ПЗ 31

$x(t) = (t+1) \cdot \operatorname{tg} t$, $n = 3$

Аппроксимация функции многочленами Чебышёва I рода и Тейлора (в точке $t_0 = 0$) с заданным порядком аппроксимации n — grigoryeN_31.m

Сравнение аппрокс. вблизи 0 и равномерной аппрокс.

Выводы: вблизи нуля значение многочлена Тейлора ближе к $x(t)$, чем аппрокс. многочленами Чебышёва I рода, но многочлены Чебышёва I рода дают более точную равномер. аппрокс. на интервале $[-1; 1]$.

ПЗ 32

$c_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}}$, $c_{2k} = \frac{(-1)^{(k+1)}}{(2k-1)(2k+3)} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$, $k = 1, 2, 3, \dots$,

многочлены Чебышёва II рода — образуют ортогон. базис в гильбертовом простр. $L^{2,g}(-1;1)$, $g(t) = \sqrt{1-t^2}$

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_{2k} T_{2k}(t) + c_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{(2k-1)(2k+3)} T_{2k}(t) + \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}}$$

$$x(t) \approx \sum_{k=1}^{100} \frac{(-1)^{k+1} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}}{(2k-1)(2k+3)} T_{2k}(t) + \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}}$$

Построение графика, проверка норм функции — grigoryev_32.m

$$\cancel{\|x\|_{L^{2,g}(-1;1)} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} c_{2k}^2} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{8}{\pi(2k-1)^2(2k+3)^2}} \frac{\sqrt{\pi}+\pi}{(2k+3)^2} + \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}}}$$

гипотеза: $x(t) = 1{,}3|t| + \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}}$.

Выводы: гипотеза $x(t) = 1{,}3|t| + \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}}$ правдоподобна: её коэф. Фурье практически не отличаются от коэф. Фурье многочлена, нормы также практически совпадают.