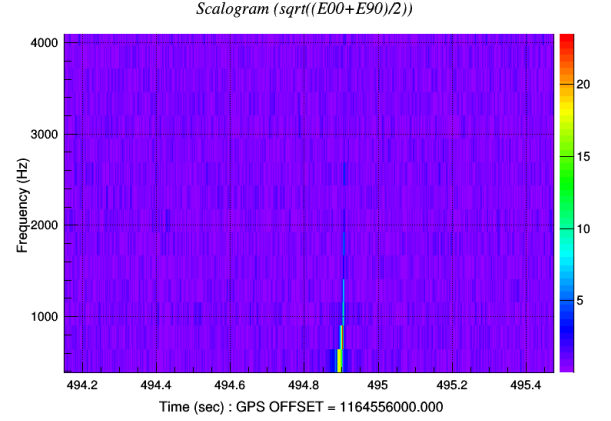


Figura 2.1: Scalogramma ottenuto da una analisi di una simulazione di coalescenza di una BNS con EOS SHT2.0 con rumore gaussiano del rivelatore LIGO Hanford, con risoluzione  $df = 256\text{kHz}$  e  $dt = 2\text{ms}$

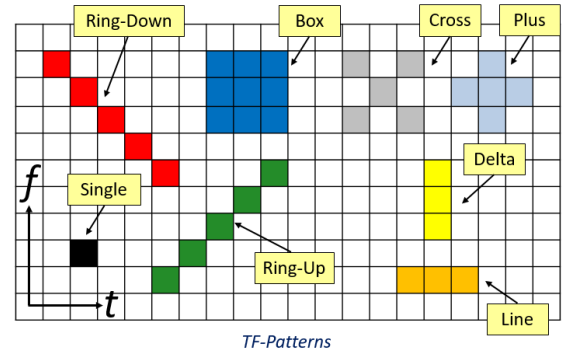


Figura 2.2: Pattern caratteristici di cWB per la selezione dei pixel, [11]

### 2.2.2 Generazione di trigger coerenti

La generazione dei trigger, quindi l'identificazione dei segnali, è basata su statistiche di eccesso di potenza e di correlazione incrociata tra i segnali dei rivelatori.

Riprendendo quanto scritto in 2.5, il funzionale di likelihood viene calcolato come somma sui campioni selezionati per l'analisi, il numero di termini sommati dipende all'area nel piano tempo-frequenza che si considera. Si può trovare il massimo  $L(\theta, \phi)$  al variare di  $h_+$  e  $h_\times$  e quindi ricercare il massimo in funzione della posizione nel cielo

$$L_m(i, j) = \max_{\theta, \phi} [L_p(i, j, \theta, \phi)] \quad (2.8)$$

La statistica  $L_m$  ha quindi il significato della massima energia rivelata dalla rete in una determinata posizione del piano tempo-frequenza. Selezionando quindi i valori di  $L_m$  sopra una determinata soglia si può identificare un cluster di pixel come potenziale segnale di GW. In questo modo si identificano i segnali combinando i dati dell'intera rete anziché cercare i segnali sui singoli rivelatori, verificando successivamente la coerenza.

### 2.2.3 Selezione dei trigger coerenti

La condizione di idealità di rumore gaussiano non si realizza nella realtà a causa di picchi di rumore strumentale e ambientale, motivo per cui cWB utilizza estimatori sulla coerenza del segnale per distinguere possibili segnali gravitazionali, da eccessi di rumore che non hanno controparte fisica. Alcuni esempi sono le statistiche coerenti ricavate dalle matrici di verosimiglianza e di energia non coerente. La matrice di likelihood  $L_{mn}$  è ottenuta dalla forma quadratica della likelihood

$$L_{max} = \sum_{mn} L_{mn} = \sum_{mn} [\langle w_n w_m e_{+n} e_{+m} \rangle + \langle w_n w_m e_{\times n} e_{\times m} \rangle] \quad (2.9)$$

dove  $m$  e  $n$  sono gli indici che identificano i rivelatori [16]. Gli elementi della diagonale di  $L_{mn}$  descrivono l'energia incoerente normalizzata, mentre quelli dell'antidiagonale sono espressione dell'energia coerente normalizzata, la cui somma restituisce l'energia coerente totale  $E_{coh}$  rivelata dalla rete

$$E_{inc} = \sum_{\Omega_{TF}} \sum_n w_n[i, j] P_{nn}[i, j] w_n[i, j], \quad E_{coh} = \sum_{\Omega_{TF}} \sum_{m \neq n} w_n[i, j] P_{mn}[i, j] w_n[i, j]. \quad (2.10)$$

dove la matrice  $P$  è il proiettore costruito a partire dai versori  $\mathbf{e}_+$  e  $\mathbf{e}_\times$ :  $P_{nm}[i, j] = e_{n+}[i, j] e_{m+}[i, j] + e_{n\times}[i, j] e_{m\times}[i, j]$  [15].

La matrice di energia non coerente rappresenta l'energia normalizzata del rumore ricostruito

$$N_{nm} = E_{nm} - L_{nm} \quad (2.11)$$

con  $E_{mn}$  matrice diagonale delle energie normalizzate dei rivelatori  $E_{mm} = \langle x_m^2 \rangle$ . Per distinguere i segnali effettivi dal rumore strumentale e ambientale si usano i coefficienti di correlazione

$$C_{net} = \frac{E_{coh}}{N_{ull} + |E_{coh}|}, \quad c_{net} = \frac{e_{coh}}{N_{ull} + |e_{coh}|} \quad (2.12)$$

dove  $N_{ull}$  è la somma di tutti gli elementi della matrice di non coerenza, che rappresenta l'energia totale non coerente, mentre  $e_{coh}$  è l'energia coerente ridotta. Accade infatti che eccessi di rumore vengano ricostruiti come segnale: i coefficienti  $C_{net}$  e  $c_{net}$  sono usati quindi come verifica della consistenza del segnale in quanto comparano l'energia non coerente e l'energia coerente [16], in particolare un evento genuino risulta per  $c \sim 1$ , mentre per  $c \ll 1$  corrisponde ad un evento spurio [15].

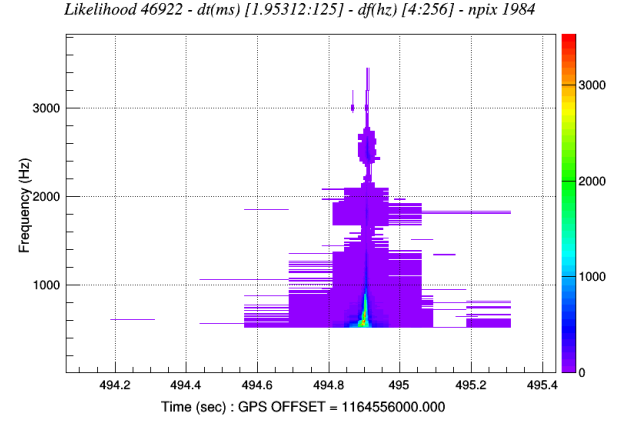


Figura 2.3: Mappa di Likelihood ottenuta da una analisi di una simulazione di coalescenza di una BNS con EOS SHT2.0 con rumore gaussiano della rete LIGO-Virgo

## Capitolo 3

### Analisi

Verranno riportati in questo capitolo i risultati di simulazioni effettuate iniettando i segnali in posizioni celesti generiche e ricostruite con cWB. Dopo aver mostrato preliminarmente la ricostruzione di un singolo evento simulato per descrivere i vantaggi e i limiti della ricostruzione con questo algoritmo, verranno riportati i risultati della campagna di simulazioni. In particolare verranno riportati i risultati di compatibilità delle forme d'onda ricostruite rispetto alle iniezioni fatte e verrà presentato un metodo per valutare una stima sistematica per la frequenza della post-coalescenza.

Le analisi vengono effettuate sovrapponendo segnali teorici per le fasi di spiraleggiamento (4 cicli), coalescenza e post-coalescenza al rumore gaussiano atteso per i rivelatori LIGO Livingston, LIGO Hanford e Virgo per la fase iniziale del run O4, come da curva di sensibilità riportata in Figura 3.1, non si

considera invece il rivelatore KAGRA, nonostante sia previsto si unisca alla rete di interferometri per la presa dati di O4. In particolare il run O4 è previsto avere una durata di un anno e i rivelatori utilizzati saranno i due interferometri LIGO con obiettivo di sensibilità per BNS nel range 160 – 190Mpc, Virgo con sensibilità 90 – 120Mpc e KAGRA nel range 25 – 130Mpc [4]. In particolare il BNS range viene stimato come la distanza a cui un segnale di BNS  $1.4 + 1.4 M_{\odot}$  viene rivelato con un SNR di 8 da un singolo rivelatore simulando uniformemente nelle posizioni nel cielo e ricostruendolo con metodi matched-filtering. In questo run di misure è atteso un numero di rivelazioni di BNS di  $10^{+52}_{-10}$  con risoluzione sulla posizione mediana di  $33^{+5}_{-5} \text{deg}^2$  con intervallo di credibilità del 90% [4].

Le curve di sensibilità utilizzate nelle simulazioni sono disponibili in [9], e riportate in Figura 3.1. Si osserva che per i rivelatori LIGO-Hanford e LIGO-Livingston le curve risultano ben caratterizzate avendo, oltre alla curva teorica, foreste di picchi frutto di risonanze e altri fenomeni che ne compromettono in parte la sensibilità; per Virgo invece si utilizza una curva semplificata.

Si osserva inoltre che LIGO risulta più sensibile a frequenze medio-basse, mentre le due curve si scambiano ad alte frequenze, dove il rivelatore Virgo risulta più sensibile grazie alla tecnica dello squeezing, che permette di guadagnare sensibilità ad alte frequenze.

L'algoritmo cWB è stato configurato specificamente per questo tipo di ricerca nel seguente modo:

- la soglia di probabilità nella selezione dei pixel nella mappa tempo-frequenza, impostata a 0.001;
- la separazione temporale massima per cui i pixel vengono ricostruiti in un singolo evento, fissata a 0.2s;
- la separazione massima in frequenza per cui i pixel vengono ricostruiti come un unico evento, fissata a 128Hz.
- la banda di frequenza della ricerca, [512, 4096]Hz con 7 risoluzioni tempo-frequenza diverse, che partono da  $4\text{Hz} \times 125\text{ms}$  fino a  $512\text{Hz} \times 0.97652\text{ms}$ ;
- le mappe tempo-frequenza del segnale vengono ricostruite utilizzando:

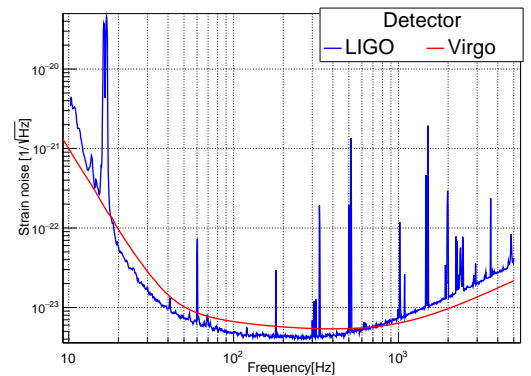


Figura 3.1: Sensibilità della rete in funzione della frequenza del segnale, dati da [9]

- pattern di selezione, non vengono impostate assunzioni sulla forma del segnale;
- energia coerente minima per la generazione di un cluster, che costituisce una soglia sulla variabile  $\rho$  ovvero la significanza del segnale, fissata da  $\rho > 3$ .

Al contrario di analisi simili fatte in precedenza, gli elementi di novità di questa tesi risultano l'utilizzo di questa combinazione di rivelatori, con sensibilità che permettono di valutare le previsioni per O4, e l'uso di una soglia per la generazione di un cluster, abbassata da  $\rho > 5$  a  $\rho > 3$ .

In questo lavoro di tesi le forme d'onda teoriche utilizzate per effettuare simulazioni si riferiscono a fasi finali dello spiraleggiamento (ultimi 4 cicli dello spiraleggiamento), coalescenza e post-coalescenza di segnali dovuti a coalescenza di BNS. Concentrandosi sul segnale di post-coalescenza, per ora non caratterizzabile analiticamente, non si fanno assunzioni deboli sul segnale. Si considerano BNS con equazioni di stato APR4 [7] con forma d'onda in Figura 1.1, con stato finale previsto di supermassiva, SHT2.0 e SHT2.2 [24], con forme d'onda in Figura 3.2, che differiscono per le masse iniziali e portano rispettivamente a ipermassiva e buco nero. Le caratteristiche fondamentali vengono riportate in Tabella 3.1.

Modello	$M_b[M_\odot]$	$M_{\text{inf}}[M_\odot]$	$\tau_{MNS}[ms]$	$f_{\text{peak}}[kHz]$	$M_{BH}[M_\odot]$	Figura	ref.
SHT2.0	4.01	1.80	$> 9.4$	2.66	–	3.2(a)	[24]
SHT2.2	4.39	1.95	immediata	–	3.73	3.2(b)	[24]
APR4	3.01	1.42, 1.29	supermass.	3.30	–	1.1	[7]

Tabella 3.1: Principali parametri per le EOS utilizzate

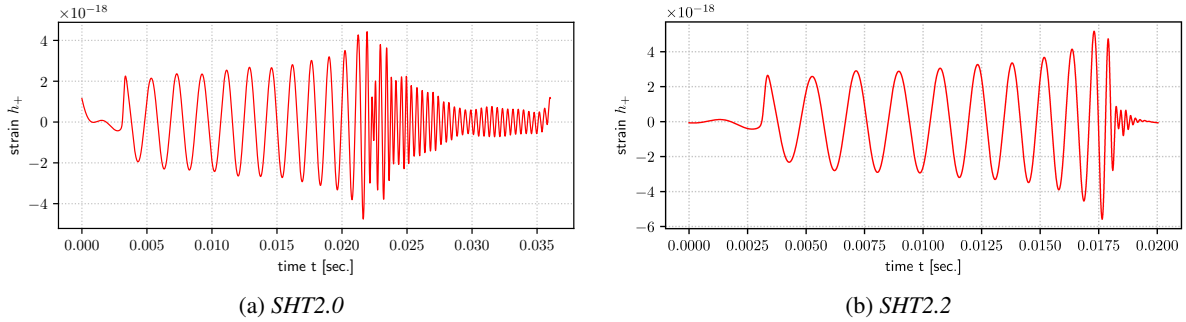


Figura 3.2: Forme d'onda iniettate, per polarizzazione +, per l'equazione di stato SHT2, per le due configurazioni massive

### 3.1 Ricostruzione di un evento simulato

Si riporta ora la ricostruzione di un singolo evento simulato con EOS APR4, a distanza 5Mpc, con SNR sbiancato iniettato di 89.7 e posizione celeste  $(\theta, \phi) = (321.6, 76.4)$ deg. Si riportano i principali coefficienti per identificare l'evento in Tabella 3.2: il rapporto segnale su rumore (SNR); il valore del coefficiente  $\rho$ ; il coefficiente  $c_{\text{net}}$  descritto in equazione 2.12; ED che descrive lo sbilanciamento dell'energia tra i rivelatori nella rete e, infine,  $\theta$  e  $\phi$  che descrivono la posizione ricostruita della sorgente. Il segnale risulta immediatamente visibile negli scalogrammi dei tre rivelatori. Nel grafico della likelihood dell'evento ricostruito in Figura 3.4 si osserva la parte conclusiva del tipico andamento a chirp, in cui la parte inferiore rappresenta lo spiraleggiamento fino alla coalescenza inclusa, mentre il cluster di dati in alto, a frequenze particolarmente elevate ( $\sim 3.3$ kHz) corrisponde all'emissione della post-coalescenza. Infine nei grafici in Figura 3.5 si osservano le ricostruzioni della forma d'onda, in particolare in nero è riportato il segnale iniettato nella simulazione, mentre in rosso il segnale ricostruito. Osservando il grafico delle frequen-

SNR	$\rho$	$c_{\text{net}}$	ED	$\theta$ [deg]	$\phi$ [deg]
89.3	36.8	0.88	-0.04	321.7	78.0

Tabella 3.2: Principali parametri dell'evento

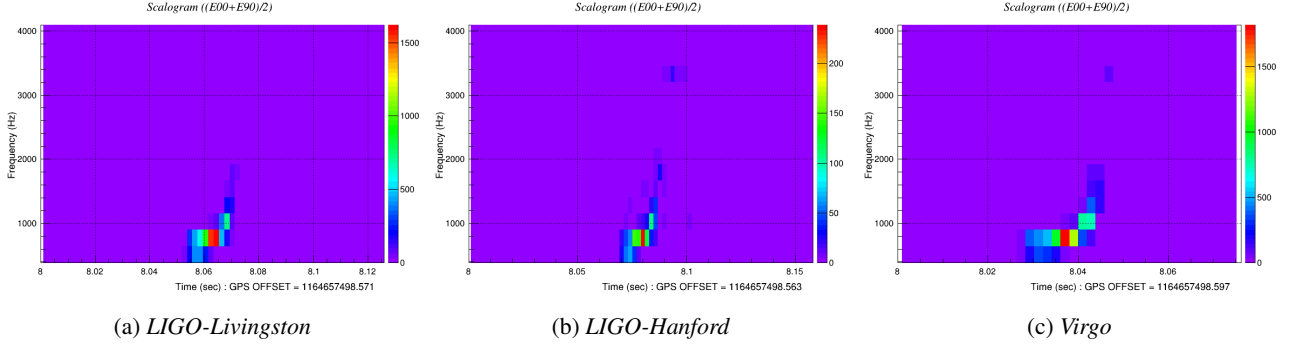


Figura 3.3: Scalogrammi per ciascun rivelatore, che mostrano una rappresentazione sul piano tempo-frequenza del trigger

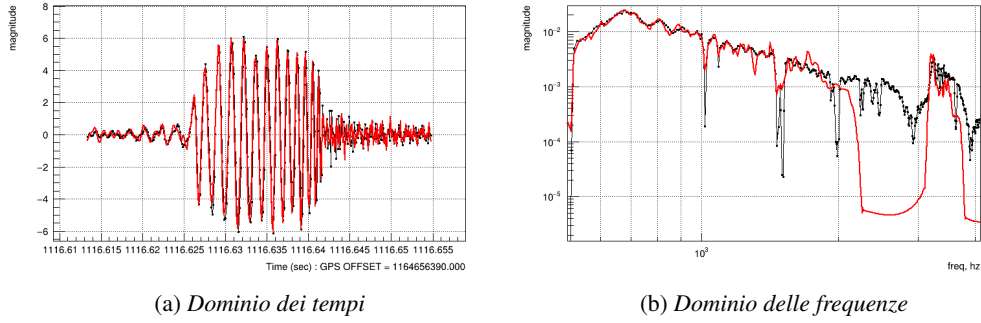


Figura 3.5: Ampiezza di strain iniettata (nero) e ricostruita (rosso) nel dominio dei tempi e nel dominio delle frequenze relative a LIGO-Livingston

ze si può notare come non sia stato ricostruito tra  $\sim 2.5\text{KHz}$  e  $\sim 3\text{KHz}$ , giustificando la separazione tra i cluster nel grafico della likelihood.

Per le due forme d'onda con EOS SHT2 si presentano solo i grafici delle likelihood, entrambi gli eventi hanno un SNR iniettato sbiancato di  $\sim 65$ , e sono simulati ad una distanza di  $2.5\text{Mpc}$ . Le due forme d'onda iniettate differiscono per la massa delle NS, in particolare nella Figura 3.6(a), con masse tali da andare in ipermassiva, si può notare come sia presente un segnale di post-merger a  $\sim 2.5\text{kHz}$  mentre nella Figura 3.6(b) che riporta la simulazione di un evento con decadimento diretto in un buco nero, non vi è nessun segnale di post-coalescenza ma solo un segnale di spiraleggiamento e coalescenza fino ad alte frequenze.

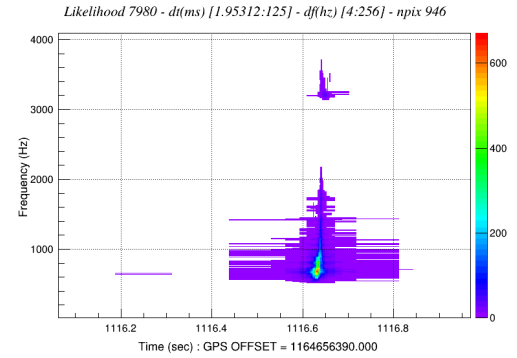


Figura 3.4: Mappa di verosimiglianza nel piano tempo-frequenza

## 3.2 Caratteristiche degli eventi simulati

È stato simulato un considerevole numero di eventi che vengono poi analizzati con l'algoritmo cWB per verificarne la capacità di ricostruzione e studiare questi eventi. Gli eventi simulati vengono prodotti a 5 diverse distanze  $[1.25, 2.5, 5, 10, 20]\text{Mpc}$  e con posizione della sorgente distribuita in modo uniforme nel cielo (Figura 3.7(b)), con polarizzazione del segnale simulata anch'essa con distribuzione uniforme. Si riporta poi, in Figura 3.8, la distribuzione degli SNR, in funzione della distanza di iniezione. Si nota immediatamente come al crescere della distanza il rapporto segnale su rumore iniettato decresce, mentre per gli eventi molto vicini gli SNR arrivino a grandezze considerevoli.

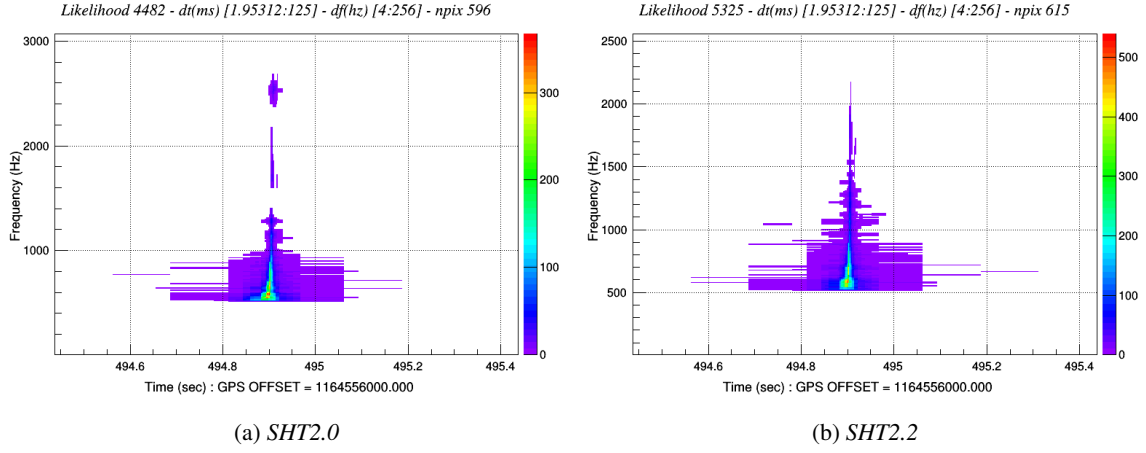


Figura 3.6: Mappe di verosimiglianza ricostruite per le due forme d'onda iniettate, in cui si osserva il segnale con e senza post-coalescenza

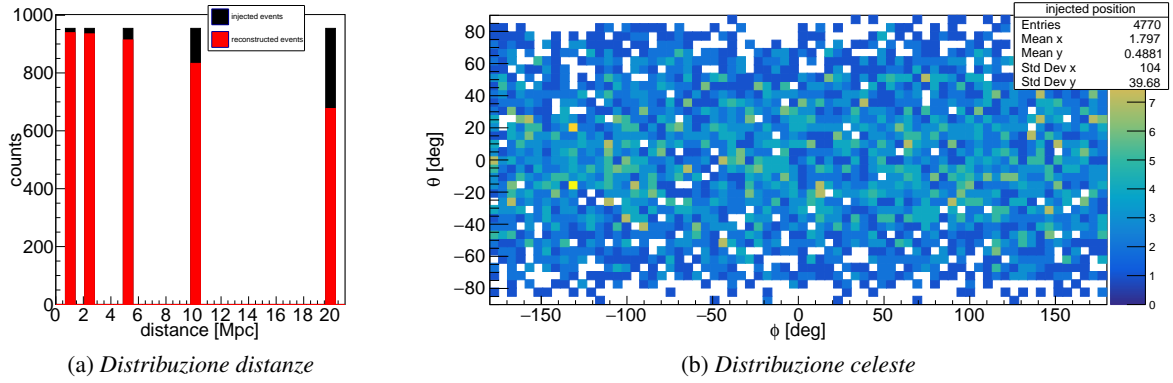


Figura 3.7: Distribuzione degli eventi simulati per l'EoS SHT2.0, in funzione della distanza e della posizione nel cielo

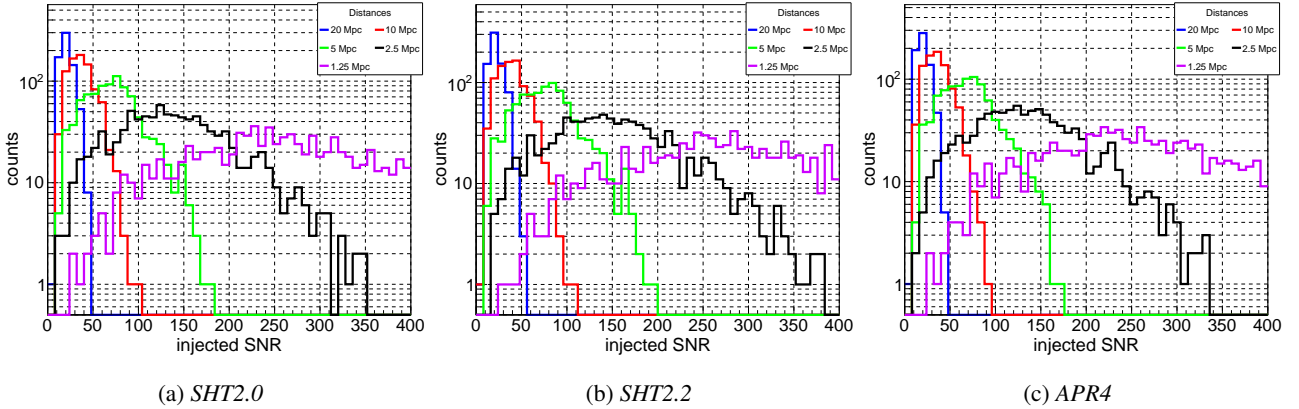


Figura 3.8: SNR iniettato per le tre EOS, in funzione della distanza

Gli eventi che vengono ricostruiti, come si osserva in Figura 3.7(a) e in Tabella 3.3, non sono tutti quelli iniettati, ma solo la parte di essi che viene rivelata secondo la configurazione proposta e considerando segnali con SNR totale ricostruito superiore alla soglia di 10. Si riportano in Figura 3.9 le distribuzioni degli eventi ricostruiti che sono da confrontare con Figura 3.7(b), si nota che vi sono zone senza ricostruzione: sono presenti zone del cielo in cui gli eventi non vengono ricostruiti. L'aggiunta di altri rivelatori nella

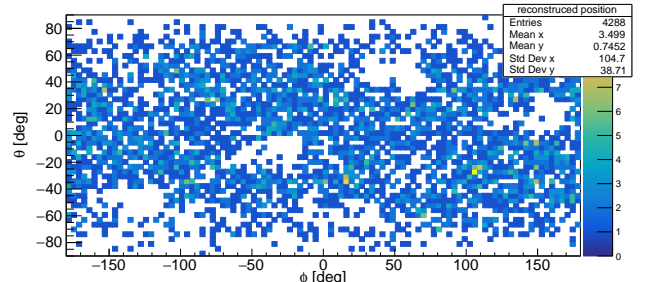


Figura 3.9: Distribuzione nel cielo degli eventi ricostruiti per l'EoS SHT2.0



rete risolverà almeno in parte questa problematica.

Modello	Iniettati		Ricostruiti					
	Tot.	Per distanza	Tot.	20Mpc	10Mpc	5Mpc	2.5Mpc	1.25Mpc
SHT2.0	4770	954	4288	669	831	914	935	939
SHT2.2	4770	954	4358	711	855	919	936	937
APR4	4770	954	4269	658	827	911	935	938

Tabella 3.3: Confronto tra il numero di eventi iniettati e di eventi ricostruiti con SNR totale ricostruito sopra la soglia di 10 in funzione della distanza

### 3.3 Analisi degli eventi ricostruiti

Prima di riportare l'analisi si fa una precisazione: per gli eventi con equazione di stato APR4 è stato necessario effettuare ulteriore un passaggio, che poi per la generalità del metodo considerato è stato riprodotto anche sulle altre EOS: essendo per questa EOS il segnale di post-coalescenza a frequenze particolarmente elevate si genera un problema nella ricostruzione: i segnali di coalescenza e quelli di post-coalescenza venivano spezzati in due eventi separati. L'effetto descritto si può notare nei grafici in Figura 3.10, nel grafico delle frequenze massime e minime si vede infatti un gruppo di eventi che ha frequenza minima estremamente alta, comportamento incompatibile con l'andamento che assume un evento ricostruito in modo completo, che come descritto in precedenza dovrebbe avere l'andamento di un chirp, partendo da frequenza basse fino a un picco. Nel grafico di sinistra si notano gli effetti su un parametro di confronto tra segnale iniettato e ricostruito: c'è un'inconsistenza nella curva di overlap, in cui il segnale iniettato, totale, risulta molto più energetico del segnale ricostruito, in particolare nella ricostruzione della sola post-coalescenza

Per ovviare a tale problema la procedura di caratterizzazione del segnale di post-coalescenza è stata applicata dopo aver selezionato per ogni evento simulato solamente la ricostruzione che comprendeva la fase di spiraleggiamento e coalescenza, poiché più energetica, escludendo dall'analisi la parte meno energetica dell'evento ricostruito spezzato.

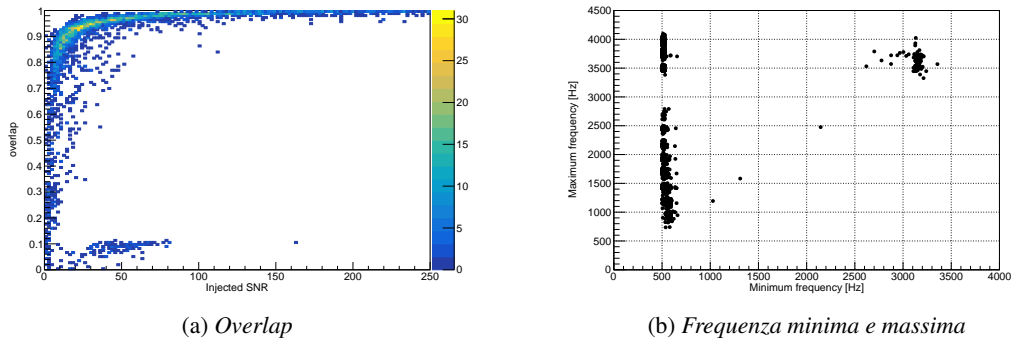


Figura 3.10: Distribuzione degli overlap in funzione dell'SNR iniettato e della frequenza massima ricostruita in funzione della minima

Si procede quindi a verificare in modo quantitativo l'efficienza dell'algoritmo di ricostruzione, facendo un fit degli SNR ricostruiti in funzione degli SNR iniettati, il cui grafico per la EOS SHT2.0 è in Figura 3.12, mentre per le altre EOS i risultati sono analoghi. L'andamento ideale che ci si aspetta è rappresentato dalla bisettrice del primo e terzo quadrante, che corrisponde a un processo tale per cui l'SNR ricostruito è pari a quello iniettato. Si può notare come le ricostruzioni siano generalmente vicine a tale condizione. È possibile osservare una sistematicità nella ricostruzione, che risulta leggermente sovrastimata a SNR bassi, e sottostimata a SNR alti.

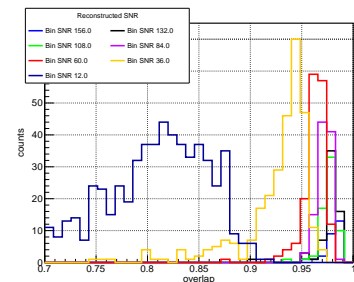


Figura 3.11: Alcune distribuzioni degli overlap divisi per SNR ricostruito per EOS SHT2.0 per Virgo

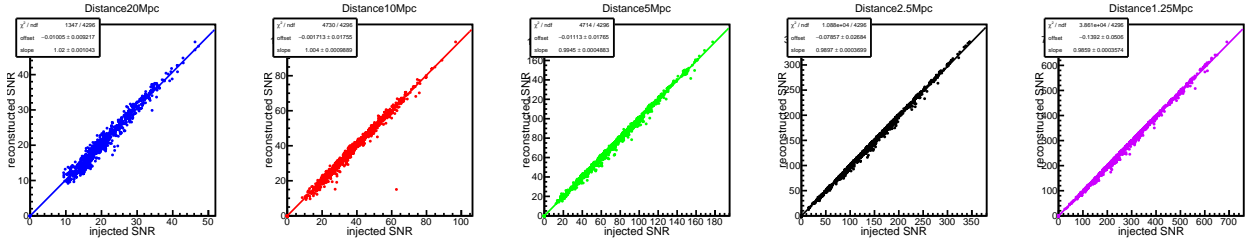


Figura 3.12: Grafico dell'SNR ricostruito in funzione dell'iniettato per la EOS SHT2.0 divisi per distanze di iniezione

Si riportano quindi le analisi di compatibilità tra il segnale iniettato e ricostruito. In particolare si ha che denotando il segnale iniettato e ricostruito per ogni rivelatore come  $x_I[i] = [x_{I,1}, \dots, x_{I,N}]$  e  $x_R[i] = [x_{R,1}, \dots, x_{R,N}]$  rispettivamente, si definiranno allora SNR iniettato e ricostruito come

$$SNR_i = \sum_{i=1}^N x_{I,i}^2 = |x_I|^2 \quad SNR_o = \sum_{i=1}^N x_{R,i}^2 = |x_R|^2 \quad (3.1)$$

Esiste però un'altra quantità che si ottiene incrociando questi dati, definita come  $SNR_{io} = \sum_{i=1}^N x_{I,i}x_{R,i}$ , ovvero la correlazione incrociata, a ritardo temporale nullo, della forma d'onda iniettata e ricostruita [11]. È quindi possibile calcolare due grandezze fondamentali: l'energia residua (Figura 3.13) e l'overlap (Figura 3.14), che descrive la corrispondenza del segnale iniettato rispetto a quello ricostruito

$$E_{res} = \sum_{i=1}^N (x_{R,i} - x_{I,i})^2 \quad o_{overlap} = \frac{\langle x_I | x_R \rangle}{\sqrt{|x_I||x_R|}} \quad (3.2)$$

Particolare per  $o_{overlap} = 1$  i due segnali hanno un matching perfetto, per  $o_{overlap} = 0$  invece non c'è ricostruzione del segnale.

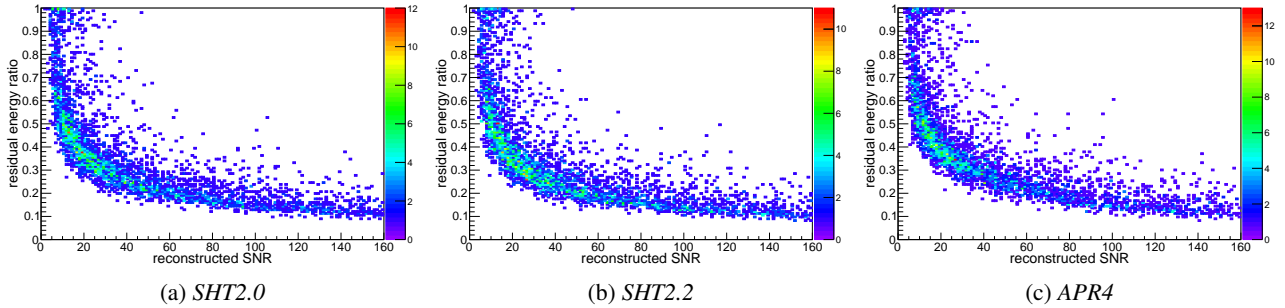


Figura 3.13: Rapporto dell'energia residua rispetto all'energia dell'evento misurata da LIGO-Hanford

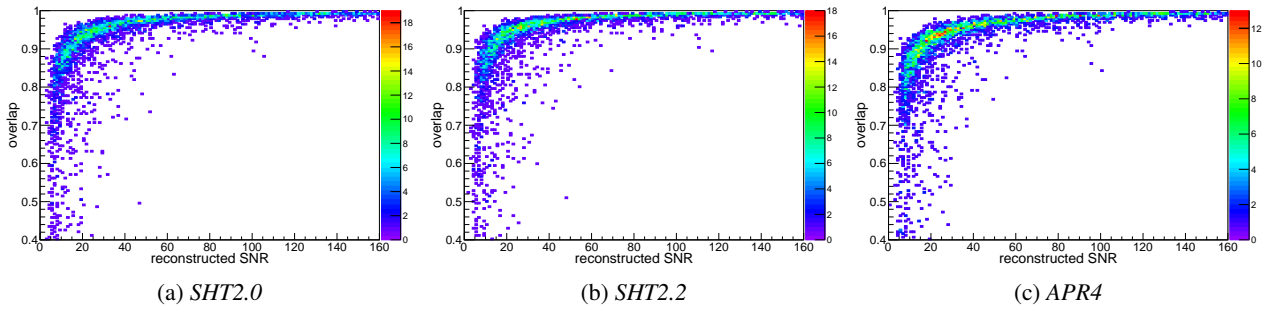


Figura 3.14: Distribuzione degli overlap in funzione dell'energia ricostruita nel rivelatore LIGO-Livingston

Gli overlap sono poi stati divisi in bin di SNR ricostruito di larghezza fissata per osservare la distribuzione con la quale i segnali sono ricostruiti, che è riportata in Figura 3.11, quindi viene riportato in Figura 3.15 l'andamento dei valori medi, con la dispersione di ogni bin. Si può notare come le ricostruzioni per Virgo risultino



avere una curva di overlap sistematicamente sottostante a quelle dei due rivelatori LIGO: questo è dovuto alla minore sensibilità di Virgo a frequenze intermedie (Fig.3.1), dove si manifesta il contributo più energetico che è ottenuto dai rivelatori, per cui la ricostruzione di Virgo, nel contesto di uniformità della posizione celeste e della polarizzazione, sarà necessariamente peggiore.

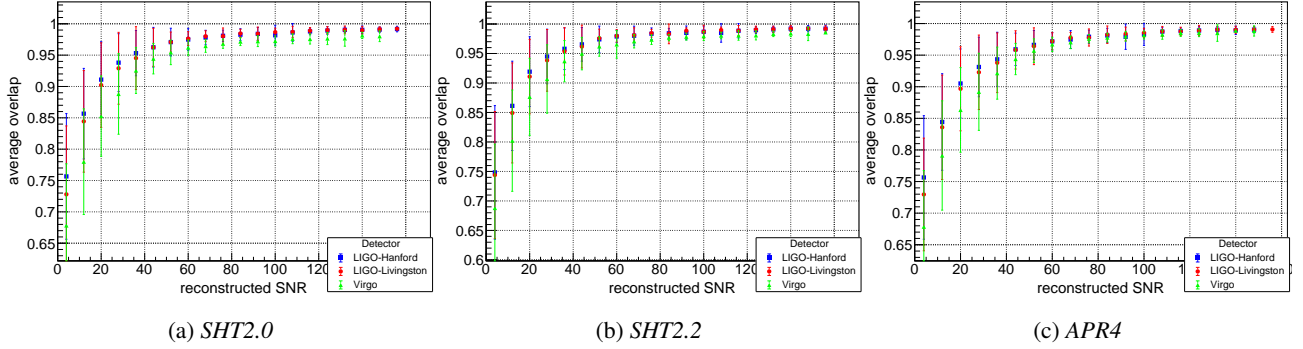


Figura 3.15: Grafici degli overlap in funzione dell'energia ricostruita per le tre EOS, con barre di errore che identificano la deviazione standard della distribuzione corrispondente

### 3.4 Caratterizzazione della frequenza della post-coalescenza

Per valutare la frequenza della post-coalescenza del segnale ricostruito, l'analisi, sviluppata in [21] e [25], segue alcuni passaggi fondamentali: la mappa tempo-frequenza del segnale con la minima divisione in tempo, corrispondente a 1 ms, associata a una divisione in frequenza di 512 Hz, viene divisa in 4 quadranti, tagliando il piano sia in tempo che in frequenza. La risoluzione è decisa per poter studiare il segnale che si sviluppa su scale temporali estremamente ridotte, in modo da poter distinguere lo spiraleggiamento dalla post-coalescenza, che sono invece a frequenze molto distanti.

Il taglio in frequenza è deciso in modo arbitrario in  $f = 1792\text{Hz}$ , comunque al di sotto della soglia di minima 2KHz. In questo modo, facendo un taglio opportuno nell'asse dei tempi, si potrà isolare il segnale di post-coalescenza e la parte finale della coalescenza nel quadrante con  $t > t_{cut}$  e  $f > f_{cut}$ .

Per decidere l'istante di tempo in cui produrre il taglio viene fatta una media pesata con l'energia dei pixel per ogni banda di frequenza

$$\bar{t}_j = \frac{\sum_{i=1}^N t_{j,i} e_{i,j}}{E_j} \quad (3.3)$$

dove  $j$  e  $i$  iterano sulla banda di frequenza e sul bin temporale rispettivamente,  $N$  è il numero di bin,  $t_{j,i}$  e  $e_{i,j}$  sono il tempo e l'energia del pixel  $(j, i)$  e infine  $E_j = \sum_i e_{j,i}$  è l'energia totale della banda di frequenza. Il taglio è preso quindi come  $t_{cut} = \bar{t}_2 + dt$  con  $\bar{t}_2$  tempo stimato per la coalescenza, poiché essa ha generalmente frequenze comprese tra 768Hz e 1280Hz corrispondenti alla seconda banda di frequenza. Per gli eventi con SNR ricostruito limitato, non avendo segnale nella seconda banda in frequenza, il tempo per il taglio è preso a  $t_{cut} = \bar{t}_1 + 5dt$ .

Per dare una stima di frequenza e larghezza di banda della post-coalescenza pesate con l'energia si produce nuovamente la mappa tempo-frequenza del segnale con una migliore risoluzione in frequenza  $df = 64\text{Hz}$ . Il taglio precedente nel dominio dei tempi rimane valido, cambia invece il taglio nel dominio delle frequenze che è preso questa volta a  $f'_{cut} = 1760\text{Hz}$ . Un esempio viene riportato in Figura 3.16.

La frequenza pesata e la larghezza di banda pesata, definita come varianza della prima sono calcolate come

$$f_w = \frac{\sum_{i,j} f_{i,j} e_{i,j}}{\sum_{i,j} e_{i,j}} \quad b_w = \frac{\sum_{i=1}^N f_{c,i}^2 e_i}{\sum_{i=1}^N e_i} - \left( \frac{\sum_{i=1}^N f_{c,i} e_i}{\sum_{i=1}^N e_i} \right)^2 \quad (3.4)$$

con  $f_{i,j}$  frequenza del pixel  $[i, j]$  presa come frequenza centrale della banda di frequenza al quale il pixel appartiene.

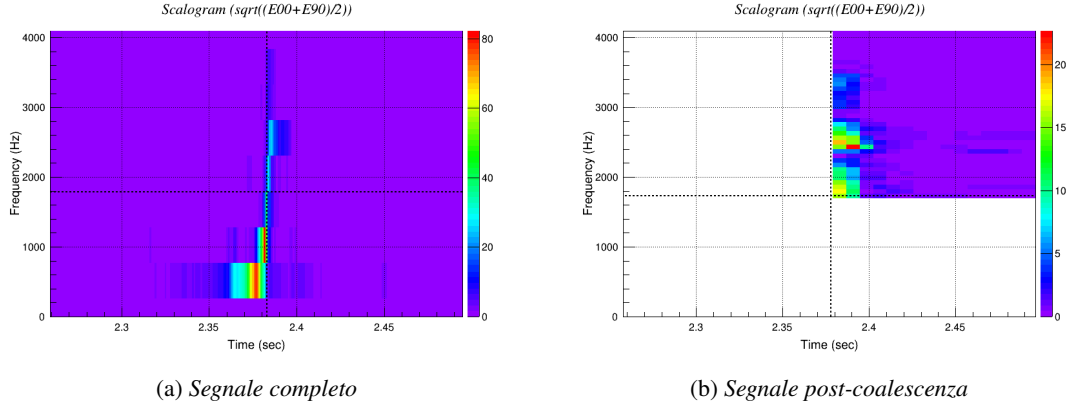


Figura 3.16: Mappe tempo-frequenza del segnale per Virgo, a sinistra segnale ricostruito con la divisione temporale più precisa, a destra il segnale isolato con divisione  $df = 64\text{Hz}$

Modello	Iniettati			Ricostruiti con post coalescenza				
	Tot.	Per distanza	Tot.	20Mpc	10Mpc	5Mpc	2.5Mpc	1.25Mpc
SHT2.0	4770	954	2887	29	327	738	877	916
SHT2.2	4770	954	2385	1	125	550	808	901
APR4	4770	954	2482	6	140	586	834	916

Tabella 3.4: Numero di eventi in cui viene ricostruita la post-coalescenza, con SNR della sola post-coalescenza sopra una soglia di 2 per le tre EOS, confrontati con i corrispondenti eventi iniettati

La frequenza ottenuta con questo metodo potrà essere poi confrontata con la stessa quantità ottenuta da considerazioni teoriche, non deve essere invece confusa con il picco della frequenza di post-coalescenza che è invece il massimo raggiunto dal segnale.

È poi interessante valutare il peso relativo del segnale di post coalescenza all'energia ricostruita, rispetto al segnale complessivo. Per fare questo è utile mostrare l'SNR cumulativo in funzione del tempo, in Figura 3.17, si può notare come il contributo della post-coalescenza risulti estremamente ridotto in rapporto alla fase di spiraleggiamento, a prova dell'estrema difficoltà nel rivelare questa fase del segnale.

Questo procedimento è stato fatto, come per l'analisi precedente, sistematicamente su un grande numero di eventi ricostruiti in modo da poterne valutare l'efficienza e studiare i risultati. In Tabella 3.4 è possibile confrontare il numero di eventi con segnale di post-coalescenza che supera una soglia di SNR pari a 2, in funzione della distanza. Si riporta in Figura 3.18 l'energia stimata per il segnale di post-coalescenza, in funzione dell'energia totale per le diverse distanze: è facile intuire che per gli eventi a distanza maggiore il segnale di post-coalescenza viene rivelato in casi molto limitati, mentre per distanze minori verranno ricostruiti più segnali.

Si osserva inoltre che per la EOS SHT2.2, in cui non è atteso alcun segnale di post-coalescenza, poiché come si osserva in Figura 3.2 il sistema ha un ringdown e non c'è emissione di segnali dopo la coalescenza, si registra energia significativa anche nella post-coalescenza. L'energia non può quindi essere l'unico discriminante per identificare la post-coalescenza. Si osserva comunque che gli eventi ricostruiti sono meno numerosi (Tabella 3.4) e meno energetici (Figura 3.18) rispetto a SHT2.0.

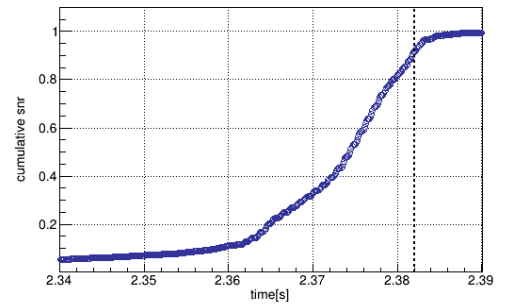


Figura 3.17: SNR cumulativo normalizzato in funzione del tempo trascorso

Si riporta poi la frequenza alla quale vengono ricostruiti i segnali di post-coalescenza e le distribuzioni dividendo per bin di SNR a larghezza fissata, in Figura 3.20. Quello che si osserva è che la frequenza ricostruita risulta generalmente superiore per Virgo, rispetto ai rivelatori LIGO, per motivi analoghi a quello che porta segnali più

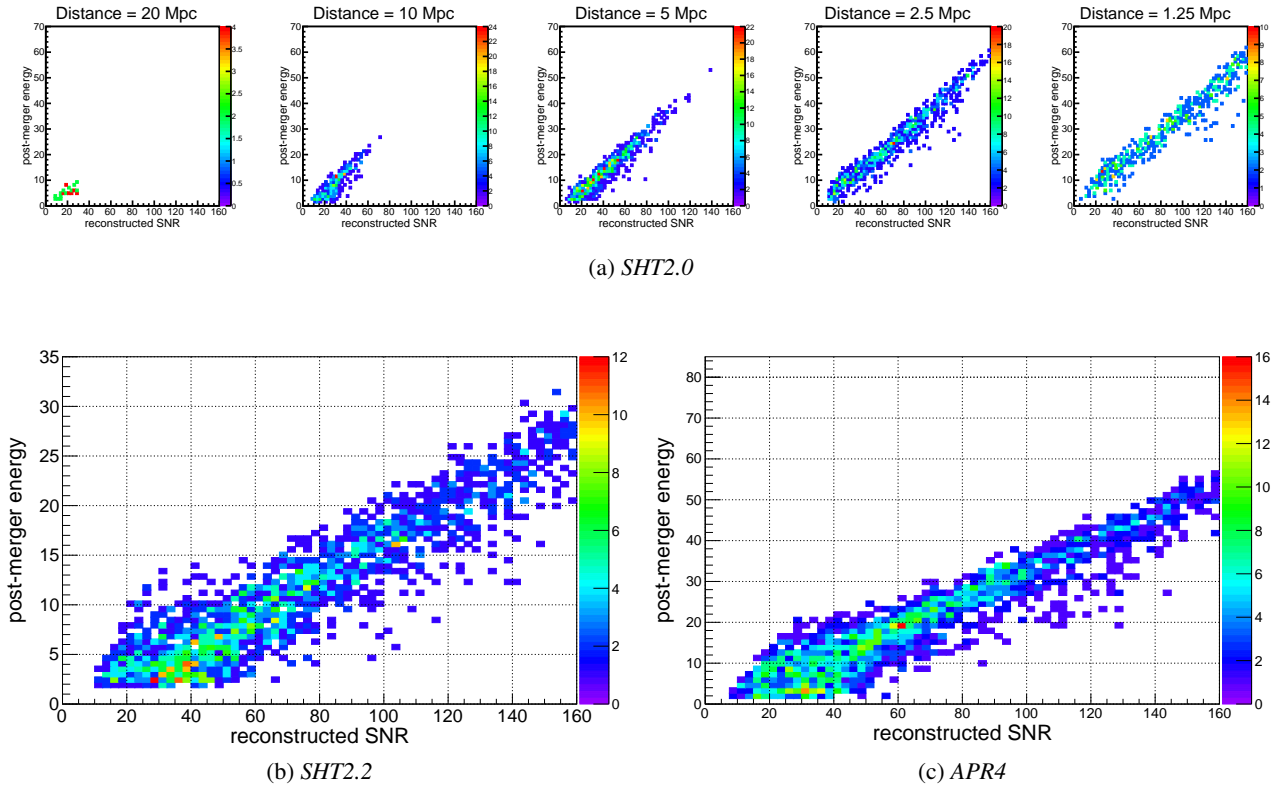


Figura 3.18: Distribuzione delle energie della post-coalescenza in funzione dell'energia ricostruita in Virgo, divisa per distanze (in alto) per la EOS SHT2.0 e in un unico grafico per questioni di spazio per le altre EOS energetici per il primo, ovvero la maggiore sensibilità ad alte frequenze. È interessante anche osservare l'andamento che non è strettamente crescente in funzione dell'energia ricostruita, ma parte da frequenze più alte e dopo un minimo risale: è possibile che questo comportamento sia conseguenza della morfologia del segnale e del fatto che l'energia di post coalescenza non è distribuita uniformemente rispetto alle diverse frequenze. Essendo in particolare il picco più energetico viene ricostruito prima, mentre quando viene ricostruita interamente la frequenza pesata sarà più bassa.

In particolare, in Figura 3.19, è riportata la distribuzione delle frequenze pesate tra i rivelatori: per ogni evento viene prodotta una media pesata tra le frequenze ricostruite in ogni interferometro, il peso è in particolare definito dall'energia ricostruita per la post-coalescenza. L'SNR ricostruito riportato è quindi, al contrario di come è riportato negli altri grafici, l'SNR totale dell'evento, ottenuto come somma in quadratura degli SNR dei singoli interferometri.

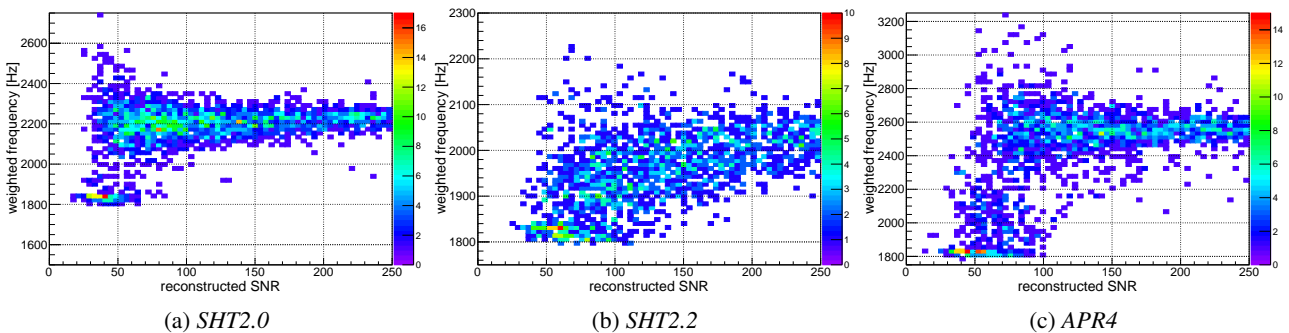


Figura 3.19: Distribuzione delle medie pesate con l'energia della post-coalescenza della frequenza ricostruita da ogni rivelatore in funzione dell'energia totale dell'evento

Si riporta poi, in Figura 3.21, la distribuzione della larghezza di banda dei segnali ricostruiti, ovvero la differenza tra la frequenza massima e minima rivelate. Si nota che essa ha un andamento analogo a quello della frequenza, motivo per il quale la probabilità di rivelare il segnale aumenta con l'aumentare dell'SNR.

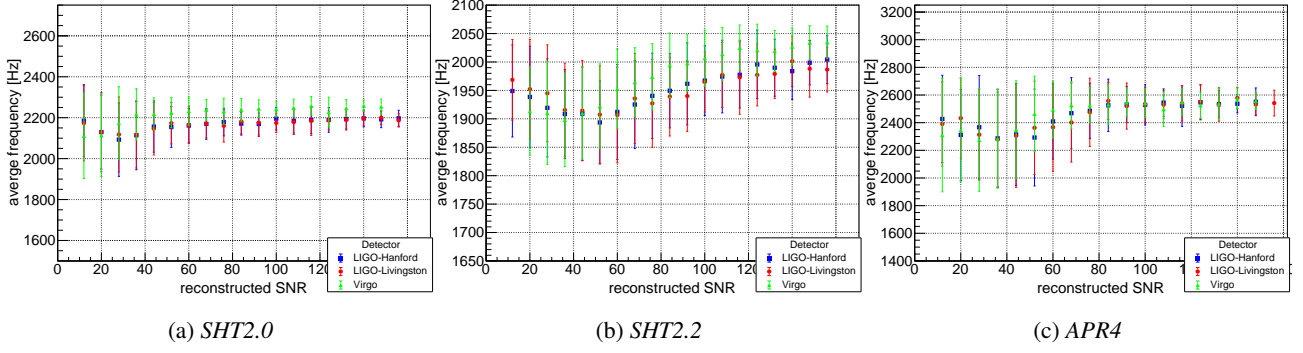


Figura 3.20: Grafici delle frequenze della post coalescenza in funzione dell'SNR ricostruito nei tre rivelatori, con barre di errore che identificano la deviazione standard della distribuzione corrispondente

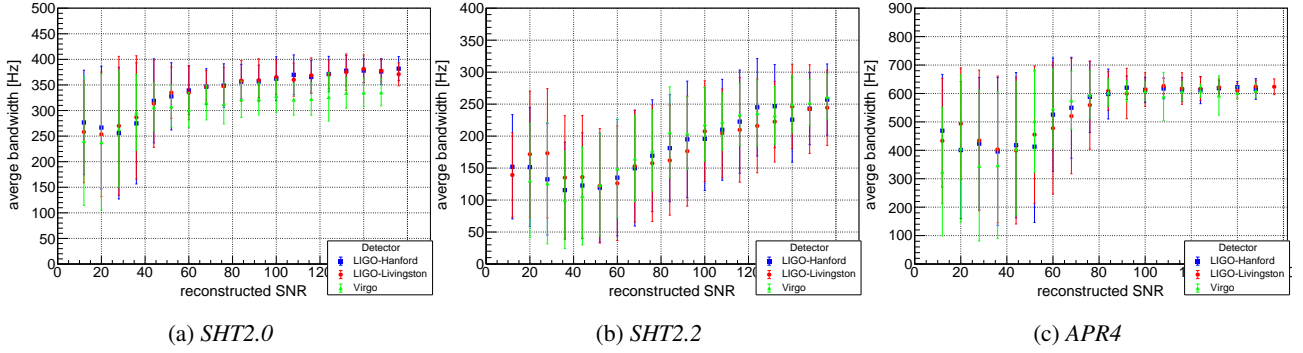


Figura 3.21: Grafici delle larghezze di banda della post coalescenza in funzione dell'SNR ricostruito nei tre rivelatori, con barre di errore che identificano la deviazione standard della distribuzione corrispondente

Conclusa l'analisi della tesi si è proceduto ad una verifica andando a modificare la configurazione per la ricostruzione del segnale, in particolare per evitare il fenomeno che avviene in particolar modo nella EOS APR4, in cui la ricostruzione viene spezzata in due eventi distinti, si è tentato di effettuare le ricostruzioni con soglia sulla separazione massima in frequenza tra due cluster per essere uniti in un evento solo, da 128Hz fino a 512Hz, per verificare la differenza nel numero di eventi ricostruiti e verificare eventuali differenze nella frequenza pesata calcolata. Si riportano in Tabella 3.5, che mostrano l'assenza di variazioni significative.

Gap[Hz]	Ricostruiti Tot.	Percentuale eventi ricostruiti con post coalescenza					
		Tot.	20Mpc	10Mpc	5Mpc	2.5Mpc	1.25Mpc
128	4770	2482	0.91%	16.9%	64.3%	89.2%	97.7%
512	2660	1540	1.44%	18.1%	63.5%	89.1%	97.3%

Tabella 3.5: Principali parametri per le EOS utilizzate

# Conclusioni

GW170817 è il primo segnale di onda gravitazionale dovuto alla coalescenza di un sistema binario di stelle di neutroni rivelato. Questo segnale gravitazionale è stato inoltre il primo ad essere rivelato in coincidenza temporale con l'osservazione di un segnale di lampo gamma, rappresentando così un punto di partenza per l'astronomia multimessaggera. È inoltre interessante perché lo studio del segnale gravitazionale può fornire utili informazioni sulla natura delle stelle di neutroni e in particolare sulle loro equazioni di stato. Questo lavoro di tesi si è concentrato sullo studio della fase di post-coalescenza del segnale che dovrebbe permettere di ottenere informazioni sulla natura del corpo celeste rimanente, determinata in modo primario dalle masse delle stelle progenitrici e dall'equazione di stato della materia nucleare delle stelle di neutroni. La fase di post-coalescenza di GW170817 non è stata rivelata, a causa della limitata sensibilità della rete di interferometri, non permettendo di determinare quale tra i diversi modelli proposti per le stelle di neutroni sia quello corretto.

Questa tesi si propone di effettuare un'analisi tramite eventi simulati per caratterizzare la capacità dell'algoritmo Coherent WaveBurst di ricostruire questo tipo di segnale, utilizzando una procedura di caratterizzazione sviluppata in [21] e in [25].

Si studia in questo modo il segnale di post-coalescenza, in una configurazione non testata precedentemente, utilizzando tre equazioni di stato, APR4, SHT2.0 e SHT2.2, con stati finali diversi tra loro e secondo i criteri descritti nella tesi. La valutazione della capacità di ricostruzione dell'algoritmo con questa configurazione, combinando il rapporto segnale su rumore ricostruito e iniettato costruendo estimatori statistici, mostra buoni risultati coerenti con le analisi precedenti. Anche la valutazione della frequenza pesata e la larghezza di banda pesata mostra i risultati attesi.

L'analisi riportata in questa tesi ha incluso lo studio dell'energia della post-coalescenza e la frequenza e larghezza di banda pesate; questi estimatori non bastano tuttavia per discernere eventi in cui vi è post-coalescenza e in cui non vi è, e lo sviluppo naturale di questo lavoro di tesi sarebbe implementare le tecniche utilizzate in [21] in questa nuova configurazione.

Un ulteriore sviluppo di questo lavoro di tesi sarebbe la ricerca di una nuova configurazione più adatta allo studio della EOS APR4, che per questo lavoro ha richiesto il taglio di parte del segnale, che in particolare si riferisce spesso al segnale di post-coalescenza. Il tentativo fatto a fine tesi di portare la separazione massima in frequenza nella mappa tempo-frequenza del segnale da 128Hz a 512Hz non ha mostrato evidenti miglioramenti, le prossime analisi dovrebbero aumentare ulteriormente questa separazione e, possibilmente, aumentare anche la soglia di probabilità per la selezione dei pixel, andando tuttavia ad aumentare la probabilità di falso allarme dell'algoritmo.



# Bibliografia

- [1] ABBOTT, B., ABBOTT, R., ABBOTT, T., ABRAHAM, S., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADHIKARI, R., ADYA, V., AFFELDT, C., AND ET AL. Gwtc-1: A gravitational-wave transient catalog of compact binary mergers observed by ligo and virgo during the first and second observing runs. *Physical Review X* 9, 3 (Sep 2019).
- [2] ABBOTT, B., ABBOTT, R., ABBOTT, T., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADAMS, T., ADDESSO, P., ADHIKARI, R., ADYA, V., AND ET AL. Gw170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. *Physical Review Letters* 119, 16 (Oct 2017).
- [3] ABBOTT, B. P., ABBOTT, R., ABBOTT, T. D., ABRAHAM, S., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADHIKARI, R. X., ADYA, V. B., AFFELDT, C., AND ET AL. Gw190425: Observation of a compact binary coalescence with total mass  $\sim 3.4M_{\odot}$ . *The Astrophysical Journal* 892, 1 (Mar 2020), L3.
- [4] ABBOTT, B. P., ABBOTT, R., ABBOTT, T. D., ABRAHAM, S., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADYA, V. B., AFFELDT, C., AND ET AL. Prospects for observing and localizing gravitational-wave transients with advanced ligo, advanced virgo and kagra. *Living Reviews in Relativity* 23, 1 (Sep 2020).
- [5] ABBOTT, B. P., ABBOTT, R., ABBOTT, T. D., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADAMS, T., ADDESSO, P., ADHIKARI, R. X., ADYA, V. B., AND ET AL. Multimessenger observations of a binary neutron star merger. *The Astrophysical Journal* 848, 2 (Oct 2017), L12.
- [6] ABBOTT, B. P., ABBOTT, R., ABBOTT, T. D., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADAMS, T., ADDESSO, P., ADHIKARI, R. X., ADYA, V. B., AND ET AL. Search for post-merger gravitational waves from the remnant of the binary neutron star merger gw170817. *The Astrophysical Journal* 851, 1 (Dec 2017), L16.
- [7] AKMAL, A., PANDHARIPANDE, V. R., AND RAVENHALL, D. G. Equation of state of nucleon matter and neutron star structure. *Physical Review C* 58, 3 (Sep 1998), 1804–1828.
- [8] BAUMGARTE, T. W., SHAPIRO, S. L., AND SHIBATA, M. On the maximum mass of differentially rotating neutron stars. *The Astrophysical Journal* 528, 1 (Jan 2000), L29–L32.
- [9] BRIAN O'REILLY, MARICA BRANCHESI, SADAKAZU HAINO, GIANLUCA GEMME. Noise curves used for simulations in the update of the observing scenarios paper. <https://dcc.ligo.org/LIGO-T2000012/public>. [Online; accessed 30-March-2021].
- [10] CWB. coherent WaveBurst. <https://gwburst.gitlab.io/>, 2021. Accessed: 01 April 2021.
- [11] CWB. cWB Manual. <https://gwburst.gitlab.io/documentation/latest/html/index.html>, 2021. Accessed: 26 March 2021.
- [12] HAN, M.-Z., TANG, S.-P., HU, Y.-M., LI, Y.-J., JIANG, J.-L., JIN, Z.-P., FAN, Y.-Z., AND WEI, D.-M. Is GW190425 consistent with being a neutron star–black hole merger? *The Astrophysical Journal* 891, 1 (feb 2020), L5.
- [13] HARTLE, J. *Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity*. Addison-Wesley, 2003.
- [14] HOBSON, M., EFSTATHIOU, G., AND LASENBY, A. *General Relativity: An Introduction for Physicists*. Cambridge University Press, 2006.
- [15] KLIMENKO, S., VEDOVATO, G., DRAGO, M., SALEMI, F., TIWARI, V., PRODI, G., LAZZARO, C., ACKLEY, K., TIWARI, S., DA SILVA, C., AND ET AL. Method for detection and reconstruction of gravitational wave transients with networks of advanced detectors. *Physical Review D* 93, 4 (Feb 2016).
- [16] KLIMENKO, S., YAKUSHIN, I., MERCER, A., AND MITSELMARKHER, G. A coherent method for detection of gravitational wave bursts. *Classical and Quantum Gravity* 25, 11 (May 2008), 114029.
- [17] KRÓLAK, A., AND PATIL, M. The first detection of gravitational waves. *Universe* 3, 3 (2017).
- [18] LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION. What is an interferometer? <https://www.ligo.caltech.edu/page/what-is-interferometer>. [Online; accessed 29-March-2021].
- [19] MAGGIORE, M. *Gravitational Waves: Volume 1: Theory and Experiments*. Gravitational Waves. OUP Oxford, 2008.
- [20] MAGGIORE, M. *Gravitational Waves: Volume 2: Astrophysics and Cosmology*. Gravitational Waves. Oxford University Press, 2018.
- [21] PUECHER, A. Characterization of the gravitational wave emission from binary neutron stars mergers. Master's thesis, Università degli Studi di Trento, 2018.
- [22] REZZOLLA, L., AND TAKAMI, K. Gravitational-wave signal from binary neutron stars: A systematic analysis of the spectral properties. *Physical Review D* 93, 12 (Jun 2016).
- [23] SARIN, N., AND LASKY, P. D. The evolution of binary neutron star post-merger remnants: a review, 2020.
- [24] SHEN, G., HOROWITZ, C. J., AND TEIGE, S. Equation of state of dense matter from a density dependent relativistic mean field model. *Physical Review C* 82, 1 (Jul 2010).
- [25] TRINGALI, M. C. *Analysis methods for gravitational wave from binary neutron star coalescences: investigation on the post-merger phase*. PhD thesis, Università degli Studi di Trento, Jul 2017.