

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет Программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа № 1

“Перевод чисел между различными системами счисления”

Вариант № 27

Выполнил:

Сандов Кирилл Алексеевич

Группа:

P3113

Проверил:

к.т.н преподаватель Белозубов Александр Владимирович

г. Санкт-Петербург

2022

Оглавление

Оглавление	2
Задание.....	3
Основные этапы вычисления.....	4
Дополнительное задание	9
Заключение	12
Список использованной литературы.....	13

Задание

Перевести число "А", заданное в системе счисления "В", в систему счисления "С". Числа "А", "В" и "С" взять из таблицы 1.

№ примера	А	В	С
1	25307	10	9
2	10053	7	10
3	28D10	15	5
4	52,16	10	2
5	3B,64	16	2
6	73,14	8	2
7	0,001001	2	16
8	0,011001	2	10
9	1F,1E	16	10
10	75	10	Фиб
11	$33\{^2\}00$	7C	10
12	10100010	Фиб	10
13	1000001.000001	Берг	10

Таблица 1

Всего нужно решить 13 примеров. Для примеров с 5-го по 7-й выполнить операцию перевода по сокращенному правилу (для систем с основанием 2 в системы с основанием 2^k). Для примеров с 4-го по 6-й и с 8-го по 9-й найти ответ с точностью до 5 знака после запятой. В примере 11 группа символов $\{^2\}$ означает -2 в симметричной системе счисления.

Основные этапы вычисления

Пример 1

$$25307_{(10)} = X_{(9)}$$

$$25307 \operatorname{div} 9 = 2811, \quad 25307 \bmod 9 = 8$$

$$2811 \operatorname{div} 9 = 312, \quad 2811 \bmod 9 = 3$$

$$312 \operatorname{div} 9 = 34, \quad 312 \bmod 9 = 6$$

$$34 \operatorname{div} 9 = 3, \quad 34 \bmod 9 = 7$$

$$3 \operatorname{div} 9 = 0, \quad 3 \bmod 9 = 3$$

Получившиеся остатки в порядке записи “снизу вверх” соответствуют цифрам числа в 9-ной системе счисления, начиная со старшего разряда.

Ответ: $X = 37638_{(9)}$

Пример 2

$$10053_{(7)} = X_{(10)}$$

$$\begin{aligned} 10053_{(7)} &= 1 \cdot 7^4 + 0 \cdot 7^3 + 0 \cdot 7^2 + 5 \cdot 7^1 + 3 \cdot 7^0 = 2401 + 35 + 3 \\ &= 2439_{(10)} \end{aligned}$$

Ответ: $X = 2439_{(10)}$

Пример 3

$$28D10_{(15)} = X_{(5)}$$

Шаг 1: из 15-ной в 10-ную

$$\begin{aligned} 28D10_{(15)} &= 2 \cdot 15^4 + 8 \cdot 15^3 + D \cdot 15^2 + 1 \cdot 15^1 + 0 \cdot 15^0 \\ &= 101250 + 27000 + 2925 + 15 = 131190_{(10)} \end{aligned}$$

Шаг 2: из 10-ной в 5-ную

$$131190 \operatorname{div} 5 = 26238, \quad 131190 \bmod 5 = 0$$

$$26238 \operatorname{div} 5 = 5247, \quad 26238 \bmod 5 = 3$$

$$5247 \operatorname{div} 5 = 1049, \quad 5247 \bmod 5 = 2$$

$$1049 \operatorname{div} 5 = 209, \quad 1049 \bmod 5 = 4$$

$$209 \operatorname{div} 5 = 41, \quad 209 \bmod 5 = 4$$

$$41 \operatorname{div} 5 = 8, \quad 41 \bmod 5 = 1$$

$$8 \operatorname{div} 5 = 1, \quad 8 \operatorname{mod} 5 = 3$$

$$1 \operatorname{div} 5 = 0, \quad 1 \operatorname{mod} 5 = 1$$

Получившиеся остатки в порядке записи “снизу вверх” соответствуют цифрам числа в 5-ной системе счисления, начиная со старшего разряда.

Ответ: $X = 13144230_{(5)}$

Пример 4

$$52,16_{(10)} = X_{(2)}$$

Шаг 1: целая часть числа

$$52 = 32 + 16 + 4 = 110100_{(2)}$$

Шаг 2: дробная часть числа

$$0,16 \cdot 2 = 0,32 \quad | 0$$

$$0,32 \cdot 2 = 0,64 \quad | 0$$

$$0,64 \cdot 2 = 1,28 \quad | 1$$

$$0,28 \cdot 2 = 0,56 \quad | 0$$

$$0,56 \cdot 2 = 1,02 \quad | 1$$

...

Полученные целые части чисел при умножении в порядке “сверху вниз” будут цифрами дробной части числа в 2-ной системе счисления, начиная с первого дробного разряда.

$$0,16_{(10)} = 0,00101_{(2)}$$

Ответ: $X = 110100,00101_{(2)}$

Пример 5

$$3B,64_{(16)} = X_{(2)}$$

Так как $16 = 2^4$, то переведем число из 16-ной в 2-ую систему счисления, заменив каждую 16-ную цифру исходного числа её переведённым значением в 2-ную систему счисления. Соответствие шестнадцатеричной цифры двоичной тетраде представлено на рисунке 1.

DEC	BIN	OCT	HEX	BCD
0	0000	0	0	0000
1	0001	1	1	0001
2	0010	2	2	0010
3	0011	3	3	0011
4	0100	4	4	0100
5	0101	5	5	0101
6	0110	6	6	0110
7	0111	7	7	0111
8	1000	10	8	1000
9	1001	11	9	1001
10	1010	12	A	0001 0000
11	1011	13	B	0001 0001
12	1100	14	C	0001 0010
13	1101	15	D	0001 0011
14	1110	16	E	0001 0100
15	1111	17	F	0001 0101

Рисунок 1

$$3B,64_{(16)} = 0011\ 1011, 0110\ 0100_{(2)} = 111011,011001_{(2)}$$

Ответ: $X = 111011,011001_{(2)}$

Пример 6

$$73,14_{(8)} = X_{(2)}$$

Так как $8 = 2^3$, то переведем число из 8-ной в 2-ую систему счисления, заменив каждую 8-ную цифру исходного числа её переведённым значением в 2-ную систему счисления. Соответствие восьмеричной цифры двоичной триаде представлено на рисунке 1.

$$73,14_{(8)} = 111\ 011, 001\ 100_{(2)} = 111011,0011_{(2)}$$

Ответ: $X = 111011,0011_{(2)}$

Пример 7

$$0,001001_{(2)} = X_{(16)}$$

Разобьём число на тетрады (группы по 4 цифры), дополнив число незначащими нулями как в целой, так и в дробной частях, чтобы количество цифр там было кратно 4, и заменим каждую тетраду на переведённое значение в 16-ной системе счисления. Соответствие двоичной тетрады шестнадцатеричной цифре представлено на рисунке 1.

$$0,001001_{(2)} = 0000, 0010\ 0100_{(2)} = 0,24_{(16)}$$

Ответ: $X = 0,24_{(16)}$

Пример 8

$$0,011001_{(2)} = X_{(10)}$$

$$\begin{aligned}
 0,011001_{(2)} &= 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} + 0 \cdot 2^{-4} + 0 \cdot 2^{-5} + 1 \cdot 2^{-6} = \\
 &= 0,25 + 0,125 + 0,015625 = 0,390625_{(10)}
 \end{aligned}$$

Ответ: $X = 0,390625_{(10)}$

Пример 9

$$1F, 1E_{(16)} = X_{(10)}$$

$$1F, 1E_{(16)} = 1 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 + 1 \cdot 16^{-1} + 14 \cdot 16^{-2} \approx 31,11719_{(10)}$$

Ответ: $X = 31,11719_{(10)}$

Пример 10

$$75_{(10)} = X_{(\Phi)}$$

Выпишем последовательность Фибоначчи: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

Представим число как сумму членов последовательностей Фибоначчи так, чтобы не было взято двух подряд стоящих членов последовательности (для однозначного перевода), затем переведем в фибоначчиеву систему счисления: $75_{(10)} = 55 + 13 + 5 + 2 = 100101010_{(\Phi)}$

Ответ: $X = 100101010_{(\Phi)}$

Пример 11

$$33\{\wedge 2\}00_{(7C)} = X_{(10)}$$

$$\begin{aligned} 33\{\wedge 2\}00_{(7C)} &= 3 \cdot 7^4 + 3 \cdot 7^3 - 2 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 0 \cdot 7^0 \\ &= 7203 + 1029 - 98 = 8134_{(10)} \end{aligned}$$

Ответ: $X = 8134_{(10)}$

Пример 12

$$10100010_{(\phi)} = X_{(10)}$$

Выпишем последовательность Фибоначчи: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

При переводе из фибоначчиевой в 10-ную систему счисления каждая единица означает добавление в сумму члена последовательности Фибоначчи, стоящего на той же позиции, что и номер разряда:

$$10100010_{(\phi)} = 34 + 13 + 2 = 49_{(10)}$$

Ответ: $X = 49_{(10)}$

Пример 13

$$1000001,000001_{(B)} = X_{(10)}$$

При переводе из системы счисления Бергмана в 10-ную каждая единица означает добавление в сумму z^i , где $z = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ – число золотой пропорции, i - индекс разряда с единицей. Возьмём приближённые значения z^n из тех, которые представлены на рисунке 2.

```

z^5 := 1.618033988749895^5 := 11.090169943749476
z^4 := 1.618033988749895^4 := 6.854101966249686
z^3 := 1.618033988749895^3 := 4.23606797749979
z^2 := 1.618033988749895^2 := 2.618033988749895
z^1 := 1.618033988749895^1 := 1.618033988749895
z^0 := 1.618033988749895^0 := 1.0
z^(-1) := 1.618033988749895^(-1) := 0.6180339887498948
z^(-2) := 1.618033988749895^(-2) := 0.38196601125010515
z^(-3) := 1.618033988749895^(-3) := 0.23606797749978967
z^(-4) := 1.618033988749895^(-4) := 0.14589803375031543
z^(-5) := 1.618033988749895^(-5) := 0.09016994374947422
z^(-6) := 1.618033988749895^(-6) := 0.0557280900008412

```

Рисунок 2

$$1000001,000001_{(Б)} = z^6 + z^0 + z^{-6} =$$

$$= 17.944271909999163 + 1 + 0.0557280900008412 = 19_{(10)}$$

Ответ: $X = 19_{(10)}$

Дополнительное задание

Написать программу, переводящую целые положительные числа из системы счисления X в систему счисления Y , причём либо $2 \leq X, Y \leq 16$, либо X и Y являются факториальной системой счисления (обозначается как «Ф»).

Решение на языке Java (NumSysConverter.java):

```
import java.util.Scanner;

class NumSysConverter {
    static Scanner in = new Scanner(System.in);

    public static void main(String[] args) {
        NumSys startSys, targetSys;
        boolean jobDone = false;
        do {
            Input inp = readInput();
            try {
                String num = inp.x;
                startSys = getNumSysObject(inp.startSys);
                targetSys = getNumSysObject(inp.targetSys);
                String result = makeConversion(num, startSys, targetSys);
                showResult(result);
                jobDone = true;
            } catch (ArithmeticException e) {
                System.out.println("Цифры в числе должны быть меньше основания исходной СС. Введите заново.");
            } catch (Exception e) {
                System.out.println("Неверное основание системы счисления. Введите заново.");
            }
        } while (!jobDone);

        private static Input readInput() {
            System.out.print("Число (положительное целое): ");
            String x = in.next().toUpperCase();
            System.out.print("Перевод из (2-16 или Ф): ");
            String startSys = in.next().toUpperCase();
            System.out.print("Перевод в (2-16 или Ф): ");
            String targetSys = in.next().toUpperCase();
            return new Input(x, startSys, targetSys);
        }

        private static String makeConversion(String x, NumSys start, NumSys target) {
            String b1 = start.base, b2 = target.base;
            if (b1 == "10" && b2 != "10") {
                return target.convertFromDec(x);
            } else if (b1 != "10" && b2 == "10") {
                return start.convertToDec(x);
            } else {
                String t = start.convertToDec(x);
                return target.convertFromDec(t);
            }
        }

        private static void showResult(String n) {
            System.out.printf("Переведённый результат:\n%s\n", n);
        }

        private static NumSys getNumSysObject(String base) throws Exception {
            if (base.equals("Ф"))
                return new FactNumSys(base);

            return new NumSys(base);
        }
    }
}
```

```

class Input {
    String x;
    String startSys;
    String targetSys;

    public Input(String x, String startSys, String targetSys) {
        this.x = x;
        this.startSys = startSys;
        this.targetSys = targetSys;
    }
}

class NumSys {
    final char[] DIGITS = {'0', '1', '2', '3', '4', '5', '6', '7', '8', '9', 'A', 'B', 'C',
'D', 'E', 'F'};
    String base;

    public NumSys() {
        this.base = "10";
    }

    public NumSys(String base) throws Exception {
        checkBase(base);
        this.base = base;
    }

    public String convertToDec(String num) {
        checkNumber(num);
        int b = Integer.parseInt(base);
        int result = 0;
        int n = num.length();
        for (int i = n - 1; i >= 0; i--)
            result += getDigitValue(num.charAt(n - 1 - i)) * Math.pow(b, i);
        return String.valueOf(result);
    }

    public String convertFromDec(String num) {
        int b = Integer.parseInt(base);
        int n = Integer.parseInt(num);
        String result = "";
        while (n > 0) {
            int mod = n % b;
            result = getDigitChar(mod) + result;
            n /= b;
        }
        return result;
    }

    protected void checkNumber(String num) {
        int b = Integer.parseInt(base);
        for (int i = 0; i < num.length(); i++) {
            int d = getDigitValue(num.charAt(i));
            if (d >= b || d > getDigitValue(DIGITS[DIGITS.length - 1]) || d == -1)
                throw new ArithmeticException();
        }
    }

    protected void checkBase(String base) throws Exception {
        int b = Integer.parseInt(base);
        if (b < 2 || b > 16)
            throw new Exception();
    }

    protected int getDigitValue(char digit) {
        for (int i = 0; i < DIGITS.length; i++) {
            if (DIGITS[i] == digit)
                return i;
        }
        return -1;
    }

    protected char getDigitChar(int digit) {
        return DIGITS[digit];
    }
}

class FactNumSys extends NumSys {
    public FactNumSys(String base) throws Exception {
        checkBase(base);
    }
}

```

```

        this.base = base;
    }

    public String convertToDec(String num) {
        int result = 0;
        int n = num.length();
        for (int i = n - 1; i >= 0; i--)
            result += getDigitValue(num.charAt(n - 1 - i)) * fact(i + 1);
        return String.valueOf(result);
    }

    public String convertFromDec(String num) {
        int n = Integer.parseInt(num);
        String result = "";
        int d = 2;
        while (n > 0) {
            int mod = n % d;
            result = getDigitChar(mod) + result;
            n /= d;
            d += 1;
        }
        return result;
    }

    protected void checkNumber(String num) {
        for (int i = 0; i < num.length(); i++) {
            if (getDigitValue(num.charAt(i)) > 9 || getDigitValue(num.charAt(i)) < 0)
                throw new ArithmeticException();
        }
    }

    protected void checkBase(String base) throws Exception {
        if (!base.equals("Φ"))
            throw new Exception();
    }

    private static int fact(int n) {
        return n == 1 ? 1 : (n * fact(n - 1));
    }
}

```

Несколько примеров вывода программы представлены на рисунке 3.

```

• [amphyx@bringer prog-task]$ java NumSysConverter/NumSysConverter
Число (положительное целое): 410
Перевод из (2-16 или Φ): Φ
Перевод в (2-16 или Φ): 10
Переведённый результат:
26
• [amphyx@bringer prog-task]$ java NumSysConverter/NumSysConverter
Число (положительное целое): 101010101001
Перевод из (2-16 или Φ): 2
Перевод в (2-16 или Φ): 16
Переведённый результат:
AA9
• [amphyx@bringer prog-task]$ java NumSysConverter/NumSysConverter
Число (положительное целое): 2424
Перевод из (2-16 или Φ): 10
Перевод в (2-16 или Φ): 5
Переведённый результат:
34144
• [amphyx@bringer prog-task]$ java NumSysConverter/NumSysConverter
Число (положительное целое): 4444
Перевод из (2-16 или Φ): 4
Перевод в (2-16 или Φ): 10
Цифры в числе должны быть меньше основания исходной СС. Введите заново.
Число (положительное целое): 4444
Перевод из (2-16 или Φ): 5
Перевод в (2-16 или Φ): 10
Переведённый результат:
624

```

Рисунок 3

Заключение

В результате выполнения данной работы я изучил общую теорию систем счисления, в частности следующие темы:

- Перевод чисел из недесятичных системы счисления в десятичную;
- Перевод чисел из десятичной системы счисления в недесятичные путём деления на основание данной системы счисления и выписывания остатков;
- Перевод из недесятичных систем счисления в другие недесятичные с использованием промежуточного перевода в десятичную систему счисления;
- Перевод из системы счисления с основанием n в систему счисления с основанием n^k и наоборот, заменяя группы цифр переведённым значением в другой системе счисления;
- Системы счисления Бергмана, Цекендорфа, факториальную систему счисления, а также нега-позиционные и симметричные системы счисления.

Далее выполнил задания по переводу чисел в различные системы счисления.

Список использованной литературы

1. **Е.А. Балакшин П.В. Соснин В.В. Машина Информатика [Книга].** - Санкт-Петербург : Университет ИТМО, 2020.
2. **Орлов С. А. Цилькер Б. Я.** Организация ЭВМ и систем: Учебник для вузов, 2-е издание [Книга]. - СПб : Питер, 2011.