

# Capitolo 1

## cWB: proprietà dell'algoritmo per la rivelazione e la ricostruzione di segnali di onde gravitazionali

I metodi coerenti le statistiche vengono calcolate come somma coerente delle risposte dei detector singoli. Gli algoritmi che sfruttano questi metodi devono risultare più efficienti, devono cioè avere una probabilità di falso allarme più bassa, rispetto alle statistiche calcolate sulle risposte di ogni detector singolarmente.

L'algoritmo che si utilizza, Coherent WaveBurst (cWB), differisce dai metodi tradizionali che identificano gli eventi nei detector singolarmente usando statistiche di eccesso di potenza e poi verificano la coerenza tra i segnali nei vari detector. Esso utilizza infatti i dati di tutti i detector in un'unica statistica coerente costituita da una analisi della massima likelihood. I vantaggi di questo tipo di analisi sono molteplici: innanzitutto la sensibilità del metodo non sarà limitata dal detector meno sensibile nel network, in quanto la likelihood utilizzata nei metodi coerenti rappresenta il rapporto segnale su rumore (SNR) totale del segnale ricostruito/rivelato dal network. Inoltre questo metodo permette di costruire altre statistiche coerenti, come il null stream o il coefficiente di correlazione del network, per distinguere segnali che effettivamente hanno una controparte fisica rispetto a eccessi di rumore ambientale o strumentale. Infine è possibile ricostruire la posizione celeste della sorgente.

### 1.1 Analisi coerente

La pipeline di cWB per rivelare e ricostruire segnali utilizza un metodo basato sul funzionale rapporto di verosimiglianza, che, in un'ipotesi idealistica di rumore gaussiano quasi stazionario, può essere scritto nel dominio di wavelet (in un piano tempo-frequenza) come

$$\mathcal{L} = \sum_{k=1}^K \sum_{i,j=1}^N \left( \frac{w_k^2[i, j]}{\sigma_k^2[i, j]} - \frac{(w_k[i, j] - \xi_k[i, j])^2}{\sigma_k^2[i, j]} \right) \quad (1.1)$$

dove  $K$  è il numero di detector nel network,  $w_k[i, j]$  è il campione di dati del detector (l'indice  $i$  itera sui tempi, mentre l'indice  $j$  itera sulle frequenze) e infine  $\xi_k[i, j]$  è la risposta del detector  $k$ -esimo. Il rumore del detector è caratterizzato dalla deviazione standard  $\sigma_k[i, j]$  che può variare lungo il piano tempo-frequenza. Le risposte del network sono scritte come

$$\xi_k[i, j] = F_{+,k} h_{+}[i, j] + F_{\times,k} h_{\times}[i, j] \quad (1.2)$$

dove  $h_{+}[i, j]$  e  $h_{\times}[i, j]$  sono le ampiezze delle due polarizzazioni della GW e  $F_{+,k}(\theta, \phi)$  e  $F_{\times,k}(\theta, \phi)$  sono gli antenna pattern del detector  $k$ -esimo [Klimenko et al., 2008]. Gli antenna pattern descrivono come il detector riceve l'energia in funzione della posizione angolare. \*Breve descrizione antenna pattern\* \*immagine antenna pattern di uno dei rivelatori\* [Schutz, 2011].

Dunque, al variare di  $h_+[i, j]$  e  $h_\times[i, j]$  varia anche  $\mathcal{L}$ , l'obiettivo è quindi ottenere i valori delle ampiezze che massimizzano il funzionale di verosimiglianza e quindi si deduce la forma d'onda nel dominio dei tempi facendo una trasformazione di wavelet inversa.

Per semplicità si introducono i seguenti vettori:

$$\mathbf{w}[i, j] = \left( \frac{w_1[i, j]}{\sigma_1[i, j]}, \dots, \frac{w_K[i, j]}{\sigma_K[i, j]} \right); \quad \mathbf{f}_{+(\times)}[i, j] = \left( \frac{F_{1+(\times)}[i, j]}{\sigma_1[i, j]}, \dots, \frac{F_{K+(\times)}[i, j]}{\sigma_K[i, j]} \right)$$

mentre con la notazione  $\sum_{\Omega_{TF}} = \sum_{i,j=1}^N$ , in quanto si scriverà  $\Omega_{TF}$  come il dominio tempo-frequenza.

Il funzionale rapporto di verosimiglianza in equazione 1.1 si può scrivere come

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_\times = \sum_{\Omega_{TF}} \left[ \mathbf{w} \cdot \mathbf{f}_+ - \frac{1}{2} |\mathbf{f}_+|^2 h_+^2 \right] + \sum_{\Omega_{TF}} \left[ \mathbf{w} \cdot \mathbf{f}_\times - \frac{1}{2} |\mathbf{f}_\times|^2 h_\times^2 \right] \quad (1.3)$$

dove i vettori di antenna pattern  $\mathbf{f}_+$  e  $\mathbf{f}_\times$  sono definiti nel Dominant Polarisation wave Frame (DPF), ovvero il piano in cui entrambi gli antenna pattern sono reali e definiti positivi e vale  $\mathbf{f}_+ \cdot \mathbf{f}_\times = 0$ . Alla luce di questo per ottenere la massima likelihood si dovrà risolvere le equazioni:

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{f}_+ = |\mathbf{f}_+|^2 h_+ \quad \mathbf{w} \cdot \mathbf{f}_\times = |\mathbf{f}_\times|^2 h_\times \quad (1.4)$$

**Regolatori** C'è una particolare classe di vincoli, i regolatori, che dipendono da come il network reagisce a un determinato segnale.

### 1.1.1 Trasformazioni di wavelet

Le trasformazioni di wavelet, partendo dai dati discreti, producono serie di dati  $w[i, j]$  nel piano tempo-frequenza. Lo spettro di wavelet può essere quindi rappresentato con uno scallogramma tempo-frequenza. La risoluzione nel dominio del tempo  $\Delta t_j(R)$  è determinata dal rate di campionamento  $R$  e dall'indice di scala  $j$ . Poiché le trasformazioni di wavelet costituiscono una serie di trasformazioni di Fourier infinitesime, conservano il volume del campione, pari a  $1/2$  per la serie temporale in input. Si avrà quindi una risoluzione in frequenza  $\Delta f_j$  definita come  $1/(2\Delta t_j)$  che determina la larghezza di banda per l'indice  $j$ . Per ottimizzare la ricerca nel piano, cWB procede con diverse trasformazioni a risoluzioni diverse, che permette di ottenere il grafico in figura 1.1.

### 1.1.2 Filtro di predizione lineare dell'errore

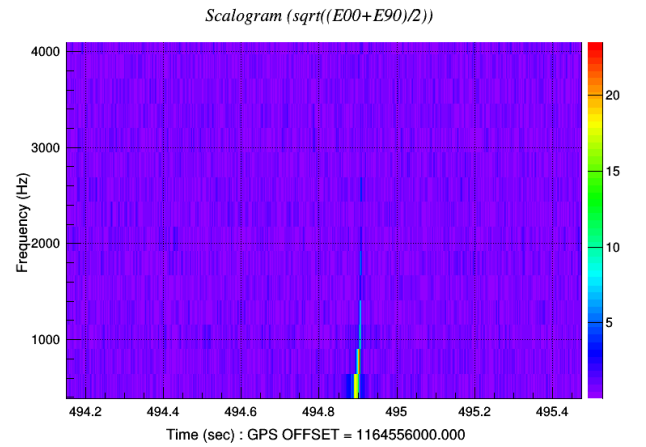


Figura 1.1: Scalogramma ottenuto da una analisi di una simulazione di coalescenza di una BNS con EOS SHT2.0 con rumore gaussiano del detector LIGO Hanford

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa. [Abbott et al., 2017a].

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin,

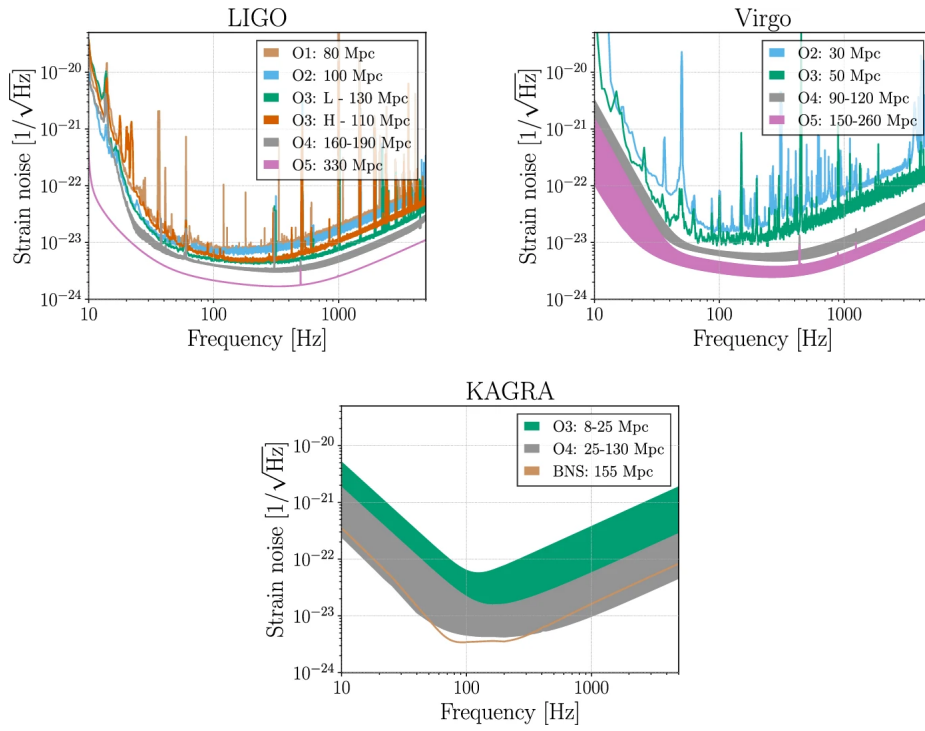


Figura 1.2: Prospetti [Abbott et al., 2020b]

felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula. [Klimenko et al., 2008].

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio. [Klimenko et al., 2016].



# Bibliografia

- [Abbott et al., 2019] Abbott, B., Abbott, R., Abbott, T., Abraham, S., Acernese, F., Ackley, K., Adams, C., Adhikari, R., Adya, V., Affeldt, C., and et al. (2019). Gwtc-1: A gravitational-wave transient catalog of compact binary mergers observed by ligo and virgo during the first and second observing runs. *Physical Review X*, 9(3).
- [Abbott et al., 2017a] Abbott, B., Abbott, R., Abbott, T., Acernese, F., Ackley, K., Adams, C., Adams, T., Addesso, P., Adhikari, R., Adya, V., and et al. (2017a). Gw170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. *Physical Review Letters*, 119(16).
- [Abbott et al., 2020a] Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., Abraham, S., Acernese, F., Ackley, K., Adams, C., Adhikari, R. X., Adya, V. B., Affeldt, C., and et al. (2020a). Gw190425: Observation of a compact binary coalescence with total mass  $\sim 3.4M_{\odot}$ . *The Astrophysical Journal*, 892(1):L3.
- [Abbott et al., 2020b] Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., Abraham, S., Acernese, F., Ackley, K., Adams, C., Adya, V. B., Affeldt, C., and et al. (2020b). Prospects for observing and localizing gravitational-wave transients with advanced ligo, advanced virgo and kagra. *Living Reviews in Relativity*, 23(1).
- [Abbott et al., 2017b] Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., Acernese, F., Ackley, K., Adams, C., Adams, T., Addesso, P., Adhikari, R. X., Adya, V. B., and et al. (2017b). Search for post-merger gravitational waves from the remnant of the binary neutron star merger gw170817. *The Astrophysical Journal*, 851(1):L16.
- [Baumgarte et al., 2000] Baumgarte, T. W., Shapiro, S. L., and Shibata, M. (2000). On the maximum mass of differentially rotating neutron stars. *The Astrophysical Journal*, 528(1):L29–L32.
- [Hartle, 2003] Hartle, J. (2003). *Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity*. Addison-Wesley.
- [Hobson et al., 2006] Hobson, M., Efstathiou, G., and Lasenby, A. (2006). *General Relativity: An Introduction for Physicists*. Cambridge University Press.
- [Klimenko et al., 2016] Klimenko, S., Vedovato, G., Drago, M., Salemi, F., Tiwari, V., Prodi, G., Lazzaro, C., Ackley, K., Tiwari, S., Da Silva, C., and et al. (2016). Method for detection and reconstruction of gravitational wave transients with networks of advanced detectors. *Physical Review D*, 93(4).
- [Klimenko et al., 2008] Klimenko, S., Yakushin, I., Mercer, A., and Mitselmakher, G. (2008). A coherent method for detection of gravitational wave bursts. *Classical and Quantum Gravity*, 25(11):114029.
- [Maggiore, 2008] Maggiore, M. (2008). *Gravitational Waves: Volume 1: Theory and Experiments*. Gravitational Waves. OUP Oxford.
- [Maggiore, 2018] Maggiore, M. (2018). *Gravitational Waves: Volume 2: Astrophysics and Cosmology*. Gravitational Waves. Oxford University Press.
- [Rezzolla and Takami, 2016] Rezzolla, L. and Takami, K. (2016). Gravitational-wave signal from binary neutron stars: A systematic analysis of the spectral properties. *Physical Review D*, 93(12).
- [Sarin and Lasky, 2020] Sarin, N. and Lasky, P. D. (2020). The evolution of binary neutron star post-merger remnants: a review.
- [Schutz, 2011] Schutz, B. F. (2011). Networks of gravitational wave detectors and three figures of merit. *Classical and Quantum Gravity*, 28(12):125023.