概率与期望-2



例 1. 一匹马在悬崖上徘徊,如果再向前一步,就要坠入深渊。幸好这匹马向前走一步的概率仅有 p ($0 \le p \le 1$),向后退一步的概率却有1-p。(1) $p=\frac{1}{3}$ 时,求这匹马最终落入深渊的概率 P_1 。(2)对一般的 $0 \le p \le 1$,求这匹马最终落入深渊的概率 P_1 。

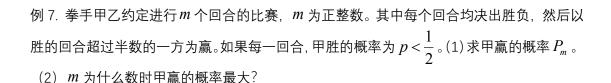
例 2. 上一题中,设m 为正整数,马初始时在离深渊m 步的地方,向深渊走一步的概率为 $p(0 \le p \le 1)$,退一步的概率为1-p。求马最终落入深渊的概率 P_m 。

例 3. 城中有n位姑娘即将出嫁,其中一位嫁奁尤其丰富。她们将嫁奁的数目在屏幕上逐一打出。求婚者进入暗室后,看到第一个出现的数,可以选择确定或放弃第一位姑娘。如放弃,屏幕上出现第二个数,可以选择确定或放弃,以此类推。(1) n=4 时,试问要娶嫁奁最多的姑娘,应采取什么策略? (2) 对一般的 $n \ge 4$,应采取什么策略?

例 4. 赵大有m 元赌本,钱二有n 元赌本,m,n 为正整数。每局赌一元(胜者得到一元,负者失去一元,无平局),直至赵大、钱二中有一人输光为止。(1)如果每局赵大胜的概率为p,钱二胜的概率为q=1-p,且p>q。请分别求出赵大和钱二输光的概率。(2)如果每局赵大和钱二胜的概率都为 $\frac{1}{2}$,请分别求出赵大和钱二输光的概率。

例 5. 剧院售票窗口前 2n 个人排队买票,每张票 5 元,每人买一张票。其中 n 个人只有一张 10 元,n 个人只有一张 5 元。开始售票时,售票窗口无钱可找。求 2n 个人都能顺利买票,不会因售票员无钱可找而等候的概率是多少?

例 6. 美国大选中,如果两名候选人为特朗普和拜登,他们在票箱中分别有 a,b (a > b) 张选票。请问在唱票过程中,至少出现一次两人票数相等的概率是多少?特朗普的票始终比拜登多的概率又是多少?



例 8. 甲乙两个赌徒约定谁先胜 s 局,便赢得全部赌注。但在甲胜 a < s 局,乙胜 b < s 局时,赌博因警察来抓人中止。试求出倘若赌博继续下去,甲乙胜的概率,并以此作为依据合理地划分赌注。

例 9. 一位才貌双全的公主被关在一座城堡中。现有n 把钥匙分给n 位勇士依次开门,但其中只有一把真的可以打开城门。问哪一名勇士打开城门的概率最大?打开城门平均需要试多少次?

例 10. 对靶连续射击 n 次,已知每次击中靶的概率为 p ($0 \le p \le 1$)。求 n 次中击中靶次数的期望。

例 11. 英国著名作家史蒂文生在"新天方夜谭"中描绘了一个自杀俱乐部。每晚由俱乐部的会长分牌,拿到黑桃 Ace 的人会被会长设法谋杀。(1) 如果一张一张地发牌直至出现黑桃 Ace,问平均发了多少张牌? (2) 如果将规则修改为拿到第一个 Ace (不论哪个花色)的被谋杀,问在出现第一个 Ace 前,平均发了多少张牌?