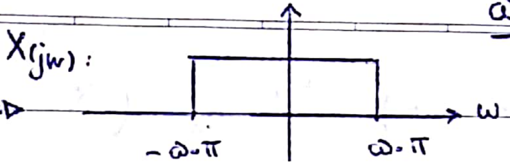
تمرین سری ۵

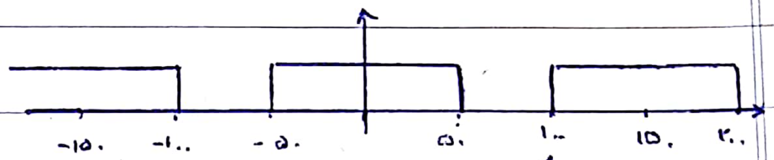
۱) $x(t) = \dfrac{\sin 50\pi t}{\pi t} \Rightarrow X(j\omega):$



الف)

$\rightarrow \omega_s = 150\pi :$

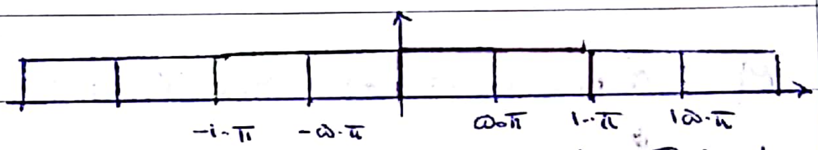
$\Rightarrow X_s(j\omega) :$



← قابل بازیابی ✓

$\rightarrow \omega_s = 50\pi$

$\Rightarrow X_s(j\omega) :$



← غیرقابل بازیابی ✗

ب) $\omega_{s\,min} = 2\omega_m = 100\pi$

۲) اگر فرکانس نمونه برداری نایکوئیست را برای $x(t)$، برابر با ω_0 در نظر بگیریم، داریم:

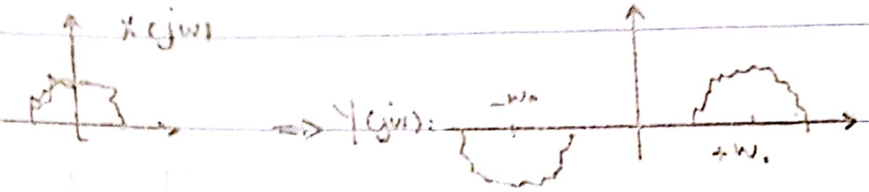
۱: $y(t) = x(t) + x(t-1) \xrightarrow{FT} X(j\omega) + e^{-j\omega} X(j\omega) = X(j\omega)(1+e^{-j\omega})$

← در پهنای پاسخ تأثیری ندارد ⇐ $\omega = \omega_0$

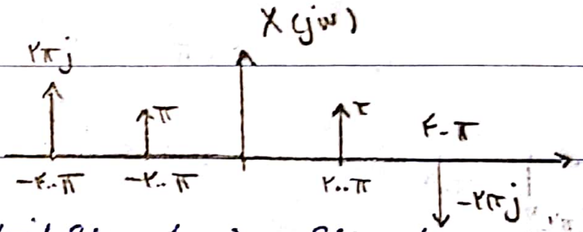
۲: $\dfrac{dx(t)}{dt} \xrightarrow{FT} j\omega X(j\omega)$ ⇜ در طول پاسخ تأثیری ندارد ⇐ $\omega = \omega_0$

۳: $x^2(t) \xrightarrow{FT} \dfrac{1}{2\pi} X(j\omega) * X(j\omega)$ ⇜ پهنای باند این سیگنال، ۲ برابر پهنای باند X است ⇐ نرخ نایکوئیست ۲ برابر می‌شود. $\omega = 2\omega_0$

۴: $x(t)\sin(\omega_0 t) \xrightarrow{FT} \frac{1}{۲j}\left(X(\omega-\omega_0) - X(\omega+\omega_0)\right)$



$\Rightarrow \omega = ۳\omega_0$



۳) $x(t) = \cos(۲۰۰\pi t) + ۲\sin(۴۰۰\pi t)$

$X(j\omega) = \pi\left(\delta(\omega+۲۰۰\pi) + \delta(\omega-۲۰۰\pi)\right) + ۲\pi j\left(\delta(\omega+۴۰۰\pi) - \delta(\omega-۴۰۰\pi)\right)$

$g(t) = x(t)\sin(۴۰۰\pi t)$

$\hookrightarrow G(j\omega) = X(j\omega) * \frac{\pi}{j}\left(\delta(\omega-۴۰۰\pi) - \delta(\omega+۴۰۰\pi)\right)$

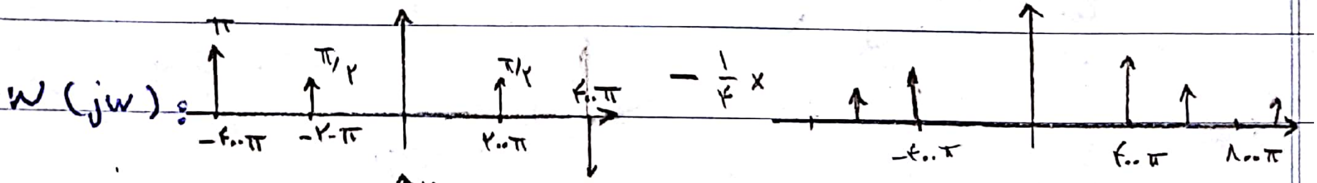
$w(t) = g(t)\sin(۴۰۰\pi t)$

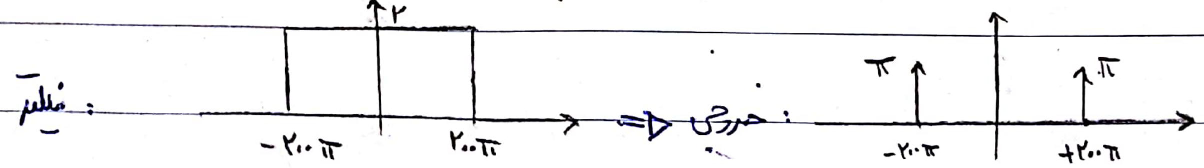
$\hookrightarrow W(j\omega) = G(j\omega) * \frac{\pi}{j}\left(\delta(\omega-۴۰۰\pi) - \delta(\omega+۴۰۰\pi)\right)$

$\hookrightarrow$ یا , $w(t) = x(t)\sin^۲(۴۰۰\pi t) = x(t)\left(\frac{1}{۲}\left(1-\cos(۸۰۰\pi t)\right)\right)$

$= \frac{x(t)}{۲} - x(t)\frac{\cos ۸۰۰\pi t}{۲}$

$\Rightarrow W(j\omega) = \frac{X(j\omega)}{۲} - \frac{1}{۴}\left(X(j(\omega+۸۰۰\pi)) + X(j(\omega-۸۰۰\pi))\right)$





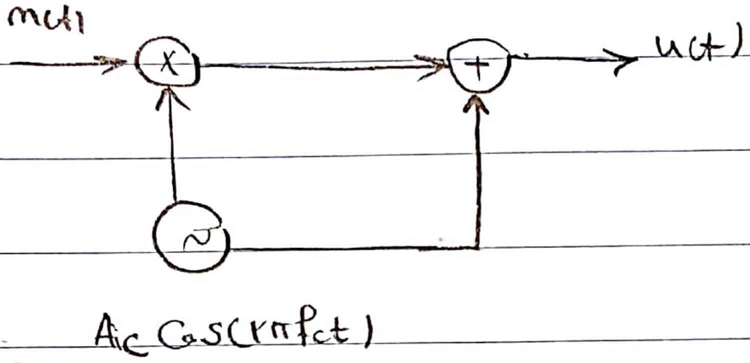
$\Downarrow$

Output: $\cos(۲۰۰\pi t)$

۴) $m(t) = \sin(۲۰۰۰\pi t) + ۵\cos(۴۰۰۰\pi t)$

$u(t) = 100(1 + m(t))\cos(۱۴۰۰۰\pi t)$

← مدولاسیون AM متداول :



$$\text{F.T}\begin{cases} \rightsquigarrow u_{AM}(t) = A_c(1+m(t))\cos \overbrace{۲\pi f_c}^{w_c} t \\ \Rightarrow U_{AM}(w) = \frac{A_c}{۲}M(w-w_c) + \frac{A_c}{۲}M(w+w_c) \end{cases}$$

$$+\frac{A_c}{۲}\delta(w-w_c) + \frac{A_c}{۲}\delta(w+w_c)$$

$= \ldots$