ПЗ 37

$A[x] = (t^2-1)x'' + 2tx' - x$, D_A – линейное подпространство, состоящ. из дважды непрерыв. дифференц. функций.

$A[x] = ((t^2-1)\cdot x')' - x$

$$(A[x],y) = \int_0^1 (((t^2-1)\cdot x')' - x)\, y\,dt = \int_0^1 ((t^2-1)x')' y\,dt - \int_0^1 xy\,dt =$$

$$= (t^2-1)x'y\Big|_0^1 - \int_0^1 (t^2-1)x'y'\,dt - \int_0^1 xy\,dt =$$

$$= (t^2-1)x'y\Big|_0^1 - (t^2-1)y'x\Big|_0^1 + \int_0^1 ((t^2-1)y')' x\,dt - \int_0^1 xy\,dt =$$

$$= (t^2-1)(x'y - xy')\Big|_0^1 + \int_0^1 (((t^2-1)y')' - y)\,x\,dt =$$

$$= \underline{x'(0)\cdot y(0) - x(0)\cdot y'(0)} + (x, A[y])$$

Поскольку D_A не даёт информации о значениях функций x и y, их производных в нуле, число $x'(0)y(0) - x(0)y'(0)$ может $\neq 0$ $\Rightarrow$ нельзя утверждать, что $(A[x],y) = (x, A[y])$ при любых $x, y \in D_A$. Оператор A несимметричен.