

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

**Ricerca di segnali gravitazionali dovuti alla coalescenza di sistemi
binari di stelle di neutroni nella fase di post coalescenza**

Relatrice

Dott.ssa Claudia Lazzaro

Laureando

Aidin Attar

Anno Accademico 2020/2021

Indice

1 Segnali gravitazionali da coalescenza di sistemi binari di stelle di neutroni	1
1.1 Formazione del corpo celeste	3
1.1.1 Formazione diretta un black hole	3
1.1.2 Formazione di una NS ipermassiva	3
1.1.3 Formazione di una NS con lunga vita media	3
1.2 Frequenze caratteristiche	4
2 Osservazioni di onde gravitazionali	5
2.1 Osservazione della coalescenza di un sistema di stelle di neutroni: GW170817	5
2.2 Ricerca del post-merger del residuo	7
2.3 Segnale GW190425	8
3 Coherent WaveBurst	9
3.1 Analisi coerente	10
3.2 Algoritmi per l'analisi dati	11
3.2.1 Trasformazioni di wavelet	11
3.2.2 Generazione di trigger coerenti	11
3.2.3 Selezione dei trigger coerenti	11
4 Analisi	13
4.1 Esempi di analisi utilizzando cWB	13
4.1.1 Equazione di stato APR4	13
4.1.2 Equazione di stato SHT2	15
4.2 Curve di sensibilità e analisi dell'overlap	15
4.2.1 Caratteristiche degli eventi simulati	15
4.3 Ricerca frequenza post-merger	19
Bibliografia	23

Abstract

La tesi è dedicata allo studio dei segnali di onda gravitazionale generati dalla post-coalescenza di sistemi binari di stelle di neutroni attraverso l'algoritmo Coherent WaveBurst.

Nella prima parte si descrive il fenomeno dello spiraleggiamento di un sistema binario di stelle di neutroni con la conseguente emissione di onde gravitazionali e si studiano gli stati finali in seguito alla coalescenza, fortemente dipendenti dalle masse delle stelle progenitrici e dall'equazione di stato, e si valutano con particolare attenzione i segnali di onda gravitazionale legati alla coalescenza. Nella seconda parte si ripercorre la prima osservazione di onda gravitazionale da questo tipo di sistemi, avvenuta il 17 Agosto 2017, che risulta tutt'oggi il segnale più energetico osservato e si considerano i limiti sperimentali che non permettono l'osservazione del segnale di post-coalescenza.

Invece l'analisi obiettivo di questa tesi viene fatta attraverso l'utilizzo dell'algoritmo Coherent WaveBurst, considerando iniezioni di dati simulati nel contesto della rete LIGO-Virgo, secondo le previsioni di sensibilità del run O4. Quello che ci si propone di valutare sono le curve di sensibilità dell'algoritmo che si utilizza, verificando l'energia persa nella ricostruzione e la corrispondenza del segnale ricostruito rispetto al segnale iniettato e, facendo riferimento alla fase del segnale relativo alla post-coalescenza, si valutano le principali caratteristiche di quest'ultimo, utilizzando un metodo che permette di studiarlo in modo isolato. La tesi è organizzata nel seguente modo: nel *Capitolo 1* viene introdotta la struttura teorica che regola l'emissione di onde gravitazionali da sistemi binari di stelle di neutroni e i possibili destini di tali complessi; nel *Capitolo 2* si ripercorre la rivelazione, da parte della collaborazione LIGO-Virgo, del segnale GW170817; nel *Capitolo 3* si descrive l'algoritmo cWB, con particolare attenzione alle statistiche che verranno utilizzate nell'analisi e infine nel *Capitolo 4* si sviluppa l'analisi e si trarranno le conclusioni.

Capitolo 1

Segnali gravitazionali da coalescenza di sistemi binari di stelle di neutroni

L'idea fondamentale della relatività generale è che le masse producono una curvatura nello spazio-tempo. Le equazioni che mettono in relazione la curvatura locale dello spazio-tempo e il tensore energia-impulso sono dette equazioni di Einstein:

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\alpha\beta} \quad (1.1)$$

con $R_{\alpha\beta}$ e R rispettivamente tensore di Ricci e scalare di Ricci, legati al tensore di curvatura, $g_{\alpha\beta}$ tensore metrico, simmetrico e non degenere, e $T_{\alpha\beta}$ il tensore energia-impulso che è descrivibile come flusso di energia o equivalentemente come densità di impulso. Tale equazione rappresenta un sistema di 10 equazioni differenziali non lineari indipendenti, risolvibili solo in casi particolari.

Considerando l'approssimazione di campo debole

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta} \quad \text{con} \quad |h_{\alpha\beta}| \ll \eta_{\alpha\beta} \quad (1.2)$$

cioè ponendosi a distanza sufficiente dalla massa da poter considerare lo spazio piatto, è possibile linearizzare le equazioni di Einstein e, sviluppando i calcoli matematici e facendo opportune scelte di gauge, che non vengono qui riportate ma che si possono osservare in [12], è possibile ottenere l'equazione d'onda gravitazionale:

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1.3)$$

con $\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h$ traccia inversa.

Tra le sorgenti più interessanti di onde gravitazioni vi è la coalescenza di stelle di neutroni. Una stella di neutroni (NS) è la fase finale dell'evoluzione stellare, che segue alla cessazione delle reazioni di fusione nucleare degli elementi leggeri al suo interno, per stelle con massa $10 M_\odot < M < 25 M_\odot$. Accade dunque che, in una certa fase del collasso, le densità estremamente alte portino gli elettroni a interagire con i protoni, attraverso il fenomeno della cattura elettronica, con la formazione di neutroni (e neutrini). Date le densità estreme della stella di neutroni, rimane incertezza sulle equazioni di stato della materia nucleare [8]. Una stella di neutroni è resa stabile, contro il collasso dovuto alla forza di gravità, non da pressioni termiche come per il sole, ma da forze legate al principio di esclusione di Pauli e interazioni nucleari tra i neutroni. Queste forze hanno effetti solo sopra le densità nucleari, spiegando perché le NS siano così compatte (una NS ha una massa poco superiore rispetto alla massa solare in un raggio di ~ 10 km) [7]

Un sistema binario di stelle di neutroni (BNS), ovvero una coppia di NS che ruota attorno al centro di massa, legato attraverso la forza di attrazione gravitazionale, emette segnali di onda gravitazionale (GW) che possono essere interpretati come fase di spiraleggiamiento, coalescenza e post-coalescenza (Figura 1.1). Si consideri infatti una coppia di stelle con masse m_1 e m_2 , massa totale $M = m_1 + m_2$ e massa ridotta $\mu = m_1m_2/(m_1 + m_2)$, in orbita circolare di raggio R attorno al centro di massa e velocità tangenziale v : utilizzando un'analisi newtoniana si ottiene immediatamente che l'equilibrio di forza gravitazionale e forza centrifuga conduce alla

terza legge di Keplero $\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{4R^2}$. Definendo la frequenza orbitale $\Omega = 2\pi/T$, con T periodo dell'orbita, si ottiene $\Omega = \sqrt{\frac{GM}{4R^3}}$. Facendo un'opportuna parametrizzazione delle coordinate delle stelle si ottiene il tensore momento di quadrupolo, definito come $I^{ij} = \int d^3y T^{00} y^i y^j$

$$I^{xx} = \mu R^2 \frac{1 - \cos 2\Omega t}{2}, \quad I^{yy} = \mu R^2 \frac{1 + \cos 2\Omega t}{2}, \quad I^{xy} = -\frac{1}{2}\mu R^2 \sin 2\Omega t = I^{yx} \quad (1.4)$$

che porta a un'onda

$$h_{ij} = \frac{4G\mu\Omega^2 R^2}{r} \begin{bmatrix} \cos 2\Omega t_r & \sin 2\Omega t_r & 0 \\ \sin 2\Omega t_r & -\cos 2\Omega t_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

La frequenza dell'onda gravitazionale emessa da questi sistemi è tale che $\omega_{GW} = 2\Omega$. Si può scrivere la potenza irradiata $P = \frac{32}{5} \frac{c^5}{G} \left(\frac{GM_c \omega_{GW}}{2c^3} \right)^{10/3}$, con $M_c = (m_1 m_2)^{3/5} / (m_1 + m_2)^{1/5}$ massa di chirp. Con la radiazione di potenza nel sistema c'è perdita di energia $E_{orbita} = T + U = -\frac{Gm_1 m_2}{R}$, per compensare l'energia persa, R deve decrescere e di conseguenza Ω aumentare, andamento che conduce alla coalescenza dei due corpi. A partire dalla legge per la potenza irradiata, è possibile valutare l'evoluzione della frequenza dell'onda gravitazionale

$$\dot{\omega}_{GW} = \frac{12}{5} 2^{1/3} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/3} \omega_{GW}^{11/3} \quad (1.6)$$

che integrata restituisce ω_{GW} , che formalmente diverge in un tempo finito: si avrà che la fase di spiraleggiamento sarà descritta da un andamento a chirp e sarà descrivibile con un approccio analitico. Ovviamente la divergenza della frequenza non è fisica e compare solo formalmente, nella realtà infatti a distanze minori di una soglia critica l'approssimazione di corpi puntiformi fatta fin'ora non è più corretta e a dominare invece sono gli effetti di deformazione mareale, tipici di corpi estesi. Questo andamento viene sfruttato da Hulse e Taylor nella scoperta del primo sistema binario, osservando la decadenza dell'orbita a causa dell'emissione di onde gravitazionali. Perciò la fase di spiraleggiamento termina con i due oggetti che si scontrano dando inizio alla fase di coalescenza e quindi, dopo la fusione, alla post-coalescenza, che in base alle proprietà iniziali del sistema può portare a forme d'onda e oggetti diversi. Mentre la fase di coalescenza dura pochi millisecondi, la fase di post-coalescenza genera un segnale quasi-stazionario. Queste due fasi risultano più complesse da modellare, per cui per il loro studio si fa affidamento a metodi numerici. [12]

I sistemi binari di stelle di neutroni, oltre che ottime sorgenti di onde gravitazionali, risultano anche i migliori scenari per spiegare la fenomenologia dei lampi gamma brevi (short gamma ray burst). I lampi gamma consistono nell'emissione di intensi raggi gamma con uno spettro di durate estremamente vario, per cui si distinguono i short gamma ray burst con durata tipica inferiore a 2s e con un'energia media dei fotoni superiore, i long gamma ray burst la quale durata è piccata attorno a 30s, fino agli ultra-long gamma ray burst che arrivano a durare diverse ore, mediamente meno energetici. La separazione è legata ai fenomeni fisici che li generano: mentre i GRB lunghi hanno origine nel collasso del nucleo di stelle massive, nel fenomeno della post-luminescenza, la comprensione dell'origine di GRB brevi è risultata più complessa, infatti l'osservazione sperimentale ha portato ad escludere il collasso di stelle massive come origine di tali fenomeni. Candidati plausibili sono risultati invece la coalescenza di BNS o di binarie NS-BH, poiché la durata di GRB brevi richiede strutture compatte con caratteristiche sulla scala dei tempi nell'ordine delle decine di millisecondi, compatibili con la coalescenza di un sistema binario di NS, in particolare l'osservazione di GW170817, evento che si approfondirà nel Capitolo 2, mostra come i GRB brevi siano effettivamente legati alla coalescenza di sistemi binari di stelle compatte [13].

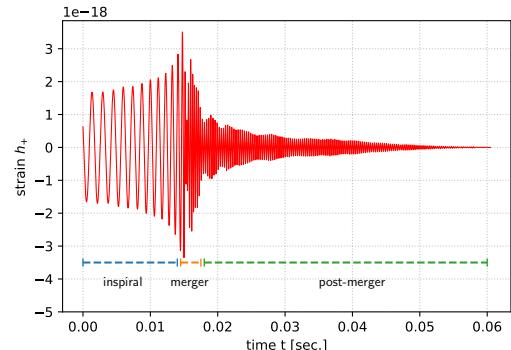


Figura 1.1: Segnale teorico previsto per la coalescenza di una BNS con equazione di stato APR4, con una divisione qualitativa tra le diverse fasi

1.1 Formazione del corpo celeste

Ci sono quattro possibili risultati della coalescenza di due stelle di neutroni, in base alle masse delle stelle e dalle loro equazioni di stato. Data la massa dell'oggetto M , [16] descrive i possibili stati finali del sistema (Fig.1.2):

- $M \gtrsim 1.5M_{TOV}$ ¹: il sistema collassa immediatamente in un buco nero seguendo il percorso A→B→C;
- $1.2M_{TOV} \lesssim M \lesssim 1.5M_{TOV}$: l'oggetto rimanente è una stella di neutroni ipermassiva, che collassa in un buco nero in un tempo $\lesssim 1$ s, seguendo A→B→D→E;
- $M_{TOV} \lesssim M \lesssim 1.2M_{TOV}$: rimane una stella di neutroni supermassiva che è destinata a collassare in un buco nero in un tempo di $10 \div 10^4$ s, secondo il percorso A→B→D→F→G;
- $M \lesssim M_{TOV}$: rimane una stella di neutroni stabile, secondo il percorso A→B→D→F→H.

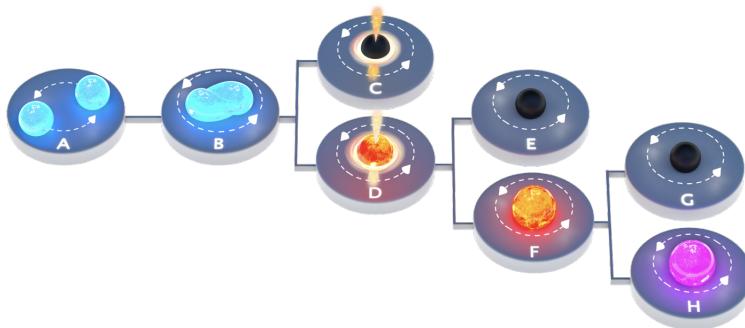


Figura 1.2: Rappresentazione pittorica del destino del residuo del merger di un sistema binario di stelle di neutroni, [16]

1.1.1 Formazione diretta un black hole

La formazione diretta di un buco nero dopo la coalescenza implica lo spegnimento del segnale, con un collasso quasi sferico che genera delle onde gravitazionali minime [16].

Questo tipo di segnale ha la particolarità, al contrario degli altri casi di post-merger, di ammettere uno studio analitico attraverso metodi perturbativi relativamente semplici (decrescita esponenziale con un tempo caratteristico legato alla massa del buco nero) [13].

1.1.2 Formazione di una NS ipermassiva

La maggior parte delle coalescenze di stelle di neutroni porta alla formazione di stelle di neutroni ipermassive, supermassive o stabili.

Una stella di neutroni ipermassiva è tale da avere una massa superiore al massimo in massa per una stella rotante uniformemente M_{TOV} , ma non collassa per la rotazione differenziale, cioè il fenomeno per cui le sue diverse parti ruotano con velocità angolare differente che permette una maggiore stabilità rispetto a stelle non rotanti o rotanti uniformemente [6], e per il supporto di gradienti termici. Nel momento in cui la stella rallenta la sua rotazione e/o si raffredda e la stella collassa in un buco nero. L'emissione di GW dalla fase di post-coalescenza è attesa avere una quantità di energia rilasciata sotto forma di GW relativamente ampia e confrontabile con il massimo dello spiraleggiamiento [16].

1.1.3 Formazione di una NS con lunga vita media

I residui della post-coalescenza che hanno una massa inferiore a $\sim 1.2M_{TOV}$ sopravvivono per un tempo superiore al secondo e vengono denominate supermassive se hanno una massa superiore al limite definito in precedenza M_{TOV} , mentre per valori inferiori sono stabili. È importante osservare in Figura 1.2 che per entrambi i prodotti finali si passa comunque per una fase di forte rotazione differenziale immediatamente successiva alla coalescenza rendendo i metodi di ricerca di segnali di GW non differenti da quelli per il caso di residuo ipermassivo. L'osservazione sperimentale mostra che questo tipo di esito si presenta in un numero non trascurabile di casi.

¹ M_{TOV} è detta massa di Tolman-Oppenheimer-Volkoff e indica la massa massima che può avere una stella di neutroni non rotante

Come detto, le simulazioni mostrano che stelle supermassive generate dalla coalescenza di un sistema binario di stelle di neutroni hanno una vita compresa tra ~ 10 s e $\sim 10^4$ s. In realtà l'osservazione sperimentale mostra che queste stelle tendono a collassare in una scala di tempi più breve di quella attesa e tale discrepanza si pensa possa includere eccessi di energia emessa in onde gravitazionali nelle prime fasi, o quark liberi che portano a modifiche nel momento di inerzia della stella rispetto al caso con materia ordinaria [16].

Questi vincoli hanno grande importanza, soprattutto per la ricerca futura: il fatto che le stelle di neutroni nascenti siano composte da quark non confinati suggerisce che vi sia una transizione di faseadrone-quark dipendente dalla temperatura e, comprendere dove avvenga questa transizione nel diagramma di fase nucleare è un'informazione chiave per dedurre informazioni sul comportamento della materia nucleare e di conseguenza sull'equazione di stato. Il fatto, invece, che le NS supermassive rallentino la rotazione soprattutto a causa dell'emissione di GW ha importanti conseguenze per la dinamica della NS stessa e permette di avere vincoli sull'energia per ricostruire la natura dell'oggetto residuo nelle future analisi [16].

1.2 Frequenze di coalescenza e post-coalescenza di un'ipermassiva

A partire dal segnale di GW, in particolare nelle fasi di coalescenza e post-coalescenza, possono essere ottenute informazioni sull'equazione di stato della materia a densità nucleare e, da un'analisi spettrale, informazioni sulla deformabilità mareale delle due stelle.

Simulazioni numeriche relativistiche di coalescenza di BNS e l'evoluzione della post-coalescenza mostra che l'emissione di GW da un residuo ipermassivo è legato alla EOS e può trovarsi a frequenze comprese tra ~ 2 e 4 kHz, ed è fortemente correlato con la compattezza e la deformabilità mareale delle stelle. Questa correlazione, con quantità calcolate per stelle di neutroni fredde e non rotanti, stato in cui non si trova l'ipermassiva residua, suggerisce come gli effetti dovuti a rotazione e temperatura giochino un ruolo limitato nelle proprietà del segnale di onda gravitazionale e mostra come la misura del modo dominante nella frequenza del post-merger possa portare a una importante misura dell'equazione di stato nucleare [16].

Considerando dunque il segnale gravitazionale dovuto alla coalescenza di due stelle di neutroni, con una differenza di massa inferiore al 20%, si possono riassumere le proprietà fondamentali come descritto in [15]:

- la frequenza della GW al massimo di ampiezza f_{max} è legata in modo quasi-universale con la deformabilità mareale delle due stelle;
- le frequenze f_1 , $f_{2,i}$ e f_3 rappresentano i picchi principali visibili dall'osservazione della post-coalescenza, tra le quali si ottiene la seguente relazione empirica: $f_{2,i} \simeq \frac{f_1 + f_3}{2}$. Il picco f_1 è legato alla compattezza delle stelle, mentre il picco $f_{2,i}$ è legato al raggio della configurazione non rotante più massiva e corrisponde al modo fondamentale della NS ipermassiva con $l = 2 = m$;
- si identifica in alcuni casi un altro picco f_{2-0} che si riferisce all'accoppiamento tra il modo fondamentale con $l = 2 = m$ e il modo con simmetria assiale, cioè con $l = 2$ e $m = 0$;
- il picco f_{spiral} associato alla deformazione spiraleggianti dovuta alla rotazione, è però impossibile da misurare in calcoli numerici e si utilizzano dunque i valori prodotti da considerazioni analitiche. Si nota infine che f_{spiral} coincide per molte EOS (in particolare EOS rigide) con la frequenza f_1 , mentre per altre (EOS morbide) non si ha questa corrispondenza.

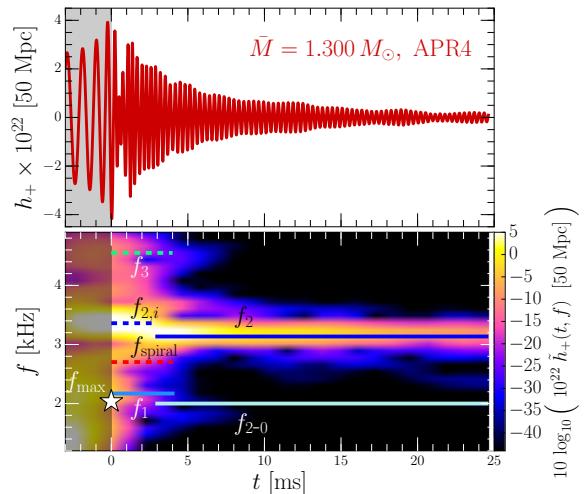


Figura 1.3: Forma d'onda e relativo spettrogramma per la post-coalescenza di una BNS con equazione di stato APR4 (morbida), [15]

Nella fase di post-coalescenza, nei casi in cui il sistema non collassa immediatamente in un buco nero, evidenziando nella forma d'onda una fase di ringdown in cui il segnale si spegne, l'unica frequenza a sopravvivere è il picco f_2 , spariscono gli altri picchi, lasciando solo f_{2-0} a basse energie, come si osserva in Figura 1.3.

È poi possibile trovare diverse relazioni quantitative che legano le frequenze osservate con le proprietà stellari, che risultano particolarmente utili come verifica delle previsioni teoriche.

Capitolo 2

Osservazione di onde gravitazionali prodotte da un sistema binario di stelle di neutroni

Gli effetti fisici del passaggio di un'onda gravitazionale si manifestano nell'interazione con le masse, in particolare è necessario considerare sistemi di due o più corpi poiché, in accordo con il principio di equivalenza, è sempre possibile trovare un sistema di riferimento in cui poter applicare le leggi della relatività speciale. Ciò che bisogna considerare è invece l'accelerazione reciproca tra due corpi, in particolare si dimostra che, con il passaggio della GW, la distanza che separa i due corpi subisce periodicamente contrazioni e allungamenti nella direzione della congiungente. È facile dedurre l'effetto che si osserva per sistemi di particelle sia quello di Figura 2.1. Questo effetto può essere usato nella rivelazione, tuttavia non è possibile raggiungere sensibilità sufficienti per le ampiezze estremamente limitate di un'onda gravitazionale.

Il metodo più usato per la rivelazione è invece quello interferometrico basato sul modello classico dell'interferometro di Michelson: un fascio di luce laser monocromatica viene diviso con l'utilizzo di uno splitter con uguale probabilità di trasmettere o riflettere il fascio, in due bracci tra loro perpendicolari; i due fasci vengono poi riflessi ricombinandosi sullo splitter e venendo raccolti da un fotodiodo che ne misura l'intensità. Il passaggio di un'onda gravitazionale che si muove perpendicolarmente al piano dell'interferometro porta l'allungamento di un braccio e la contrazione dell'altro e quindi a una variazione nella fase tra i due fasci e una variazione della potenza registrata dal fotodiodo.

È possibile massimizzare gli effetti del modello classico dell'interferometro di Michelson con tecniche come cavità ottiche, che permettono di avere bracci "efficaci" di lunghezze non ottenibili altrimenti, oltre che tecniche per ridurre il rumore attraverso l'utilizzo di materiali tali da minizzare l'assorbimento del fascio.

È possibile inoltre combinare vari rivelatori in una rete per coprire porzioni maggiori del cielo e per verificare la coerenza tra i segnali e poter scartare gli eventi di rumore rivelati dai singoli rivelatori.

Il network LIGO-Virgo che si utilizza è composto da tre rivelatori (LIGO-Livingston in Luisiana, LIGO-Hanford in Washington e Virgo in Italia) e nel futuro verrà esteso con l'aggiunta di Kagra in Giappone e LIGO-India in India.

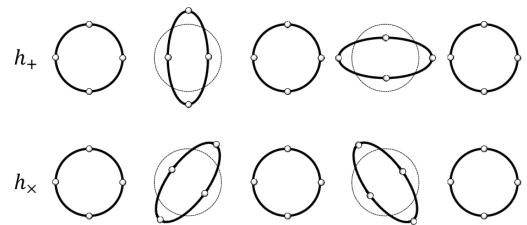


Figura 2.1: Effetto su un sistema di particelle su piano dovuto al passaggio di un'onda gravitazionale che si propaga ortogonalmente al piano, [11]

2.1 Osservazione della coalescenza di un sistema di stelle di neutroni: GW170817

Rivelato il 17 Agosto 2017 dal network LIGO-Virgo, GW170817 è il primo segnale di onda gravitazionale generato dallo spiraleggiamento di un sistema binario di stelle di neutroni. Il segnale, osservato alla fine del secondo run di misure O2, è tutt'ora il più energetico osservato tra questi tipi di segnale con un rapporto segnale su rumore (SNR) di 32.4. Oltre al segnale di GW è stato osservato un lampo-gamma, dopo 1.7s dalla coalescenza.

Il segnale è chiaramente visibile nella rappresentazione tempo-frequenza dei dati in Figura 2.2, nei rivelatori LIGO, risulta invece aver un rapporto segnale rumore più basso in Virgo, a causa della minor sensibilità del detector rispetto alla posizione nel cielo della sorgente. La (non) rivelazione risulta comunque utile, soprattutto per permettere l'individuazione della posizione celeste della sorgente.

L'analisi a bassa latenza dell'evento ha mostrato un segnale coerente nei due detector LIGO, grazie al quale si individua la sorgente in una regione identificata da un angolo solido di 31 deg^2 , che a sua volta ha permesso l'identificazione della controparte elettromagnetica GRB170817A. Si è ottenuto inoltre un SNR combinato tra i detector di 32.4 che rendono questo segnale il più intenso rivelato finora [2].

Valgono le previsioni sulla frequenza fatte nel Capitolo 1 per la prima fase di spiraleggiamento. Nelle fasi più avanzate, le orbite si stringono e aumenta la frequenza dell'onda gravitazionale, mentre la fase della GW è sempre più influenzata da effetti relativistici legati al rapporto tra le masse $q = m_2/m_1$ e dagli accoppiamenti spin-orbita e spin-spin. La composizione interna degli oggetti diventa importante quando la distanza tra essi diventa paragonabile alle dimensioni dell'oggetto stesso.

Le proprietà della sorgente di onde gravitazionali sono ottenute dal confronto con le forme d'onda predette dalla teoria. Viene fatta dunque una analisi Bayesiana nel range di frequenze 30-2048Hz che include gli effetti dell'incertezza di calibrazione di 1σ sul segnale ricevuto.

Per la stima del rumore, le fonti risultano molteplici e data la difficoltà nello stimare il rumore in assenza di sorgenti, non potendo "spiegare" le fonti di onde gravitazionali, la stima viene fatta a partire dai dati di una sessione di misure limitata, che però viene riprodotta e traslata temporalmente tra un rivelatore e l'altro in modo da annullare eventuali coerenze tra i segnali rivelati. Con questa operazione si può ottenere un fondo di migliaia di anni a partire dai dati di pochi giorni.

Attraverso un'analisi più approfondita dei dati consolidati, la sorgente viene identificata in una regione celeste di 28deg^2 di area e 380Mpc^3 di volume, utilizzando una combinazione di timing, fase e ampiezza dei tre detector. La distanza luminosa, la più prossima osservata finora, viene individuata in 40^{+8}_{-14} Mpc . La massa di chirp del sistema si valuta in $\mathcal{M} = 1.188^{+0.004}_{-0.002}$, mentre la valutazione delle masse delle stelle progenitrici dipende dalla prior scelta per l'analisi, legata alla scelta dell'EOS che si considera, si stimano dunque interavalli $m_1 \in (1.36, 2.26)M_\odot$ e $m_2 \in (0.86, 1.36)M_\odot$, che, nonostante la grande imprecisione, costituiscono un'evidenza della natura di stelle di neutroni del sistema binario, escludendo invece la possibilità di buchi neri che prevederebbe range di masse superiori [2].

Oltre al segnale di onda gravitazionale è stato rivelato anche un segnale di short gamma-ray burst dal telescopio spaziale Fermi-GBM, $1.74 \pm 0.05\text{s}$ dopo l'istante di coalescenza e della durata di circa 2 secondi. Il segnale viene rivelato anche dal telescopio INTEGRAL e la differenza dei tempi di arrivo del segnale sui due telescopi ha permesso di migliorare significativamente l'area di localizzazione del segnale.

In seguito all'osservazione e alla localizzazione del segnale, diversi telescopi, terrestri e spaziali, vengono direzionati in modo tale da poter osservare il corpo celeste formatosi: la prima osservazione viene fatta dai telescopi dell'osservatorio di Las Campas in Cile circa 10h dopo la coalescenza. Osservando le galassie conosciute viene individuato un unico evento transiente, non corrispondente ad alcun asteroide o supernova conosciute. Dopo la

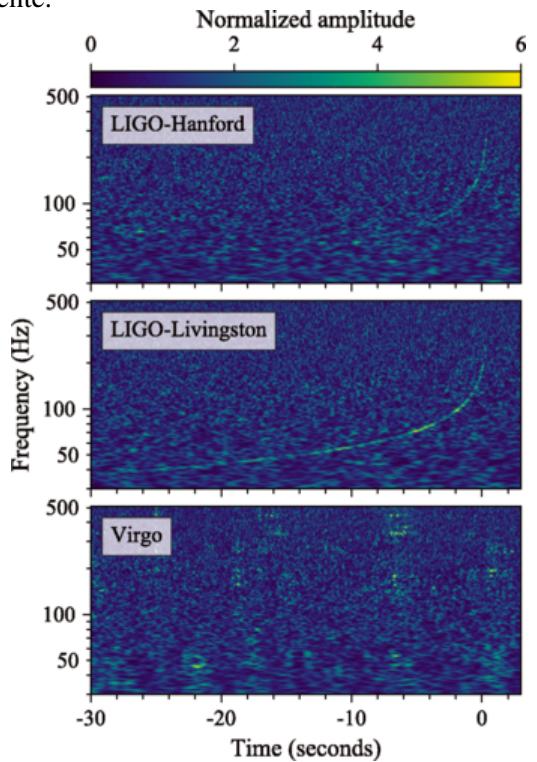


Figura 2.2: Segnali nella mappa tempo frequenza nel network, [2]

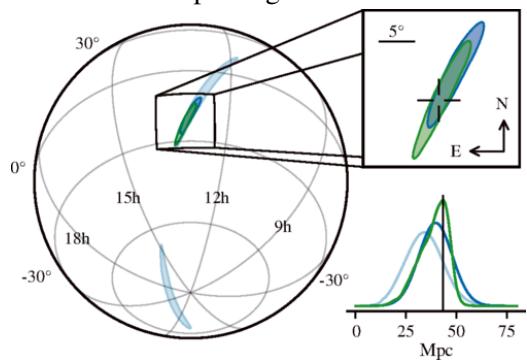


Figura 2.3: Sky location ricostruita per GW170817, nella versione preliminare in blu chiaro per Hanford-Livingston e in blu scuro per Handord-Livingston-Virgo, mentre nella versione finale in verde, presa da [1]

prima osservazione, altri 5 team registrano l'evento. Queste localizzazioni sono state importanti per identificare con maggior precisione la distanza alla quale è avvenuto l'evento [4].

2.2 Ricerca del post-merger del residuo

È stata effettuata un'analisi specifica per ricercare un eventuale segnale nella fase di post-coalescenza, tuttavia tale analisi non ha portato ad evidenza statisticamente significativa di rivelazione di un segnale nella fase di coalescenza, ma ha permesso di ottenere informazioni sul limite superiore delle ampiezze di strain ed energie di GW osservabili. Gli attuali detector infatti non hanno una sensibilità tale da permettere rivelazioni alle alte frequenze della post-coalescenza.

Per la ricerca di segnali con incertezze teoriche così grandi risulta inefficiente l'utilizzo di metodi di ricerca matched-filtering, ovvero metodi che utilizzano segnali di forme conosciute e, attraverso funzioni di filtraggio escludono la componente di rumore, usando come filtro la funzione che massimizza il rapporto segnale su rumore (SNR) per tale segnale [12]. È immediato comprendere che non conoscendo con certezza la forma che deve assumere il segnale questo metodo risulta inefficace per la ricerca del post-merger. Gli algoritmi che si usano invece ricercano eccessi di potenza in una mappa tempo-frequenza e, usando metodi di riconoscimento dei pattern, possono identificare la presenza di segnali di GW. In particolare gli algoritmi sono tali da considerare i dati della rete e non dei singoli rivelatori, utilizzando tecniche che permettono di combinare coerentemente i dati dei singoli rivelatori e dare risposte differenti a forme d'onda diverse.

Mentre lo studio del segnale elettromagnetico associato alla GW non permette di escludere nessuno dei possibili stati finali indicati in sezione 1.1, grazie ai valori ottenuti per le masse dei progenitori date nella sezione 2.1 si calcola che per un ampio range di equazioni di stato la coalescenza produce uno stato di NS ipermassiva. Questo spiega anche il ritardo del lampo gamma rispetto all'istante di rivelazione del segnale di merger.

Come si vedrà nella sezione 4.1 in base alla EOS che si considera si ottiene un contributo diverso nel post-merger che inizia attorno a $\sim 2\text{kHz}$. Più in generale, oltre alla EOS hanno fondamentale importanza le masse e gli spin degli oggetti iniziali. Per quanto riguarda invece la rivelazione di questa fase del segnale, anche considerando modelli ottimistici da stati finali di NS ipermassiva o supermassiva, l'SNR atteso per distanze di $\sim 40\text{Mpc}$ è $\sim 1 - 2$ ordini di grandezza più piccolo di quello rivelabile dalla rete LIGO-Virgo attualmente utilizzata, facendo uso di algoritmi di confronto con segnali modellati (che comunque sono meno utilizzati per la post-coalescenza per i motivi già citati). Si ipotizza tuttavia che nei prossimi run la sensibilità del network sarà tale da permettere la rivelazione di queste emissioni [5], e si studierà nel dettaglio nel Capitolo 4.

Come si può osservare in Figura 2.4 i tre detector del network hanno zone diverse di sensibilità al segnale considerato, in particolare si nota che in generale la sensibilità diminuisce significativamente ad alte frequenze.

La ricerca è stata effettuata utilizzando diversi algoritmi, e su diversi range di frequenza. È stato utilizzato l'algoritmo cWB, per la ricerca di segnali di breve durata (fino ai pochi secondi), nel range di frequenza 1024-4096 Hz. Un'ulteriore ricerca è stata effettuata per cercare segnali di più lunga durata (dalla decina alle poche centinaia di secondi) utilizzando l'algoritmo cWB nella banda di frequenza 24-2048Hz, e STAMP nella banda 24-4000Hz.

L'analisi dei segnali brevi ad alte frequenze consiste nella ricerca di eccessi di potenza nell'intervallo di 2s che precede il segnale elettromagnetico GRB 170817a, in un intervallo che comprende quindi anche la coalescenza.

È convenzione esprimere la sensibilità della ricerca di una data forma d'onda in $h_{rss}^{50\%}$, ovvero la somma in quadratura delle ampiezze di strain di segnali che sono rivelati con un'efficienza del 50%. La quantità h_{rss} è

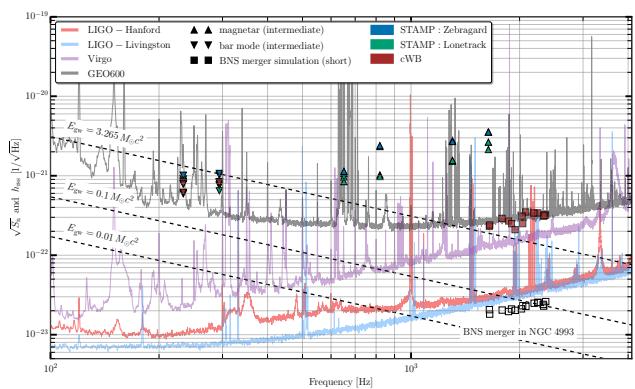


Figura 2.4: Sensibilità di ciascun rivelatore durante il run O2, indicata dall'ampiezza del rumore di strain in funzione della frequenza, [5]

definita come

$$h_{rss} = \sqrt{2 \int_{f_{min}}^{f_{max}} df (|\tilde{h}_+(f)|^2 + |\tilde{h}_\times(f)|^2)} \quad (2.1)$$

dove f_{min} e f_{max} sono rispettivamente le frequenze massima e minima sulle quali si effettua la ricerca. Il criterio sulla soglia di rivelazione è quindi su $h_{rss}^{50\%}$ per questo metodo di ricerca è tale da garantire una probabilità di falso allarme di 10^{-4} . Per evitare la possibile perdita di segnali di EOS rigide, la ricerca viene effettuata a partire da 1024Hz, nonostante le previsioni teoriche mostrino una frequenza sempre maggiore.

In conclusione, non viene trovata evidenza di nessun segnale di GW in questa banda di frequenze. L'ampiezza di strain per produrre una probabilità del 50% di rivelazione di un segnale è compresa tra $2.1 \times 10^{-22}\text{Hz}^{-1/2}$ e $3.5 \times 10^{-22}\text{Hz}^{-1/2}$. L'energia irradiata da un sorgente che emette isotropicamente è data da

$$E_{gw}^{iso} = \frac{\pi c^3}{2G} \mathcal{D}^2 \int d\Omega \int_{f_{min}}^{f_{max}} df f^2 (|\tilde{h}_+(f)|^2 + |\tilde{h}_\times(f)|^2) \approx \frac{\pi^2 c^3}{G} \mathcal{D}^2 \bar{f}^2 h_{rss}^2 \quad (2.2)$$

con \mathcal{D} è la distanza dalla sorgente e \bar{f} è la frequenza caratteristica data da

$$\bar{f} = \frac{2}{h_{rss}^2} \int_{f_{min}}^{f_{max}} df f (|\tilde{h}_+(f)|^2 + |\tilde{h}_\times(f)|^2) \quad (2.3)$$

In questo modo si ottiene un range di energie rivelabili che, secondo il criterio del $h_{rss}^{500\%}$, è dato da $4.8 - 19.6 M_\odot c^2$, al di fuori delle masse in gioco per BNS, per cui non è possibile con i rivelatori attuali rivelare le emissioni di GW di NS ipermassive associate a GW170817.

Per segnali di durata intermedia si utilizzano i due algoritmi cWB e STAMP, concentrando la ricerca in una zona limitata dello spazio, indicata dalla controparte elettromagnetica che permette di evitare trigger accidentali.

Mentre l'analisi fatta con l'algoritmo STAMP non viene qui approfondita, l'analisi con cWB è analoga alla precedente, ma considera un intervallo di tempo che parte dal merger e copre 1000s. Per entrambe le analisi, con probabilità di falso allarme di 10^{-2} per STAMP e di 10^{-4} per cWB, nessun candidato è trovato nella banda di frequenza considerata. È possibile confrontare il range di energie rivelabili in Figura 2.4.

Concludendo, non viene trovata nessuna evidenza di un segnale di post coalescenza nei dati considerati: se esiste un segnale questo è comunque troppo debole per essere rivelato dai rivelatori nel run O2 [5].

2.3 Segnale GW190425

Il secondo evento rivelato di spiraleggiamento di BNS è GW190425 durante il run O3 del network Virgo-LIGO. In realtà durante l'evento il detector LIGO Hanford era spento, quindi il network contava solo su due rivelatori. Non sono inoltre stati rivelati segnali elettromagnetici associati all'evento.

L'evento ha avuto un SNR di 12.9 per LIGO Livingston mentre di solo 2.5, ovvero sotto la soglia di trigger pari a 4, per Virgo. La differenza tra i due rivelatori è consistente con la differenza di sensibilità tra i due detector [3].

In continuità con le definizioni fatte per le proprietà del segnale GW170817, si riportano brevemente le caratteristiche del segnale GW190425: si individua la sorgente in un'area celeste di 8284deg^2 al 90% di credibilità (estremamente più impreciso di GW170817) e la distanza viene valutata in $159_{-71}^{+69}\text{Mpc}$. La così più grande incertezza rispetto al primo segnale è dovuta al minor numero di detector coinvolti e all'impossibilità di escludere regioni grazie alla controparte elettromagnetica che non viene rivelata in questo caso. La massa di chirp è pari a $1.4873_{-0.0006}^{+0.0008} M_\odot$, mentre le masse delle stelle progenitrici sono $m_1 \in (1.60, 2.52) M_\odot$ e $m_2 \in (1.46, 1.68) M_\odot$ [3].

È stata effettuata anche una ricerca di un eventuale segnale di post-coalescenza, supponendo che il sistema non collassi immediatamente in buco nero. La ricerca, effettuata con metodi alternativi a quelli che verranno descritti nel capitolo 3, non porta a nessuna evidenza statisticamente significativa di un segnale.

Capitolo 3

Coherent WaveBurst: algoritmo per la rivelazione e la ricostruzione di segnali di onde gravitazionali

I dati forniti dalla rete di interferometri sono nella forma

$$x(t) = \xi_k(t) + n(t)$$

dove $\xi_k(t)$ è la risposta del rivelatore al passaggio dell'onda gravitazionale, mentre $n(t)$ rappresenta il rumore di fondo dello strumento. La risposta al segnale gravitazionale può essere scritta in una mappa tempo-frequenza come:

$$\xi_k = F_{+,k} h_+ + F_{\times,k} h_\times \quad (3.1)$$

dove $F_{+,k}(\theta, \phi)$ e $F_{\times,k}(\theta, \phi)$ sono gli antenna pattern del rivelatore k-esimo [10]. In particolare gli antenna pattern descrivono la risposta del detector al passaggio dell'onda gravitazionale e dipendono dalla posizione della sorgente nel cielo e dall'angolo di polarizzazione.

Per semplicità si introduce la seguente notazione:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[i, j] &= (x_1[i, j], \dots, x_K[i, j]) ; \\ \mathbf{h}[i, j] &= (h_+[i, j], h_\times[i, j]) \quad \mathbf{f}_{+(\times)}[i, j] = \left(\frac{F_{1+(\times)}[i, j]}{\sigma_1[i, j]}, \dots, \frac{F_{K+(\times)}[i, j]}{\sigma_K[i, j]} \right) \end{aligned}$$

dove K è il numero di rivelatori nella rete, $x_k[i, j]$ è il campione di dati del rivelatore (l'indice i itera sui tempi, mentre l'indice j itera sulle frequenze) [10], $h_+[i, j]$ e $h_\times[i, j]$ sono le ampiezze delle due polarizzazioni della GW. Si userà poi la notazione $\sum_{\Omega_{TF}} = \sum_{i,j=1}^N$, in quanto si scriverà Ω_{TF} come il dominio tempo-frequenza.

L'algoritmo che si utilizza, Coherent WaveBurst (cWB), ricerca eccessi di potenza nella rappresentazione in un piano tempo-frequenza del segnale, coerenti fra i rivelatori attraverso l'utilizzo di una statistica coerente costituita da una analisi della massima verosimiglianza.

L'utilizzo di una statistica costruita coerentemente fra le risposte degli interferometri si dimostra più efficiente dei metodi che impongono la sola coincidenza temporale fra i segnali degli interferometri. Infatti si avranno molteplici vantaggi: innanzitutto la sensibilità del metodo non sarà limitata dal rivelatore meno sensibile nella rete, in quanto la likelihood utilizzata nei metodi coerenti rappresenta il rapporto segnale su rumore (SNR) totale del segnale ricostruito/rivelato dalla rete. Inoltre questo metodo permette di costruire altre statistiche coerenti, come il coefficiente di correlazione fra i rivelatori e la stima della componente coerente e non coerente, per distinguere segnali che effettivamente hanno una controparte fisica rispetto a eccessi di rumore ambientale o strumentale. Infine, è possibile ricostruire la posizione celeste della sorgente [10].

L'algoritmo cWB viene utilizzato all'interno della collaborazione LIGO-Virgo sia per l'analisi dei segnali in bassa latenza, per identificare e ricostruire candidati significativi e poter, una volta ottenuta una prima stima della posizione celeste della sorgente, condividerla con i telescopi partner per identificare i segnali elettromagnetici

legati; sia per l'analisi di dati consolidati, volta a ottenere risultati più approfonditi sull'evento, stabilendo la significanza degli eventi osservati e identificando le stelle progenitrici [9].

3.1 Analisi coerente

Per rivelare e ricostruire segnali, la pipeline di cWB utilizza un metodo basato sul rapporto di verosimiglianza, definito come il logaritmo del rapporto di verosimiglianza

$$\Lambda(\mathbf{x}, \Omega) = \frac{p(\mathbf{x}|\mathbf{h}(\Omega))}{p(\mathbf{x}|0)} \quad (3.2)$$

dove Ω è il set di parametri che descrive il segnale, $p(\mathbf{x}|0)$ è la probabilità dell'ipotesi nulla H_0 , quindi di solo rumore strumentale, mentre $p(\mathbf{x}|\mathbf{h})$ è la probabilità dell'ipotesi alternativa H_1 , ovvero la probabilità composta che vi sia un segnale \mathbf{h} nel campione \mathbf{x} [9].

Nell'ipotesi idealistica di rumore gaussiano quasi stazionario con deviazione standard σ le densità di probabilità associate alle ipotesi H_0 e H_1 in un piano tempo-frequenza sono

$$p(x|0) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2[i,j]}{2\sigma^2}\right) \quad p(x|h(\Omega)) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x[i,j] - \xi[i,j])^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.3)$$

Il funzionale di verosimiglianza può essere scritto quindi come

$$L = \ln(\Lambda(x)) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{\sigma^2} \left(x[i,j]\xi[i,j] - \frac{1}{2}\xi^2[i,j] \right) \right]. \quad (3.4)$$

Estendendo ad una rete di K rivelatori, supponendo rumore scorrelati tra i vari rivelatori, si scriverà

$$\mathcal{L} = \sum_{k=1}^K \sum_{i,j=1}^N \left(\frac{x_k^2[i,j]}{\sigma_k^2[i,j]} - \frac{(x_k[i,j] - \xi_k[i,j])^2}{\sigma_k^2[i,j]} \right) \quad (3.5)$$

Il rumore del rivelatore è caratterizzato dalla deviazione standard $\sigma_k[i,j]$, anch'essa una funzione sul piano tempo-frequenza.

I valori nella mappa tempo-frequenza vengono sbiancati: partendo dalla mappa con massima risoluzione in frequenza per ogni layer viene calcolato il valore di scarto quadratico medio del rumore, utilizzando una media mobile. Quindi i dati nel piano tempo-frequenza sono normalizzati rispetto allo scarto quadratico medio e scalati con il rumore come $w_k[i,j] = x_k[i,j]/\sigma_k[i,j]$.

Dunque, al variare di $h_+[i,j]$ e $h_\times[i,j]$ varia anche \mathcal{L} , l'obiettivo è quindi massimizzare il rapporto di verosimiglianza, al variare della possibile posizione nel cielo del segnale. Il segnale viene alla fine ricostruito tramite una trasformazione wavelet inversa nella posizione di massimizzazione della verosimiglianza

Il funzionale rapporto di verosimiglianza in equazione 3.5 si può scrivere come

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_\times = \sum_{\Omega_{TF}} \left[\mathbf{w} \cdot \mathbf{f}_+ - \frac{1}{2} |\mathbf{f}_+|^2 h_+^2 \right] + \sum_{\Omega_{TF}} \left[\mathbf{w} \cdot \mathbf{f}_\times - \frac{1}{2} |\mathbf{f}_\times|^2 h_\times^2 \right] \quad (3.6)$$

dove i vettori di antenna pattern \mathbf{f}_+ e \mathbf{f}_\times sono definiti nel Dominant Polarisation wave Frame (DPF), ovvero il piano in cui entrambi gli antenna pattern sono reali, definiti positivi e vale $\mathbf{f}_+ \cdot \mathbf{f}_\times = 0$. Alla luce di questo, per ottenere la massima verosimiglianza si dovrà risolvere le equazioni:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{w}[i,j] \cdot \mathbf{e}_+[i,j]) \\ (\mathbf{w}[i,j] \cdot \mathbf{e}_\times[i,j]) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_+[i,j] & 0 \\ 0 & \mathbf{f}_\times[i,j] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_+[i,j] \\ h_\times[i,j] \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

3.2 Algoritmi per l'analisi dati

L'algoritmo, scritto in C++/ROOT e sviluppato all'interno della collaborazione LIGO-Virgo, ha la caratteristica di non imporre assunzioni (o facendo assunzioni minimali) sulla morfologia del segnale.

Vengono descritti i principali step dell'algoritmo: trasformazione di wavelet, generazione di trigger coerenti e selezione dei trigger coerenti.

3.2.1 Trasformazioni di wavelet

Le trasformazioni di wavelet, partendo dai dati discreti, producono rappresentazioni tempo-frequenza dei dati dei rivelatori $w[i, j]$. Lo spettro di wavelet può essere quindi rappresentato con uno scalogramma tempo-frequenza. La risoluzione nel dominio del tempo $\Delta t_j(R)$ è determinata dal rate di campionamento R e dall'indice di scala j. Poiché le trasformazioni di wavelet costituiscono una serie di trasformazioni di Fourier infinitesime, conservano il volume del campione, pari a 1/2 per la serie temporale in input.

Si avrà quindi una risoluzione in frequenza Δf_j definita come $1/(2\Delta t_j)$ che determina la larghezza di banda per l'indice j. Per ottimizzare la ricerca nel piano, cWB procede con diverse trasformazioni a risoluzioni diverse, che permette di ottenere il grafico in Figura 3.1 [10].

3.2.2 Generazione di trigger coerenti

La generazione dei trigger, quindi l'identificazione dei segnali, è basata su statistiche di eccesso di potenza e di correlazione incrociata tra i segnali dei rivelatori.

Riprendendo quanto scritto in 3.5, il funzionale di likelihood viene calcolato come somma sui campioni selezionati per l'analisi, il numero di termini sommati dipende all'area nel piano tempo-frequenza che si considera. Se tale somma consiste di un solo elemento si può scrivere il funzionale come

$$\mathcal{L}_p(i, j, \theta, \phi) = |\mathbf{w}|^2 - |\mathbf{w} - \mathbf{f}_+ h_+ - \mathbf{f}_\times h_\times|^2 \quad (3.8)$$

Poiché è possibile applicare il metodo della likelihood al funzionale 3.8, si può trovare il massimo $L_p(\theta, \phi)$ al variare di h_+ e h_\times e quindi ricercare il massimo in funzione della posizione nel cielo

$$L_m(i, j) = \max_{\theta, \phi} [\mathcal{L}_p(i, j, \theta, \phi)] \quad (3.9)$$

La statistica L_m ha quindi il significato della massima energia rivelata dalla rete in una determinata posizione del piano tempo-frequenza. Selezionando quindi i valori di L_m sopra una determinata soglia si può identificare un cluster di pixel come potenziale segnale di GW. In questo modo si identificano i segnali combinando i dati dell'intera rete e non si cercano i segnali sui singoli rivelatori, verificando successivamente la coerenza.

3.2.3 Selezione dei trigger coerenti

Nel caso di rumore gaussiano stazionario la massima verosimiglianza è l'unica statistica necessaria per la rivelazione e per la selezione degli eventi, per cui la probabilità di falso allarme e di scartare eventi effettivi è legata alla soglia minima per L_{max} . La condizione di idealità non si realizza nella realtà, motivo per cui cWB utilizza

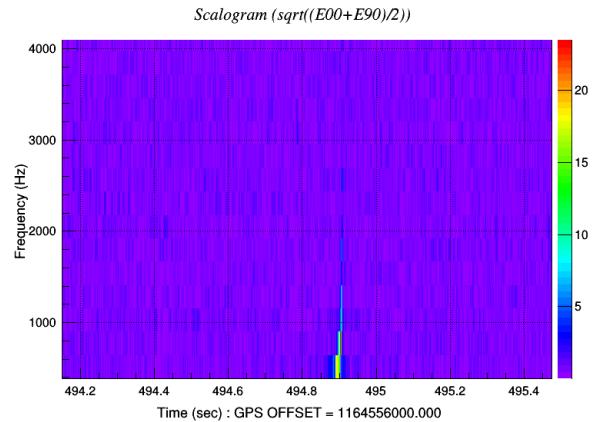


Figura 3.1: Scalogramma ottenuto da una analisi di una simulazione di coalescenza di una BNS con EOS SHT2.0 con rumore gaussiano del rivelatore LIGO Hanford, con risoluzione df = 256kHz e dt = 2ms

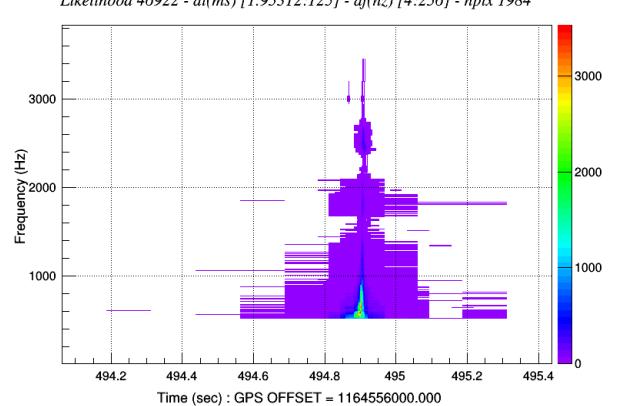


Figura 3.2: Mappa di Likelihood ottenuta da una analisi di una simulazione di coalescenza di una BNS con EOS SHT2.0 con rumore gaussiano della rete LIGO-Virgo

estimatori sulla coerenza del segnale per distinguere possibili segnali gravitazionali, da eccessi di rumore strumentale e ambientale. Alcuni esempi sono le statistiche coerenti ricavate dalle matrici di verosimiglianza e di energia non coerente. La matrice di likelihood L_{mn} è ottenuta dalla forma quadratica della likelihood

$$L_{max} = \sum_{mn} L_{mn} = \sum_{mn} [\langle w_n w_m e_{+n} e_{+m} \rangle + \langle w_n w_m e_{\times n} e_{\times m} \rangle] \quad (3.10)$$

dove m e n sono gli indici che identificano i rivelatori [10]. Gli elementi della diagonale di L_{mn} descrivono l'energia incoerente normalizzata, mentre quelli dell'antidiagonale sono espressione dell'energia coerente normalizzata, la cui somma restituisce l'energia coerente totale E_{coh} rivelata dalla rete

$$E_{inc} = \sum_{\Omega_{TF}} \sum_n w_n[i, j] P_{mn}[i, j] w_n[i, j], \quad E_{coh} = \sum_{\Omega_{TF}} \sum_{m \neq n} w_n[i, j] P_{mn}[i, j] w_n[i, j]. \quad (3.11)$$

dove la matrice P è il proiettore costruito a partire dai versori e_+ e e_\times : $P_{nm}[i, j] = e_{n+}[i, j] e_{m+}[i, j] + e_{n\times}[i, j] e_{m\times}[i, j]$ [9].

La matrice di energia non coerente rappresenta l'energia normalizzata del rumore ricostruito

$$N_{nm} = E_{nm} - L_{nm} \quad (3.12)$$

con E_{mn} matrice diagonale delle energie normalizzate dei rivelatori $E_{mm} = \langle x_m^2 \rangle$. Per distinguere i segnali effettivi dal rumore strumentale e ambientale si usano i coefficienti di correlazione

$$C_{net} = \frac{E_{coh}}{N_{ull} + |E_{coh}|}, \quad c_{net} = \frac{e_{coh}}{N_{ull} + |e_{coh}|} \quad (3.13)$$

dove N_{ull} è la somma di tutti gli elementi della matrice di non coerenza, che rappresenta l'energia totale non coerente. Accade infatti che eccessi di rumore vengano ricostruiti come segnale: i coefficienti C_{net} e c_{net} sono usati quindi come verifica della consistenza del segnale in quanto comparano l'energia non coerente e l'energia coerente [10], in particolare un evento genuino risulta per $c \sim 1$, mentre per $c \ll 1$ corrisponde ad un evento spurio [9].

Capitolo 4

Analisi

Verrà presentata in questo capitolo un'analisi basata su un grande numero di forme d'onda iniettate in posizioni celesti generate e ricostruite con cWB. Dopo aver mostrato preliminarmente un esempio di analisi di un evento singolo, verrà presentata l'analisi obiettivo di questa tesi: nella prima parte verrà fatta l'analisi delle curve di sensibilità e degli overlap, mentre la seconda parte sarà un'analisi volta a stimare sistematicamente la frequenza della post-coalescenza, in particolare utilizzata sulle EOS APR4 e SHT2. Le simulazioni utilizzano stime intermedie per le sensibilità che raggiungerà la rete LIGO-Virgo nel run O4 le cui sensibilità si possono osservare nel grafico delle PSD in Figura 4.1, non si considera invece il rivelatore Kagra, nonostante sia previsto il suo utilizzo ben prima.

Si osserva che per i rivelatori LIGO-Hanford e LIGO-Livingstone le curve risultano ben caratterizzate avendo, oltre alla curva teorica, foreste di picchi frutto di risonanze e altri fenomeni che ne compromettono in parte la sensibilità; per Virgo invece tale caratterizzazione non è stata fatta, motivo per il quale si lavorerà con una sensibilità generalmente sovrastimata rispetto ai risultati che si potranno ottenere nel run O4.

Si osserva inoltre che la curva per LIGO risulta più performante a frequenze intermedie, nella quale si presentano gli eventi di coalescenza di buchi neri e la parte dello spiraleggiamento per la coalescenza di stelle di neutroni; le due curve si scambiano invece ad alte frequenze, dove il rivelatore Virgo risulta più performante grazie alla tecnica dello squeezing che permette di guadagnare sensibilità ad alte frequenze.

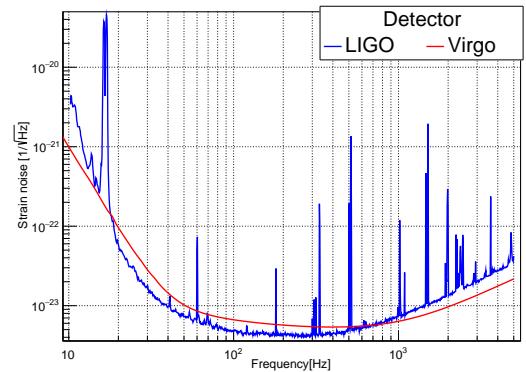


Figura 4.1: Sensibilità della rete

4.1 Esempi di analisi utilizzando cWB

Vengono ora riportati alcuni esempi di analisi di eventi simulati e ricostruiti utilizzando cWB, partendo da forme d'onda simulate a partire da due diverse EOS: APR4 e SHT2. Per quest'ultima in particolare viene presentata l'analisi per due condizioni iniziali: SHT2.0 e SHT2.2, che differiscono solo per le masse iniziali: la prima parte da masse delle stelle progenitrici tali da portare il sistema in ipermassiva, mentre la seconda ha il ringdown che porta il sistema in buco nero. Per la EOS APR4 la forma d'onda è in Figura 1.1 e non si riporterà di nuovo per ragioni di spazio, si riportano invece in Figura 4.2 le forme d'onda iniettate negli altri casi

4.1.1 Equazione di stato APR4

Si riportano i principali coefficienti per identificare l'evento: il rapporto segnale su rumore (SNR); il valore del coefficiente ρ , ovvero una ranking statistic che esprime la significanza del segnale descrivendo l'ampiezza correlata effettiva; il coefficiente c_{net} descritto in equazione 3.13; ED che descrive lo sbilanciamento dell'energia tra i rivelatori nella rete e, infine, θ e ϕ che descrivono la posizione celeste della sorgente.

SNR	ρ	c_{net}	ED	θ	ϕ
103.1	50.8	0.97	-0.1	101.6	-28.6

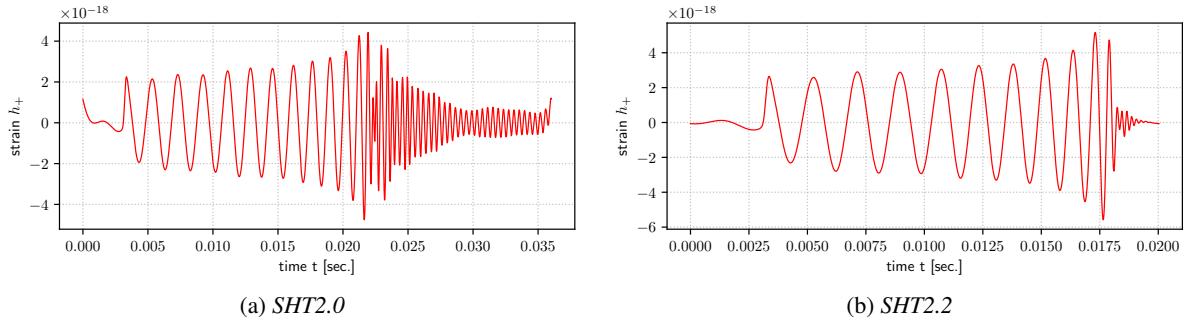


Figura 4.2: Forme d'onda iniettate per l'equazione di stato SHT2, per le due configurazioni massive

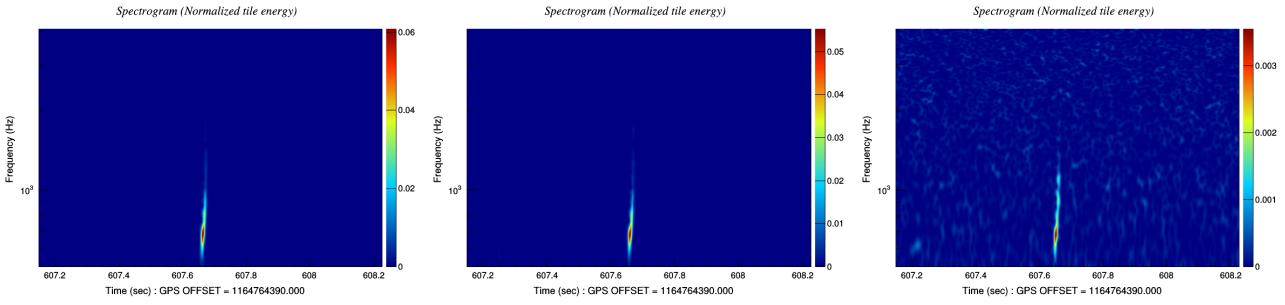


Figura 4.3: Spettriogrammi per ciascun rivelatore, che mostrano una rappresentazione sul piano tempo-frequenza del trigger basandosi sulla scomposizione di Fourier.

Il segnale che si mostra è particolarmente energetico, perché simulato a distanza ravvicinata ($d \simeq 1.25\text{Mpc}$). Si osservano quindi coefficienti particolarmente elevati. Come si può osservare in Figura 4.3, mentre i rivelatori LIGO-Livingstone e LIGO-Handford rivelano in modo evidente un segnale già ad un'analisi visiva, senza eccessi di rumore significativi a sporcare la rivelazione, nella mappa di Virgo risulta distinguibile il segnale, tuttavia con rumore significativo e si può notare anche come guardando la scala di significanze del segnale questo risulti di un ordine di grandezza inferiore per Virgo, rispetto ai due rivelatori LIGO. Questo è probabilmente dovuto al fatto che i rivelatori LIGO sono allineati tra loro, mentre disallineati rispetto a Virgo e soprattutto alla posizione celeste della sorgente, favorevole ai primi due.

Nel grafico della likelihood in Figura 4.4, si osserva un tipico andamento a chirp, in cui la parte inferiore, a basse frequenze, rappresenta lo spiraleggiamiento fino alla coalescenza, mentre il cluster di dati in alto, a frequenze particolarmente elevate ($\sim 3.3\text{KHz}$) corrisponde all'emissione della post-coalescenza. Infine nei grafici che seguono in Figura 4.5 si osservano le ricostruzioni della forma d'onda, in particolare in nero è plottato il segnale iniettato nella simulazione, mentre in rosso il segnale ricostruito. In particolare osservando il grafico delle frequenze si può notare come non sia stato ricostruito tra $\sim 2.5\text{KHz}$ e $\sim 3\text{KHz}$, giustificando la separazione tra i cluster nel grafico della likeliho

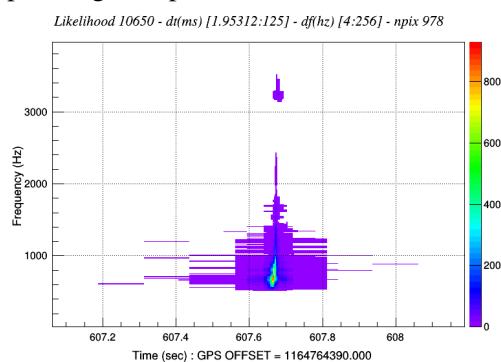


Figura 4.4: Mappa di verosimiglianza nel piano tempo-frequenza, che descrive il contributo dell'energia totale del campione associato all'evento ricostruito

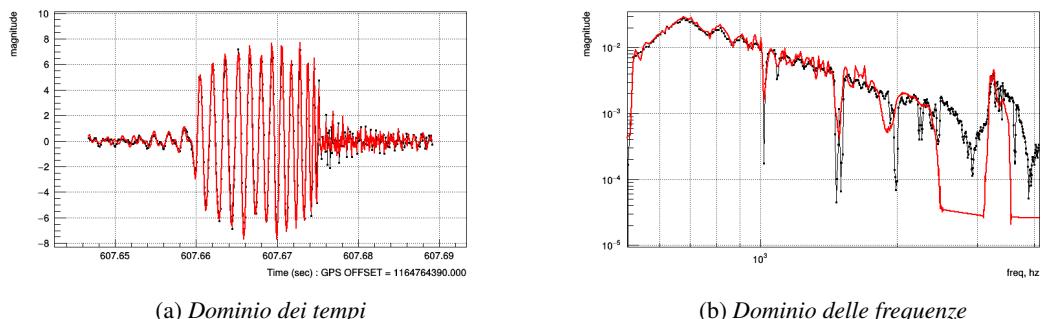


Figura 4.5: Ampiezza di strain ricostruita nel dominio dei tempi e nel dominio delle frequenze relative a un solo rivelatore

4.1.2 Equazione di stato SHT2

Per motivi di spazio non verranno presentate le analisi complete, come per l'equazione di stato precedente, ma si mostreranno solo i grafici delle likelihood: le due forme d'onda iniettate differiscono per la massa delle NS per la coalescenza, in particolare nella Figura 4.6(a), con masse tali da andare in ipermassiva, si può notare come sia presente un segnale di post-merger a $\sim 2.5\text{kHz}$ mentre nella Figura 4.6(b), che ha masse tali da andare direttamente in buco nero, non vi è nessun segnale di post-merger ma solo un segnale di merger che arriva ad alte frequenze.

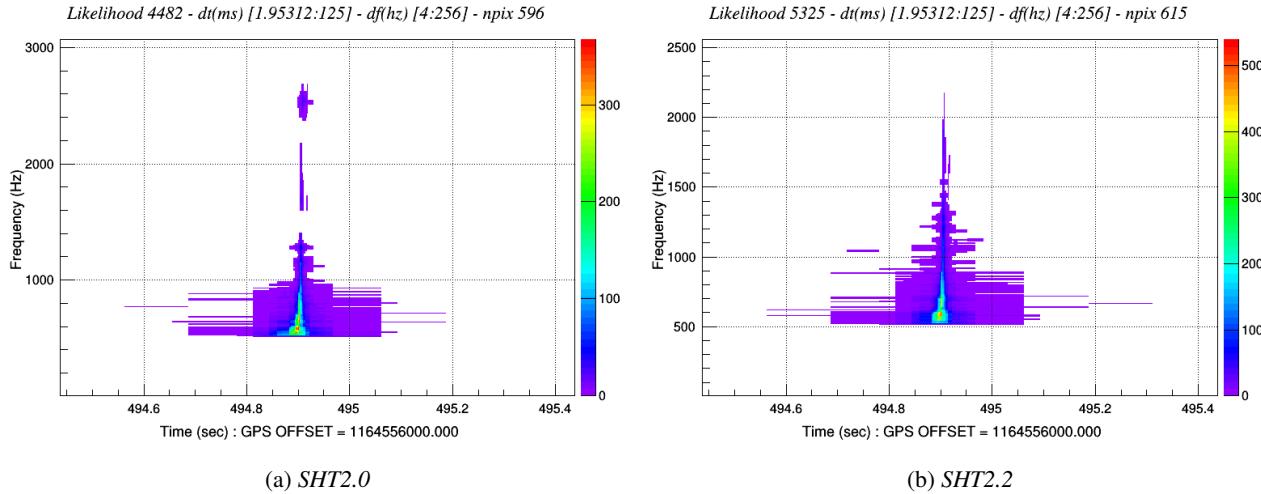


Figura 4.6: Mappe di verosimiglianza ricostruite per le due forme d'onda iniettate

4.2 Curve di sensibilità e analisi dell'overlap

4.2.1 Caratteristiche degli eventi simulati

La post coalescenza, come già detto, è allo stato attuale difficile da rivelare a causa della scarsa sensibilità dei rivelatori a tali frequenze, per questo le analisi che vengono fatte in questa tesi non coinvolgeranno dati misurati, ma dati simulati che vengono iniettati in rumore gaussiano, anch'esso simulato.

In particolare è stato simulato un considerevole numero di eventi (~ 5000 eventi), che vengono poi ricostruiti con l'algoritmo cWB per verificarne la capacità di ricostruzione e studiare questi eventi.

Gli eventi simulati vengono prodotti a 5 diverse distanze [20, 10, 5, 2.5, 1.25]Mpc e distribuiti in modo uniforme nel cielo, in particolare i grafici di tali distribuzioni sono riportati in Figura 4.7. Inoltre gli eventi vengono simulati in modo che anche le polarizzazioni siano distribuite uniformemente. Si riporta poi, in Figura 4.8, la

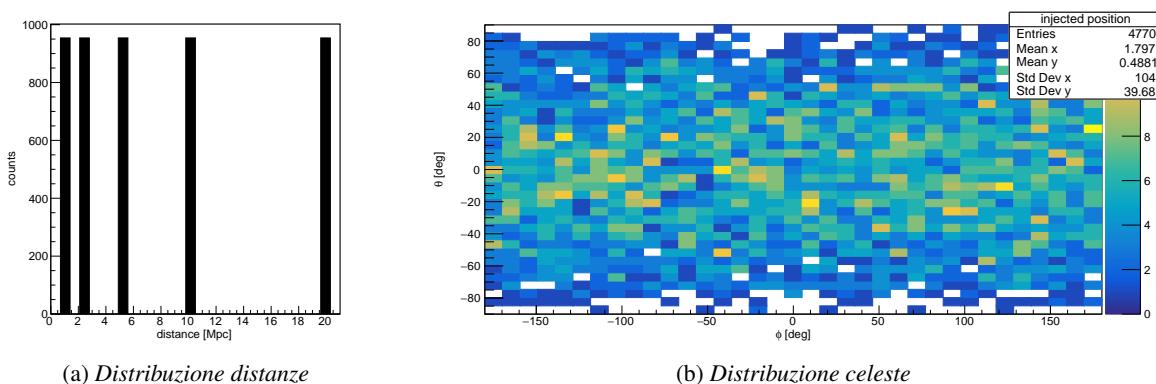


Figura 4.7: Distribuzione degli eventi simulati per l'EOS SHT2.0

distribuzione dei rapporti segnale su rumore, divisi per le distanze. Si nota immediatamente come al crescere della distanza gli eventi siano meno energetici, mentre per gli eventi molto vicini gli SNR arrivino a grandezze considerevoli.

Nella ricostruzione è necessario scegliere alcuni parametri soglia di cui si riportano i principali:

- bbp: Black Pixel Probability, ovvero la soglia di eccesso di potenza per la selezione dei pixel nella mappa tempo-frequenza, impostata a 0.001;

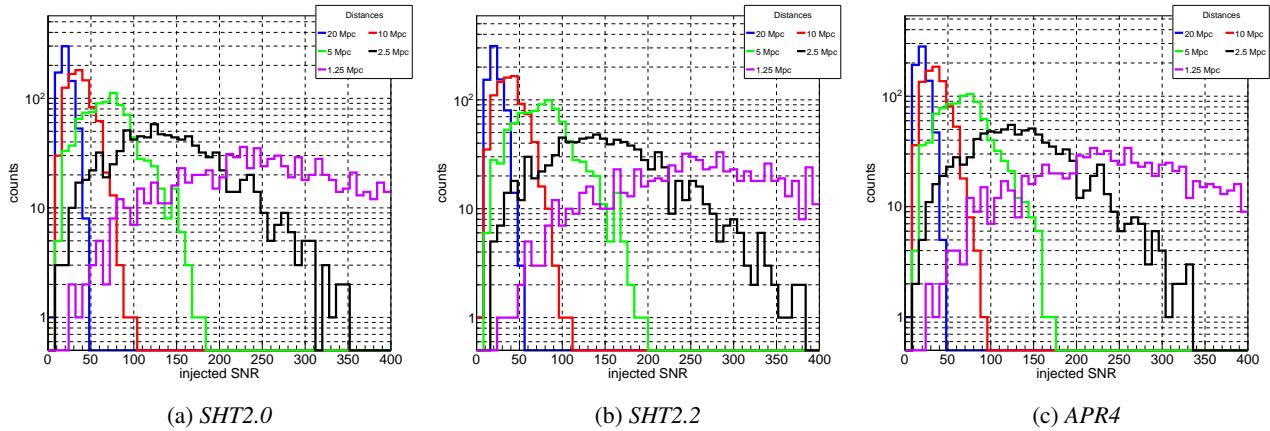


Figura 4.8: SNR iniettato per le tre EOS, diviso nelle distanze

- Tgap: ovvero la distanza in tempo tra due cluster di dati perché questi vengano ricostruiti come eventi separati, fissata a 0.2s;
- Fgap: ovvero la distanza in frequenza tra due cluster di dati perché questi vengano ricostruiti come eventi separati, fissata a 128Hz.

Gli eventi che vengono ricostruiti non sono tutti quelli iniettati, ma solo la parte di essi che viene rivelata con SNR sopra al valore di soglia nella rete. Si riportano in Figura 4.9 le distribuzioni degli eventi simulati che sono da confrontare con i grafici in Figura 4.7. Si nota che il numero di eventi ricostruiti è minore (4298/4770), in particolare gli eventi la cui ricostruzione non avviene sono soprattutto gli eventi a distanza maggiore. Si nota poi dal grafico (b) come rispetto al corrispettivo negli iniettati vi siano evidenti buchi, che giustificano ulteriormente la mancata ricostruzione: esistono punti ciechi della rete. L'aggiunta nei prossimi run di altri rivelatori risolverà almeno in parte questa problematica. Si procede quindi a verificare in modo quantitativo

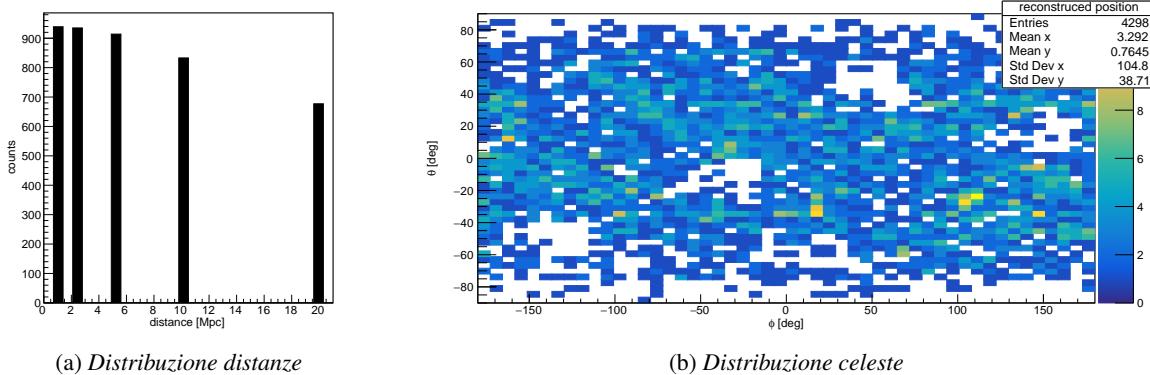


Figura 4.9: Distribuzione degli eventi ricostruiti per l'EOS SHT2.0

l'efficienza dell'algoritmo di ricostruzione, facendo un fit degli SNR ricostruiti in funzione degli SNR iniettati. L'andamento ideale che ci si aspetta è rappresentato dalla bisettrice del primo e terzo quadrante, che corrisponde a una processus tale per cui l'SNR ricostruito è pari a quello iniettato. Si può notare come le ricostruzioni siano generalmente vicine a tale condizione. È possibile osservare una sistematicità nella ricostruzione, che risulta leggermente sovrastimata a SNR bassi, quindi per grandi distanze, dove si ha $slope > 1$, mentre per SNR elevati vi è una sottostima, producendo $slope < 1$. Si osserva inoltre che non c'è offset significativo risultando sempre compatibile con il passaggio per l'origine secondo il criterio dei 3σ .

Si riportano quindi gli overlap in funzione degli SNR ricostruiti. In particolare si ha che denotando il segnale iniettato e ricostruito per ogni rivelatore come $x_I[i] = [x_{I,1}, \dots, x_{I,N}]$ e $x_R[i] = [x_{R,1}, \dots, x_{R,N}]$ rispettivamente, si definiranno allora SNR iniettato e ricostruito come

$$iSNR = \sum_{i=1}^N x_{I,i}^2 = |x_I|^2 \quad oSNR = \sum_{i=1}^N x_{R,i}^2 = |x_R|^2 \quad (4.1)$$

Esiste però un'altra quantità che si ottiene incrociando questi dati, definita come $ioSNR = \sum_{i=1}^N x_{I,i} x_{R,i}$, ovvero la correlazione incrociata, a ritardo temporale nullo, della forma d'onda iniettata e ricostruita. Grazie

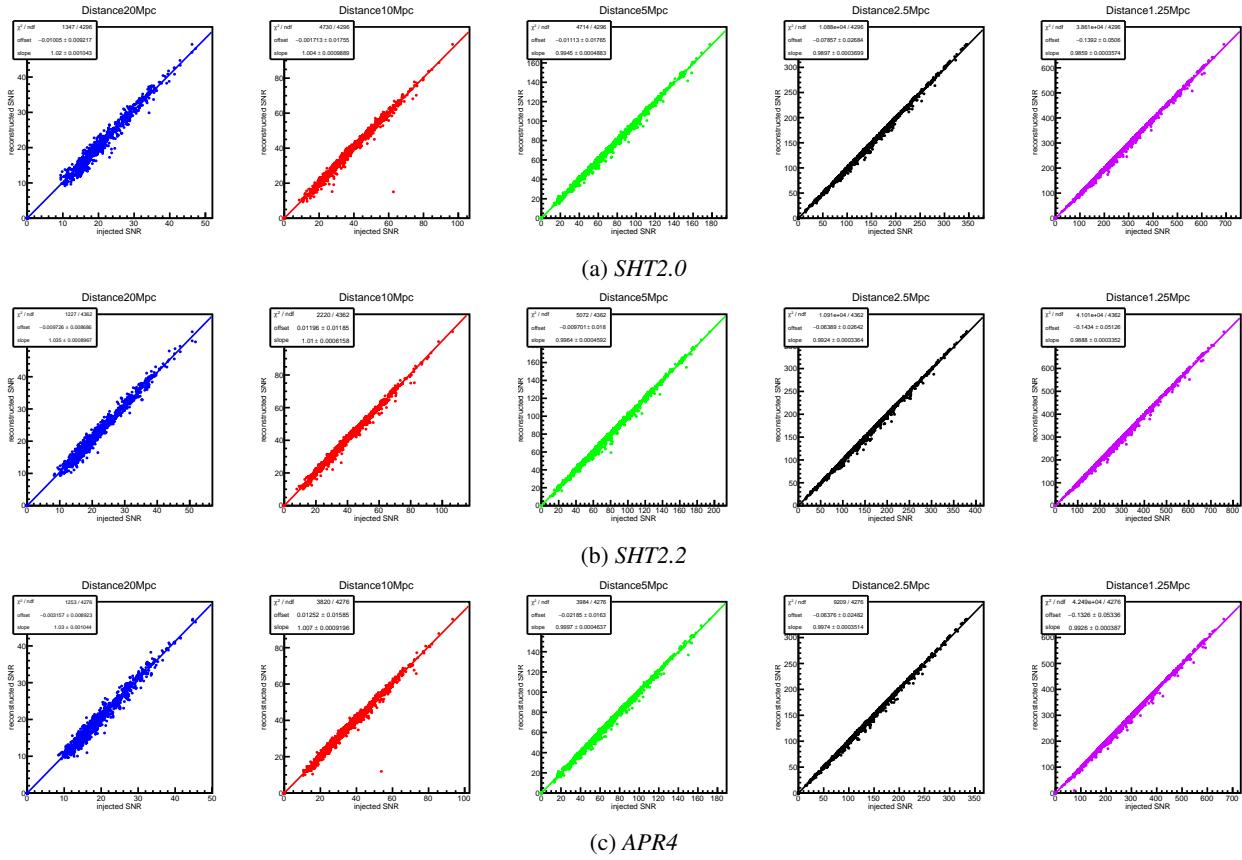


Figura 4.10: Fit dell'SNR ricostruito in funzione dell'SNR iniettato per le due EOS

a questa quantità è possibile calcolare due grandezze fondamentali: l'energia residua $E_{res} = \sum_{i=1}^N (x_{R,i} - x_{I,i})^2 = oSNR + iSNR - 2ioSNR$, in Figura 4.11, e l' $o_{overlap} = \frac{\langle x_I | x_R \rangle}{\sqrt{|x_I| |x_R|}} = \frac{ioSNR}{\sqrt{|x_I| |x_R|}}$, in Figura 4.12, che descrive la corrispondenza del segnale iniettato rispetto a quello ricostruito, in particolare per $o_{overlap} = 1$ i due segnali hanno un matching perfetto, per $o_{overlap} = 0$ invece non c'è ricostruzione del segnale.

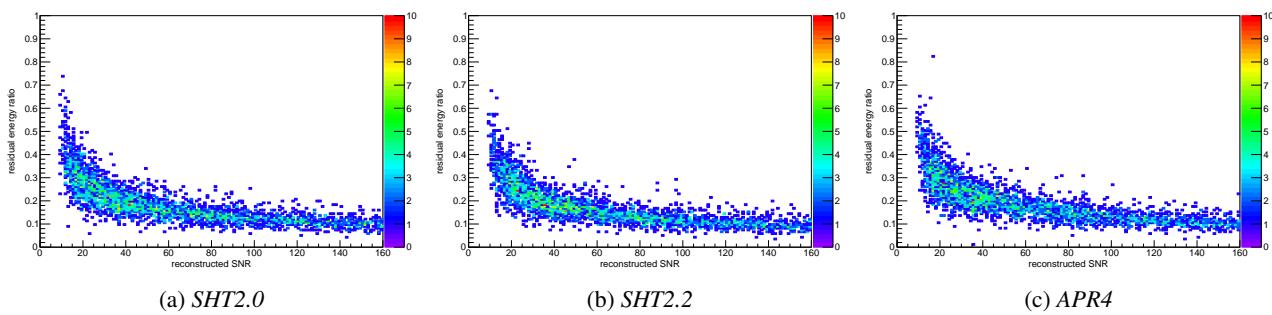


Figura 4.11: Rapporto dell'energia residua rispetto all'energia totale dell'evento misurata da LIGO-Hanford

Gli overlap sono poi stati divisi in bin di SNR ricostruito di larghezza fissata per osservare la distribuzione con la quale i segnali sono ricostruiti, che è riportata in Figura 4.13, quindi viene riportato in Figura 4.14 l'andamento dei valori medi, con la disperzione di ogni bin, rappresentata della deviazione standard.

Si può notare come le ricostruzioni per Virgo risultino avere una curva di Overlap sistematicamente sottostante a quelle dei due rivelatori LIGO: questo è dovuto alla minore sensibilità di Virgo a frequenze intermedie (Fig.4.1), dove si manifesta il contributo più energetico che è ottenuto dai rivelatori, per cui la ricostruzione di Virgo, nel contesto di uniformità della posizione celeste e della polarizzazione, sarà necessariamente peggiore.

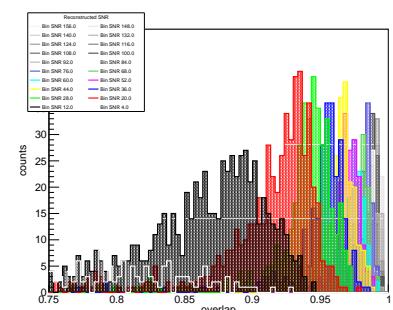


Figura 4.13: Distribuzioni degli overlap divisi per SNR ricostruito, NON SI CAPISCHE

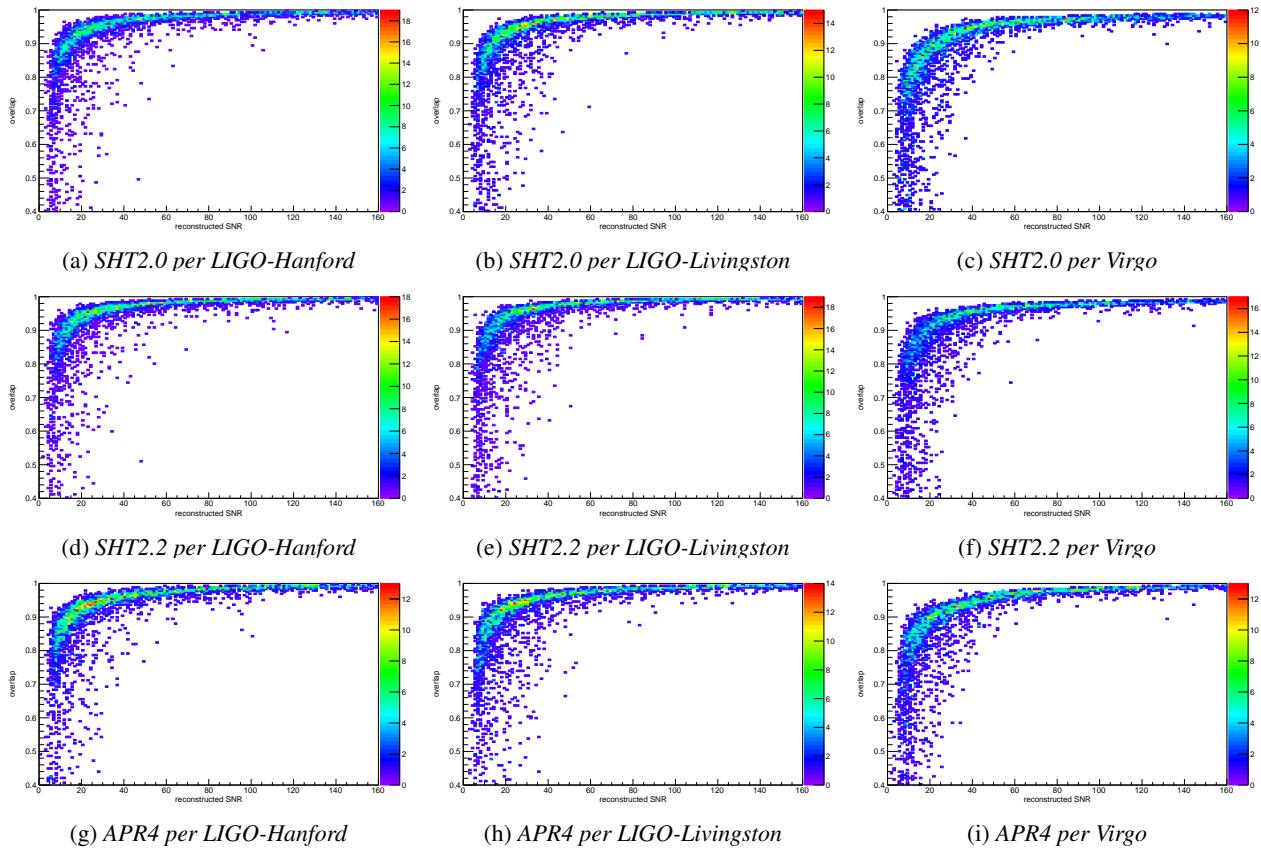


Figura 4.12: Overlap in funzione dell'energia del rivelatore

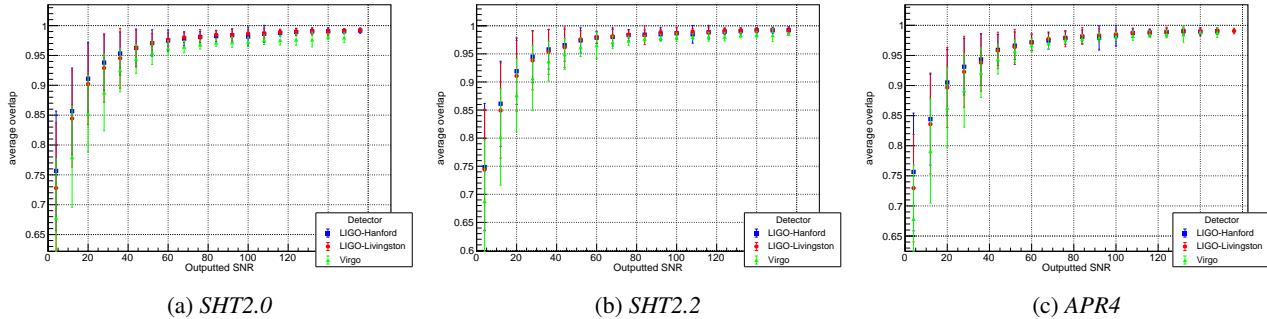


Figura 4.14: Distribuzione degli overlap per le tre EOS

EOS APR4 Si sottolinea che, in realtà, l'analisi svolta per gli eventi con equazione di stato APR4 ha richiesto un passaggio ulteriore: essendo per questa EOS il segnale di post-coalescenza a frequenze particolarmente elevate si genera un problema nella ricostruzione: i segnali di coalescenza e quelli di post-coalescenza venivano spezzati in due eventi separati, generando incongruenze. L'effetto descritto si può notare nei grafici in Figura 4.15, dove si vede un inconsistenza nella curva di overlap (a sinistra) che viene spiegata dagli eventi spezzati: nel grafico delle frequenze massime e minime si vede infatti un bunch di dati che ha frequenza minima estremamente alta, comportamento incompatibile con l'andamento che assume un evento ricostruito in modo completo, che come descritto in precedenza dovrebbe avere l'andamento di un chirp, partendo da frequenza basse fino a un picco.

Per ovviare a tale problematica la strategia adottata ha previsto inizialmente il tentativo di allargare la forbice delle frequenze aumentando il valore di soglia da 128Hz fino a 512Hz, con il rischio, però di andare a raccolgere eccessi di rumore e avendo come risultato un segnale non pulito. Il tentativo non ha tuttavia risolto il problema: nella maggioranza dei casi il segnale di coalescenza viene ricostruito a partire da una frequenza più distante di 512Hz rispetto alla fine del segnale di coalescenza, causando una stima peggiore del segnale complessivo senza un significativo miglioramento sul segnale di post-coalescenza.

Il problema è invece stato risolto utilizzando un comando di cWB che permette, a partire dalle ricostruzioni, di tagliare, tra gli eventi spezzati, l'evento meno energetico. In questo modo si perde parte degli eventi ricostruiti ma vengono risolte le incongruenze.

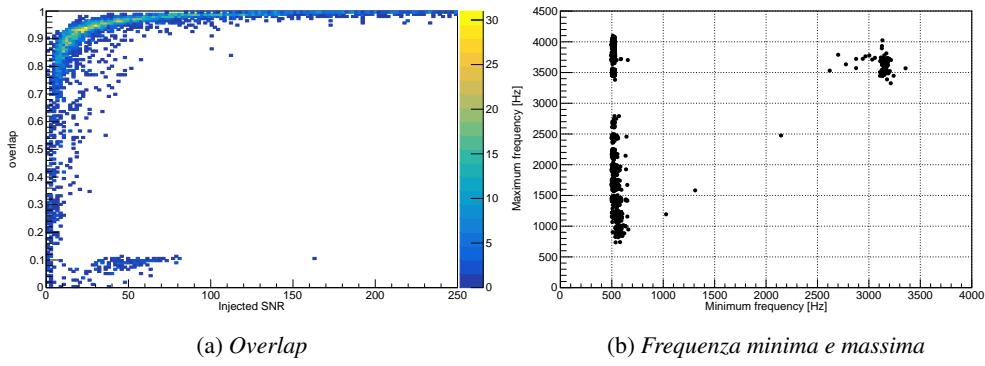


Figura 4.15: Distribuzione degli overlap e della frequenza massima ricostruita in funzione della minima

4.3 Ricerca frequenza post-merger

Per valutare la frequenza della post-coalescenza del segnale ricostruito l’analisi, sviluppata in [14] e [17], segue alcuni step fondamentali: partendo dalla mappa tempo-frequenza del segnale, questa viene divisa in 4 quadranti, tagliando il piano sia in tempo che in frequenza. In particolare la mappa tempo-frequenza è ottenuta con una trasformazione di wavelet andando a combinare vari layer con diverse larghezze dei bin in frequenza df e in tempo dt , definendo l’area dei pixel $df \times dt$ con energia data dall’ampiezza del pixel. Per questa analisi, poiché il segnale si sviluppa su scale temporali estremamente ridotte, per poter distinguere in modo adeguato la parte finale dello spiraleggiamiento e della post-coalescenza si utilizza la minima divisione in tempo, corrispondente a 1 ms, che però, essendo l’area del pixel costante porta ad un’estrema imprecisione nella divisione in frequenza pari 512 Hz.

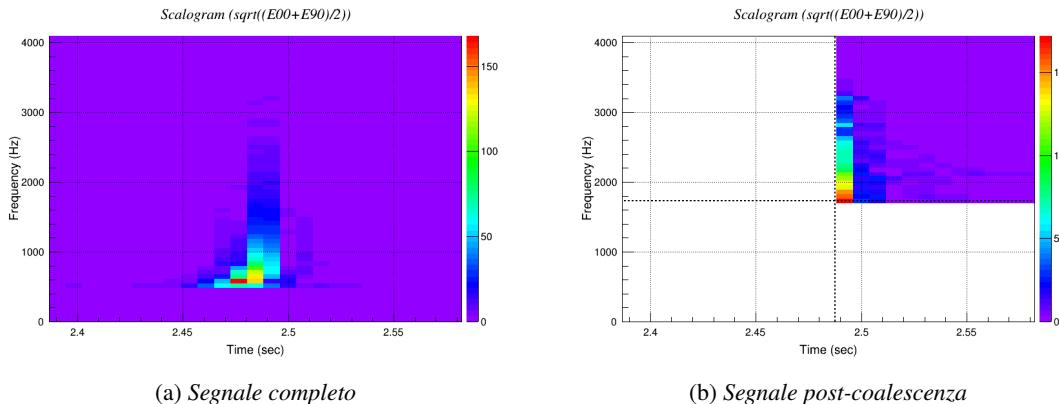


Figura 4.16: Distribuzione delle energie della post coalescenza in funzione dell’energia totale ricostruita in Virgo

Il taglio in frequenza è deciso in modo arbitrario in $f = 1792\text{Hz}$, comunque al di sotto della soglia di minima 2KHz. In questo modo, facendo un taglio opportuno nell’asse dei tempi, si potrà isolare il segnale di post-coalescenza e la parte finale della coalescenza nel quadrante con $t > t_{cut}$ e $f > f_{cut}$.

Per decidere l’istante di tempo in cui produrre il taglio viene fatta una media pesata con l’energia dei pixel per ogni layer

$$\bar{t}_j = \frac{\sum_{i=1}^N t_{j,i} e_{i,j}}{E_j} \quad (4.2)$$

dove j e i iterano sul layer e sul bin temporale rispettivamente, N è il numero di bin, $t_{j,i}$ e $e_{i,j}$ sono il tempo e l’energia del pixel (j, i) e infine $E_j = \sum_i e_{j,i}$ è l’energia totale del layer. Il taglio è preso quindi come $t_{cut} = \bar{t}_2 + dt$ con \bar{t}_2 tempo stimato per il merger, poiché quest’ultimo ha generalmente frequenze comprese tra 768Hz e 1280Hz corrispondenti al layer 2. Per gli eventi con SNR ricostruito limitato, non avendo segnale nel layer 2, il tempo per il taglio è preso a $t_{cut} = \bar{t}_1 + 5dt$. Si osserva comunque che questo metodo non è ottimale, andando a raccogliere anche parte della fine dello spiraleggiamento portando a una sottostima sistematica della frequenza.

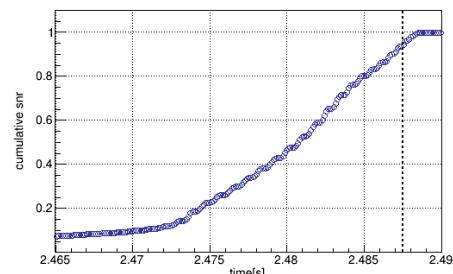


Figura 4.17: SNR cumulativo

È poi interessante valutare il peso relativo del segnale di post coalescenza all'energia ricostruita, rispetto al segnale complessivo. Per fare questo è utile mostrare l'SNR cumulativo in funzione del tempo, in Figura 4.17, si può notare come il contributo della post-coalescenza risulti estremamente ridotto in rapporto alla fase di spiraleggiamiento, a prova dell'estrema difficoltà nel rivelare questa fase del segnale.

Questo procedimento è stato fatto, come per l'analisi precedente, sistematicamente su un grande numero di eventi ricostruiti in modo da poterne valutare l'efficienza e studiare i risultati. Si riporta in Figura 4.18 l'energia stimata per il segnale di post-coalescenza, in funzione dell'energia totale per le diverse distanze: è facile intuire che per gli eventi a distanza maggiore il segnale di post-coalescenza viene rivelato in casi molto limitati, avvicinandosi il segnale diventa invece sempre più energetico.

Si osserva inoltre che per la EOS SHT2.2, in cui non è atteso alcun segnale di post-coalescenza, poiché come si osserva in Figura 4.2 il sistema ha un ringdown e non c'è emissione di segnali dopo la coalescenza, si registra energia significativa anche nella post-coalescenza. Questo risulta quindi un importante limite del metodo utilizzato: non permette di distinguere segnali con e senza post-coalescenza. Si osserva comunque che gli eventi ricostruiti sono meno numerosi e meno energetici.

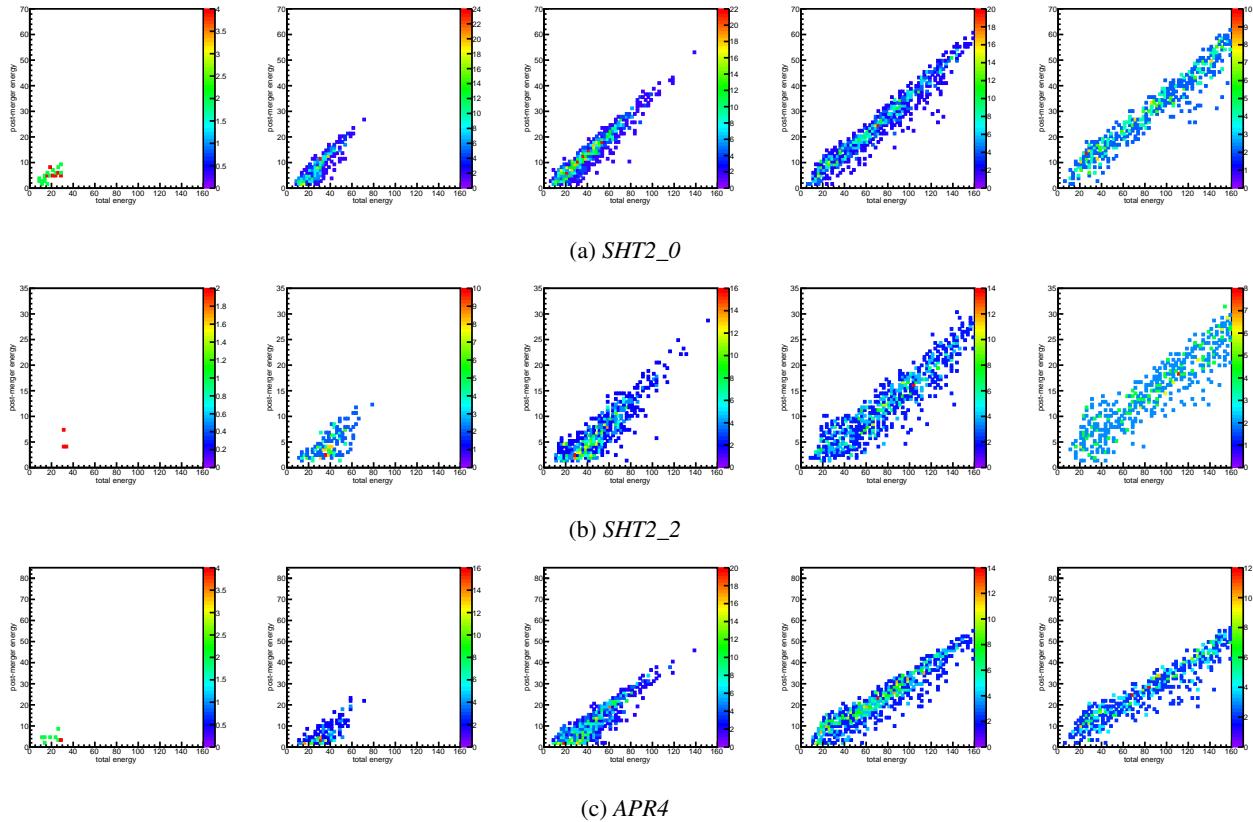


Figura 4.18: Distribuzione delle energie della post coalescenza in funzione dell'energia totale ricostruita in Virgo

Con una costruzione analoga a quella fatta per l'overlap, quindi con la divisione degli eventi in bin di SNR, si costruisce la distribuzione delle energie della post-coalescenza, riportata in Figura 4.19. Si nota che il segnale ricostruito da Virgo è sistematicamente più energetico del segnale ricostruito da LIGO, grazie alla maggior sensibilità del primo ad alte frequenze. Si sottolinea che comunque la sensibilità di Virgo è sovrastimata per l'assenza della caratterizzazione di risonanze e altri fenomeni che ne comprometterebbero la sensibilità.

Si valuta poi la frequenza alla quale vengono ricostruiti i segnali di post-coalescenza, in Figura 4.20, e le distribuzioni divendo per bin di SNR a larghezza fissata, in Figura 4.21. Quello che si osserva è che la frequenza ricostruita risulta generalmente superiore per Virgo, rispetto ai rivelatori LIGO, per motivi analoghi a quello che porta segnali più energetici per il primo. È interessante anche osservare l'andamento che non è strettamente crescente in funzione dell'energia ricostruita, ma parte da frequenze più alte e dopo un minimo risale: questa peculiarità è spiegata dalla distribuzione dell'energia nella post-coalescenza, che risulta avere un picco corrispondente anche al picco di frequenza. Essendo quindi il picco più energetico, sarà la parte che verrà ricostruita prima, e quindi eventi meno energetici, in cui si ricostruisce la post-coalescenza, faranno riferimento al solo

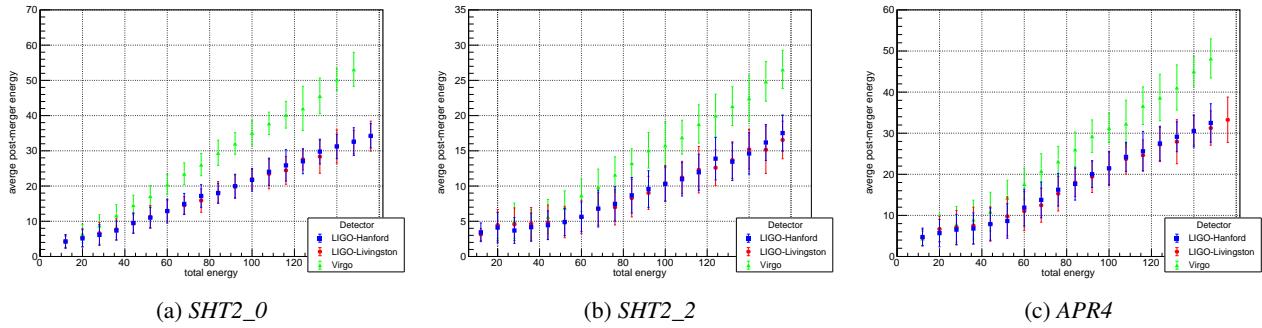


Figura 4.19: Distribuzione delle energie della post coalescenza in funzione dell’energia totale ricostruita nei tre rivelatori

picco. Superata questa fase, la ricostruzione avviene come atteso.

Si osserva inoltre, come atteso, che le frequenze ricostruite, essendo frequenze pesate, risultano sottostimate poiché nella ricostruzione viene considerata la parte finale dello spiraleggiamento, a frequenze evidentemente inferiori.

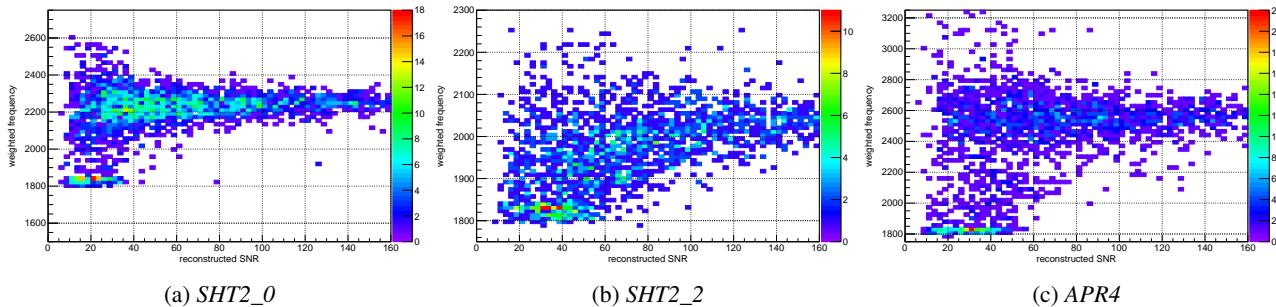


Figura 4.20: Distribuzione delle energie della post coalescenza in funzione dell’energia totale ricostruita in Virgo

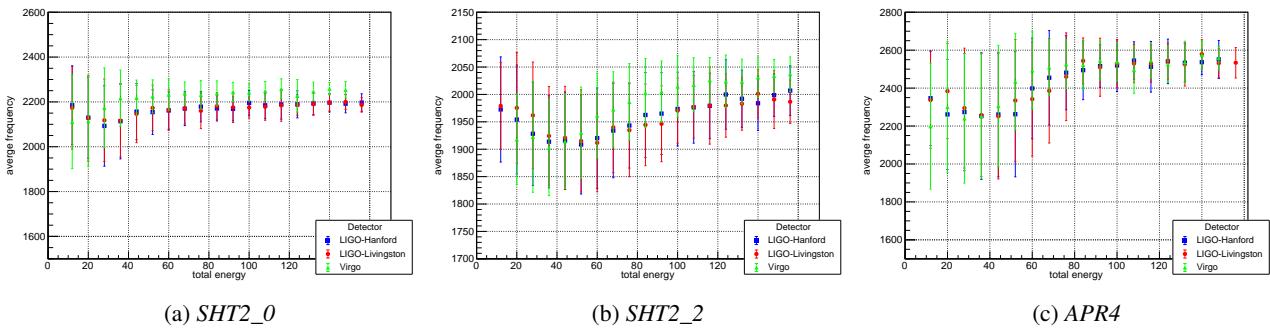


Figura 4.21: Distribuzione delle frequenze della post coalescenza in funzione dell’energia totale ricostruita nei tre rivelatori

Si riporta poi, in Figura 4.22, la distribuzione della larghezza di banda dei segnali ricostruiti, ovvero la differenza tra la frequenza massima e minima rivelate. Si nota che essa ha un andamento analogo a quello della frequenza, motivo per il quale la probabilità di rivelare il segnale aumenta con l’aumentare dell’SNR.

È interessante anche osservare la distribuzione delle energie della post-coalescenza in funzione della verosimiglianza dell’evento, in Figura 4.23.

Conclusioni

La rivelazione del primo segnale di onda gravitazionale da un sistema binario di stelle di neutroni nell’Agosto 2017 ha aperto un nuovo ramo di studio della fisica, in particolare per le equazioni di stato delle stelle di

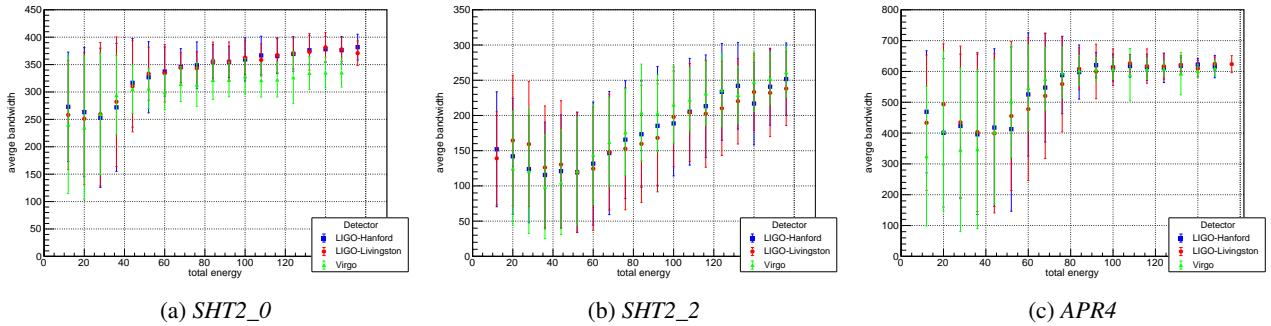


Figura 4.22: Distribuzione delle larghezze di banda della post coalescenza in funzione dell’energia totale ricostruita nei tre rivelatori

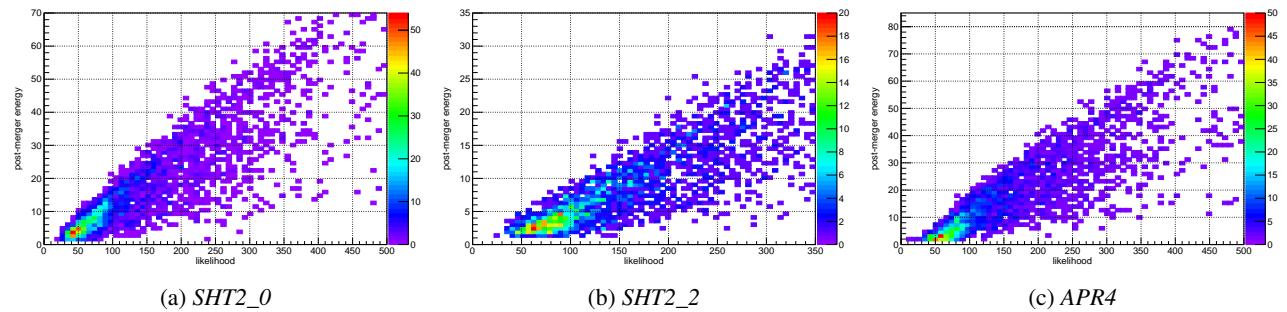


Figura 4.23: Distribuzione delle energie della post coalescenza in funzione della verosimiglianza dell’evento, per LIGO Livingstone

neutroni. Dopo la coalescenza, la natura del corpo celeste rimanente è determinata in modo primario dalle masse delle stelle progenitrici e dall’equazione di stato della materia nucleare e questo determina il segnale di post-coalescenza. Purtroppo, a causa della limitata sensibilità dei rivelatori, questa fase del segnale non è stata ancora identificata, nè nel primo segnale rivelato, nè in quello successivo, non permettendo di determinare quale, tra i diversi modelli proposti per le NS, sia quello corretto.

Questa tesi si propone di valutare la capacità di ricostruzione prevista per il run O4, andando a simulare un grande numero di eventi con posizione e polarizzazione casuali e calcolando alcune grandezze che permettono di esprimere quantitativamente l’efficienza dell’algoritmo. In particolare le curve di overlap e di energia residua permettono di fare la caratterizzazione. La seconda parte dell’analisi si è invece concentrata sulla caratterizzazione del segnale di post-coalescenza che, con il procedimento descritto, viene isolato permettendo di valutarne il contributo in energia, la frequenza pesata e la larghezza di banda pesata. I risultati mostrano che il metodo utilizzato porta a una sottostima sistematica della frequenza, poiché nella media viene considerato anche il contributo della parte finale dello spiraleggiamento, a frequenze significativamente inferiori rispetto alla post-coalescenza. Inoltre il metodo utilizzato non permette di distinguere in modo automatico una coalescenza con stelle progenitrici tali da portare a un buco nero o a stelle di neutroni stabili o instabili. Sarà necessario quindi implementare delle statistiche che permettano di discernere il tipo di segnale che si sta valutando.

Bibliografia

- [1] ABBOTT, B., ABBOTT, R., ABBOTT, T., ABRAHAM, S., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADHIKARI, R., ADYA, V., AFFELDT, C., AND ET AL. Gwtc-1: A gravitational-wave transient catalog of compact binary mergers observed by ligo and virgo during the first and second observing runs. *Physical Review X* 9, 3 (Sep 2019).
- [2] ABBOTT, B., ABBOTT, R., ABBOTT, T., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADAMS, T., ADDESO, P., ADHIKARI, R., ADYA, V., AND ET AL. Gw170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. *Physical Review Letters* 119, 16 (Oct 2017).
- [3] ABBOTT, B. P., ABBOTT, R., ABBOTT, T. D., ABRAHAM, S., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADHIKARI, R. X., ADYA, V. B., AFFELDT, C., AND ET AL. Gw190425: Observation of a compact binary coalescence with total mass $\sim 3.4M_{\odot}$. *The Astrophysical Journal* 892, 1 (Mar 2020), L3.
- [4] ABBOTT, B. P., ABBOTT, R., ABBOTT, T. D., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADAMS, T., ADDESO, P., ADHIKARI, R. X., ADYA, V. B., AND ET AL. Multi-messenger observations of a binary neutron star merger. *The Astrophysical Journal* 848, 2 (Oct 2017), L12.
- [5] ABBOTT, B. P., ABBOTT, R., ABBOTT, T. D., ACERNESE, F., ACKLEY, K., ADAMS, C., ADAMS, T., ADDESO, P., ADHIKARI, R. X., ADYA, V. B., AND ET AL. Search for post-merger gravitational waves from the remnant of the binary neutron star merger gw170817. *The Astrophysical Journal* 851, 1 (Dec 2017), L16.
- [6] BAUMGARTE, T. W., SHAPIRO, S. L., AND SHIBATA, M. On the maximum mass of differentially rotating neutron stars. *The Astrophysical Journal* 528, 1 (Jan 2000), L29–L32.
- [7] HARTLE, J. *Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity*. Addison-Wesley, 2003.
- [8] HOBSON, M., EFSTATHIOU, G., AND LASENBY, A. *General Relativity: An Introduction for Physicists*. Cambridge University Press, 2006.
- [9] KLIMENKO, S., VEDOVATO, G., DRAGO, M., SALEMI, F., TIWARI, V., PRODI, G., LAZZARO, C., ACKLEY, K., TIWARI, S., DA SILVA, C., AND ET AL. Method for detection and reconstruction of gravitational wave transients with networks of advanced detectors. *Physical Review D* 93, 4 (Feb 2016).
- [10] KLIMENKO, S., YAKUSHIN, I., MERCER, A., AND MITSELMAKER, G. A coherent method for detection of gravitational wave bursts. *Classical and Quantum Gravity* 25, 11 (May 2008), 114029.
- [11] KRÓLAK, A., AND PATIL, M. The first detection of gravitational waves. *Universe* 3, 3 (2017).
- [12] MAGGIORE, M. *Gravitational Waves: Volume 1: Theory and Experiments*. Gravitational Waves. OUP Oxford, 2008.
- [13] MAGGIORE, M. *Gravitational Waves: Volume 2: Astrophysics and Cosmology*. Gravitational Waves. Oxford University Press, 2018.
- [14] PUECHER, A. Characterization of the gravitational wave emission from binary neutron stars mergers.
- [15] REZZOLLA, L., AND TAKAMI, K. Gravitational-wave signal from binary neutron stars: A systematic analysis of the spectral properties. *Physical Review D* 93, 12 (Jun 2016).
- [16] SARIN, N., AND LASKY, P. D. The evolution of binary neutron star post-merger remnants: a review, 2020.
- [17] TRINGALI, M. C. Analysis methods for gravitational wave from binary neutron star coalescences: investigation on the post-merger phase.