

Capitolo 1

Segnali di onde gravitazionali da BNS

Una stella di neutroni (NS) è la fase finale dell'evoluzione stellare, che segue alla cessazione delle reazioni di fusione nucleare degli elementi leggeri al suo interno, per stelle con massa tale che $10 M_\odot < M < 25 M_\odot$. Accade dunque che, in una certa fase del collasso, le densità estremamente alte portino gli elettroni a interagire con i protoni, attraverso il fenomeno della cattura elettronica, con la formazione di neutroni (e neutrini). Date le densità estreme della stella di neutroni, rimane incertezza sulle equazioni di stato della materia [Hobson et al., 2006]. Una stella di neutroni è resa stabile, contro il collasso dovuto alla forza di gravità, non da pressioni termiche come per il sole, ma da forze legate al principio di esclusione di Pauli e interazioni nucleari tra i neutroni. Queste forze hanno effetti solo sopra le densità nucleari, spiegando perché le NS siano così compatte (una NS ha una massa poco superiore rispetto alla massa solare in un raggio di ~ 10 km) [Hartle, 2003]

Un sistema binario di stelle di neutroni (BNS), ovvero una coppia di NS che ruota attorno al centro di massa, legato attraverso la forza di attrazione gravitazionale, emettendo segnali di onda gravitazionale (GW) che possono essere interpretati come fase di inspiral, merger e post-merger. Si consideri infatti una coppia di stelle con masse m_1 e m_2 , massa totale $M = m_1 + m_2$ e massa ridotta $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$, in orbita circolare di raggio R attorno al centro di massa e velocità tangenziale v . Utilizzando una analisi newtoniana, si ottiene immediatamente che l'equilibrio di forza gravitazionale e forza centrifuga conduce alla terza legge di Keplero $\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{4R^2}$. Definendo la frequenza orbitale $\Omega = 2\pi/T$, con T periodo dell'orbita, si ottiene $\Omega = \sqrt{\frac{GM}{4R^3}}$. Facendo un'opportuna parametrizzazione delle coordinate delle stelle si ottiene il tensore momento di quadrupolo

$$I^{xx} = \mu R^2 \frac{1 - \cos 2\Omega t}{2}, \quad I^{yy} = \mu R^2 \frac{1 + \cos 2\Omega t}{2}, \quad I^{xy} = -\frac{1}{2} \mu R^2 \sin 2\Omega t = I^{yx} \quad (1.1)$$

che porta a un'onda

$$h_{ij} = \frac{4G\mu\Omega^2 R^2}{r} \begin{bmatrix} \cos 2\Omega t_r & \sin 2\Omega t_r & 0 \\ \sin 2\Omega t_r & -\cos 2\Omega t_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

La frequenza dell'onda gravitazionale emessa da questi sistemi è tale che $\omega_{GW} = 2\Omega$. Si può scrivere la potenza irradiata $P = \frac{32}{5} \frac{c^5}{G} \left(\frac{GM_c \omega_{GW}}{2c^3} \right)^{10/3}$, con $M_c = (m_1 m_2)^{3/5} / (m_1 + m_2)^{1/5}$ massa di chirp. Con la radiazione di potenza c'è perdita di energia nel sistema $E_{orbita} = T + U = -\frac{Gm_1 m_2}{R}$, per compensare l'energia persa, R deve decrescere e di conseguenza Ω aumentare, andamento che conduce alla coalescenza dei due corpi. A partire dalla legge per la potenza irradiata, è possibile valutare l'evoluzione della frequenza dell'onda gravitazionale

$$\dot{\omega}_{GW} = \frac{12}{5} 2^{1/3} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/3} \omega_{GW}^{11/3} \quad (1.3)$$

che integrata restituisce ω_{GW} , che formalmente diverge in un tempo finito: si avrà che la fase di spiraleggiamento sarà descritta da un andamento a chirp e sarà descrivibile con un approccio analitico. Ovviamente la divergenza della frequenza non è fisica e compare solo formalmente, nella realtà infatti a distanze minori di una soglia critica l'approssimazione di corpi puntiformi fatta fin'ora non è più corretta e a dominare invece sono gli effetti

di deformazione mareale, tipici di corpi estesi. Questo andamento viene sfruttato da Hulse e Taylor nella scoperta del primo sistema binario, osservando la decadenza dell'orbita a causa dell'emissione di onde gravitazionali. Perciò la fase di spiraleggiamento termina con i due oggetti che si scontrano dando inizio alla fase di coalescenza e quindi, dopo la fusione, alla post-coalescenza, che in base alle proprietà iniziali del sistema può portare a forme d'onda e oggetti diversi. Mentre la fase di coalescenza dura pochi millisecondi, la fase di post-coalescenza genera un segnale quasi-stazionario. Queste due fasi risultano più complesse da modellare, per cui per il loro studio si fa affidamento a metodi numerici. [Maggiore, 2008]

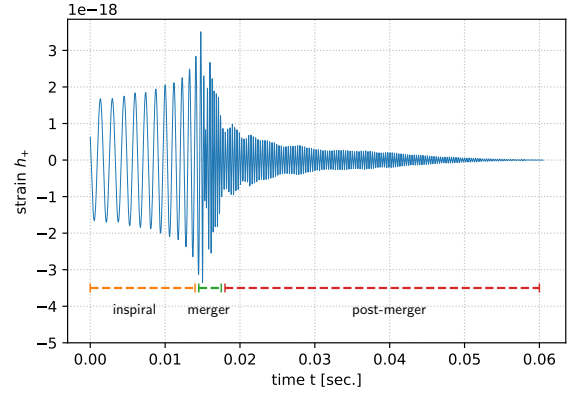


Figura 1.1: Segnale teorico previsto per la coalescenza di una BNS con equazione di stato APR4, con una divisione qualitativa tra le diverse fasi

1.1 Oggetto residuo

Ci sono quattro possibili risultati della coalescenza di due stelle di neutroni, in base alle masse delle stelle e dalle loro equazioni di stato. Data la massa dell'oggetto residuo M , facendo riferimento alla figura 1.2, [Sarin and Lasky, 2020] ne descrive gli stati finali come:

- $M \gtrsim 1.5M_{TOV}^1$: il sistema collassa immediatamente in un buco nero seguendo il percorso $A \rightarrow B \rightarrow C$;
- $1.2M_{TOV} \lesssim M \lesssim 1.5M_{TOV}$: l'oggetto rimanente è una stella di neutroni ipermassiva, che collassa in un buco nero in un tempo $\lesssim 1s$, seguendo $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E$;
- $M_{TOV} \lesssim M \lesssim 1.2M_{TOV}$: rimane una stella di neutroni supermassiva che è destinata a collassare in un buco nero in un tempo di $10 \div 10^4 s$, secondo il percorso $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G$;
- $M \lesssim M_{TOV}$: rimane una stella di neutroni stabile, secondo il percorso $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow H$.

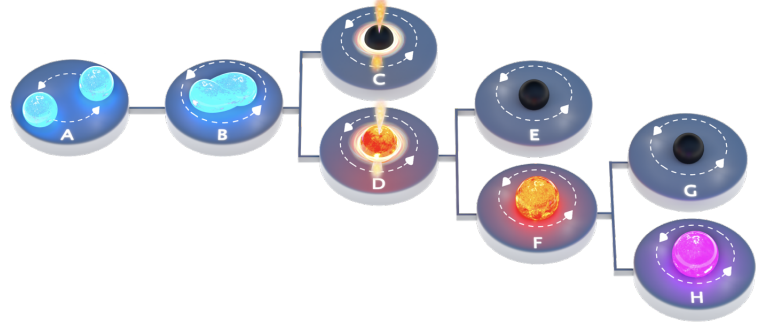


Figura 1.2: Rappresentazione pittorica del destino del residuo del merger di un sistema binario di stelle di neutroni, [Sarin and Lasky, 2020]

I sistemi binari di stelle di neutroni, oltre che ottime sorgenti di onde gravitazionali, risultano anche i migliori scenari per spiegare la fenomenologia dei lampi gamma brevi (short gamma ray burst). I lampi gamma consistono nell'emissione di intensi raggi gamma con uno spettro di durate estremamente vario, per cui si distinguono i short gamma ray burst con durata tipica inferiore a 2s e con un'energia media dei fotoni superiore, i long gamma ray burst la quale durata è piccata attorno a 30s, fino agli ultra-long gamma ray burst che arrivano a durare diverse ore, mediamente meno energetici. La separazione è legata ai fenomeni fisici che li generano: mentre i GRB lunghi hanno origine nel collasso del nucleo di stelle massive, nel fenomeno della post-luminescenza, la comprensione dell'origine di GRB brevi è risultata più complessa, infatti l'osservazione sperimentale ha portato ad escludere il collasso di stelle massive come origine di tali fenomeni. Candidati plausibili sono risultati invece i merger di BNS o di binarie NS-BH, poiché la durata di GRB brevi richiede strutture compatte con caratteristiche sulla scala dei tempi nell'ordine delle decine di millisecondi, compatibili con il merger di un sistema binario di compatte, in particolare l'osservazione di GW170817, evento che si approfondirà nel capitolo ??, mostra come i GRB brevi siano effettivamente legati alla coalescenza di sistemi binari di stelle compatte [Maggiore, 2018].

1.1.1 Formazione diretta un black hole

¹ M_{TOV} è detta massa di Tolman-Oppenheimer-Volkoff e indica la massa massima che può avere una stella di neutroni non rotante

La formazione diretta di un buco nero dopo la coalescenza implica, come si osserva in figura 1.3 lo spegnimento del segnale, con un collasso quasi sferico che genera delle onde gravitazionali minime [Sarin and Lasky, 2020].

Questo tipo di segnale ha la particolarità, al contrario degli altri casi di post-merger, di ammettere uno studio analitico attraverso metodi perturbativi relativamente semplici (decrescita esponenziale con un tempo caratteristico legato alla massa del buco nero) [Maggiore, 2018].

1.1.2 Formazione di una NS ipermassiva

La maggior parte delle coalescenze di stelle di neutroni porta alla formazione di stelle di neutroni ipermassive, supermassive o stabili.

Una stella di neutroni ipermassiva è tale da avere una massa superiore al massimo in massa per una stella rotante uniformemente M_{TOV} , ma non collassa per la rotazione differenziale, cioè il fenomeno per cui le sue diverse parti ruotano con velocità angolare differente che permette una maggiore stabilità rispetto a stelle non rotanti o rotanti uniformemente [Baumgarte et al., 2000], e per il supporto di gradienti termici.

Nel momento in cui la stella rallenta la sua rotazione e/o si raffredda, il supporto alla sua stessa massa termina e la stella collassa in un buco nero. Nel caso in cui la stella ipermassiva abbia massa tale che $M \gtrsim 1.2M_{TOV}$ la rotazione uniforme non può dare sufficiente supporto centrifugo per evitare il collasso, per cui la stella collassa non appena la rotazione differenziale termina.

È in generale molto complessa la fisica che regola il collasso dell'ipermassiva residua tuttavia assumendo che per il rilascio del lampo gamma sia necessario tale collasso in buco nero, il ritardo con il quale si è osservato per GW170817, come si vedrà nel capitolo ??, può essere, almeno in parte, spiegato con il collasso.

L'emissione di GW dalla fase di post-coalescenza è attesa avere una quantità di energia rilasciata sotto forma di GW relativamente ampia e confrontabile con il massimo dell'inspiral [Sarin and Lasky, 2020].

1.1.3 Formazione di una NS con lunga vita media

I residui del post-merger che hanno una massa inferiore a $\sim 1.2M_{TOV}$ sopravvivono per un tempo superiore al secondo e vengono denominate supermassive se hanno una massa superiore al limite definito in precedenza M_{TOV} , mentre per valori inferiori sono stabili. È importante osservare in figura 1.2 che per entrambi i prodotti finali si passa comunque per una fase di forte rotazione differenziale immediatamente successiva alla coalescenza rendendo i metodi di ricerca di segnali di GW non differenti da quelli per il caso di residuo ipermassivo. L'osservazione sperimentale mostra che questo tipo di esito si presenta in un numero non trascurabile di casi.

Come detto, le simulazioni mostrano che per stelle supermassive generate dalla coalescenza di un sistema binario di stelle di neutroni hanno una vita compresa tra ~ 10 s e $\sim 10^4$ s. In realtà l'osservazione sperimentale mostra che queste stelle tendono a collassare in una scala di tempi più breve di quella attesa e tale discrepanza si pensa possa includere eccessi di energia emessa in onde gravitazionali nelle prime fasi, o quark liberi che portano a modifiche nel momento di inerzia della stella rispetto al caso con materia ordinaria.

Questi vincoli hanno grande importanza, soprattutto per la ricerca futura: il fatto che le stelle di neutroni nascenti siano composte da quark non confinati suggerisce che vi sia una transizione di fase adrone-quark

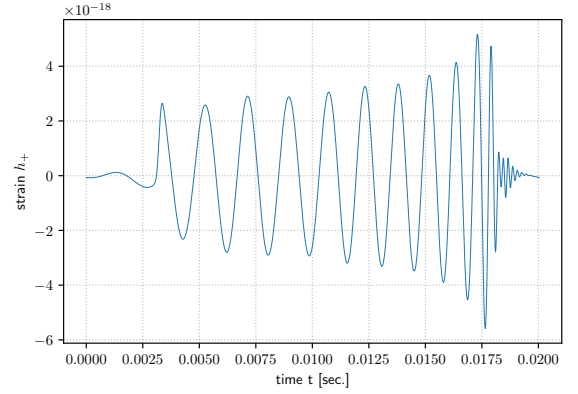


Figura 1.3: Forma d'onda per la coalescenza di una BNS con equazione di stato SHT2, in cui le masse sono tali da portare il sistema a collassare immediatamente in un BH, producendo nella fase di post merger il ringdown

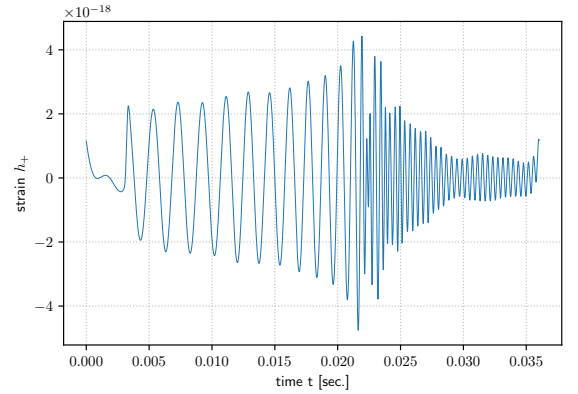


Figura 1.4: Forma d'onda per la coalescenza di una BNS con equazione di stato SHT2, in cui le masse sono tali da portare il sistema a formare una NS ipermassiva, producendo nella fase di post merger un segnale visibile

dependente dalla temperatura e, comprendere dove avvenga questa transizione nel diagramma di fase nucleare è un'informazione chiave per dedurre informazioni sul comportamento della materia nucleare e di conseguenza sull'equazione di stato. Il fatto, invece, che le NS supermassive rallentino la rotazione soprattutto a causa dell'emissione di GW ha importanti conseguenze per la dinamica della NS stessa e permette di avere vincoli sull'energia per ricostruire la natura dell'oggetto residuo nelle future analisi [Sarin and Lasky, 2020].

DA CANCELLARE(?) [Per le NS a lunga vita si conoscono le emissioni elettromagnetiche, mentre per le emissioni di onde gravitazionali la conoscenza del fenomeno risulta ancora incompleta: non si conosce con certezza la gerarchia di importanza dei meccanismi, per quanto tempo rimangono attive o quanta energia viene emessa. Le tre principali instabilità rilevanti per la produzione di GW sono le instabilità di spin-flip, di bar-mode e r-mode. L'instabilità precessionale spin-flip, legata al cambiamento di rotazione di un oggetto rotante, porta la nascente NS ad essere un "rotatore ortogonale" e quindi un ottimo emettitore di GW. L'instabilità bar-mode si presenta in due varietà: dinamica, che è attiva nel primo secondo della vita della NS, e secolare, che ha maggiore importanza nel lungo periodo. Infine gli r-mode, ovvero oscillazioni toroidali a bassa frequenza per le quali la forza di Coriolis è la "forza di ripristino" [?].]

1.2 Frequenze caratteristiche di coalescenza e post-coalescenza

A partire dal segnale di GW, in particolare nelle fasi di coalescenza e post-coalescenza, possono essere ottenute informazioni sull'equazione di stato della materia a densità nucleare e, da un'analisi spettrale, informazioni sulla tidal deformability (deformabilità mareale) delle due stelle.

Simulazioni numeriche relativistiche di coalescenza di BNS e l'evoluzione della post-coalescenza mostra che l'emissione di GW da un residuo ipermassivo è legato alla EOS e può trovarsi a frequenze comprese tra ~ 2 e 4 kHz, ed è fortemente correlato con la compattezza e la deformabilità mareale delle stelle. Questa correlazione, con quantità calcolate per stelle di neutroni fredde e non rotanti, stato in cui non si trova l'ipermassiva residua, suggerisce come gli effetti dovuti a rotazione e temperatura giocano un ruolo limitato nelle proprietà del segnale di onda gravitazionale e mostra come la misura del modo dominante nella frequenza del post-merger possa portare a una importante misura dell'equazione di stato nucleare [Sarin and Lasky, 2020].

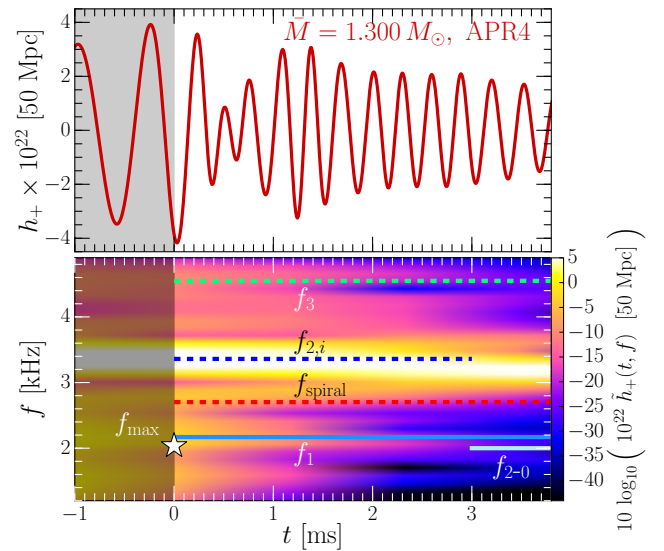


Figura 1.5: Forma d'onda e relativo spettrogramma per la coalescenza di una BNS con equazione di stato APR4 (morbida), [Rezzolla and Takami, 2016]

Considerando dunque il segnale gravitazionale dovuto alla coalescenza di due stelle di neutroni, con una differenza di massa inferiore a 20%, [Rezzolla and Takami, 2016] ne riassume le proprietà spettrali fondamentali in:

- la frequenza della GW al massimo di ampiezza f_{max} è legata in modo quasi-universale con la tidal deformability delle due stelle;
- le frequenze f_1 , $f_{2,i}$ e f_3 rappresentano i picchi principali visibili dall'osservazione del post-merger, tra le quali si ottiene la seguente relazione empirica:

$$f_{2,i} \simeq \frac{f_1 + f_3}{2} \quad (1.4)$$

il picco f_1 è legato alla compattezza delle stelle, mentre il picco $f_{2,i}$ è legato al raggio della configurazione non rotante più massiva e corrisponde al modo fondamentale della NS ipermassiva con $l=2=m$;

- si identifica in alcuni casi un altro picco f_{2-0} che si riferisce all'accoppiamento tra il modo fondamentale con $l=2=m$ e il modo con simmetria assiale, cioè con $l=2$ e $m=0$;

- il picco f_{spiral} associato alla deformazione spiraleggiante dovuta alla rotazione, è però impossibile da misurare in calcoli numerici e si utilizzano dunque i valori prodotti da considerazioni analitiche. Si nota infine che f_{spiral} coincide per molte EOS (in particolare EOS rigide) con la frequenza f_1 , mentre per altre (EOS morbide) non si ha questa corrispondenza.

Nella fase di post-merger, nei casi in cui il sistema non collassa immediatamente in un buco nero, evidenziando nella forma d'onda una fase di ringdown in cui il segnale si spegne, l'unica frequenza a sopravvivere è il picco f_2 , spariscono gli altri picchi, lasciando solo f_{2-0} a basse energie.

È poi possibile trovare diverse relazioni quantitative che legano le frequenze osservate con le proprietà stellari, che risultano particolarmente utili come verifica delle previsioni teoriche.

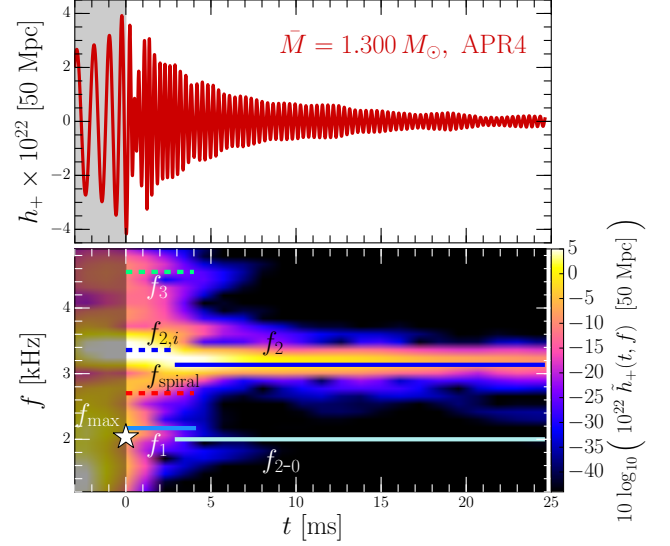


Figura 1.6: Forma d'onda e relativo spettrogramma per la post-coalescenza di una BNS con equazione di stato APR4, [Rezzolla and Takami, 2016]

Bibliografia

- [Baumgarte et al., 2000] Baumgarte, T. W., Shapiro, S. L., and Shibata, M. (2000). On the maximum mass of differentially rotating neutron stars. *The Astrophysical Journal*, 528(1):L29–L32.
- [Hartle, 2003] Hartle, J. (2003). *Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity*. Addison-Wesley.
- [Hobson et al., 2006] Hobson, M., Efstathiou, G., and Lasenby, A. (2006). *General Relativity: An Introduction for Physicists*. Cambridge University Press.
- [Maggiore, 2008] Maggiore, M. (2008). *Gravitational Waves: Volume 1: Theory and Experiments*. Gravitational Waves. OUP Oxford.
- [Maggiore, 2018] Maggiore, M. (2018). *Gravitational Waves: Volume 2: Astrophysics and Cosmology*. Gravitational Waves. Oxford University Press.
- [Rezzolla and Takami, 2016] Rezzolla, L. and Takami, K. (2016). Gravitational-wave signal from binary neutron stars: A systematic analysis of the spectral properties. *Physical Review D*, 93(12).
- [Sarin and Lasky, 2020] Sarin, N. and Lasky, P. D. (2020). The evolution of binary neutron star post-merger remnants: a review.