

П327

$$L^{2,\xi}(-1;1), \quad \xi(t) = \frac{\sqrt{1-t}}{\sqrt[3]{1+t}}, \quad \{1, t, t^2, t^3, t^4\}$$

$$e_0 = 1, \quad e_1 = t - C_0 e_0, \quad C_0 = \frac{(t, e_0)}{(e_0, e_0)}, \quad e_2 = t^2 - C_2 e_0 - C_1 e_1, \\ C_2 = \frac{(t^2, e_0)}{(e_0, e_0)}, \quad C_{12} = \frac{(t^2, e_1)}{(e_1, e_1)} \text{ и т.д.}$$

Процесс ортогонализации — grigoren-27.m

$$a) \begin{cases} (1 & 0 & 0 & 0 & \dots) \\ (1 & 2 & 0 & 0 & \dots) \\ (1 & 2 & 3 & 0 & \dots) \\ \dots \end{cases}$$

пачка в пространстве ℓ^2
 - линейно независимая система
 (можно преобр. в базис) (можно решить методом Гаусса) - преобразуется в ортонорм. базис

$$(e^{(1)}, e^{(2)}) = 1 \Rightarrow \text{система не ортогональна}$$

$$\begin{cases} (1 & 0 & 0 & \dots) \\ (0 & 1 & 0 & \dots) \\ (0 & 0 & 1 & \dots) \end{cases}$$

$$\|e^{(1)}\| = 1, \|e^{(2)}\| = \sqrt{3} \Rightarrow \text{система не ортонормирована}$$

$$h \perp e^{(k)} \Rightarrow h_1 = 0, h_2 = 0, h_3 = 0 \dots \Rightarrow \text{система } \{e^{(k)}\} \text{ пачка.}$$

$$b) \begin{cases} (5 & -4 & -12 & 0 & 0 & \dots) \\ (-2 & 2 & 4 & 0 & 0 & \dots) \\ (0 & 0 & 5 & -4 & -12 & \dots) \\ (0 & 0 & -2 & 2 & 4 & \dots) \\ \dots \end{cases}$$

$$(e^{(1)}, e^{(2)}) = -10 - 8 - 48 = -66 \Rightarrow \text{система не ортогональна}$$

$$\|e^{(1)}\| = 2 \Rightarrow \text{система не ортонормирована}$$

Линейно независимая система, т.к. $e^{(1)}$ и $e^{(2)}$ непропорциональны

$$h \perp e^{(k)} \Leftrightarrow (h, e^{(k)}) = 0 \quad (h, e^{(1)}) = 0 \Leftrightarrow 5h_1 - 4h_2 - 12h_3 = 0$$

$$\frac{5}{4}h_1 - h_2 - 3h_3 = 0 \quad h_1 = \frac{4}{5}h_2 + \frac{12}{5}h_3$$

$$(h, e^{(2)}) = 0 \Leftrightarrow -2h_1 + 2h_2 + 4h_3 = 0 \quad -h_1 + h_2 + 2h_3 = 0$$

$$h_1 = h_2 + h_3$$

$$\text{Положим, } h_3 = 1 \Rightarrow h_1 = 8, h_2 = 7.$$

$$\begin{cases} h_1 = \frac{4}{5}h_2 + \frac{12}{5}h_3 \end{cases}$$

В таком случае система ортогональна, но не пачка. Невозможно преобразовать в ортонорм. базис.

$$h_2 + h_3 = 0,8h_2 + 2,4h_3$$

$$h_2 = 7h_3, h_1 = 7h_3 + h_3 = 8h_3$$

$$(h_1, h_2, h_3) = (8h_3, 7h_3, h_3) \text{ — решение, при котором система не пачка ортогональна}$$