



دانشکده مهندسی کامپیوتر
و فناوری اطلاعات



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

تمرین درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها - سری هفتم

استاد درس: دکتر راستی

پاییز ۱۳۹۷

تبدیل لاپلاس

۱. تبدیل لاپلاس، ناحیه همگرایی و نمودار صفر-قطب را برای سیگنال‌های زیر تعیین کنید.

- $x(t) = 3t^2 e^{-3t} u(t)$
- $x(t) = |t| e^{-4t}$
- $x(t) = (t-3)e^{-2t} u(t-3)$
- $x(t) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$

۲. سیگنال $x(t)$ متناظر با تبدیل لاپلاس و نواحی همگرایی داده شده را پیدا کنید.

- $X(s) = \frac{s}{s^2+9} \quad \text{Real}\{s\} > 0$
- $X(s) = \frac{s+2}{s^2+7s+12} \quad -4 < \text{Real}\{s\} < -3$
- $X(s) = \frac{(s-1)}{(s+2)(s+3)(s^2+s+1)}$: (نواحی همگرایی ممکن را بررسی کنید)

۳. در مورد سیگنال $x(t)$ اطلاعات زیر داده شده است.

- $x(t)$ حقیقی و زوج است.
 - تبدیل لاپلاس $x(t)$ چهار قطب محدود دارد؛ صفر محدود ندارد.
 - تبدیل لاپلاس $x(t)$ در $s = 0.5 e^{j\frac{\pi}{4}}$ یک قطب دارد.
 - $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt = 4$
- تبدیل لاپلاس $x(t)$ و ناحیه همگرایی آن را به دست آورید.

۴. دو سیگنال دست راستی $x(t)$ و $y(t)$ با معادلات دیفرانسیل زیر به هم مربوط می‌شوند.

$$\frac{d}{dt} x(t) = -2y(t) + \delta(t)$$

$$\frac{d}{dt} y(t) = 2x(t)$$

$X(s)$ و $Y(s)$ و نواحی همگرایی آن‌ها را تعیین کنید.

۵. یک سیستم LTI با معادله دیفرانسیل زیر توصیف می‌شود.

$$\frac{d^2}{dt^2} y(t) - \frac{d}{dt} y(t) - 2y(t) = x(t)$$

الف) تابع تبدیل این سیستم را به دست آورید و نمودار صفر-قطب آن را رسم کنید.

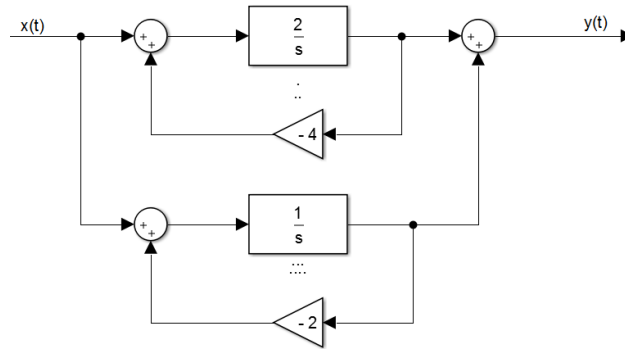
ب) پاسخ ضربه این سیستم را در هر یک از حالت‌های زیر به دست آورید:

ب-۱- در صورتی که سیستم پایدار باشد.

ب-۲- در صورتی که سیستم علی باشد.

ب-۳- در صورتی که سیستم نه علی باشد و نه پایدار.

۶. برای سیستم LTI و علی که به شکل بلوکی زیر نشان داده شده است، معادله دیفرانسیلی که رابطه بین ورودی و خروجی را نشان می‌دهد را تعیین کنید.



۷. در یک سیستم LTI، خروجی $y(t) = te^{-4t}u(t)$ به ازای ورودی $x(t) = e^{-4t}u(t) - te^{-4t}u(t)$ به دست آمده است. با استفاده از تبدیل لاپلاس:

الف) تابع تبدیل سیستم را به دست آورید.

ب) پاسخ سیستم به ورودی $x_1(t) = e^{-2t}u(t)$ را به دست آورید.

ج) پاسخ سیستم به ورودی $x_2(t) = e^{2t}$ را به دست آورید.

د) تابع تبدیل سیستم معکوس را به دست آورید.

۸. نمایش بلوکی سیستم‌های LTI علی زیر را در سیمولینک بسازید. (برای تحویل این تمرین، فایل **slx** و همچنین

اسکرین شات از دیاگرام ساخته شده را ضمیمه حل تمرینات کنید.)

الف) $H(s) = \frac{s+1}{s^2+5s+6}$

ب) $H(s) = \frac{s}{(s+2)^2}$